

# SIMPLE Algorithm기반의 비압축성 Navier-Stokes Solver를 이용한 Immersed Boundary Method의 적용

김 건 흥, 박 승 오\*

한국과학기술원 항공우주공학과

## IMPLEMENTATION OF IMMERSSED BOUNDARY METHOD TO INCOMPRESSIBLE NAVIER-STOKES SOLVER USING SIMPLE ALGORITHM

G.H. Kim and S.O. Park\*

Dept. of Aerospace Engineering, KAIST

*Immersed boundary method(IBM) is a numerical scheme proposed to simulate flow field around complex objectives using simple Cartesian grid system. In the previous studies, the IBM has mostly been implemented to fractional step method based Navier-Stokes solvers. In this study, we implement the IBM to an incompressible Navier-Stokes solver which uses SIMPLE algorithm. The weight coefficients of the bi-linear and quadratic interpolation equations were formulated by using only geometric information of boundary to reconstruct velocities near IB. Flow around 2D circular cylinder at  $Re=40$  and  $100$  was solved by using these formulations. It was found that the pressure buildup was not observed even when the bi-linear interpolation was adopted. The use of quadratic interpolation made the predicted aerodynamic forces in good agreement with those of previous studies. For an analysis of moving boundary, we simulated an oscillating circular cylinder with  $Re=100$  and  $KC$ (Keulegan-Carpenter) number of  $5$ . The predicted flow fields were compared with experimental data and they also showed good agreements.*

**Key Words** : 가상경계법(Immersed Boundary Method), SIMPLE Algorithm, 비압축성 Navier Stokes Solver

### 1. 서 론

Immersed Boundary Method(IBM)는 Cartesian grid 기반 격자계를 사용하여 별도의 격자계를 사용하지 않고 물체 주변의 유동장을 해석하기 위한 CFD 기법이다. Body fitted grid를 사용하는 CFD 방법과 달리 해석하고자 하는 대상의 경계 조건이 해석 과정에 직접적으로 적용되지 않고, 추가적인 항을 지배 방정식에 더함으로써 해석하고자 하는 대상에 의한 유동장에서의 효과를 모사한다. 이러한 IBM은 격자 구성이 단순하고 복잡한 형상에 대한 해석을 수행하기에 유리한 것으로 알려져 있다.

IBM은 Peskin(1972)에 의해 심혈관류 유동 모사에 처음 적용되었다[1]. Peskin은 공간상에 자유롭게 움직이는 물체를 Lagrangian 변수로 표현하며, 이에 의한 효과를 공간상에 고정되어 있는 Cartesian mesh에서 정의된 Eulerian 변수로 전달하도록 하였다. 이 때 물체의 위치 정보와 탄성력을 Cartesian mesh로 전달하기 위해 Dirac delta 함수의 smoothed approximation을 사용하였는데, 이러한 forcing 함수를 사용하는 IBM을 continuous forcing 방법이라 한다[2]. Continuous forcing은 움직이는 임의의 물체를 해석하기에 유리하나 forcing 함수의 특성상 물체의 효과가 여러 셀에 걸쳐서 적용되고, 결과적으로 대상의 정확한 경계(sharp edge)를 모사하기가 어렵다. 따라서 높은 레이놀즈수의 유동에 적용하기 어려운 단점이 있다.

IBM의 또 다른 방법으로 discrete forcing 방법이 있다. 이는 immersed boundary(IB)와 유동장 정보로부터 IB 주변의 유동장을 재구성(reconstruct)하는 방법으로 해석하고자 하는 물

Received: September 29, 2011, Revised: February 3, 2012,  
Accepted: February 6, 2012.

\* Corresponding author, E-mail: sopark@kaist.ac.kr

DOI <http://dx.doi.org/10.6112/ksce.2012.17.1.044>

© KSCFE 2012

체의 경계면(sharp edge)를 모사할 수 있으며 높은 레이놀즈수 유동에 적용할 수 있는 이점이 있는 것으로 알려져 있다. Discrete forcing은 indirect forcing과 direct forcing 기법으로 세분화된다. Mohd-Yossuf와 Verzicco 등이 사용한 indirect forcing 방법은 forcing 항을 계산하고 이를 지배 방정식에 추가함으로써 물체의 효과를 반영한다[3,4]. Direct forcing은 forcing 항을 추가하지 않는 대신, 속도에 대한 interpolation 식을 구성하고 이를 이용하여 모멘텀 방정식을 대체함으로써 직접적으로 IB 근처의 유동장을 재구성하는 방법이다. Interpolation 방법으로는 선형이나 2차 보간법이 주로 적용되며 이 때 ghost-cell 또는 cut-cell 방법을 이용한다[5].

기존의 IBM 연구는 대부분 fractional step 방법을 이용한 Navier Stokes solver에 적용되었다. 이러한 경우 선형 보간법과 일반적인 질량 보존 방법(standard mass conservation)을 적용했을 때 IB가 지나는 셀에서 압력이 증가하는 pressure build-up 현상이 관찰되었다. 이를 해결하기 위하여 Kang 등 [6]은 모멘텀 방정식을 고려한 interpolation 기법을 제안한 바 있다.

본 연구에서는 비압축성 유동의 수치해법으로 넓게 활용되고 있는 SIMPLE 기법 기반의 solver에 IBM 기법을 적용하여 그 효용성을 알아보려고 한다. 과거 SIMPLE 기반의 비압축성 NS solver에도 IBM을 적용한 사례가 있었으나, 정상 상태의 계산에만 적용되었다[7]. 본 연구에서는 정상 상태 뿐만 아니라 비정상 유동의 경우에도 IBM 기법을 적용하여 그 결과를 검토하고자 한다. 이를 위하여 선형 및 2차 interpolation 방정식을 구성하여 SIMPLE algorithm 기반의 Navier Stokes solver에 IBM을 적용하였다. 이 때 interpolation 식은 IB 근처 유동장의 속도와 격자 정보, 그리고 IB의 형상 정보만을 이용하여 구성하였다. 이를 적용하여 Re=40과 100인 경우 2차원 원형 실린더의 비정상 유동장 해석을 수행하고 그 결과를 비교하였다. 움직이는 대상에 대한 적용하기 위하여 Re = 100이고 Keulegan-Carpenter 수가 KC=5의 조건으로 진동하는 2차원 원형 실린더에 대한 해석을 수행하고 그 결과를 실험 결과와 비교하였다.

