

복합재 미익 구조의 신뢰성 기반 확률론적 구조해석

The Reliability-Based Probabilistic Structural Analysis for the Composite Tail Plane Structures

이 석 제* 김 인 곁**
Seokje Lee In-Gul Kim

Abstract

In this paper, the deterministic optimal design for the tail plane made of composite materials is conducted under the deterministic loading condition and compared with that of the metallic materials. Next, the reliability analysis with five random variables such as loading and material properties of unidirectional prepreg is conducted to examine the probability of failure for the deterministic optimal design results. The MATLAB programing is used for reliability analysis combined with FEA S/W(COMSOL) for structural analysis. The laminated composite is assumed to the equivalent orthotropic material using classical laminated plate theory. The response surface methodology and importance sampling technique are adopted to reduce computational cost with satisfying the accuracy in reliability analysis. As a result, structural weight of composite materials is lighter than that of metals in deterministic optimal design. However, the probability of failure for the deterministic optimal design of the tail plane structures is too high to be neglected. The sensitivity of each variable is also estimated using probabilistic sensitivity analysis to figure out which variables are sensitive to failure. The computational cost is considerably reduced when response surface methodology and importance sampling technique are used. The study of the computationally inexpensive method for reliability-based design optimization will be necessary in further work.

Keywords : Composite Tail Plane Structures(복합재 미익 구조), Optimal Design(최적설계), Reliability Analysis(신뢰성 해석), Random Variable(확률변수), Response Surface Methodology(반응면 기법), Importance Sampling(중요도 추출법), Probabilistic Sensitivity Analysis(확률론적 민감도 해석), Reliability-Based Design Optimization(신뢰성 기반 최적설계)

1. 서론

† 2011년 11월 14일 접수~2012년 1월 27일 게재승인

* 충남대학교 항공우주공학과 대학원

** 충남대학교 항공우주공학과

책임저자 : 김인곁(igkim@cnu.ac.kr)

구조해석 및 설계에 사용되는 외부하중이나 재료 물성은 그 평균을 중심으로 임의적으로 분포되어 있음을 경험적으로 알 수 있다. 특히, 비강도, 비강성이 우수한 복합재료는 최근 항공우주, 선박, 기계와 같이 다양한 공학분야에서 널리 사용되지만, 일반 금속에 비해

제조과정에서 발생할 수 있는 불확실성(기지함침률, 불연속 공간의 유무, 각 층의 두께 등)을 포함하고 있다. 인장강도 측정 실험의 예를 들면, Fig. 1과 같이 일반 금속에 비해 각 샘플의 평균값은 크지만 더 넓은 분포를 가지게 된다. 따라서 다양한 설계요구조건에 만족하고 신뢰성 있는 설계를 위해서는 확률론적 해석방법이 요구된다.

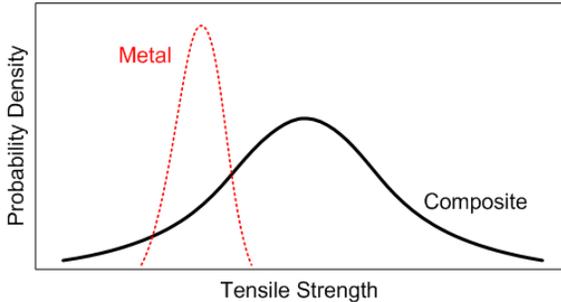


Fig. 1. Composite variation compared with metal

신뢰성 해석 기반의 확률론적 해석 방법은 설계변수의 평균과 안전계수를 이용한 기존의 보수적인 방법에 비해 효율적으로 인식되고 있다. 그러나 실제 항공우주, 선박, 기계 구조물의 거동은 수치적으로 모사하기 어렵고 많은 불확실한 인자들을 내포하고 있어 실제 설계/해석시 도입하기 어려운 실정이다. 그러므로 효율과 정확성을 동시에 만족시키기 위한 연구가 필수적이며, 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다^[1].

신뢰성 기반 확률론적 해석방법은 신뢰성 기반 최적설계를 위한 중요한 정보를 제공한다. 또한 설계단계에서 불확실성을 고려하는데에 합리적이며 특정 시스템으로부터 얻어진 경험이나 전문 기술도 접목시켜 효율적인 설계를 할 수 있다^[2].

