

스퍼기어와 헬리컬기어의 동적 특성 비교

Comparison of Dynamic Characteristics of Spur Gears and Helical Gears

박 찬 일* · 조 도 현*

Chan IL Park and Dohyun Cho

(2012년 2월 6일 접수 ; 2012년 3월 14일 심사완료)

Key Words : Helical Gear(헬리컬기어), Spur Gear(스퍼기어), Finite Element Analysis(유한요소해석), Mode Shape(모드형상), Natural Frequency(고유진동수)

ABSTRACT

This work dealt with dynamic characteristics of spur gear and helical gear system to understand the gear vibration and noise. To find out dynamic characteristics in the gear system, a finite element model and an analytic model for the gear system were used. Using the models, the natural frequency and mode-shape characteristics of spur gears and helical gears were calculated. Two models show that natural frequencies of helical gears were lower than those of spur gears. Mode-shape characteristics of gear pairs by analytical model and some issues of finite element modeling were also discussed. Impact test was used to validate the finite element model.

1. 서 론

기어 소음은 주로 맞물리는 기어 쌍의 전달오차에 의하여 생기고, 기어 소음을 예측하기 위해서는 정적 전달오차와 동적 전달오차의 예측이 필요하다. 동적 전달오차는 기어계의 동적 특성을 포함하므로 기어 소음에 더 밀접하게 연결된다. 즉 기어계의 공진점에서 동적 전달오차가 커지며 특히 기어 맞물림 위치에서의 상대 변위의 크기와 관련된 모드는 동적 전달오차의 크기에 밀접하게 관계되므로 이러한 기어계의 주파수 특성과 모드 형상을 파악하는 것이 필요하다. 관련된 연구로, 기어계의 해석적인 모델링에 대한 연구는 Ozguven 등에 의해 많이 언급되어있고⁽¹⁾, Kahraman 등은 베어링에 지지된 기어 로터계의 유한 요소 모델을 개발하여, 강제 진동 응답을 구하고, 베어링 컴프라이언스의 영향을 연구

하였다⁽²⁾. Vinayak 등은 단일 맞물림이 있는 1단 기어계와 이중 맞물림 기어계의 해석적인 모델과 유한 요소 모델의 고유진동수를 비교하였고, 강제진동 응답을 구하였다⁽³⁾. Parker 등은 기어의 접촉 부분은 Bousinesq 해로 하고, 그 밖의 부분은 유한요소를 사용하는 모델을 사용하여 유성기어 기어계의 동적 거동을 조사하였다⁽⁴⁾. Kubur 등은 복수 축을 가진 헬리컬 기어계의 유한요소모델을 구성하여, 자유진동과 강제 진동을 계산하고, 축길이, 베어링 강성 등에 대한 파라미터 연구를 하였다⁽⁵⁾.

이상의 연구에서 스퍼기어와 헬리컬 기어의 차이로 응력과 물림률 측면외에 고유진동수 등 동적인 특성 변화의 검토는 충분히 이루어져 있지 않고 이에 대한 해석적인 모델과 연결된 보고는 없다. 또한 유한요소해석은 기어계의 공진주파수를 찾을 때 기어의 맞물림 강성과 베어링 부분의 모델링 방법, 구속조건을 주는 방법에 의해 공진주파수의 차이를 보인다. 그러므로 이 연구에서는 Cho 등의 연구를 기반으로 하여⁽⁶⁾ 기어계의 많은 고유진동수 중에서 기어의 맞물림과 관련된 공진주파수를 찾기 위한

† 교신저자; 정회원, 강릉원주대학교 기계자동차공학부
E-mail : pci@gwnu.ac.kr

Tel : (033)760-8723, Fax : (033)760-8721

* 강릉대학교 대학원

유한요소 모델링 방법을 제시하고, 축 강성의 유무에 따른 스퍼기어와 헬리컬 기어의 고유진동수와 모드형상을 계산하여, 기어의 충격시험으로 검증한다. 유한요소해석에서 얻어진 결과를 해석적인 모델로 검토하기 위하여, 기어계를 실제로 3자유도계로 거동하는 해석적인 모델을 사용하여 스퍼기어와 헬리컬기어의 나선각에 따른 고유진동수의 변화를 관찰하고 고유 진동수와 모드 특성을 검토한다.