## 2. 수치 해석

### 2.1 지배방정식

비압축성의 Navier Stokes 방정식과 연속 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u_i dV + \int_S \rho u_i \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = \int_S \tau_{ij} \mathbf{j}_j \cdot \mathbf{n} dS - \int_S p \mathbf{i}_i \cdot \mathbf{n} dS \quad (1)$$

$$\int_S \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (2)$$

본 연구에 사용한 code에서는 식 (1)을 cell-centered Cartesian 격자계에서 이산화 하였다. 3 time step의 2차 정확도를 갖는 implicit 방법을 이용하여 시간항을 이산화 하였으며, 공간상에서 diffusive flux는 중앙 차분을 이용하였고 convective flux는 다음과 같은 deferred correction을 이용하여 2차의 정확도를 갖도록 이산화 하였다[8].

$$F_c^{m+1} = [F_c^{UDS}]^{m+1} + [F_c^{CDS} - F_c^{UDS}]^m$$

여기서  $F_c$ 는 convective flux를 의미하고 위첨자 UDS와 CDS는 각각 전방차분과 중앙차분을 의미한다. 위첨자  $m$ 과  $m+1$ 은  $n$ 번째 time step에서의 반복계산 횟수(sub-iteration number)를 나타낸다.

이상의 방법으로 이산화하고 정리하면  $u$  방향의 모멘텀 방정식은 다음과 같은 선형 연립 방정식으로 정리된다[9].

$$A_p^{u_i} u_{i,p}^{m+1} + \sum_L A_L^{u_i} u_{i,L}^{m+1} = Q_p^{u_i}, \quad L = E, W, N, S \quad (3)$$

여기서  $A_p^{u_i}$ 와  $A_L^{u_i}$ 는 선형 모멘텀 방정식의 계수로 다음과 같다.

$$A_L^{u_i} = \min(\dot{m}_p, 0) - \frac{\mu_i S_i}{\sqrt{\Delta x_{LP}^2 + \Delta y_{LP}^2}}$$

$$A_p^{u_i} = A_p^t - \sum_L A_L^u, \quad \text{where } A_p^t = \frac{3\rho\Delta V}{2\Delta t}$$

여기서  $A_p^t$ 는 식 (1)에서 비정상항에 의해 유도되는 계수이다.  $Q_p^{u_i}$ 는 선형 모멘텀 방정식의 소스항으로 대류와 확산항의 explicit part와 압력, 비정상항에 의한 소스항이 포함된다. 식 (3)과 같은 선형 모멘텀 방정식을 풀기 위해 Strong Implicit Procedure(SIP)를 사용하였다[10].

식 (3)의 계산 결과 얻은 속도장은 보통 질량 보존을 만족하지 않으며, 계산 과정에서 압력은 이전 반복 계산 단계에서의 값이 변수가 아닌 상수로 작용한다. 따라서 압력이 수정되고 이에 따라 속도도 수정되어야 하는데, 이러한 과정이 SIMPLE 방법이다. 압력과 속도의 수정은 다음과 같은 관계식을 통해 이루어진다.

$$u_i^{m+1} = u_i^{m*} + u_i' \quad \text{그리고} \quad p^{m+1} = p^{m*} + \alpha_p p' \quad (4)$$

여기서 위첨자  $m^*$ 는  $m$  번째 반복계산 단계에서 식 (3)을 풀어 구해진 값을 의미하며  $\alpha_p$ 는 압력 수정항의 under-relaxation 계수로  $0 \leq \alpha_p \leq 1$ 의 값을 갖는다.  $u_i'$ 은 속도 수정항으로 점 P에서의 속도 수정항은 다음과 같이 계산한다.

$$u_{i,P}' = -\frac{1}{A_P^{u_i}} \left( \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right)_P \quad (5)$$

압력 수정항  $p'$ 을 구하기 위해서는 먼저 모멘텀 방정식에 divergence를 취하고 식 (4)의 관계식을 대입한다. 그리고 연속 방정식을 적용하면 다음과 같은 압력 수정 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\rho}{A_P^{u_i}} \left( \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) \right]_P = \left[ \frac{\partial(\rho u_i^{m*})}{\partial x_i} \right]_P \quad (6)$$

식 (6)은 압력 수정항에 대한 Poisson 방정식으로 이산화하여 선형의 방정식으로 정리하고  $p'$ 에 대해 푼다.

이상에서 정리한 식을 바탕으로 SIMPLE 방법을 이용하여 비압축성 Navier-Stokes 방정식의 해를 구하기 위한 과정은 다음과 같다.

1. 새로운 time step에서의 유동장과 압력장을 초기화한다.
2. 선형 모멘텀 방정식을 풀어  $u_i^{m*}$ 를 구한다.
3. 선형 압력 수정 방정식을 풀어  $p'$ 을 구한다.
4. 식 (5)로부터 속도 수정항  $u_i'$ 을 계산하고,  $p'$ 과  $u_i'$ 을 식 (4)에 대입하여 압력과 속도를 수정한다.
5. 속도 수정항  $u_i'$ 과 압력 수정항  $p'$ 이 매우 작아질 때까지 2-5의 과정을 반복한다.
6. 해가 수렴하고 나면 다음 time step으로 진행한다.

## 2.2 Immersed Boundary Method의 적용

본 연구에서는 앞 절에서 설명한 SIMPLE algorithm 기반의 비압축성 NS solver에 direct forcing 방법의 IBM을 적용하였다. Direct forcing 방법을 적용하기 위해서는 먼저 IB 근처에서 다음과 같은 interpolation 식을 구성하고 점 P에서 식 (3)을 다음 식으로 대체하여 계산한다.

$$u_{i,P}^{m+1} = \sum_l w_l u_{i,l}^{m+1} + w_{IB} u_{i,IB}^{m+1} \quad (7)$$

여기서  $P$ 는 IB에 의한 효과를 적용하기 위한 IB 근처의 한 점이다.  $w_i$ 는 interpolation 식의 가중 계수이며 아래 첨자  $i$ 는 점 P 주변의 유동장에 위치한 점을 의미한다. 아래 첨자 IB

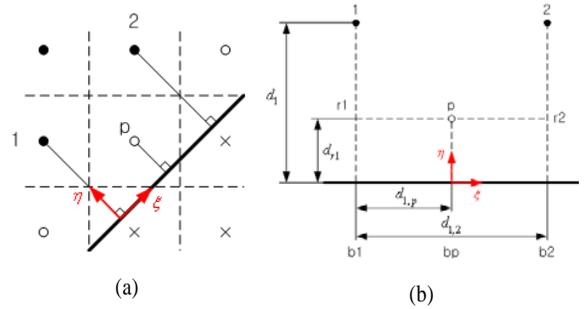


Fig. 1 Grids for estimating the weight coefficients by using the bi-linear interpolation

는 IB 상의 점으로, 점 P로부터 IB에 수직하게 내린 수선의 발이다. 가중 계수는 어떠한 종류의 보간법을 적용하는지에 따라 결정된다. 여기서는 IB 주변의 유동장을 재구성하기 위해 bi-linear와 2차의 보간법을 이용하였다.