확정론적 해석 방법은 각 변수의 평균과 경험적으로 얻어진 안전계수를 도입하여 불필요한 무게 증가를 초래하는 보수적인 방법이지만, 이 방법은 외부하중이나 재료의 역학적 특성들의 기댓값을 중심으로 한 분포특성을 정량적으로 반영하고 파괴확률을 계산함으로써 설계결과의 신뢰도를 보장한다. Fig. 2와 같이 구조물의 저항요소(R)과 외부하중에 의한 구조응답(L)의 적절한 안전계수를 적용한 경우라도, 분포특성이 반영될 경우 겹쳐진 영역에서 응답이 저항요소를 초과할 수 있으므로 구조물의 파괴가 일어날 수 있다^[2].

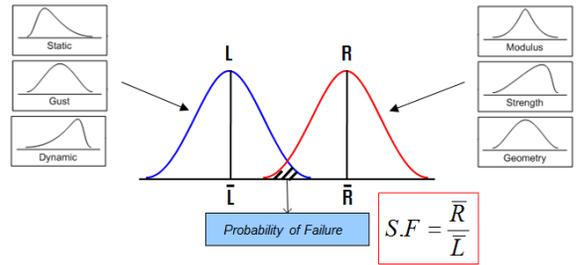


Fig. 2. Illustration of probability of failure due to uncertainty

반면에 확률변수가 많고 유한요소모델의 크기가 큰 대형구조물의 경우 수치해석비용이 많이 요구되는 단점이 있다. 이를 해결하기 위해 적절한 신뢰성 해석 기법과 근사 모델을 사용하여 계산효율과 정확성을 모두 만족시키는 연구가 필수적이다.

본 논문에서는 비행체 수평미익의 단순화된 wing box 모델에 대해 복합재료를 적용하고 동일한 조건에서 확률론적 최적설계를 수행하여 일반 금속재료를 적용한 결과와 비교하였다. 이 과정에서 복합재 적층판은 고전 적층판 이론을 이용한 등가의 직교이방성 재질로 단순화 하였다. 확률론적 최적설계 수평미익 구조에 대하여 확률론적 방법으로 계산된 피팅 기동시 수평꼬리날개의 하중조건을 적용하여 신뢰성 해석을 수행하였다. 확률변수는 복합재 단일층의 기계적 물성($E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}$)과 하중이며, 앞서 최적설계에서 계산된 치수의 파괴확률을 계산하였다. 선행 연구를 통해 수평미익 구조에 대한 확률론적 하중해석 결과를 제시한 바 있으며^[3], 본 논문에서는 다양한 설계변수의 불확실성을 고려하여 시스템의 파괴확률을 제시할 수 있는 정확하고 효율적인 방법에 대해 고찰하였다. 수치해석 시간을 줄이고 정확성을 확인하기 위해 RSM(Response Surface Methodology)과 IS(Importance Sampling)를 사용하였으며, 각 확률변수의 민감도를 계산하였다.

2. 이론해석

가. CMCS(Crude Monte-Carlo Simulation)

주어진 구조물의 파괴를 정의하는 한계상태식이 $g(x)$ 로 주어지고 확률변수들의 결합 확률밀도 함수가 $f_X(x)$ 와 같을 때, 파괴확률 P_f 을 식 (1)과 같이 다중

적분형태로 정의할 수 있다.

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} f_X(x) dx \quad (1)$$

CMCS는 파괴확률을 근사적으로 추정하는 가장 보편적인 방법 중 하나로써 확률변수의 분포특성이 반영된 난수(random number)를 추출하여 충분한 수의 확률변수의 표본집단(set)을 생성한 다음, 생성된 각 확률변수의 값을 차례로 한계상태식에 대입하여 그 값이 0보다 큰지 작은지, 즉 구조물이 안전한지 파괴되는지를 판단한다. 그 결과로 모두 N 개의 확률변수 집단을 추출하였을 때, 한계상태식이 0보다 작은 경우가 N_f 번 관측되었다면 파괴확률 P_f 는 식 (2)와 같이 근사적으로 추정할 수 있다.