2. 기어계의 유한요소해석

2.1 유한요소모델링

이 연구에 사용된 기어계는 Fig. 1과 같이 동력을 주는 모터, 헬리컬 기어를 포함한 기어박스, 토크를 측정하는 토크센서, 부하 하중을 주는 파워더 브레이크, 각 축을 연결하는 커플링으로 이루어진 시스템으로, Table 1은 사용된 헬리컬 기어 데이터를 나타낸다. 이 시스템은 기어상자 양쪽에 연결된 유연 커플링이 있어 기어가 맞물려 회전하는 동안에 기어의 동적 효과가 커플링에서 대부분 흡수되어 커플링과 결합된 모터나 토크센서에는 적게 영향을 주고, 계 전체 모델링으로는 기어의 거동을 파악하기 어려우므로⁽⁷⁾ 기어계의 유한요소 모델링은 기어, 축 외에 커플링과 연결된 축과 축에 결합된 커플링 부분만을 상용 CAD 소프트웨어인 Solid Works로 모델링 한다. 이 CAD모델링을 유한요소 해석 프로그램 Nastran for Windows로 불러들여 요소를 나누어 해석한다. 사용한 요소는 8개의 절점을 가지는 솔리드 요소와 스프링 요소이고 해석에 사용된 총 요소 수는 18,061개이다.

베어링은 베어링이 위치한 부분의 중심 축선에 수직인 2개의 스프링으로 모델링하고 스프링의 교차 절점에 x방향으로 움직이지 못하도록 구속을 주며 그 끝은 x,y,z 모두 움직일 수 없도록 구속하고 베어링 강성은 Table 2의 값을 사용한다. 치의 응력 계산을 하지 않는 동적 해석에서는 치의 접촉을 포함하는 상세한 유한요소모델이 필요하지 않으므로, 치의 접촉 변형과 굽힘 변형을 포함하여 치의 하중 분포와 치의 맞물림 강성을 계산하는 기 개발된 프로그램으로 맞물림 강성 값을 구하고, 맞물림 동안의 평균값을 사용한다⁽⁸⁾. 맞물림 강성 부분은 5개의 스프링으로 모델링 하고 각 스프링에 대한 강성 값은

Table 1의 맞물림 강성 값의 1/5을 사용하며 스프링의 끝은 x방향으로 움직이지 못하도록 구속한다. Fig. 2는 이와 같이 모델링한 유한요소모델이다.

Table 1 Gear data

	Driving gear	Driven gear
Number of teeth	19	89
Face width(mm)	50	48
Normal module	2.5	
Whole depth(mm)	5.6025	
Pressure angle(deg)	20°	
Helix angle(deg)	25°	
Center distance(mm)	150	
Base helix angle(deg)	23.4	
Mesh stiffness(N/m)	6.70×10 ⁸	

Table 2 Shaft and Bearing data

Input torque	98.1 Nm
Bearing 1 stiffness	4.48×10 ⁸ N/m
Bearing 2 stiffness	4.48×10 ⁸ N/m
Bearing 3 stiffness	3.46×10 ⁸ N/m
Bearing 4 stiffness	3.46×10 ⁸ N/m
Shaft 1 (average)	Diameter=45 mm, Length=35 mm
Shaft 2 (average)	Diameter=45 mm, Length=77 mm
Shaft 3 (average)	Diameter=45 mm, Length=37 mm
Shaft 4 (average)	Diameter=45 mm, Length=108 mm

