

공력소음해석과 최적화 기법을 통한 비등간격 팬 개발

김 종 수,^{*1} 김 형 식,² 현 기 탁¹

¹LG전자 CTO HAE(연), ²LG전자 HA사업본부 DE그룹

DEVELOPMENT OF UNEVEN FAN BY AERO-ACOUSTICS ANALYSIS & OPTIMIZATION METHOD

J.S. Kim,^{*1} H.S. Kim² and K.T. Hyun¹

¹LG Electronics, CTO, HAE Lab., ²LG Electronics, HA Division, DE Group

Acoustic pressure field around the centrifugal fan is predicted by a aero-acoustic splitting method. Unsteady flow field is obtained by solving the incompressible Navier-Stokes equations using commercial code, while the acoustic waves generated inside the centrifugal fan and shroud are predicted by solving the far field acoustics analysis. Computational results show that the acoustic waves of BPF tone are generated by interactions of the blades with the shroud. Acoustic results is validated by experimental results. This paper describes the influence of geometric parameters on the noise generation from the section of blades and shroud. One of the effective ways to reduce BPF noise is optimization method using Genetic Algorithm, which effectively minimize eccentricity, is suggested. New improving design was developed by optimization method.

Key Words : 전산유체역학(CFD), 비정상유동(Unsteady Flow), 공력소음(Aero Acoustics), 최적화(Optimization)

1. 서 론

최근의 연구개발은 기존에 비해 개발 사이클이 줄어들고 다양한 분야의 요구를 받아들여 개발하는 추세이다. 그에 따라 짧은 기간 동안 여러 분야의 조건을 만족시켜 연구개발을 수행함에 있어서 많은 어려움이 있으며 그중 반복시험을 통한 제품개발은 많은 샘플제작과 그에 따른 공수투입에 의해 추가적인 비용 손실이 따른다. 최근 계산속도의 발전과 더불어 해석의 활용은 시간, 비용 등의 손실을 극복하기위해 점차 실제 시험을 대체해 나가고 있다. 제품의 소음은 크게 소음원인 소스(Source)에 해당하는 부분과 소음의 전달경로인 소음의 패스(Path)에 해당하는 부분으로 나누어서 볼 수 있는데 근원적인 소음소스의 저감 노력이 많이 이루어지고 있다. 가전제품의 소음소스는 일반적으로 팬, 컴프레서, 냉매의 이상 소음 등을 들 수 있는데 특히 소음소스 중 팬은 크게 축방향

으로 유체를 수송하는 축류 팬과 원주방향으로 방사하여 수송하는 원심팬으로 나뉘 볼 수 있으며 공히 날개의 회전에서 받는 원심력 또는 양력을 이용하여 작동유체에 에너지를 공급하는 기구로써 이의 소음특성은 회전체의 소음특성과 같이 다루어진다. 가전에서 회전체 팬 소음이 차지하는 부분은 여러가지 소음소스 중 상당한 영역을 차지하고 있으며, 실제 특정주파수 소음은 주거환경에 악영향을 주는 문제로 대두되고 있다. 이러한 문제점을 해결하기위해 팬 소음의 저감을 위한 연구와 해석 방법들이 많이 개발되고 있지만 실제 연구개발 과정에 포함하여 해석하는 것에는 해석방법적인 문제와 소요 시간적인 문제 등으로 인해 많은 어려움이 따른다. 따라서 해석의 미적용으로 인해 설계 및 반복 샘플 제작에 많은 시간이 소요되며 그로 인한 추가 비용이 발생되고 있다.

본 연구에서는 공력성능(Aero-Dynamic Performance), 공력소음성능(Aero-Acoustics Performance)의 연구개발과정 중에 적절한 해석기법을 적용하여 공력성능을 보장하고 공력에 의해 발생하는 소음을 줄이는 연구를 수행하였다. 본 연구의 유동소음해석은 일반적인 정상해석으로 팬의 유동소음 해석이 모사되지 않기에 비정상 해석을 수행하였고, 이에 따른 계산시간을 절감하기 위하여 HPC(High Performance Computer)를 활용 다수의 계산 노드를 이용한 병렬해석을 수행하였다. 대상

Received: october 12, 2011, Revised: March 15, 2012,

Accepted: March 16, 2012.