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (2)$$

이와 같이 CMCS는 한계상태식에 대해 어떠한 변형도 가하지 않고 원래의 형태를 그대로 보존하며 파괴확률을 구할 수 있다는 장점이 있으며, 특히, 한계상태식이 확률변수의 명확한 형태로 주어지지 않은 경우에도 파괴여부에 대한 판단을 내릴 수만 있다면 가장 신뢰할 수 있는 파괴확률을 계산할 수 있다.

나. IS(Importance Sampling)

적은 추출 횟수를 필요로 하면서도 비교적 높은 정확도를 갖고 구조물의 파괴확률을 추정할 수 있는 방법이 IS 방법이다. 그러나 일반적인 CMCS는 확률변수 공간의 전체 영역에 대해 추출을 수행하여야 하며, 이론적으로 추출 횟수가 무한대이어야 정확한 결과를 낼 수 있으므로 수치해석 시간이 많이 요구된다. IS는 중요도 추출함수 $h_Y(x)$ 를 도입하여 추출의 중심점을 한계상태식에 의해 정의되는 안전과 파괴의 경계면으로 옮기는 대신 파괴가 발생할 때마다 적절히 가중치를 두어 더하는 방식이다. 파괴확률은 식 (3)과 같이 정의한다. 여기서 $I[g(x) \leq 0]$ 은 한계상태식이 0보다 작은 경우에만 1의 값을 갖는 지시함수이다.

$$P_f = \int I[g(x) \leq 0] \frac{f_X(x)}{h_Y(x)} h_Y(x) dx \quad (3)$$

$$\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(x) \leq 0] \frac{f_X(x)}{h_Y(x)}$$

다. AFOSM(Advanced First Order Second Moment)

정규분포 확률변수 x_i 의 평균과 표준편차가 각각 μ_i , σ_i 일 때, 다음과 같이 확률변수 x_i 의 선형함수로 정의되는 한계상태식이 g 라고 하면,

$$g = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_nx_n \quad (4)$$

이때 한계상태식 g 의 값을 새로운 확률변수 G 라고 하면, 확률변수 G 의 확률분포는 정규분포가 되며 G 의 평균과 분산은 다음과 같다.

$$\mu_G = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_i \quad (5)$$

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j Cov[X_i, X_j] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (6)$$

따라서 한계상태식 g 에 대한 파괴확률은 새롭게 정의된 정규분포 확률변수 G 가 0보다 작을 확률이므로 식 (7)과 같이 쓸 수 있다.

$$P(G \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_G}{\sigma_G}\right) = \Phi(-\beta) \quad (7)$$

이때 $\beta = \mu_G / \sigma_G$ 를 신뢰도 지수(reliability index)라고 정의하며, 기하학적으로 표준정규분포 공간상의 원점으로부터 한계상태식까지의 최단거리를 의미한다^{2,4)}.

라. RSM(Response Surface Methodology)

RSM은 Fig. 3과 같이 적은 횟수의 구조해석 결과를 이용하여 회귀분석(regression analysis) 등의 방법으로 관심이 있는 구조응답을 확률변수의 함수형태로 명확히 근사한 다음, 근사된 한계상태식을 이용하여 신뢰성 해석을 수행하고 안전성을 평가하는 방법이다. 한계상태식을 근사함에 있어서 회귀분석법과 같이 널리 알려진 수학적 방법을 쉽게 적용할 수 있으므로 현재 신뢰성 해석을 위해 현실적으로 이용할 수 있는 새로운 해석방법으로 인식되고 있다.

RSM은 근사의 정도, 근사를 위해 필요한 구조해석의 횟수, 그리고 구조해석을 수행하여야 할 표본점의 선정 등이 중요하다.

RSM의 해석절차는 다음과 같다^[5].

- 실험계획법(design of experiment)을 이용하여 확률변수의 표본을 선택한다.
- 선정된 표본점들에 대한 확정론적 구조 해석을 수행한다.
- 위 해석의 결과를 회귀분석을 통해 1차 혹은 2차의 근사 모델을 구성한다.
- CMCS나 AFOSM과 같은 신뢰성 해석 기법을 이용하여 파괴확률을 계산한다.