### 2.2.1 Bi-linear Interpolation

Bi-linear interpolation을 구성하기 위해서 Fig. 1(a)와 같은 IB와 유동장을 고려한다. Fig. 1(a)에서 점 P는 forcing이 적용되는 점이며 점 1과 2는 선형 보간법을 적용하기 위해 참조되는 유동장의 점들이다. 이들 점들은 재구성하고자 하는 셀 P와 인접한 셀들의 점으로 선택할 수 있다. IB에 수직한 방향의 좌표와 접선 방향 좌표를 각각  $\eta$ 와  $\xi$ 라 하면 점 P를 중심으로 한 로컬 좌표계를 Fig. 1(b)와 같이 고려할 수 있다. Fig. 1(b)에서  $d$ 는 두 점 사이의 거리를 의미한다.

Bi-linear interpolation을 적용하기 위해 IB 근처에서 속도  $u_i$ 는  $\eta$  및  $\xi$  방향으로 구분적으로 선형의(piecewise linear) 분포를 갖는다고 가정한다. 이 때 점 P에서 속도  $u_{i,P}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_{i,P}^{m+1} = \left( \frac{d_{1,p}}{d_{1,2}} \right) u_{i,r_2}^{m+1} + \left( 1 - \frac{d_{1,p}}{d_{1,2}} \right) u_{i,r_1}^{m+1} \quad (8)$$

여기서  $u_{i,r_1}$ 과  $u_{i,r_2}$ 는 각각  $u_{i,1}$ 과  $u_{i,2}$  그리고 IB로부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$u_{i,r_1}^{m+1} = \frac{d_{r_1}}{d_1} u_{i,1}^{m+1} + \left( 1 - \frac{d_{r_1}}{d_1} \right) u_{i,b_1}^{m+1} \quad (9)$$

$$u_{i,r_2}^{m+1} = \frac{d_{r_2}}{d_2} u_{i,2}^{m+1} + \left( 1 - \frac{d_{r_2}}{d_2} \right) u_{i,b_2}^{m+1}$$

여기서  $b_1$ 과  $b_2$ 는 IB 위의 점으로  $n+1$  번째 time step에서

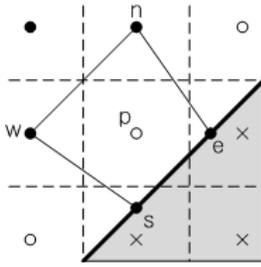


Fig. 2 A stencil for applying the quadratic interpolation

IB의 속도는 일정하므로 상수가 된다. 식 (9)를 식 (8)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 interpolation 식을 얻을 수 있다.

$$u_{i,P}^{m+1} = \left(1 - \frac{d_{1,p}}{d_{1,2}}\right) \frac{d_{r_1}}{d_1} u_{i,1}^{m+1} + \frac{d_{1,p}}{d_{1,2}} \frac{d_{r_2}}{d_2} u_{i,2}^{m+1} + \left[ \left(1 - \frac{d_{1,p}}{d_{1,2}}\right) \left(1 - \frac{d_{r_1}}{d_1}\right) u_{i,b_1} + \frac{d_{1,p}}{d_{1,2}} \left(1 - \frac{d_{r_2}}{d_2}\right) u_{i,b_2} \right]$$

또는,

$$u_{i,P}^{m+1} = w_1 u_{i,1}^{m+1} + w_2 u_{i,2}^{m+1} + w_{IB} u_{i,IB} \tag{10}$$

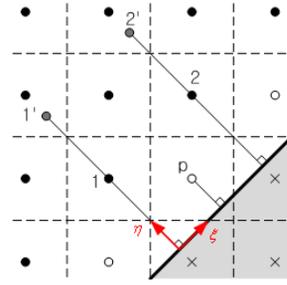
즉, 점 P에서의 속도는 점 1과 2 그리고 IB의 정보로부터 구할 수 있다. 특히 식 (10)에서 가중 함수는 유동장의 격자 정보와 가상 경계의 형상 정보만을 이용하여 구할 수 있다. 만약 정지된 물체 주변의 유동장을 해석하고자 한다면  $u_{i,IB} = 0$ 이므로 식 (10)의 우변에서 마지막 항은 사라진다.

2.2.2 Quadratic Interpolation

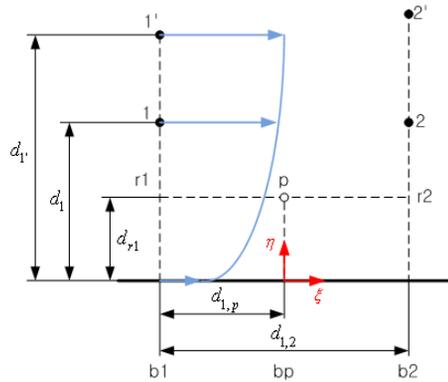
P점을 중심으로 한 공간상의 임의의 점  $(x_1, x_2)$ 에서 속도는 2차 보간법을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_i^{m+1}(x_1, x_2) = a_1 x_1^2 + a_2 x_1 + b_1 x_2^2 + b_2 x_2 + u_{i,P}^{m+1} \tag{11}$$

여기서  $x_1$ 과  $x_2$ 는 점 P를 중심으로 하는 로컬 좌표계이다. 위 식에서  $a_1, a_2, b_1, b_2$ 의 보간법 계수와 점 P에서의 속도  $u_{i,P}$ 의 총 5개의 계수를 구해야 한다. 이를 위해서 Fig. 2와 같이 보간법을 적용하기 위한 stencil을 고려한다. 이 때 stencil은 재구성하고자 하는 cell의 점 P와 유동장에 위치한 reference 점들(N,W), 그리고 IB 표면의 임의의 두 점들(e,s)을 잇는 선으로 구성된다. 하지만 이러한 stencil에서 점 P를 중심으로 주변의 네 점만 선택할 수 있으므로 식 (11)에서 알아야 하는 다섯 개의 계수를 구할 수 없다. 다섯 개의 계수를 결정하기 위해서는 하나의 추가적인 식이 필요한데, 이를 위



(a)



(b)

Fig. 3 Grids for estimating the weight coefficients by using quadratic interpolation

해서 모멘텀 방정식을 이용할 수 있다[6].

또 다른 방법은 보간법을 적용하기 위해 필요한 추가적인 점을 선택하고, 이 위치에서의 속도 및 위치 정보를 explicit하게 취급하여 반복적으로 계산하는 것이다. 이를 위해 Fig. 3과 같은 좌표 및 IB 구성을 고려한다.