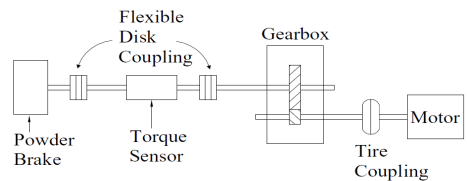


Fig. 1 Schematic of the helical gear system

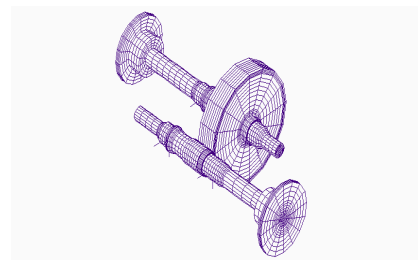


Fig. 2 Finite element modeling

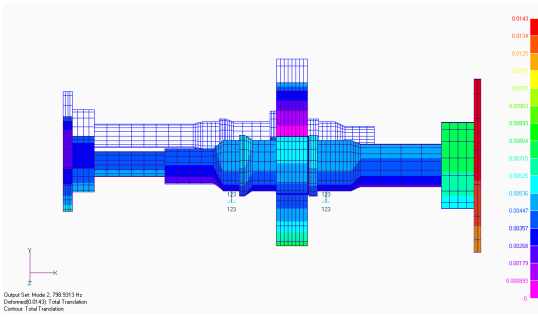


Fig. 3 Mode shapes at 799 Hz for the spur gear with rigid shaft

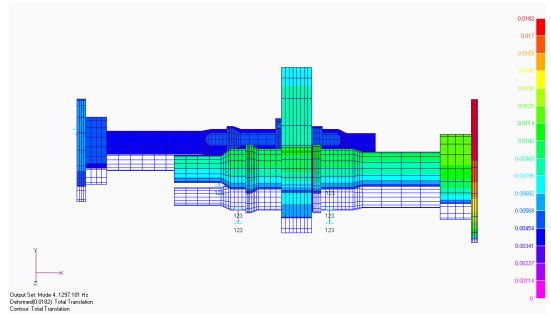


Fig. 5 Mode shapes at 1297 Hz for the helical gear with rigid shaft

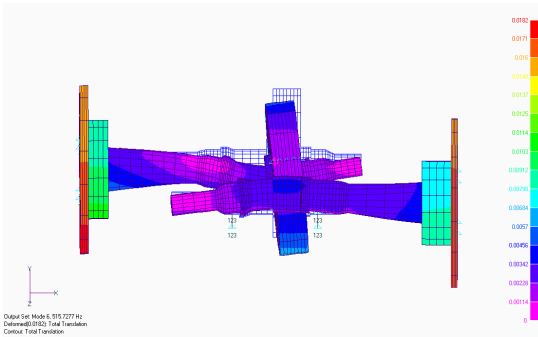


Fig. 4 Mode shapes at 516 Hz for the spur gear with elastic shaft

축을 강체로 모델링하면 기어 맞물림 부분의 모드 형상을 추출하기가 쉽기 때문에 축, 기어, 커플링을 강체로 모델링하여 먼저 해석한다. 그 후 축의 강성을 고려하여 해석한 후 축을 강체로 해석한 결과와 비교하여 맞물림 방향의 변위에 대한 공진 주파수를 찾는다. 또한 실제 헬리컬 기어와 유사하게 맞물림 강성을 나선각 만큼 기울여서 해석한 후 스퍼기어로 모델링한 결과와 비교한다.

2.2 스퍼기어 해석

(1) 강체축으로 해석

이 해석에서 사용된 스퍼기어는 Table 1의 헬리컬 기어 데이터에서 나선각을 0°로 한 것이고 다른 제원은 같다. 축은 축을 이루고 있는 솔리드 요소에 강의 영률 값에 10^{10} 을 곱한 것에 상당하는 영률값을 입력하여 강체처럼 움직이게 하고 맞물림 강성은 스퍼기어의 맞물림강성 방향으로 기초원에 5개의 스프링으로 모델링한다. 이 해석에서 얻어진 모드중 주요 특성을 나타내는 모드를 선별해서 기술한다.

Fig. 3은 기어, 축, 커플링 요소가 맞물림 강성 방향의 진동을 보이는 첫 번째 모드로 맞물림 강성에 수직한 방향에서 이 진동의 모습으로 반대위상 병진방향(out-of-phase translation)으로 진동한다.

