

광경로차가 있는 광학기기의 변조전달함수에 관한 연구

A Study on the MTF of optical system with optical path difference

최규식*, 장원석*, 오재익*

Gyu-Shik Che*, Won-Seok*, and Jake Oh*

요 약

광학기기가 대상물체를 영상으로 완벽하게 재현할 수는 없으므로 이러한 광학기기의 특성을 평가하는 방법으로서 변조전달함수(MTF)가 보편적으로 사용된다. 그런데 한편으로 렌즈의 수차가 적어지면 광학시스템 구경의 회절과 수차 사이의 반응이 매우 복잡해지므로 기존의 MTF의 방법으로는 광학기기를 평가하기가 어렵다. 이 경우에는 렌즈의 수치구경, 탈초점, 광경로차 및 위상차를 고려한 MTF를 구해야 한다. 본 논문에서는 이러한 방법으로서 가장 보편적으로 알려진 베셀함수를 이용하여 이의 타당성을 검증하고 실례를 통하여 이를 보여주고자 하였다.

Abstract

The modulation transfer function is generally used as a method to estimate the characteristics of this kind of optical system because it cannot reappear or implement image of the object perfect. By the way, it is difficult to assess the optical system with existing MTF method since the reaction between diffraction and aberration of aperture is very complicate if the aberration is very small. The MTF has to be calculated considering the numerical aperture, defocusing, OPD and phase difference. We validate its feasibility using bessel function as an estimating method, and then realize it through illustration in this paper.

Key words : MTF, diffraction-limited, OPD, numerical aperture, aberration(변조전달함수, 회절한계, 광경로차, 수치구경, 수차)

I. 서 론

광학기기를 통한 영상은 피사체를 완벽하게 재현하지 못한다. 다만 실제와 가깝게 표현할 뿐이다. 이상적인 렌즈는 한 점을 그대로 한 점으로 보이게 하지만 실제로는 렌즈를 통과하고 나면 소위 에이리파형(Airy pattern)[1]이라 불리는 분포로 퍼지게 된다.

광학기기에서 렌즈의 특성을 평가하는 방법으로

가장 많이 사용되는 것이 MTF(Modulation Transfer Function) 측정법이다. MTF는 순수과학에서 공학에 이르기까지 광범위하게 사용하는 개념으로, 입력신호가 어떤 장치-시스템을 통과하고 난 후 그 물리적 특성이 어떻게 변하는지를 나타내는 함수이다. 이는 한편 정현파형을 촬영해 출력정현파(영상)과의 진폭비를 구해 공간주파수에 대한 진폭을 작성한 것이라 할 수도 있다. 정현파가 아닌 임의의 파형인 경우에

* 건양대학교 의공학부

· 제1저자 (First Author) : 최규식

· 투고일자 : 2012년 1월 28일

· 심사(수정)일자 : 2012년 1월 26일 (수정일자 : 2012년 2월 23일)

· 게재일자 : 2012년 6월 30일

도 정현파와 조합하여 그 출력파형을 추정할 수 있으며, 입력과 출력의 진폭비만으로 시스템의 해상특성을 표현하는 것이 가능하다. 특히 방사선계에서의 MTF는 입력으로서 X선 강도를 정현파의 패턴으로 사용할 수 있고 공간주파수에서 정현파의 조밀성 표시가 높아서 농도반복시간이 좁다는 특징이 있다. MTF를 이용하면 이 방사선 영상들의 해상특성을 평가할 수 있다. 즉, 최종영상의 해상특성 뿐만 아니라 촬영된 영상의 추측도 가능하다.

렌즈 제조회사들은 자체적으로 MTF 수치를 측정해 발표하고 있으며, MTF 차트를 객관적으로 측정하고 있는 기관을 통해서도 각 제조사별 렌즈의 MTF 수치를 확인할 수 있다. 그러나 MTF 차트는 렌즈의 성능을 쉽게 알아볼 수 있는 자료임에도 불구하고 복잡한 그래프와 용어 등으로 인해 많은 사람들이 해석에 어려움을 느끼고 있다. 특히, 변조전달함수를 계산하여 그래프로 구현한다는 것이 매우 어려워서 도출된 식에 필요한 데이터를 일일이 대입하여 그 값을 구한 후 이들을 이용하여 그래프를 구하는 것이 일반적이다. 이런 과정에서 많은 노력이 필요할 뿐만 아니라 일반화된 그래프의 작성법이 없어서 영상기기의 특성을 해석하는 데에 어려움이 많다[2],[3].