또한 신뢰성 해석에 있어서 가장 관심이 있는 영역은 파괴가 발생하기 쉬운 영역이므로 표준화된 확률변수의 공간에서 원점으로부터 가장 가까이 있는 한계상태식상의 점, MPP(Most Probable Point) 근처에서 근사의 정확도가 중요하다.

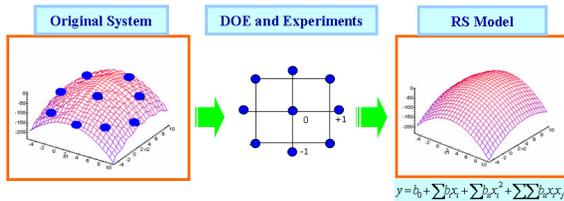


Fig. 3. Response surface methodology

마. PSA(Probabilistic Sensitivity Analysis)

PSA 기법 중 MPP-based sensitivity factor를 이용한 방법은 Fig. 4와 같이 표준정규분포 공간에서 정의된 MPP 좌표에 의해 결정된다. 원점에서 MPP 까지의 최단거리를 나타내는 신뢰도 지수를 각 확률변수의 차원으로 투영하면 식 (8)과 같이 민감도 계수를 구할 수 있다^[6]. 여기서 각 확률변수 S_i 의 합은 1이어야 한다.

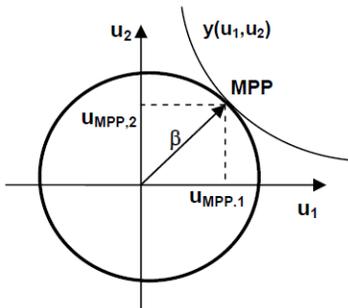


Fig. 4. Illustration of the MPP-based sensitivity measure

$$S_i = \left| \frac{\left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{\phi(u_i)}{h(x_i)} \right)^2}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_j} \frac{\phi(u_j)}{h(x_j)} \right)^2} \right|_{MPP} = \frac{(u_i^{MPP})^2}{\beta^2} \quad (8)$$

3. 수치예제 및 해석결과

가. 수치예제

예제에 사용된 미익 구조는 Fig. 5와 같이 1990년에 개발된 Cranfield A1-100 기체를 참고하였다^[7]. Wing box 구조는 외팔보 형태이며 Fig. 6과 같이 2개의 스파(spar)를 갖는다. 앞전 스파의 위치를 시위선(chord line)의 15%, 뒷전 스파를 조종면의 위치에 맞게 배치하였다. 리브(rib)는 비행경로에 평행하게 배열하였다. Wing box의 단면은 상부스킨(upper skin), 하부스킨(lower skin), 스파, 리브로 구성되어 있다.

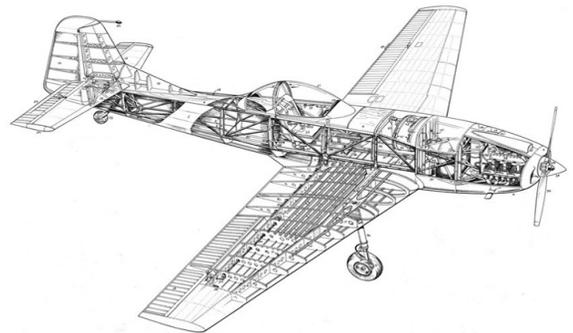


Fig. 5. Cranfield A1 aerobatic aircraft

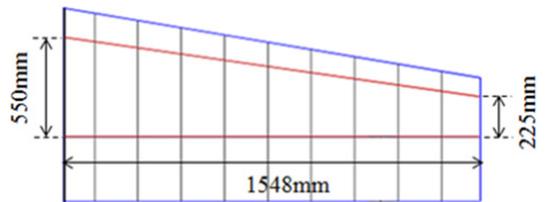


Fig. 6. Tail plane lay-out

사용된 재료는 graphite/epoxy[USN 150B, 제조사 SK chemical]이며, 적층순서는 [0/+45/-45/90]_s로 선정하였다. 앞서 언급한 바와 같이 복합재 적층판은 등가의 직교이방성 재질로 단순화 하였다^[8,9]. 핏칭 기동시 미익 구조에 가해지는 하중은 상부 스킨에 균일하게 작

용한다고 가정하였다.