(2) 탄성축으로 해석

축은 강의 영률 값을 사용하여 축의 굽힘과 비틀림을 고려하였으며 기어와 커플링은 강체로 모델링한다. 기어 소음에 가장 크게 영향을 미치는 진동은 맞물림 강성 방향의 진동이므로 해석 결과에서 맞물림 강성 방향의 진동을 찾는 것이 필요하다.

Fig. 4는 강체축이 아닌 탄성축으로 해석한 경우로, 맞물림 강성방향의 진동과 축의 굽힘, 비틀림이 연성이 되어 나타나는 모드로 Fig. 3의 강체로 해석한 스퍼기어에서 볼 수 있듯이 구동기어와 피동기어의 베어링 사이의 모드형상이 반대위상 변위를 보이는 맞물림 강성 방향의 첫 번째 모드이다.

2.3 헬리컬기어 해석

(1) 강체축으로 해석

헬리컬기어 해석은 맞물림 강성을 기초원 나선각 만큼 기울여서 스퍼기어의 축을 강체로 해석한 것과 같은 조건에서 해석을 하였다. Fig. 5는 맞물림 강성 방향의 진동 중 2번째로 나타나는 모드로 같은 위상 병진방향 이동(in-phase translation)을 보인다.

(2) 탄성축으로 해석

헬리컬기어의 탄성축 해석은 맞물림 강성을 나선각 만큼 기울이고, 스퍼기어의 축의 강성을 고려한 해석과 같은 조건에서 해석한다. Fig. 6은 Fig. 5와

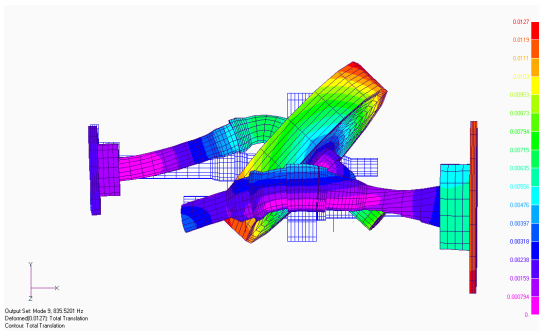


Fig. 6 Mode shapes at 835 Hz for the helical gear with elastic shaft

Table 3 Frequency comparison of gear model with rigid shaft

Spur gear(A)	Helical gear(B)	(A-B)*100/A
799 Hz	794 Hz	0.6 %
1318 Hz	1297 Hz	1.6 %
2752 Hz	2603 Hz	5.4 %

Table 4 Frequency comparison of gear model with elastic shaft

Spur gear	Helical gear
516 Hz	507 Hz
818 Hz	835 Hz
1959 Hz	1957 Hz

같이 맞물림 방향의 같은 위상 병진방향 이동을 가지며 축의 굽힘과 비틀림이 연성이 되어 나타나는 모드이다.

3. 고유진동수 비교와 유한요소 모델링

Table 3은 강체로 해석했을 때의 맞물림 강성 방향의 모드에 대해 스퍼기어와 헬리컬기어의 주파수를 비교한 것이다. 맞물림 강성을 기울어지게 모델링한 헬리컬기어가 스퍼기어에 비해 전체적으로 주파수가 조금 떨어졌음을 확인 할 수 있다. 스퍼기어 799 Hz에서는 0.6% 떨어졌으나, 1318 Hz에서는 1.6%, 2752 Hz에서는 5.4%로 고주파로 갈수록 고유진동수가 떨어지는 비율이 큰 것을 알 수 있다.

Table 4는 축의 강성을 고려하였을 때의 맞물림 강성 방향의 모드에 대해 스퍼기어와 헬리컬기어

의 주파수를 비교한 것이다. 스퍼기어에 비해 헬리컬기어가 첫 번째, 세 번째 모드는 주파수가 떨어졌는데 두 번째 모드는 주파수가 증가한 것을 확인할 수 있다. 이것은 Fig. 6에서 볼 수 있듯이 진동할 때 기울어진 맞물림 강성이 축의 굽힘에 의해 똑바로 서서 강성이 감소되지 않기 때문으로 사료된다. 따라서 축을 고려하였을 때는 나선각에 의한 영향은 축의 모드가 영향을 주어 그 차이는 매우 적어진다.