* Corresponding author, E-mail: jongsoo94.kim@lge.com

DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2012.17.1.016>

© KSCFE 2012

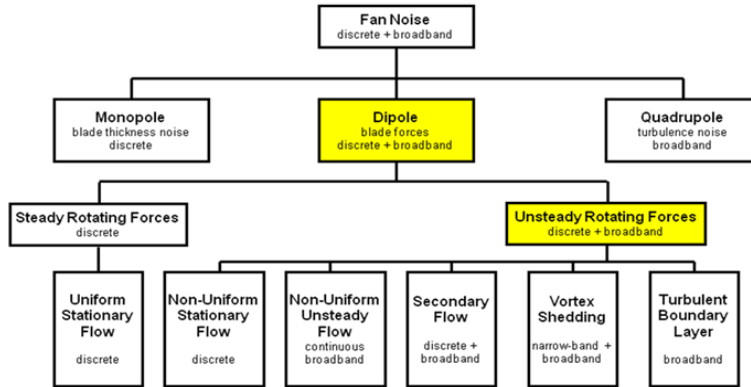


Fig. 1 Various kind of fan noise source

제품에 사용되는 팬 모듈에 대해 유동장을 모사하고 유동해석에서 얻은 정보를 이용하여 소음해석을 수행하였다. 팬의 소음원은 공력소음원으로 블레이드를 지나가는 유동이 구조물과 상호작용하면서 유발하는 기의 하중 변화에 의해 발생하는 소음이 대부분이다. 그러므로 팬 소음을 예측하기 위해서는 팬 블레이드의 유동장을 해석하여 블레이드에서 시간의 변화에 따른 압력을 구해야하며 유동장 해석을 소음 계산에 사용하려면 비정상 과도상태를 지난 변동 성분을 가지는 정상상태 소음소스를 계산하여야 한다. 공력소음을 고려한 CFD(Computational Fluid Dynamics)해석은 계산시간과 관련한 어려움이 있어서 병렬해석 뿐만 아니라 다양한 노력을 이용하여 해석시간을 단축하는 시도를 수행해야 한다.

2. 이론 배경

2.1. 전산 유체와 소음원의 모사

유동해석은 주어진 속도의 평균성분과 시간에 대한 변화 성분으로 나누어서 수행하게 되며 식(1)과 같이 속도 U_i 는 평균성분 \overline{U}_i 과 섭동성분 u_i 으로 분리할 수 있다. 평균화된 값은 식(2)와 같이 주어지며 식(3)과 식(4)는 각각 지배방정식인 연속방정식과 운동량 방정식을 나타낸다. 이를 적절한 수치적 기법으로 이산화(Discretize)하여 해를 얻는 기법이 전산유체(Computational Fluid Dynamics)의 일반적인 내용이다.

$$U_i = \overline{U}_i + u_i \tag{1}$$

$$\overline{U}_i = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} U_i dt \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) \\ = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \overline{\rho u_i u_j}) + S_M \end{aligned} \tag{4}$$

식 (2)의 Δt 는 시간간격이며 난류섭동(Turbulence Fluctuation)과 관련 있는데 난류섭동의 계산은 유동해석의 정확성 뿐만 아니라 소음해석의 광역소음을 모사하기 위해서라도 매우 작은 시간간격으로 정확히 계산될 필요가 있다. 실제 작은 회전와류(eddy)를 모사하기위한 Δt 는 작게하면 할수록 CFD 결과는 정확해지며 소음해석결과는 광역대 소음영역이 포함됨으로써 보다 정확해짐과 동시에 전체 소음해석의 해상력은 커지게 된다. 이러한 작은 회전와류를 보다 정확히 모사하는 유동해석과 소음해석을 위해서는 DNS(Direct Numerical Simulation), LES(Large Eddy Simulation)기법으로 해석해야 정확도가 보장된다고 알려져 있다. 그러나 본 연구에서는 BPF (Blade Pass Frequency) 소음의 크기를 모사하여 연구하는 것이 목표이므로 그에 따르는 정확성과 계산시간 관점에서 난류모델의 선택과 해석 모델 생성에 적절한 타협점을 찾아 선정하였다.