Bi-linear interpolation과 마찬가지로 IB에 수직인 방향과 접선 방향의 좌표를 각각  $\eta$ 와  $\xi$ 라 한다. 또 IB 근처에서 벽면에 수직인 방향으로 속도는 2차 함수의 분포를 가지며 접선 방향으로서는 구분적으로 선형의 분포를 갖는다고 가정한다. 즉,

$$u_i(\eta) = a_2 \eta^2 + a_1 \eta + u_{i,b} \tag{12}$$

이와 같이 구할 수 있다. 위 식에서 계수  $a_1$ 과  $a_2$ 를 구하기 위해서는 IB위의 점과 점 1 이외에 추가적으로 하나의 점이 더 필요하다. 이 점을 1'이라 하고, 점 1'은 유동장 영역에서 점 1과 IB를 수직하게 이은 선 위의 임의의 한 점으로 선택한다. 이들 점에서의 위치와 유동장 정보로부터 다음과 같은 연립 방정식을 구성할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} u_{i,1} \\ u_{i,1'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1^2 & d_1 \\ d_1^2 & d_1' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_2 \\ a_1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u_{i,b_1} \\ u_{i,b_1} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

식 (13)에서 계수  $a_1$ 과  $a_2$ 에 대해 풀면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} a_1 &= -\frac{d_1'}{d_1} \frac{1}{d_1 - d_1'} u_{i,1} + \frac{d_1}{d_1'} \frac{1}{d_1 - d_1'} u_{i,1'} + \frac{d_1 - d_1'}{d_1 d_1'} u_{i,b_1} \\ a_2 &= \frac{1}{d_1} \frac{1}{d_1 - d_1'} u_{i,1} - \frac{1}{d_1'} \frac{1}{d_1 - d_1'} u_{i,1'} - \frac{1}{d_1 d_1'} u_{i,b_1} \end{aligned} \quad (14)$$

따라서 점  $r_1$ 에서의 속도  $u_{i,r_1}$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{i,r_1} &= a_2 d_{r_1}^2 + a_1 d_{r_1} + u_{i,b_1} \\ &= -\frac{d_{r_1}}{d_1} \frac{d_1' - d_{r_1}}{d_1 - d_1'} u_{i,1} \\ &\quad + \frac{d_{r_1}}{d_1'} \frac{d_1 - d_{r_1}}{d_1 - d_1'} u_{i,1'} + \frac{d_{r_1}}{d_1} \frac{d_1 - d_1' - d_{r_1}}{d_1'} u_{i,b_1} \end{aligned} \quad (15)$$

마찬가지 방법으로  $r_2$ 점에서의 속도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{i,r_2} &= -\frac{d_{r_2}}{d_2} \frac{d_2 - d_{r_2}}{d_2 - d_2'} u_{i,2} \\ &\quad - \frac{d_{r_2}}{d_2'} \frac{d_2 - d_{r_2}}{d_2 - d_2'} u_{i,2'} + \frac{d_{r_2}}{d_2} \frac{d_2 - d_2' - d_{r_2}}{d_2'} u_{i,b_2} \end{aligned} \quad (16)$$

IB로부터  $r_1$ 과  $r_2$ 에 수직인 거리를 IB로부터 점 P에 수직인 거리와 같다고 두면  $d_{r_1} = d_{r_2} = d_p$ 가 된다.  $\xi$  방향으로 구분적으로 선형이라 가정하였으므로 점 P에서의 속도 변수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{i,p}^{m+1} &= w_1 u_{i,1}^{m+1} + w_2 u_{i,2}^{m+1} + Q_p \\ &= -\left(1 - \frac{d_{1,p}}{d_{1,2}}\right) \frac{d_p}{d_1} \frac{d_1 - d_p}{d_1 - d_1'} u_{i,1}^{m+1} \\ &\quad - \frac{d_{1,p}}{d_{1,2}} \frac{d_p}{d_2} \frac{d_2 - d_p}{d_2 - d_2'} u_{i,2}^{m+1} + Q_p \end{aligned} \quad (17)$$

여기서  $Q_p$ 는 상수항으로 IB의 정보  $u_{i,b_1}$ ,  $u_{i,b_2}$  및 점 1', 2'에서의 정보  $u_{i,1'}^m$ ,  $u_{i,2'}^m$ 을 포함하고 있다. 점 1'과 2'은 일반적인

로 격자와 일치하지 않으므로 주변 값을 이용하여 보간법으로 구한다. 이 때 이전 반복계산 단계에서의 값을 이용하여 모멘텀 방정식에 적용하는 과정에서 explicit하게 다루고, 점 1과 2에 의한 영향만을 implicit하게 계산한다. 반복 계산을 통해 해가 수렴하게 되면  $u_{i,1'}^{m+1} \simeq u_{i,1'}^m$ 이므로  $m+1$ 단계에서 IB에 수직인 방향으로 2차 함수 형태를 만족한다. 본 연구에서는 점 1'과 2'의 위치는 IB로부터 점 1과 2까지의 수직 거리의 2배 또는 3배가 되는 위치로 선택하여 계산하였다.

Bi-linear나 quadratic 보간법을 적용하는데 있어서 Reference 점이 하나만 존재하는 경우, 이 reference 점에서 벽면에 수선의 발을 내리고 동일한 보간법을 적용할 수 있다. 이 때 제 2의 reference point는 없으므로 식 (9)의 첫 번째 식과 식 (15)가 재구성 방정식이 된다.

### 2.2.3. Moving Boundary

이상의 방법을 이용하여 정지되어 있거나 움직이는 대상 주변의 유동장 해석을 수행할 수 있다. 정지된 물체 주변의 유동장을 해석하고자 하는 경우 식 (10)과 (13)에서 경계면에서의 속도를 0으로 두면 간단히 적용할 수 있다. 움직이는 물체 주변의 유동장 해석의 경우 물체 중심에서의 평행 이동 속도와 회전 속도 정보로부터 IB, 즉 대상 표면의 속도 정보를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\vec{u}_{IB} = \vec{r}_{IB} \times \vec{\omega}_c + \vec{u}_c \quad (18)$$

여기서  $\vec{r}_{IB}$ 는 물체의 중심으로부터 IB에 이르는 거리 벡터이다. 이를 식 (10)과 (13)에서 IB의 속도로 이용하여 이상의 방법을 적용할 수 있다.