나. 해석결과

1) 확정론적 최적설계 결과

본 논문에서 최적설계의 목적함수는 무게 최소화이며, 최대 변위가 5mm를 넘지 않도록 구조조건을 선정하였다. 주요 부재의 두께를 설계변수로 하였고 Fig. 7과 같이 주요 부재를 그룹별로 분류하여 최적화시 그룹별로 두께를 조절하였다.

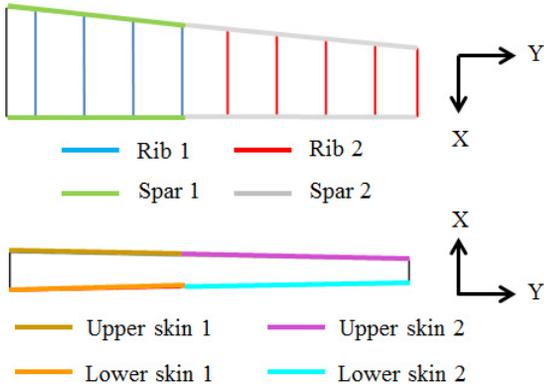


Fig. 7. Classified groups for optimal design

Table 1. Results of deterministic optimal design

Component	Composite	AI 2024-T3
Rib 1 (mm)	1.03	1.01
Rib 2 (mm)	1.00	1.00
Spar 1 (mm)	1.56	1.19
Spar 2 (mm)	1.27	1.08
Upper skin 1 (mm)	2.90	1.74
Upper skin 2 (mm)	1.69	1.19
Lower skin 1 (mm)	2.88	1.65
Lower skin 2 (mm)	1.67	1.16
Spar cap (mm)	1.90	1.09
Weight (kg)	6.22	7.95

최적설계는 상용 프로그램인 Visual DOC를 사용하였으며, SQP(Sequential Quadratic Programming)방법을 이용한 최적설계 결과는 Table 1과 같다. 복합재료를

적용한 경우와 알루미늄(AI 2024-T3)를 적용한 경우를 비교해 보았으며, 그 결과 강성의 차이로 인해 전체적인 두께는 복합재료를 사용한 경우가 증가했지만 전체 무게는 감소함을 알 수 있다.

2) 신뢰성 해석 결과

본 논문의 구조해석에는 상용 유한요소해석 프로그램인 COMSOL, 신뢰성 해석 관련 프로그램은 MATLAB으로 프로그래밍 하였다. 식 (9), (10)과 같은 RSM 근사식 형태를 사용하였다.

$$Type I: \hat{F} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i \quad (9)$$

$$Type II: \hat{F} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2 \quad (10)$$

여기서 b 는 근사식의 계수를 나타내며 x 는 확률변수, n 는 확률변수의 개수를 의미한다. 위 근사식은 구조물의 변위 거동을 나타낸다.

확률변수는 $E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}$, 공력하중(Load)을 선정하였으며, 앞서 확정론적 최적설계에서 계산된 구조치수를 적용하여 신뢰성 해석을 수행하였다. 신뢰성 해석 기법은 CMCS와 AFOSM을 이용하였으며 파괴확률 및 신뢰도 지수, 적합도를 계산하여 분석하였다. 각 확률변수의 물성은 Table 2와 같다^[3,10]. RSM을 이용한 근사 모델 생성시 실험계획법은 MATLAB toolbox에서 제공하는 D-optimal 방법을 사용하였으며 총 243개의 표본점에 대한 확정론적 구조해석을 수행하였다. 또한 근사 모델의 정확도를 판단하기 위해 수정결정계수 (R_{adj}^2)를 이용하였다. Fig. 8은 신뢰성 해석 과정의 흐름도이다.