$$CFL = \frac{c \Delta t}{\Delta x} \tag{5}$$

$$\Delta f = \frac{1}{n \Delta t} \tag{6}$$

유동해석 기법은 BPF 소음을 모사하기 위해 계산시간과 정확도를 고려하여 RANS모델을 선택하였고 시간간격과 격자계의 선택은 식(5)의 무차원 수를 이용하여 적절한 시간간격과 절점 크기를 찾아서 적용하였다. 아울러 식 (6)을 통해 소음해석의 주파수 해상력을 확인하였다. 비정상 유동과 관련하여

여 지배방정식은 URANS(Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes equation)라 알려져 있으며 유동해석에서 얻을 수 있는 압력분포는 정상적인 특성과 비정상적인 특성으로 나뉘게 된다. 특히 유동장 내에서의 비정상 압력분포의 변화는 소음을 유발하는 원인이 된다. 일반적인 공력소음 특성은 단극(monopole), 이중극(dipole), 사중극(quadruple)으로 나눌 수 있는데, 단극 소음은 움직이는 물체의 부피에 의하여 발생하며 사방으로 방사되는 소음 특성을 지니고 있고, 이중극 소음은 물체의 정상 및 비정상 하중에 의하여 결정되며 하중방향으로 소음이 방사하게 된다. 사중극 소음은 유동자체가 가지고 있는 비선형적인 유동 특성에 의하여 발생하며 실험적 수치적으로 구현이 매우 힘든 복잡한 소음 특성을 가지고 있다. 이러한 복합적인 소음특성이 혼합되어 전체 소음 특성이 이루어진다. Fig. 1은 팬 소음에서의 단극, 이중극, 사중극 소음원의 특성에 의한 소음 성질을 정리한 내용이다[1]. 팬에서 발생하는 아음속 유동소음의 대부분은 이중극 특성에 의하여 지배된다. 특히 팬과 같이 블레이드 끝단에서 와류 홀림 현상이 지배적인 경우 와류와 물체간의 간섭소음이 가장 지배적이게 된다. 이와 같은 특성을 모사하기 위한 유동소음해석은 크게 두 가지로 나뉘 볼 수 있는데 하이브리드 방법(Hybrid Method)과 원스텝(one step) 또는 다이렉트 방법(Direct Method)으로 나뉘볼 수 있다[2],[3]. 하이브리드 방법에는 널리 적용되고 있는 유동-음향 분리기법을 활용하고 있다. 유동장과 소음장을 동시에 같이 계산하는 다이렉트 방법은 계산 시간과 비용측면에서 불리하여 본 연구과제에서는 적용하지 않았다. 따라서 예측하고자하는 BPF 소음특성을 고려하여 하이브리드 방법인 유동-음향 분리기법인 음향상사법(Acoustic Analogy)을 적용하기로 하였다.

2.2. 음향 상사법(Acoustic Analogy)

공력소음의 기본이론은 알려진 바와 같이 Lighthill이 유동에 의해 소리가 어떻게 발생하는가에 대한 수학적 물리적 이론을 제시하였다[4]. 그리고 Ffowcs Williams와 Hawkins에 의해 움직이는 음원의 경우에도 적용할 수 있도록 확장되었다[5]. Lowson은 회전하는 로터의 점 힘(point force)에 의해 음향장을 예측하는 식을 유도하였다[6]. 본 연구에서는 식(7)의 Lowson이 유도한 식을 이용하여 분포된 점 힘이 움직이는 경우의 음향장 예측기법을 이용하여 음향장을 예측하였고 이중극 소음영향을 고려하였다.

$$\rho' = \left[\frac{x_i - y_i}{4\pi a_0^3 r^2 (1 - M_r)^2} \left\{ \frac{\partial F_i}{\partial t} + \frac{F_i}{1 - M_r} \frac{\partial M_r}{\partial t} \right\} \right] \quad (7)$$