Table 3과 Table 4의 주파수는 맞물림 위치에서 병진방향의 위상변화 관점에서 비교하여 동일 모드로 판단하였고, 축의 강성을 포함했을 때 강체로 모델링한 것보다 주파수가 떨어진 것을 알 수 있다. 또한 유한요소 모델에서 기어의 맞물림 강성 부분을 1개의 스프링으로 모델링 하였을 때는 기어의 치폭 전체의 강성을 지지하지 못하므로 기어부분이 많이 뒤틀리며 이것은 실제 거동과는 다르다. 2개의 스프링으로 모델링 하였을 때는 기어부분이 뒤틀리는 현상이 맞물림 강성 부분을 1개로 모델링 하였을 때보다 적으며 1개로 모델링 했을 때와 2~3%의 차이를 보인다. 맞물림 강성 부분을 1개의 스프링으로 모델링 했을 때 첫 번째로 나타나는 맞물림 강성 방향의 주파수가 506 Hz인 반면에 2개로 모델링 했을 때는 515 Hz이다. 2개 이상으로 모델링 하였을 때는 2개로 모델링 하였을 때와 1%의 차이도 보이지 않았으므로 기어 맞물림 강성의 모델링은 2개 이상으로만 하면 될 것으로 사료된다.

4. 유한요소해석 결과의 검증

유한요소해석 결과를 검증하기 위하여 충격 시험을 하였다. 구동기어, 축, 피동기어의 기어계를 조립하여 기어가 맞물려 있는 상태에서 충격 가진 실험을 하면 코히어런스가 0에 가깝게 접근한다. 이것은 기어계의 백래시 등의 비선형성 때문이며 해석 모델과 같이 기어가 맞물려 있는 상태에서 충격 가진 실험으로 신뢰성 있는 고유진동수를 측정하기는 어렵다. 따라서 구동기어와 축, 피동기어와 축을 기어계에서 분리하여 충격 가진 실험을 했으며 각각을 유한요소해석과 비교해 보았다.

실험은 Agilent E8408 /VIX와 Ideas Test 프로그램을 이용하여 행하였다. 충격 망치, 가속도계를

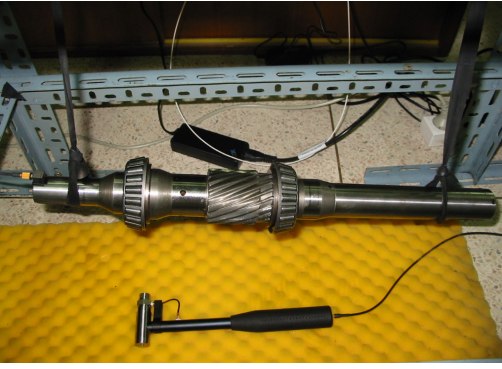


Fig. 7 Impact test setup for the driving gear

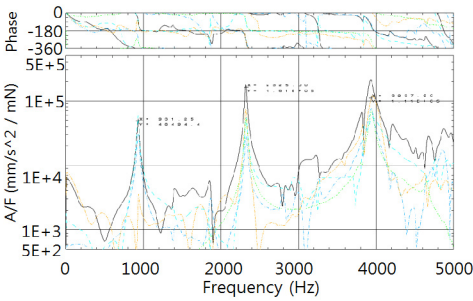


Fig. 8 Frequency response function by impact test

Table 5 Frequency comparison between FEM and impact test for the driving gear

FEM	Impact test	Error
923 Hz	931 Hz	0.8 %
2218 Hz	2325 Hz	4.6 %
3807 Hz	3938 Hz	3.3 %

Agilent E8408의 입력 단자와 연결하고 Agilent E8408과 컴퓨터가 IEEE 1394 Ports를 통하여 연결된다. Fig. 7은 충격 가진 실험을 하기 위해 구동기어의 끝에 가속도계를 설치한 사진이다. Fig. 8은 구동기어에 대해 가진 위치를 바꾸어 가면서 측정된 주파수 응답함수를 겹쳐서 보인다. 공진주파수에서 코히어런스는 1에 가깝게 나타나므로 공진점의 신뢰성을 확인할 수 있다. Table 5는 단품에 대한 충격 가진 실험과 유한요소해석의 고유진동수를 비교한 것으로 실험에 의한 결과값을 참값으로 할 때 오차가 5%내이어서 해석 결과의 타당성을 확인할 수 있다.