따라서 본 논문에서는 여러 가지 MTF 중에서 광경로차와 탈초점에 의한 MTF를 구하여 그래프로 그리는 것을 목표로 하였다. 2장에서는 OTF와 MTF에 관련된 용어들에 대해서 살펴보고 3장에서는 특히 정현파형에 대한 MTF를 연구한다. 4장에서는 회절 한계시스템의 영상콘트라스트와 회절한계시스템의 MTF를 검토한다. 5장에서는 OTF 하의 MTF를 구하는 방법에 대해서 검토한다. 6장에서는 제안된 베셀 방정식에 의하여 광경로차에 의한 MTF를 구한 후 그래프로 그려서 실제로 구현한다.

II. OTF와 MTF

1. 변조 및 전달함수

변조(modulation)는 다음과 같이 정의한다. 휘도 L 에 대해

$$M_o = \frac{L_{max} - L_{min}}{L_{max} + L_{min}} \quad (1)$$

즉, 변조는 어떤 신호의 휘도(세기, 밝기)의 비를 말한다. 휘도의 비, 다시 말해서 밝은 곳과 어두운 곳의 차이인 콘트라스트를 의미한다. 이 값이 0이라면 콘트라스트가 없는 것이고 1에 가까울수록 그 차이가 분명하다는 것을 의미한다.

한편, 입력이 어떤 시스템이나 장치를 통과(전송)했을 때 나타나는 출력은 어떤 함수 $H(w)$ 를 통하여 표현되는데 이 함수 $H(w)$ 를 전달함수(transfer function)라 한다. MTF는 광학기기의 특성을 평가하기 위해 입력으로 어떤 변조를 가진 패턴, 즉 콘트라스트의 비를 가진 패턴을 사용하여 입력의 변조가 출력단에서 어떻게 변화하였는지를 측정함으로써 그 특성을 분석하게 된다. 그러므로 입력 입력변조와 출력 변조의 비인 변조전달비(modulation transfer ratio)[2]를 정의할 수 있다.

2. 공간주파수

공간주파수(spatial frequency)란 표본의 단위간격당 공간의 수이다. 이는 흔히 표본에서 볼 수 있는 주기적인 간격(공간주기)이라는 정량적인 향으로 표시한다. 공간주파수에 관한 공통적인 기준단위는 mm당 선쌍의 수이다. 예로서 쌍당 $1\mu\text{m}$ 를 측정하는 공간주기를 가진 일련의 흑백선이라는 것은 mm 당 1000회를 반복함으로써 mm당 1000회의 선을 가진 공간주파수와 동일하다[2].

줄무늬가 촘촘하게 반복되는 이미지일수록, 즉 '고주파' 이미지일수록 각 선들을 구별하기가 힘들어지고, 특히 이러한 주파수를 줄무늬의 간격(spacing)에 의존한다는 의미로 공간주파수(spatial frequency)[1]라고 한다. 이의 단위는 보통 cycles/mm으로서 1 mm 당 몇 개의 패턴이 반복되는가를 표시한다. 렌즈를 측정하는 경우는 흰색과 검은색으로 이루어진 한 쌍의 선들로 이루어진 줄무늬의 패턴이기 때문에 line pairs/mm(lp/mm)라는 단위를 쓰기도 한다.

표본이 동일한 폭을 가지는 흑백교차선(직각파)으로 구성된 주기적인 선격자인 상황에서는 영상으로

전달되는 표본의 콘트라스트의 비율과 관련된 그래프는 콘트라스트전달함수(contrast transfer function ; CTF)이다. 대부분의 표본은 직각과 형태인 명확하게 구분되는 단면 대신 상이한 공간주파수를 가진 정현적으로 가변 강도로 구성된다. 이 경우에 신호(공간) 주파수 대비 입력강도의 비율과 관련된 출력관련 그래프는 변조전달함수와 유사하다. 공간주파수가 아주 큰 값으로 도달하게 되면 직각과의 응답은 정현과와 닮아가서 실제로 동일한 콘트라스트 전달함수와 변조전달함수를 만들게 된다.

3. MTF

MTF란 렌즈의 해상도와 콘트라스트를 객관화한 수치이다. MTF(modulation transfer function) 차트는 렌즈의 해상도와 콘트라스트를 객관화한 수치[4]이다. 이를 이용하여 가로줄무늬 곡선의 패턴을 촬영하고 영상의 각 부분을 비교하여 측정한 필름과 렌즈의 해상도를 평가할 수 있다. 즉, MTF 곡선은 렌즈나 카메라에 콘트라스트가 변하는 어떤 패턴을 입력시켰을 때 출력이 어떻게 변형 되는가에 대한 결과를 전함함수로 표현하고 그래프로 나타낸 것이다. '콘트라스트 차이가 있는 패턴'이라고 하는 것은 흰색과 검은색 선이 주기적으로 반복되는 줄무늬 이미지(bar pattern) 같은 것이거나 사인과 패턴을 말한다. 육안으로 판단하는 해상력 차트에서도 같은 방식의 패턴을 사용한다.