Table 2. Property of Random variable

	Mean	COV	Distribution
E_1 (GPa)	131	0.046	Normal
E_2 (GPa)	8.2	0.040	
ν_{12}	0.28	0.060	
G_{12} (GPa)	4.5	0.031	
Load (N)	4191	0.026	

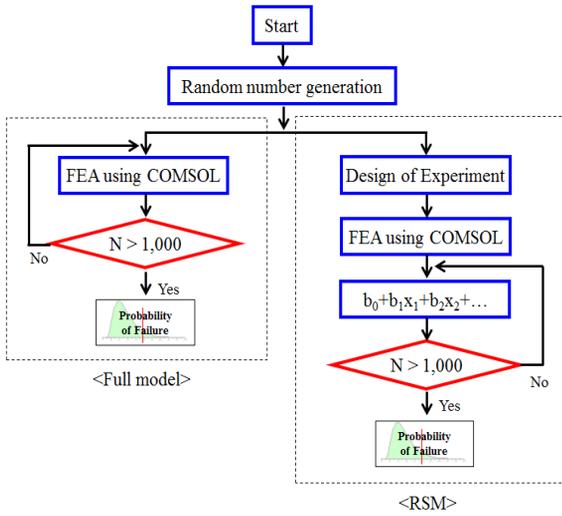


Fig. 8. Flowchart of reliability analysis(CMCS)

파괴조건은 확정론적 최적설계의 구속조건과 같이 최대변위가 5mm가 넘을 경우 발생한다고 가정하였으므로 한계상태식은 식 (11)과 같다.

$$g = 5mm - \delta_{\max}(E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}, Load) \quad (11)$$

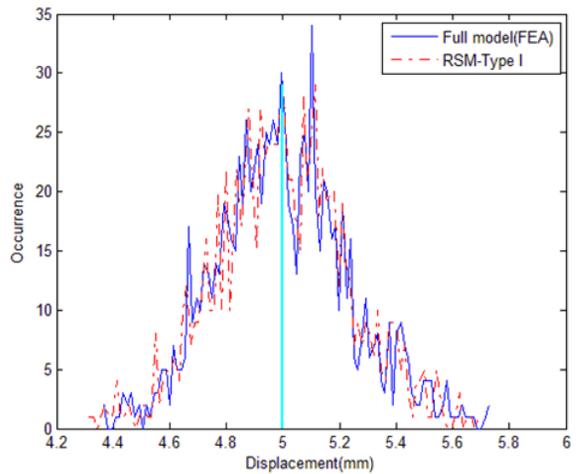
CMCS을 이용하여 계산한 결과, 파괴확률 및 한계상태식의 분포, RSM 근사모델의 적합도를 알 수 있었다. 이 방법은 MPP에 국한되지 않고 확률변수의 분포 영역 전체에 대한 특성을 반영하므로 근사모델의 정확도를 판단할 수 있다. 1,000회의 시뮬레이션 결과를 Table 3에 정리하였다.

Table 3. Result of CMCS

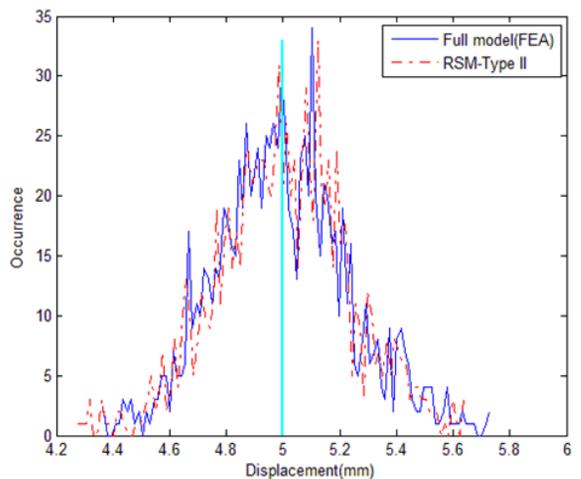
	Full model	RSM-Type I	RSM-Type II
P_f (%)	47.9	49.7	50.0
Computation time (hour)	25	6	6
R_{adj}^2	-	0.9976	0.9911

상대적으로 정확한 full model의 결과와 비교해 볼 때, RSM의 효율 및 정확도가 우수한 것을 알 수 있고, 상대적으로 type I의 RSM 근사식이 더 정확하였다. 여

기서 full model이란, RSM 근사식으로 모사하고자 한 원래의 미익 구조의 변형 형상, 즉 COMSOL을 이용한 해석결과를 의미한다. 확률변수의 분포형태가 정규분포인 영향으로 인해 50%에 가까운 파괴확률이 계산되었다. 그러므로 확정론적 최적설계는 변수의 불확실성을 고려할 경우 구조물의 안전을 보장할 수 없음을 의미한다. Fig. 9는 한계상태식의 분포형태를 나타내고 있으며, 앞서 최대 변위를 파괴 기준으로 정의 했으므로 전체 면적에 대해 5mm가 넘는 상대 면적이 파괴확률이 된다.