5. 기어계의 운동방정식

5.1 운동방정식

앞의 유한요소해석 결과를 해석적인 모델로 검토하기 위해 기어, 축과 베어링 반경방향 힘을 고려한 운동 방정식을 유도한다. 이를 위하여 헬리컬 기어 모델링은 축과 반경방향 베어링을 고려한 모델은 Fig. 9를 사용하여 운동방정식을 유도한다. 이 그림에서 F_{b1} , F_{b2} 는 구름베어링에 가해진 반경방향의 예압이고 C_{y1} , C_{y2} , k_{y1} , k_{y2} 는 축을 포함한 베어링의 조합 감쇠와 강성이다. T_1 , T_2 는 구동기어와 피동기어에 가해지는 토크이고 m_1 , m_2 , J_1 , J_2 는 구동기어와 피동기어의 질량과 관성모멘트, r_{b1} , r_{b2} 는 구동기어와 피동기어의 기초원 반경이다.

감쇠와 전달오차를 무시하여 운동방정식을 유도하여 매트릭스 형태로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F_{b1} \\ F_{b2} \\ T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{y1} + k_{gc} & -k_{gc} & k_{gc}r_{b1} & k_{gc}r_{b2} \\ -k_{gc} & k_{y2} + k_{gc} & -k_{gc}r_{b1} & -k_{gc}r_{b2} \\ k_{gc}r_{b1} & -k_{gc}r_{b1} & k_{gc}r_{b1}^2 & k_{gc}r_{b1}r_{b2} \\ k_{gc}r_{b2} & -k_{gc}r_{b2} & k_{gc}r_{b1}r_{b2} & k_{gc}r_{b2}^2 \end{bmatrix}$$

이 식에서 $k_{gc} = k_y \cos \beta_b$, k_y 는 맞물림 강성, β_b 는 기초원 나선각이다. 또한 k_y 는 베어링과 축의 조합 강성으로 다음의 절차로 계산한다.

기어가 Fig. 10과 같이 축에 위치하고 있다면, 하중 F 가 가해지는 위치에서 보의 변형은 다음으로 주어진다.

$$\delta_1 = \frac{Fl_1^2 l_2^2}{3EI} \quad (2)$$

또한 베어링강성 k_{b1} , k_{b2} 에 의한 하중 위치의 변형은 다음으로 주어진다.

$$\delta_2 = \frac{F}{l^2} \left(\frac{l_2^2}{k_{b1}} + \frac{l_1^2}{k_{b2}} \right) \quad (3)$$

하중 위치의 전체 변형은 위의 두 변형을 합하여

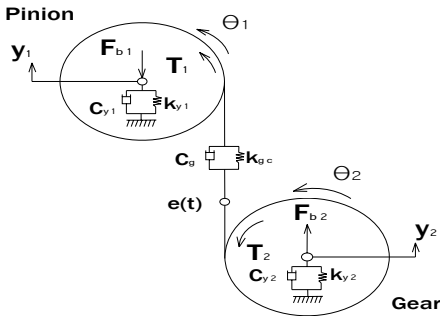


Fig. 9 Gear modeling(transverse)

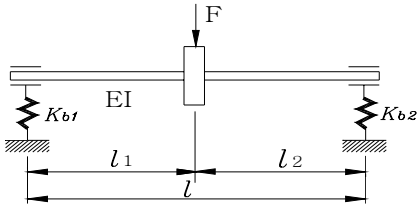


Fig. 10 Gear-shaft-bearing system

하중을 전체 변형으로 나누면 축과 베어링의 조합 강성 \$k_y\$가 다음으로 구해진다.

$$k_y = \frac{3EI^2 k_{b1} k_{b2}}{3EI(k_{b1} l_2^2 + k_{b2} l_1^2) + l_1^2 l_2^2 k_{b1} k_{b2}}, \quad (4)$$

여기서 \$EI\$는 굽힘강성을 나타낸다.