이중극 소음만 고려된 이유는 단극에 의한 영향은 아

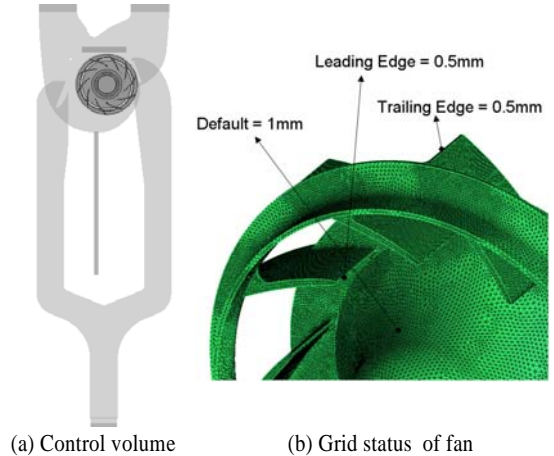


Fig. 2 Analysis model & grid status

주 적다고 보고 무시하고 사극음원에 의한 영향은 소음해석 수행 시 점성을 고려해야 하므로 본 연구에서 고려될 수 없다. 그러므로 일반적인 팬의 소음원 중에서 가장 우세한 힘에 의한 이극항만을 고려하였고, 이중극소음의 예측으로도 BPF와 같은 톤소음(Tone Noise)의 경우 유용하게 사용할 수 있다고 판단하였다.

2.3. 최적화 기법 적용(Application of Optimization)

최적화 기법을 적용한 사례들이 활발하게 연구되고 있으며 여러 분야에 적용을 하고 있는 실정이다. 최적화는 크게 전통적인 구배(Gradient)기반의 최적화기법과 비 구배(Non-gradient)기반의 최적화 기법으로 나뉘볼 수 있는데 현업 적용성 측면에서 볼 때 구배기반 최적화의 경우 계산비용에서 효율적이지 않기 때문에 비구배기반의 최적화를 많이 활용하는 추세이다. 본 연구에는 비구배 기반의 유전자 기법[7]을 적용한 블레이드 배열 최적화를 수행을 하였다.

3. 수행 절차

세부 수행에 따른 연구절차는 크게 세 영역으로 나눌 수 있는데 첫번째는 비정상 유동해석 부분을 수행하여 공기역학적 성능(Aero-dynamic performance)을 분석하고, 두번째는 공력 소음성능(Aero-acoustics performance)부분으로써, 계산된 유동소음 소스를 통해서 원거리의 마이크로폰에서 수음되는 음압(Sound Pressure) 값을 도출하고 음압에 대한 주파수 분석 FFT(Fast Fourier Transform)에 해당하는 부분이며, 세 번째는 개선안 연구영역으로 최적화를 적용하는 부분으로 나누어서 Process가 진행된다.