통상적인 MTF 그래프의 x축은 공간주파수가 된다. 즉 공간주파수가 변함에 따라 변조전달비가 어떻게 변화하는가를 나타내게 되는데 y축은 비율이기 때문에 1(또는 100%)을 넘을 수 없다. 높은 입력 주파수에 대해 출력에서 그대로 재현된다면 y값은 1에 가까울 것이고, 성능이 우수한 렌즈라고 말한다. 렌즈에 대한 MTF는 보통 x축이 주파수가 아니라 렌즈의 중심으로부터의 거리이다.

MTF수치란 피사체의 상과 렌즈를 통과하여 실제로 촬상면에 맺힌 렌즈의 상의 형태를 비교하여 나타낸 값을 의미한다. 따라서 이상적인 렌즈의 MTF 수치는 당연히 1이 된다. 원래 피사체의 형태와 렌즈를 통과한 빛이 맺힌 상의 형태가 똑같기 때문이다. 그러나 곡면으로 된 렌즈의 특성상 피사체에서 나온 빛은

구면수차라는 왜곡이 필연적으로 발생하기 때문에 실제로 MTF의 수치가 1인 렌즈는 존재할 수 없다. 따라서 일반적으로 1보다 작은 값을 갖게 된다.

한편 단지 MTF수치가 1에 가깝다고 해서 좋은 렌즈라고 단정지어 말할 수는 없다. 렌즈의 품질을 구성하는 요소에는 여러 가지가 있기 때문이다. 그러나 MTF수치는 과학적인 렌즈평가기준이며, 렌즈의 해상도와 콘트라스트능이 객관적인 수치로 판명되기 때문에 대부분의 경우 MTF수치가 높은 렌즈가 뛰어난 이미지를 보여주는 것이 사실이다.

MTF는 현재까지 가장 과학적이고 객관적인 렌즈의 성능 측정방법으로 알려져 있다. 렌즈의 성능을 알기 위해 만들어진 표준적으로 해상도차트라는 타켓이 있는데 이는 완전백색(반사율 100%)의 배경에 완전흑색줄(반사율 0%)이 일정한 간격으로 그어져 있는 것이다. 일정한 간격은 백색줄과 흑색줄이 한 쌍으로 이루어졌을 때 1mm 안에 몇 쌍이 들어가느냐에 따라 1쌍이 들어가면 1lp/mm가 되고, 10개의 쌍이 들어가면 즉, 각각의 백색줄 또는 흑색줄이 0.05mm의 두께로 빼곡히 20개가 들어가면 10lp/mm가 된다. lp/mm는 line pair per millimeter를 의미한다. 이런 종류의 해상도차트는 무수히 많을 수 있지만 일반적으로 600lp/mm를 넘어가는 경우는 없다. 인간의 육안으로 구분할 수 있는 lp의 한계는 통상 10lp/mm이다.

차트 또는 타켓에 선이 어떻게 그어져 있느냐에 따라 차트의 중심에서 자전거 바퀴살 모양으로 선이 방사상으로 그어지는 것도 있고 원형으로 수렴하는 모양으로 그어지는 것도 있다. 전자는 렌즈의 중심축 또는 광축에서 봤을 때 어떤 형체를 형성하는 수평적인 요소가 되고 후자는 원형의 수직적인 요소가 된다. MTF에서 이런 해상도차트를 알아야 MTF를 이해할 수 있다. MTF는 이런 차트를 프로젝터와 렌즈를 통해 투사해서 렌즈가 그 차트(원본)를 재생시키는 정도에 따라 렌즈의 성능을 판단한다. 이때 재생의 정도라 함은 원본이 가지고 100% 콘트라스트에 비하여 투사된 결과물(투사본)이 가지는 콘트라스트의 정도[4]를 말한다.

특이한 MTF의 장점으로서 총합적인 MTF를 얻기 위해 두 개 이상의 소자의 MTF를 단순히 곱하기만 하는 직렬로 해도 목적을 이룰 수 있다는 것이다.

예를 들어서 mm당 20사이클에서 0.5라는 MTF를 갖는 카메라렌즈가 이 주파수에서 0.7이라는 MTF를 가진 필름을 사용한다고 하면 결합MTF는 $0.5 \times 0.7 = 0.35$ 가 된다. 이 카메라로 찍은 물체가 0.1이라는 콘트라스트(변조)를 갖고 있다면 영상변조는 $0.1 \times 0.35 = 0.035$ [12]로서 시각검출한계치에 근접한다.