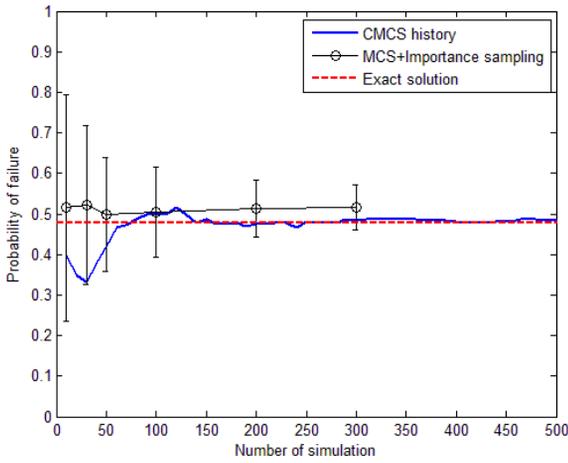


(a) Full model and RSM-Type I

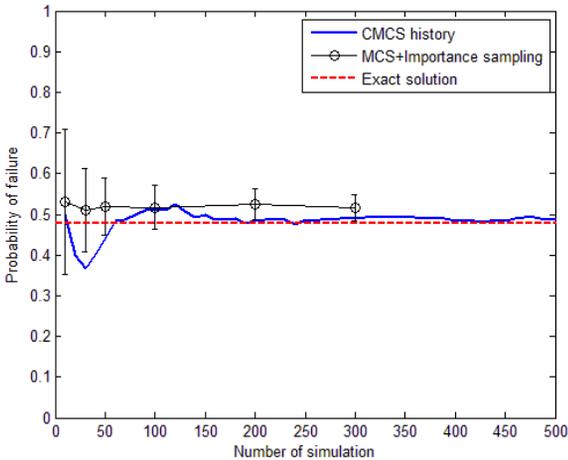


(b) Full model and RSM-Type II

Fig. 9. Distribution of limit state equation



(a) IS using RSM-Type I



(b) IS using RSM-Type II

Fig. 10. Result of IS with number of simulation

CMCS의 계산비용 단점을 보완하기 위하여 IS 방법을 적용하여 결과를 비교해 보았다. 각 시뮬레이션 횟수에 대해 100번의 반복 해석을 수행하여 IS 결과의 평균과 표준편차를 계산하였다. IS를 이용하여 시뮬레이션 횟수를 증가시킬수록(본 논문에서는 최대 300회의 IS 수행) 반복 해석에 의한 표준편차가 줄어드는 것을 Fig. 10에서 확인할 수 있으며, 적은 횟수의 시뮬레이션으로도 full model을 이용한 CMCS의 해석결과(exact solution)를 포함하는 충분한 정확도를 가지는 것을 알 수 있다. Fig. 10(a)는 type I의 근사식을 이용한 결과이고, Fig. 10(b)는 type II를 이용한 결과이다. IS

방법을 이용할 경우, 두 형태의 근사식 형태의 결과는 크게 차이가 없었으나, 반복 수행시 type II의 근사식이 작은 오차 범위를 갖는 것을 알 수 있다.

AFOSM을 이용한 결과, 파괴확률 및 MPP 좌표, 신뢰도 지수(β)를 알 수 있었다. 이 방법은 MPP에서의 국부적인 정확도를 판단할 수 있는 근거가 된다. 그러나 한계상태식의 비선형성이 큰 경우 오차가 증가한다는 단점이 있다. AFOSM을 이용한 신뢰성 해석 결과를 Table 4에 정리하였다.