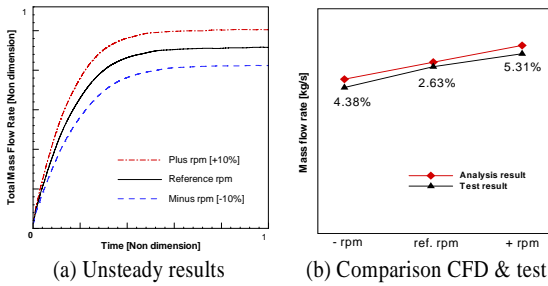


Fig. 3 Mass rate of each operational rpm

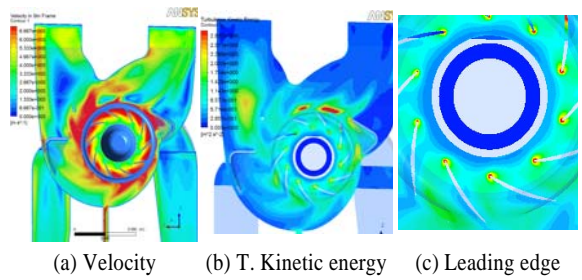


Fig. 5 CFD Analysis results

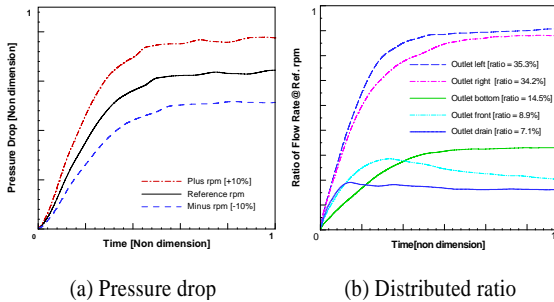


Fig. 4 Pressure drop of each operational rpm

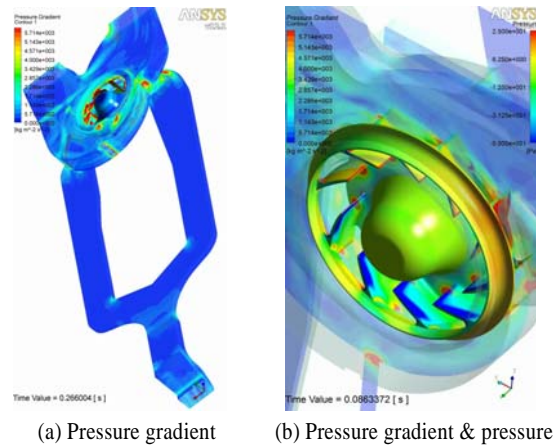


Fig. 6 Contour results

3.1 공력성능 분석

연구 절차 중 첫 번째 영역인 공력성능부분을 해석하기 위한 CFD 모델의 관심검사 체적과 격자에 대해 Fig. 2에 나타내었다. Fig 2와 같이 팬 뿐만 아니라 주변구조물까지 모델링을 수행하였으며 실제 제품과 같은 유로를 구성하여 격자를 생성하여 모델을 마련하였다. 격자의 생성은 Hypermesh와 ICEM CFD를 조합하여 생성하였고, 난류모델은 2-equation 계열의 SST(Share Stress Transform) model[8]을 사용하였으며, 회전영역은 ANSYS CFX 내에 있는 Transient Rotor stator[9]를 적용하여 실제 팬의 회전을 모사하였다. 회전 rpm은 기준 rpm을 토대로 최대 최소 rpm을 고려하여 각각 경계조건에 반영하였고 25C Air, Density는 1.185kg/m³을 적용하였다. 점성은 1.831e-5kg/m-s를 적용하였다. 계산 격자개의 절점(node)의 개수는 150만개 가량 적용하여 수행하였으며 블레이드 팁 영역의 계산결과가 민감하고 중요하므로 앞전(Leading edge)과 뒷전(Trailing edge)에 0.5mm~1mm 간격으로 격자를 생성하였다. 유동해석의 설정은 유동-소음해석의 정확도를 위해서 고차 스킴(high order scheme)을 기본으로 사용하였는데, 이는 공간차분(advection scheme)과 시간차분(Transient scheme)에 대해 각각 High resolution 및 2nd order 계산을 수행하여야 함을 의미하고 이를 통해 2 equation 계열의 RANS 모델에서 유동해석의 정확도와 소음해석의 주파수 해상도(Frequency resolution)

가 보장 될 수 있다. 공기역학적 성능(Aerodynamic performance)의 달성은 정해진 RPM에서 어느 정도의 풍량을 유로의 압력손실을 최소화하면서 규격에 맞출 것인가 하는 문제로 볼 수 있다. 또한 대상제품의 운전 중에 변할 수 있는 RPM 변동을 고려하여 유동해석을 수행하고 이를 통해 RPM 변동에 따른 유량-압력강하 등을 확인하여 살펴본다. 정성적-정량적 분석을 Fig. 3,와 Fig. 4, Fig. 5와 Fig. 6을 통해 살펴보고 분석한다. 또한 각 유로로 분배되는 냉기 풍량 비는 Fig. 4(b)를 통해 확인하여 유로에 분배되는 성능분석을 추가적으로 수행한다. 최종적으로 Fig 3(b)와 같이 사내인정 시험기준에 의한 시험결과와 해석결과를 확인하여 CFD 정확도를 확인한 이후 소음해석을 수행하였다.