5.2 기어계의 고유진동수 해석

앞 절에서의 운동방정식은 4자유도 형태이나 이 계는 semi-definite system 이므로 강체 모드를 제외하면 3자유도계와 같이 거동한다. 유한요소모델에서 커플링과 연결되는 축 부분을 제외하고 Fig. 11 과 같이 헬리컬기어 시스템을 설정하여, Table 1의 기어 제원과 Table 2의 베어링 강성과 축의 평균적 제원을 사용하여 고유진동수를 해석하였다.

그 결과, 스퍼기어의 고유진동수는 720 Hz, 3104 Hz, 8006 Hz이었고, 나선각이 25°인 헬리컬기어의 고유진동수는 720 Hz, 3085 Hz, 7715 Hz이었다. 이와 같이 나선각이 25°인 헬리컬기어의 첫 번째 고유진동수는 변하지 않고, 2번째는 0.6%, 3번째 고유진동수는 3.6%만큼 스퍼기어 모델보다 작아진다. 이것은 첫 번째 고유진동수는 축과 베어링 강성에만 관련이 있고 기어의 맞물림 강성은 두 번째와

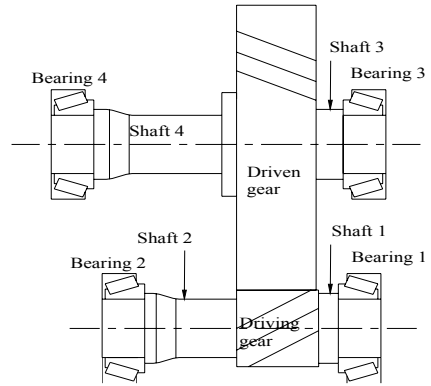


Fig. 11 Helical gear system

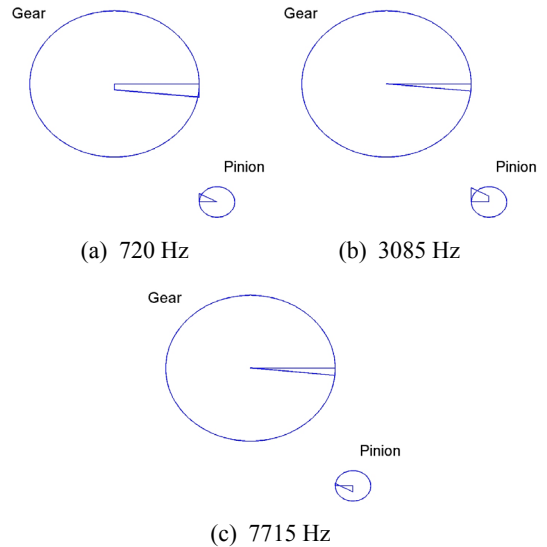


Fig. 12 Mode shapes of gears

세 번째 고유진동수에 관련이 있음을 알 수 있다. 맞물림 강성변화에 영향을 주는 기초원 나선각은 23.4°로 스퍼 기어에 비해 강성이 8.2% 줄어드는 효과를 갖는다. 이러한 해석적인 결과는 축의 고주파 모드가 고려되지 않았고, 모델 또한 다소 차이가 있으므로 유한요소해석과 같은 결과를 얻기 어려우나, 유한요소해석에서 강체 축을 사용하였을 때 고주파수로 갈수록 스퍼기어에 비해 헬리컬기어의 고유진동수가 작아지는 경향과 일치한다.