이동하는 물체를 해석하는 경우 점은 경계 내부의 점에서 속도와 압력을 처리하는 과정을 주의해야 한다.  $m$  time step에서 경계 내부에 위치하는 한 점  $P_1$ 이  $m+1$  time step에서 유동장에 위치하게 되었을 때 비정상 계산을 수행하면  $m$  time step에서의 값을 바탕으로 새로운 time step에서의 값을 예측하게 된다. 따라서 이전 time step에서 이 점  $P_1$ 에 잘못된 값이 들어가게 된다면 결과적으로 엉뚱한 해를 예측할 수 있다. 이를 해결하기 위하여 식 (18)을 이용하여 경계 내부에 위치한 점들은 solid의 local velocity로 forcing하도록 하였다. 이 때  $\vec{r}_{IB}$ 는 물체 중심으로부터 local point까지의 거리 벡터인  $\vec{r}_P$ 로 대체하여 적용한다. 이와 같은 방법을 통하여 경계면을 기준으로 외부와 내부의 유동장은 연속적인 속도 분포를 가지게 되므로 움직이는 대상에 대해서도 비교적 타당한 결과를 얻을 수 있다.

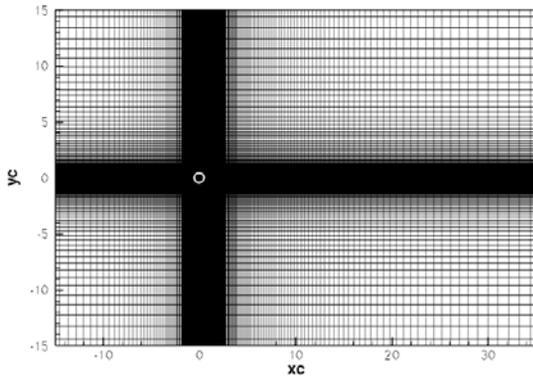
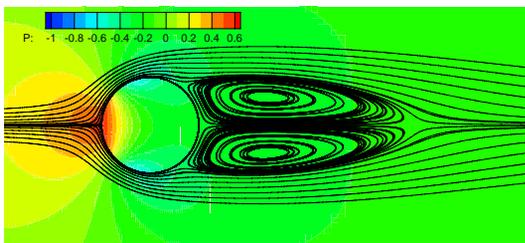
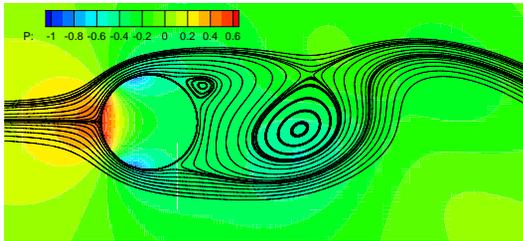


Fig. 4 The grid for simulating the flow passing through a circular cylinder(grid1)



(a)  $Re = 40$



(b)  $Re = 100$

Fig. 5 Streamlines of the flow around a circular cylinder

### 3. 해석 결과

#### 3.1 정지된 2차원 원형 실린더를 지나는 유동

이상의 결과를 적용하여  $Re = 40$ 과  $100$ 인 경우 2차원 원형 실린더 주변의 유동장을 해석하였다. Fig. 4는 계산을 수행하기 위한 계산 영역과 격자 구성을 나타내고 있다. 원형 실린더의 중심은 격자계의 원점에 위치하며 계산 영역은  $50D \times 30D$ 로 설정하였다. 계산은 grid1( $230 \times 160$ )과 grid2( $370 \times 280$ )의 두 가지 격자에 대해 수행 하였다. 여기서 forcing 이 적용되는 interface cell의 개수는 각각 144개와 284개이다. 유동은 왼쪽에서 오른쪽으로 흐르도록 설정하였으며, 계산 영

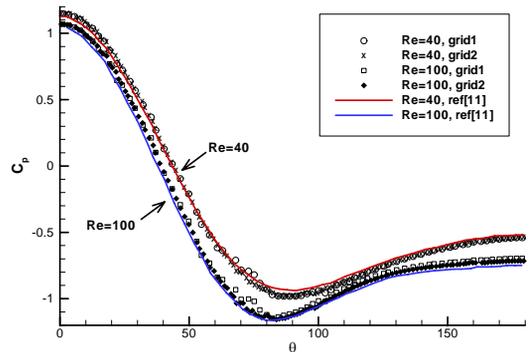


Fig. 6 Pressure coefficient distributions estimated by using the quadratic interpolation along the upper surface of the cylinder

역의 왼쪽 경계면인 inflow와 위·아래 경계면인 far field 경계면에서는 Dirichlet 경계 조건( $u = U_\infty, v = 0$ )을 적용하였고, outflow 경계면에서는 Neumann 경계 조건을 적용하였다.

Fig. 5는 grid1 격자와 2차 보간법을 이용하여 계산한 결과 얻어진 원형 실린더 주변의 유선을 나타내고 있다. Fig. 5(a)에서  $Re$ 가 40인 경우 원형 실린더 후방으로 한 쌍의 서로 대칭인 와류가 위치하고 있다. Fig. 5(b)는  $Re$ 가 100인 경우 계산 결과로 비정상 계산 결과 중 순간적인 결과를 나타낸 것으로, 원형 실린더 후방으로 와류가 떨어져 나가는 모습을 확인할 수 있다. Fig. 6은  $Re$ 가 40인 경우와 100인 경우 실린더 윗면의 압력 계수 분포를 나타내고 있다. grid1과 grid2를 이용한 계산 결과를 body-fitted 격자를 이용하여 계산한 결과와 함께 나타내었다[11].  $\theta$ 는 원형 실린더 위의 한 점과 원점을 연결한  $x$  축과 이루는 각을 의미하며, 앞전에서  $\theta = 0^\circ$ , 뒷전에서  $\theta = 180^\circ$ 가 된다.

IBM을 이용한 계산 결과는 body-fitted 격자를 이용하여 계산한 결과와 잘 일치하는 모습을 보인다. 다만 body-fitted 격자를 이용한 계산 결과는 벽면을 따라서 부드러운 압력 계수의 분포를 보이지만 IBM을 이용한 계산 결과는 벽면을 따라 압력 계수의 분포가 꿈틀대는(wiggling) 모습을 확인할 수 있다. 특히 격자가 성긴 grid1의 경우 압력 계수의 꿈틀거리는 모습이 더 확연히 나타난다. 이는 IBM을 이용할 경우 유동 변수가 저장되는 점이 IB로부터 떨어진 거리가 벽면을 따라 일정하지 않기 때문인 것으로 예상된다.