3.2 공력 소음 분석

공력성능분석이 완료되면 소음분석을 수행하는데 앞선 유동해석 결과에서 소음소스를 활용하여 소음해석을 수행한다. 음압의 계산은 시간영역에서 수행되며, 주파수특성을 알기 위해서 푸리에변환을 통해 FFT(Fast Fourier Transform)로 분석

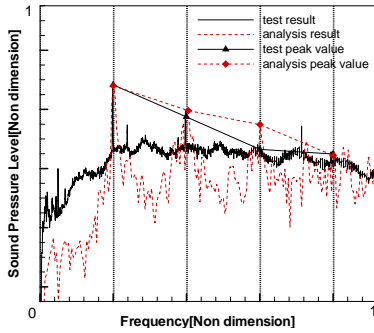


Fig. 7 Comparison peak value

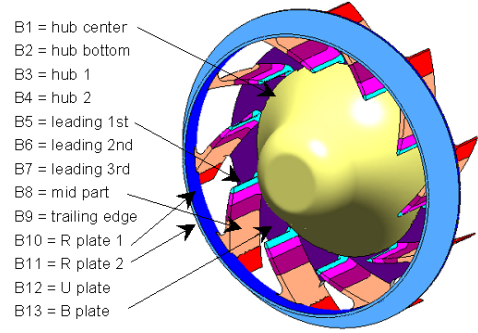


Fig. 9 Design parameter of blades for sensitivity

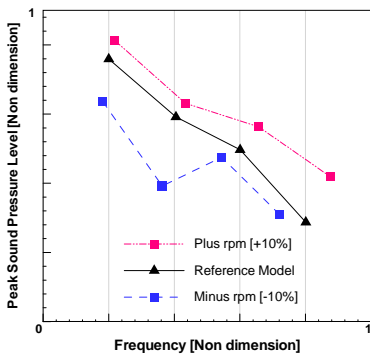


Fig. 8 Comparison various RPM

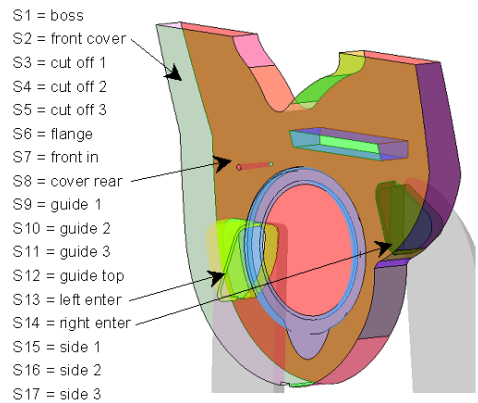


Fig. 10 Design parameter of shroud for sensitivity

하였고 계산된 음압은 로그 스케일로 바꾸어야 알기 쉬우므로 아래의 식 (8)에 의하여 구해진 음압을 데시벨(decibel) 스케일로 바꾸어 준다.

$$SPL = 10 \text{Log} \left[\frac{p_{avg}^2}{p_{ref}^2} \right] \tag{8}$$

여기서 $p_{ref} = 2 \times 10^{-5} (N/m^2)$ 이다.

3.2.1 공력 소음 해석

공력성능분석은 Fig. 7에 소음해석결과와 실험결과를 비교하여 해석-시험과 관련한 검증(Validation)을 수행하였다. 수음폰의 위치는 팬 정중앙 앞부분으로부터 1 m이다. 시험과 해석과의 비교는 BPF를 통하여 상호 분석하여 수행하였으며 시험의 경우 각종 산포를 고려하여 총 8회에 걸친 반복시험을 수행하여 비교하였다. 시험의 BPF 피크(Peak)의 평균 값과 해석의 BPF 피크 결과 값을 비교하여 살펴보면 1차, 2차 BPF의 경우 시험과 해석결과 값에 오차가 거의 없이 유사함을 알 수 있으며 3차의 경우 차이가 남을 확인할 수 있다. 반면 광역소음에 해당하는 부분은 해석과 시험결과와의 차이를 보여주고 있는데 이는 실제적인 시험과 해석의 한계점으로써 그 원인은 앞선 소음 소스 중 압력변동에 의한 이극자 소음소스만

을 비교하였고 벽효과에 해당하는 쉬라우드(Shroud)에 의한 산란 회절 등의 효과를 고려치 않았기 때문에 발생한다고 볼 수 있다. Fig. 7의 해석결과는 BPF 피크 소음예측을 활용하여 개발에 적용할 수 있을 것으로 판단하여 추가적인 해석을 수행하였다. RPM의 변동에 따른 주파수 변동량을 살펴보기 위해 운전 중 변할 수 있는 최소 최대치의 rpm변동을 고려하여 해석을 수행하고 rpm변동에 따른 주파수결과는 Fig. 8과 같은데 RPM의 변동량 만큼 주파수의 피크가 변동되면서 그 높낮이도 달라짐을 확인할 수 있다.