Table 4. Result of AFOSM

	Full model (CMCS)	RSM-Type I	RSM-Type II
P_f (%)	47.9	48.7	46.8
β	-	3.31e-2	7.91e-2

앞선 CMCS의 결과와 마찬가지로 상대적으로 정확한 full model의 결과와 비교할 때, RSM 근사 모델이 충분한 정확성을 가지는 것을 알 수 있었다. 또한 상대적으로 type I의 근사식이 더 좋은 정확도를 나타내었다.

PSA 기법을 이용한 민감도 해석 결과를 Table 5에 정리하였다. 그 결과, 확률변수들 중 E_1 이 해석결과에 가장 영향을 많이 미치는 것을 알 수 있었다.

Table 5. Result of sensitivity analysis

	RSM-Type I	RSM-Type II
E_1	7.00e-1	7.03e-1
E_2	1.76e-3	1.82e-3
ν_{12}	5.33e-6	3.38e-6
G_{12}	2.80e-3	2.92e-3
Load	2.95e-1	2.92e-1

4. 결론

본 논문에서는 비행체 미익 구조에 대한 확률론적 최적설계를 수행하여 복합재료와 일반 금속을 적용하였을 때, 그 결과를 비교하였다.

이 최적설계 결과를 적용하여 CMCS와 AFOSM 방법을 이용한 신뢰성 해석을 수행하였다. 그 결과, RSM 근사 모델의 포괄적인 영역에 대한 정확도 뿐 아니라, MPP 근처에서의 국부적인 정확도도 충분히 만족함을 알 수 있었고 해석시간도 상당히 감소한 것을 알 수 있었다.

AFOSM 방법의 이론은 한계상태식을 선형화함으로써 근본적인 오차를 내재하고 있다. 반면 가장 단순하고 정확한 이론인 CMCS는 추출 횟수가 무한대이어야 오차가 없다는 이론적 한계가 있는데, 이를 보완하고 계산 효율을 높이기 위해 IS 방법을 적용하였다. 그 결과, 단순한 CMCS에 비해 적은 추출 횟수로도 만족할 만한 정확성을 갖는 것을 확인하였다.

또한 PSA 방법을 이용하여 각 확률변수의 민감도를 간단한 수치해석 과정으로 알아낼 수 있었다.

본 논문의 결과는 향후 확정론적 최적설계의 한계를 보완하고 해석 시간을 줄일 수 있는 신뢰성 기반 최적설계 방법에 대한 연구에 활용될 것이다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2010-0027655).

References

- [1] Lee, S. and Kim, I., “Reliability Analysis for Composite Laminated Plate Using Hybrid Response Surface Method”, *Journal of the Korean Society for Composite Materials*, Vol. 23, No. 2, pp. 40~47, 2010.
- [2] Haldar, A. and Mahadevan, S., *Reliability Assessment using Stochastic Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- [3] Choi, Y., Kim, I. and Lee, S., “Probabilistic Load Analysis for Tailplane Considering Uncertainties in Design Variables”, *Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology*, Vol. 13, No. 6, pp. 1043~1050, 2010.
- [4] 양영순, 서용석, 이재욱, *구조 신뢰성 공학*, 서울대학교 출판부, pp. 47~50, 1999.
- [5] Myers, R. H. and Montgomery, D. C., *Response Surface Methodology*, John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [6] Liu, H. and Chen, W., “Probabilistic Sensitivity Analysis Methods for Design Under Uncertainty”, *AIAA 2004-4589*, pp. 5~6, 2004.
- [7] Howe, D., *Aircraft Loading and Structural Layout*, AIAA, Education Series, pp. 475~494, 2004.
- [8] Swanson, S. R., *Introduction to Design and Analysis with Advanced Composite Materials*, Prentice-Hall International Inc., 1997.
- [9] Voyiadjis, G. Z. and Kattan, P. I., *Mechanics of Composite Materials with MATLAB*, Springer, pp. 169~170, 2005.
- [10] Jeong, H. K. and Sheno, R. A., “Probabilistic Strength Analysis of Rectangular FRP Plates Using Monte Carlo Simulation”, *Computers and Structures* 76, pp. 219~235, 2000.
- [1] Lee, S. and Kim, I., “Reliability Analysis for Composite Laminated Plate Using Hybrid Response