Fig. 7은 grid2 격자에서 선형과 2차의 interpolation 식을 이용하여 IBM을 적용하여 구한 원형 실린더 윗면에서의 압력 계수 분포를 비교하고 있다. 두 방법을 이용한 계산 결과는 서로 잘 일치하며 body-fitted 계산 결과와도 잘 일치하는 모습을 확인할 수 있다. 2차의 interpolation을 이용한 경우  $\theta = 0^\circ$  부근에서 선형 interpolation보다 wiggling이 적게 일어

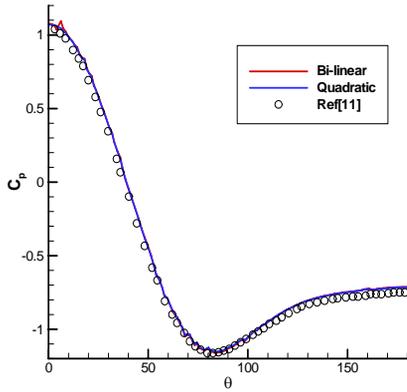


Fig. 7 Comparison of the pressure coefficients predicted using bi-linear and quadratic interpolations along the upper surface of the circular cylinder

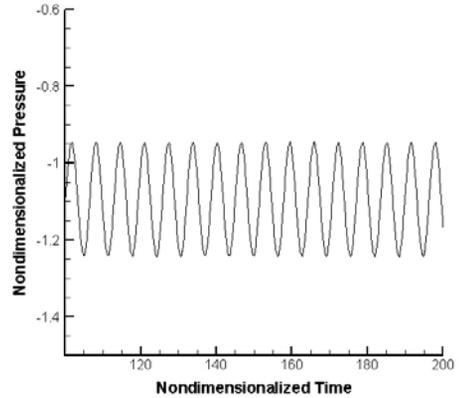


Fig. 8 Change of the nondimensionalized pressure at  $\theta = 70^\circ$

나는 것을 확인하였다.

Table 1에는  $Re$ 가 40인 경우 재순환 영역의 길이, 항력 계수 그리고 압력에 의한 항력 계수의 계산 결과를 나타내고 기존 연구 결과와 비교하였다. Table 2에는  $Re$ 가 100인 경우 평균 항력 계수, 항력 계수와 양력 계수의 진폭, 그리고 양력의 Strouhal 수를 나타내고 기존 연구 결과와 비교 하였다. 선형과 2차의 interpolation 식을 이용하는 IBM을 적용하여 계산한 결과 구해진 공력 계수 및 공력 계수의 진폭, 그리고 재순환 영역 길이는 비교적 잘 일치하였다. 다만  $Re$ 가 100인 경우 양력 계수의 Strouhal 수  $St = fD/U_\infty$ 는 기존의 연구보다 약간 낮게 예측되었다.

Fig. 8은 일반적인 질량 보존과 선형 interpolation 식을 이용하여  $Re = 100$ 인 경우의 계산 결과  $\theta = 70^\circ$ 인 위치에서 시간에 따른 무차원화 된 압력  $p/\frac{1}{2}\rho U_\infty^2$ 의 변화를 나타낸다. Fig. 8에서 형상 정보만을 이용하여 구성된 선형 interpolation 식을 이용하는 IBM과 일반적인 질량 보존방법을 SIMPLE 기반의 비압축성 NS solver에 적용하여 계산하더라도 IB 근처에서 시간에 따라 압력이 증가하는 pressure build-up 현상이 발생하지 않음을 알 수 있다.

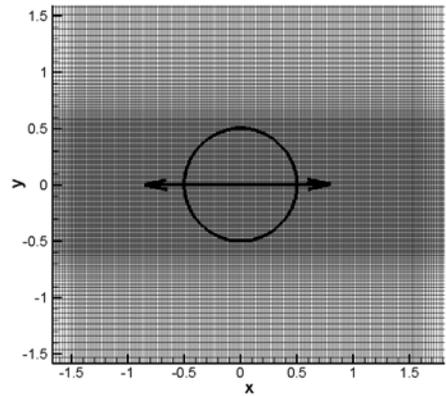


Fig. 9 The grid setup to simulate an oscillating cylinder

Table 1 Computational results for the case of  $Re = 40$

Method	$L_w/D$	$C_D$	$C_D^*$
Bilinear(1)*	2.183	1.541	1.028
Quadratic(1)	2.184	1.601	1.014
Bilinear(2)	2.219	1.548	1.036
Quadratic(2)	2.221	1.574	1.032
Park et al[12]	-	1.51	0.99
Huang and Sung[13]	2.27	1.56	-
Tseng and Ferziger[14]	2.21	1.23	-

\* The numbers in parentheses refer to grid arrangements (1):grid1, (2):grid2

### 3.2 진동하는 2차원 원형 실린더 주위의 유동

움직이는 대상 주위의 유동장 해석에 대한 IBM 적용을 확인하기 위하여 진동하는 2차원 원형 실린더 주변의 유동장 해석을 수행하고 실험 결과와 비교하여 보았다. 정지된 유동장에 2차원의 원형 실린더를 위치시키고 좌우로 진동하도록

Table 2 Computational results for the case of  $Re = 100$

Method	$C_D$	$\widehat{C}_D^*$	$\widehat{C}_L$	$St$
Bilinear(1)	1.292	0.0081	0.2808	0.155
Quadratic(1)	1.348	0.0082	0.2906	0.156
Bilinear(2)	1.326	0.0106	0.3134	0.159
Quadratic(2)	1.352	0.0107	0.3214	0.160
Park et al[12]	1.33	0.0091	0.3321	0.164
Huang and Sung[13]	1.36	-	0.33	0.167
Tseng and Ferziger[14]	1.42	-	-	0.164

\* ^ over a character denotes the amplitude of an aerodynamic coefficient (Max. deviation - average)

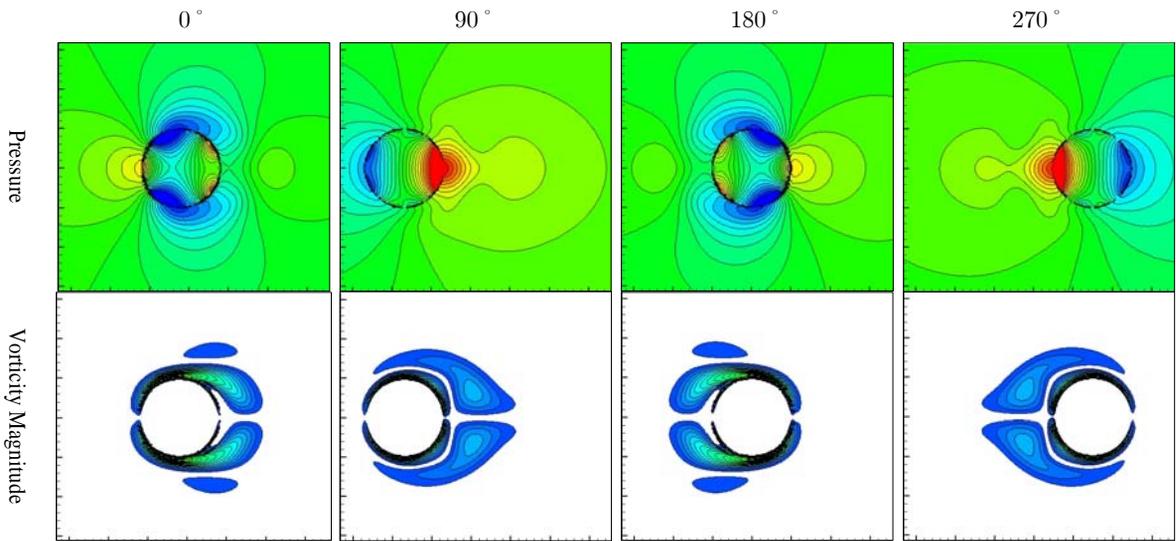


Fig. 10 The pressure and vorticity fields around the circular cylinder under the condition of  $Re = 100$  and  $KC = 5$