3.2.2 공력 소음 영향도 분석

각 영역의 공력소음 영향도를 관찰하기 위해 크게 팬과 쉬라우드 영역으로 나누어서 분석을 수행하였다. Fig. 9와 Fig. 10은 각각의 팬과 쉬라우드 세부 영역에 대한 형상 파라미터인데, 팬은 13개의 영역으로 쉬라우드는 17개의 영역으로 나누었다. 각 세부영역의 영향도 분석은 앞서와 같이 유동해석으로 얻은 시간의 변화에 따른 압력소스에 대해 소음해석을 수행하였고 결과는 Fig. 11과 같으며 1차 Peak 값에 영향을 미치는 변수를 순서대로 도출하였다.

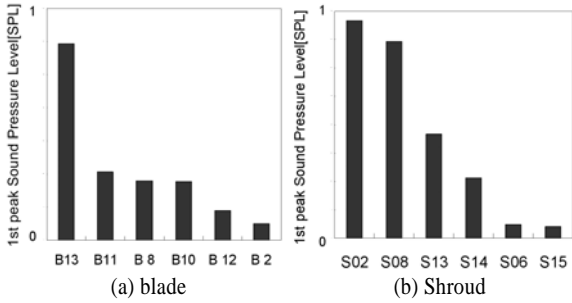


Fig. 11 Results of parameter study for sensitivity

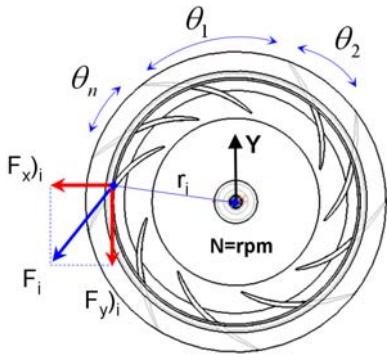


Fig. 12 Force equilibrium of centrifugal fan

3.3. 최적화 적용

영향도 분석결과 특정 부분만 고려하여 문제를 개선하는데 어려움이 있다고 판단하여 블레이드 간격을 최적화는 방향으로 개선활동을 수행하였고 BPF 피크를 개선하기 위한 방법으로 부등피치를 적용하는 것으로 선정하였다. 부등피치 적용의 최대이슈는 편심량은 최소화 하면서 풍량은 동등 또는 이상 수준으로 유지함과 동시에 BPF 소음은 15% 이상 줄이는 것이고 이를 해결하는 것을 목표로 삼았다. 따라서 편심량을 최소화하는 최적화문제를 구성하였고 편심량의 경우는 Fig. 12에서 보인 바와 같이 식 (9)를 통해 가진 힘(Excitation force)으로 정의할 수 있는데 식 (9)는 i 번째 Fan에 작용하는 힘의 합력이며 전체 가진 힘은 식 (10)으로 표현할 수 있다. 따라서 전체 가진 힘을 최소화하는 최적화 문제는 식 (11)과 같이 구성할 수 있다.

$$F_i(t) = m_i r_i \Omega^2 = m_i r_i \left(\frac{2\pi N}{60}\right)^2 \tag{9}$$

$$F_y(t) = \sum_{i=1}^n F_{y,i}(t) \tag{10}$$

$$\text{Minimize} \left[\sum_{i=1}^n F_{x,y}(t)_i \right] = f(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \tag{11}$$