이 계의 모드 형상을 알기 위하여 semi-definite system인 시스템의 강체 거동에 대한 모드를 제외하고 모드 형상 구하여 도시하면 Fig. 12와 같이 된

다. 이 그림에서 세 모드 모두 반대 위상 회전방향 이동(out-of-phase rotation)을 갖는다. 첫째 모드 720 Hz에서는 기어 축의 변위가 크고 피니언의 축 변위는 작다. 그러나 두 번째 모드 3085 Hz, 세 번째 모드 7715 Hz에서는 기어 축의 변위는 거의 없고 피니언 축의 변위만 있고 세 번째 모드에서는 피니언의 축의 변위는 피니언의 각도 변위의 영향으로 맞물림 변위를 줄인다. 이것은 720 Hz에서 기어축 변위가 고유진동수에 영향을 주는 것을 보인다.

6. 결 론

이 연구에서는 기어계의 동적 특성을 규명하기 위하여 해석적인 모델과 유한요소 모델을 같이 사용하였다. 먼저 유한요소 모델에서는 스퍼기어와 헬리컬기어의 축강성의 영향이 고유진동수 특성과 모드 형상에 어떤 영향을 미치는가를 파악하였고, 스퍼기어와 헬리컬기어의 나선각으로 인한 고유진동수 변화를 비교하였다. 그 결과 축을 강체로 모델링 하였을 때 축의 강성을 고려한 해석에 비해 주파수가 많이 증가하나, 맞물림 방향의 모드를 쉽게 알 수 있었다. 헬리컬기어는 스퍼기어에 비해 고유진동수가 다소 낮아지나, 모드형상은 비슷함을 알 수 있다. 또한 기어 맞물림 강성은 2개 이상의 스프링으로 모델링해야 타당함을 알 수 있었고, 각 기어축의 유한요소 모델링의 타당성은 충격 시험을 통하여 검증하였다. 유한요소해석의 결과를 해석적인 모델에서 검토하기 위해, 해석적인 모델에서 스퍼기어와 헬리컬기어의 고유진동수 특성과 모드 특성을 조사하였고, 헬리컬기어가 스퍼기어보다 고유진동수가 작아지는 것을 알 수 있었다.

후 기

이 논문은 2008, 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(KRF-2008-521-D00026, No.2011-0026117)

참 고 문 헌

(1) Ozguven, H. and Houser, D. R., 1988, Mathematical Models Used in Gear Dynamics-a

Review, Journal of Sound and Vibration, Vol. 121, pp. 383~411.

(2) Kahraman, A., Nevzat Ozguven, H., Houser, D. R., Zakrajsek, J. J., 1992, Dynamic Analysis of Geared Rotors by Finite Elements, Transaction of the ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 114, pp. 507~514.

(3) Vinayak, H., Singh, R. and Padmanabhan, C., 1995, Linear Dynamic Analysis of Multi-mesh Transmissions Containing External Rigid Gears, Journal of Sound and Vibration, Vol. 185, No. 1, pp. 1~32.

(4) Parker, R. G., Agashe, V. and Vijayakar, S. M., 2000, Dynamic Response of a Planetary Gear System using a Finite Element/Contact Mechanics Model, Transaction of the ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 122, pp. 304~310.

(5) Kubur, M., Kahraman, A., Zini, D. M. and Kienzle, K., 2004, Dynamic Analysis of Multi-Shaft Helical Gear Transmission by Finite Elements: Model and Experiment, Transaction of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 126, pp. 398~406.

(6) Cho, D. H. and Park, C. I., 2003, Dynamic Analysis of the Gear System by Finite Element Method, Proceedings of the KSAE 2003 Spring Conference, pp. 533~538.

(7) Park, C. I. and Cho, D. H., 2004, The Prediction of the Dynamic Transmission Error for the Helical Gear System, Transactions of the KSME A, Vol. 28, No 9, pp. 1359~1367.

(8) Park, C. I. and Kim, D. S., 2002, Transmission Error Analysis of the Helical Gears for the Elevator, Transactions of the KSME. A, Vol. 26, No 12, pp. 2695~2702.

(9) Park, C. I. and Jeon, D. H., 2007, An Experimental Study of Tridirectional Vibration of Helical Gears with Different Contact Ratios, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 2, pp. 177~184.

(10) The MacNeal-Schwendler Corporation, Analysis Examples Manual.