설정하였다. 이 때 실린더의 지름과 최대 속도를 기준으로  $Re = 100$  이고  $KC = 5$  가 되도록 설정하였다. 여기서  $KC$  는 Keulegan-Carpenter number로써 다음과 같이 정의된다.

$$KC = \frac{VT}{L} \tag{19}$$

$V$ 는 진동 속도의 진폭이며  $T$ 는 주기, 그리고  $L$ 은 특성 길이로써 본 해석에서는 원형 실린더의 지름을 사용하였다. 해석을 위하여 Fig. 9와 같이 실린더가 움직이는 영역 주변으로 조밀하고 균일한 격자를 구성하였으며 (0,0)을 중심으로 상하좌우 실린더 지름의 15배 떨어지도록 경계를 설정하였다. 이 때 실린더 주위의 유동장은 정지된 상태로 모든 경계에서 속도가 0이 되도록 Dirichlet 조건을 설정하였다. 원형 실린더는 (0,0)을 중심으로  $\pm x$  방향으로 움직이도록 설정하였으며 이 때 실린더의 속도는 다음과 같이 설정하였다.

$$u_{IB} = V_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \tag{20}$$

매 time step마다 이전 time step에서의 위치와 속도 정보를 이용하여 새로운 time step에서의 위치를 업데이트하고 새로운 time step에서의 속도를 이용하여 IBM을 적용함으로써 해석을 수행하였다. 실린더의 중심이 (0,0)에 위치할 때 위상각을 0도로 하고 (-) 방향으로 가장 끝에 위치하였을 때 90도, 그리고 (+) 방향으로 가장 끝에 실린더가 위치하였을 때 270

도가 되도록 설정하였다.

Fig. 10은 서로 다른 위상각에서 압력과 와류의 isoline을 나타내고 있다. 정지된 실린더에 대한 해석과 마찬가지로 질량 보존에 대하여 특별한 처리를 해주지 않고 경계 내부까지 일반적인 질량 보존 방법을 적용하였으며 그 결과 실린더 내부 영역에도 압력이 분포하는 것을 확인할 수 있다. 위상각이 0도인 경우  $-x$  방향으로 빠른 속도로 움직이게 된다. 이 때 실린더 왼쪽으로 높은 압력이 형성된다. 위상각이 90도에 이르게 되면  $-x$  방향으로 최대한 이동한 상태이며 이 때 속도는 0이 된다. 움직이는 실린더에 의해  $-x$  방향으로 발생한 실린더 후방의 유동이 정지된 실린더에 다다르면서 실린더의 우측에서 높은 압력이 발생하는 것을 확인할 수 있다. 이 때 등압선이 약간 일그러진 모습을 확인할 수 있는데, 이러한 현상은 Duetsch 등의 연구에서도 확인할 수 있다[15]. 위상각이 180도인 경우와 270도인 경우는 각각 0도와 90도인 경우와 대칭인 형태로 등압선이 나타난다. 실린더 주변의 와류를 살펴보면 실린더가 진행되는 방향의 반대 방향으로 떨어져 나가는 상하 대칭의 와류를 확인할 수 있다. 와류의 경우 역시 위상각이 0도와 180도, 90도와 270도인 경우 서로 대칭인 형태의 와류를 확인할 수 있다.

Fig. 11에 세 개의 서로 다른 위상각 조건에서  $x = -0.6D, 0D, 0.6D$ , 그리고  $1.2D$ 인 위치에서 수직 방향을 따라 분포된 속도 성분을 Deutsch 등의 실험 결과와 함께 나타내고 있다. 서로 다른 위상각과 위치에서 속도 성분은 실험 결과와 비교적 잘 일치하고 있는 것을 확인할 수 있다. 위상각이 180도일 때  $x = 0D$ 인 경우  $y/D$ 가 -0.5에서 0.5까지 속