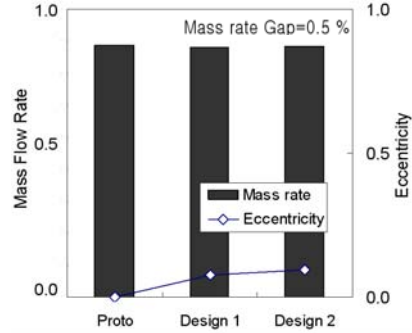


Fig. 13 Results of mass rate & unbalance

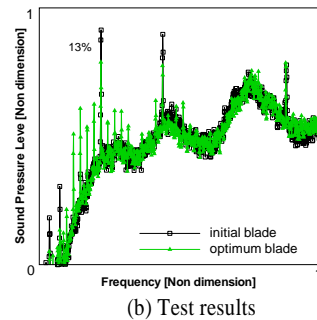
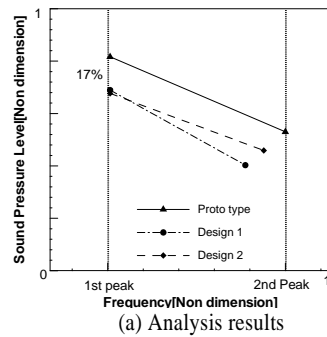


Fig. 14 Analysis & Test results

위의 최적화 문제의 해를 얻기 위해 여러 최적화 기법 중 유전자 알고리즘을 사용하였으며 가진 힘을 최소화하는 각도를 도출하였고 도출된 팬 후보 설계인자 중 가공성과 기타 인자를 고려하여 두 가지 설계 안을 제안하였다. 가진 힘을 최소화하는 설계안 1, 설계안 2에 대해 다시 CFD 해석과 소음 해석을 수행하였다. 풍량과 소음을 예측한 결과 풍량의 경우는 Fig. 13과 같이 초기형상과 비교하여 0.5% 내에 있는 동등 값으로 도출되었으며 소음해석결과는 Fig. 14(a)와 같이 BPF 1차의 경우는 설계안 1, 2가 공히 17%가량 줄어드는 것을 확인하였다. 해석으로 검증된 설계 안에 대해 Sample 가공하였고 검증된 결과는 Fig 14(b)에 도출하였으며, 1차 피크가 줄어

음(13%)을 확인할 수 있었다. 그러나 주변에 작은 피크 주파수 성분들 또한 발생하고 있는 점이 관찰되고 있는데 이와 같은 주파수 성분들은 비등간격으로 설치된 블레이드의 특성으로 발생하는 부분이며 이는 실제 소비자가 느끼는 청감 부분과 연계하여 향후 연구과제로 해결되어야 할 부분으로 판단되었으며 최종적으로 1, 2차 피크를 향상한 비등간격 팬을 개발 하였다.

4. 결론

대상제품에 사용되는 팬의 신규 개발에 CFD와 공력소음해석을 통해 시험과 비교하여 해석기법에 대한 검증은 수행하였으며 검증된 해석 기법을 통해 실제 질량 불균형을 최소화 하는 최적화 기법을 적용하여 도출된 설계안에 대해 신규 비등간격 팬을 개발하였다.

참고문헌

- [1] 1970, Neise, "Review of fan noise generation mechanism and control methods" *An international INCE Symposium*, pp. 45-56.
- [2] 1995, Tam, C. K. W., "Computational Aeroacoustics: Issues and Methods" *AIAA Journal*, Vol.33, No.10, pp.1788-1796.
- [3] 2003, Singer, B. A., Lockard, D. P., and Lilley, G. M., "Hybrid Acoustic Predictions," *Computer and Mathematics with Applications*, Vol.46, No.4, pp.47-669.
- [4] 1952, Lighthill, M.J., "On Sound Generated Aerodynamically: I. General Theory," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences*, Vol.211, No.1107, pp.564-587.
- [5] 1969, Ffowcs Williams, J. E., and Hawkins, D. L., "Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion," *Philosophical Transactions of Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences*, Vol.264, No.1151, pp.321-342.
- [6] 1970, Lowson, M. V., "Theoretical analysis of compressor noise," *The Journal of Acoustics So. Am.*, Vol.47(1), pp.371-385.
- [7] 1997, Mitsuo Gen & Runwei Cheng, "Genetic Algorithms and Engineering Design," John Wiley & Sons.
- [8] 2009, ANSYS 12.1 Manual "The Shear Stress Transport (SST) in the ANSYS CFX-Solver Theory Guide".
- [9] 2009, ANSYS 12.1 Manual "Transient Rotor Stator Theory".