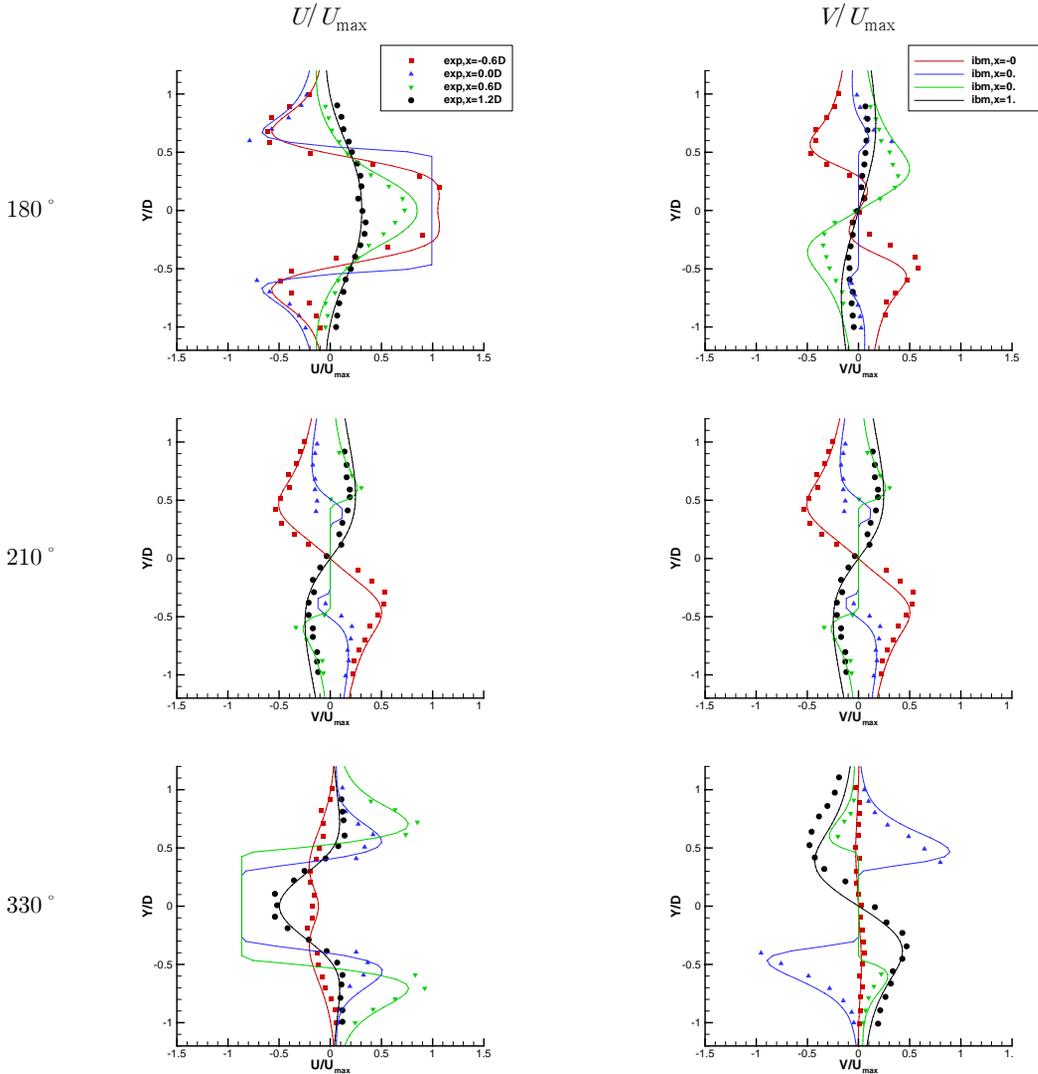


Fig. 11 Velocity component distributions along the cross section of the flow field at four different stations

도가  $U/U_{max} = 1$ 로 일정한 것을 알 수 있다. 이 영역은 경계 내부 영역으로 움직이는 물체 내부의 local velocity로 forcing하였기 때문에 이와 같이 나타나며 다른 위상각 결과에서도 이러한 현상을 확인할 수 있다.

### 5. 결 론

SIMPLE 기반의 비압축성 Navier-Stokes solver에 IBM을 적용하기 위하여 선형 및 2차의 interpolation 식을 정리하였다. 이 때 interpolation 식을 정리 하는데 IB 주변의 격자와 IB 형상 정보만을 이용하였다. 이상에서 정리한 interpolation 식을

이용하는 IBM을 적용하여 2차원 원형 실린더 주변의 유동장 해석을 수행하였다. 이 때  $Re=40$ 과  $100$ 인 경우에 대해 해석을 수행하였으며 그 결과를 기존의 연구 결과와 비교하였다.

계산 결과 원형 실린더 주변의 압력 계수 분포는 선형 및 2차 interpolation 식을 이용한 경우 모두 body-fitted 격자를 이용한 계산 결과와 잘 일치하였다. 벽면 근처에서 압력 계수 분포의 wiggling 현상이 발견되었으며 격자가 조밀한 경우 이러한 wiggling이 줄어드는 모습을 확인하였다. 공력 계수, 재순환 영역 길이 및 Strouhal 수 비교에서도 기존의 계산 결과와 현재 IBM을 이용한 계산 결과는 비교적 잘 일치 하였다.

SIMPLE 기반의 비압축성 Navier-Stokes solver에 IBM을 적

용하는데 IB 형상과 주변의 격자 정보만을 이용하여 선형 interpolation 식을 구성하고 적용하여도 시간에 따라 압력이 증가하는 pressure build-up 현상이 발생하지 않았다.

IBM을 적용하여  $Re = 100$  이고  $KC = 5$  인 조건으로 진동하는 2차원 원형 실린더 주변 유동 해석을 수행하였다. 그 결과를 실험 데이터와 비교하였으며 비교적 잘 일치하는 것을 확인하였다.

## 후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다. (계약번호 UD100048JD)

## 참고문헌

- [1] 1972, Peskin, C.S., "Flow Patterns Around Heart Valves:a Digital Computer Method for Solving the Equations of Motion," *Ph.D. Thesis, Albert Einstein College of Medicine, Yeshiva University.*
- [2] 2002, Peskin, C.S., "The Immersed Boundary Method," *Acta Numerica*, pp. 1-39.
- [3] 1997, Mohd-Yosuf, J., "Combined Immersed Boundary/B-spline Methods for Simulation of Flow in COmplex Geometries," *Annu.Res.Briefs, Cent.Turbul. Res.*, pp.317-28.
- [4] 1998, Verzicco, R., Mohd-Yosuf, J., Orlandi, P., and Haworth, D., "LES in Complex Geometries using Boundary Body Forces," *Center for Turbulence Research, Proceedings of the Summer Program*, pp.171-186.
- [5] 1999, Udaykumar, H.S., Mittal, R., and Wei Shyy, "Computation of Solid-Liquid Phase Fronts in the Sharp Interface Limit on Fixed Grids," *Journal of Computational Physics*, Vol.153, Issue2, pp.535-574.
- [6] 2009, Kang, S.W., G.Iaccarino, and Moin, P., "Accurate Immersed-Boundary Reconstructions for Viscous Flow Simulations," *AIAA J.*, Vol.47, No.7.
- [7] 2003, Kalitzin, G. and Iaccarino, G., "Toward Immersed Boundary Simulation of High Reynolds Number Flows," *Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs*, pp.369-378.
- [8] 1974, Khosla, P.K. and Rubin, S.G., "A Diagonally dominant Second-order Accurate Implicit Scheme," *Computers & Fluids*, Vol.2, No.2, pp207-209.
- [9] 2002, Ferziger, J.H. and Peric, M., *Computational Methods for Fluid Dynamics* 3rd edition, Springer.
- [10] 1968, Stone, H.L., "Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations," *SIAM Journal of Nuerical Analysis*, Vol.5, No.3, pp.530-558.
- [11] 1998, Baek, S.J. and Sung, H.J., "Numerical Simulation of the Flow Behind a Rotary Oscillating Circular Cylinder," *Physics of Fluids*, Vol.10, No.4, pp.869-876.
- [12] 1998, Park, J.Y., Kwon, K.Y. and Choi, H.C., "Numerical Solutions of Flow Past a Circular Cylinder at Reynolds Numbers up to 160," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol.12, No.6.
- [13] 2007, Huang, W.X. and Sung, H.J., "Improvement of Mass Source/Sink for an Immersed Boundary Method," *Int. J. Numer. Meth FLuids*, Vol.53, No.11, pp.1659-1671.
- [14] 2003, Tseng, Y.H. and Ferziger, J.H., "A Ghost-cell Immersed Boundary Method for Flow in Complex Geometry," *Journal of Computational Physics*, Vol.192, No.2, pp.593-623.
- [15] 1998, Duetsch, H., Durst, F., Becker, S., and Lienhart, H., "Low- Reynolds-number Flow around an Oscillating Circular Cylinder at Low Keulegan-Carpenter Numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.360, pp.249-271.