4. OTF

광학시스템을 평가하는 중요한 개념으로서 광학 전달함수(optical transfer function ; OTF)라는 것이 있어서 이것을 공간주파수의 함수로 그렸을 경우 표본 콘트라스트 대비 영상콘트라스트의 비율을 나타낸다. OTF는 광전달함수(optical transfer function)로서 영상 시스템에서의 위상 및 주파수응답이라 할 수 있다. 이는 공간주파수에 대한 휘도 및 위상[4]으로 표시한다. 이때 실제 영상과 이상적인 영상이 점유한 위치 사이의 위상차를 고려해야만 한다. 광학전달함수는 일반적으로 다음과 같이 표현할 수 있다[6]-[12].

$$OTF = MTF \times e^{j\Phi} \quad (2)$$

식(2)에서 MTF는 상기에서 이미 설명한 변조전달 함수이고, 이 식의 허수부분은 위상전달함수(phase transfer function ; PTF)로서 위상위치의 변화를 공간 주파수의 함수로 표현하는 것이다. Φ 는 위상차이다. 그러므로 광학전달함수는 공간주파수에 의존하는 복소변수로서 그 계수(modulus)는 변조전달함수(MTF)이며 위상은 위상전달함수(PTF)가 된다[5]. 위상전달 함수가 주파수에 따라 선형으로 변하면 이는 단순히 영상의 측면변위를 나타내며, 기하구조적인 왜곡과 같은 수차를 가진 것에서 관찰되는 것과 같다.

III. 정현파의 MTF

앞에서 검토한 것은 휘도분포(brightness distribution)가 통상적으로 “직각파형”이며 영상조도 분포가 광학시스템의 특성 때문에 왜곡되거나 “등그 스템”한 파형에 근거한 것이었다. 그러나 물체의 파

형휘도분포가 정현파이면 영상의 분포는 확산함수의 모양에 관계없이 정현파로 서술된다. 이러한 특성 때문에 렌즈시스템의 성능을 서술하기 위한 변조전달 함수(modulation transfer function ; MTF)를 광범위하게 적용할 수 있다. 이때 변조전달함수(MTF)는 정현 파의 주파수(단위길이당 사이클)의 함수로서 물체 대비 영상의 비율이다.

$$MTF(v) = \frac{M_i}{M_o} \quad (3)$$

식(3)에서 M_i 는 영상의 변조도, M_o 는 물체의 변조도이다. 주파수 v 에 대해 MTF 그림을 그리면 영상 형성 시스템의 성능을 범용적으로 측정할 수 있으며, 따라서 렌즈에서 뿐만 아니라 필름, 인광체(phosphor), 영상관, 눈 및 심지어 카메라를 장착한 항공기와 같은 완성시스템에도 사용할 수 있다.

MTF는 주파수 응답, 정현파응답, 콘트라스트전달로 언급되어 왔다. 여현(또는 정현)함수에 따라 휘도(밝기, 광채)가 변하는 명암교차파로 구성된 물체를 가정해보면 휘도분포는 수학적으로 아래의 식과 같이 표현할 수 있다[13].

$$G(x) = b_0 + b_1 \cos(2\pi vx) \quad (4)$$

식(4)에서 v 는 단위길이당 사이클의 휘도변화주파수이고 $(b_0 + b_1)$ 은 최대휘도, $(b_0 - b_1)$ 은 최소 휘도이다. 그리고 x 는 띠에 수직인 공간좌표이다. 이 파형의 변조는

$$M_0 = \frac{(b_0 + b_1) - (b_0 - b_1)}{(b_0 + b_1) + (b_0 - b_1)} = \frac{b_1}{b_0} \quad (5)$$

이다. 이 라인파형을 광학시스템으로 영상화할 때는 물체의 각점이 번짐으로 영상화된다. 이 번짐 사이의 에너지분포는 시스템의 상대적인 구경(aperture)과 수차(aberration)에 달려 있다. 선형물체를 취급하고 있으므로 각 라인의 요소의 영상은 $A(\delta)$ 라는 나타낸 라인확산함수로 서술할 수 있다. 위치 x 에서의 영상에너지분포가 $G(x)$ 와 $A(t)$ 를 곱한 합이므

로 다음과 같이 콘벌루션으로 표현할 수 있다[13].

$$F(x) = \int A(t)G(x-t)dt \quad (6)$$

IV. 회절한계시스템

1. 영상콘트라스트

현미경, 망원경, 카메라와 같은 광학시스템의 해상도는 렌즈의 불완전성이나 배열의 불균일 등과 같은 인자에 의해서 제한을 받게 된다. 그러나 어떠한 광학시스템이라도 회절 때문에 해상도에 제한을 받게 되는 최대한의 해상도라는 것이 있다. 각해상도의 영상품질을 기기의 이론적인 한계까지 우수하게 구현하는 광학시스템의 성능을 회절한계[12]-[14]라 한다.

회절한계 광학시스템에서 표본의 공간주파수가 증가할 때 영상의 콘트라스트가 어떻게 감소되는가를 관찰해보자. 회절한계광학현미경의 영상콘트라스트에서 공간주파수를 증가시킬 때 어떠한 영향이 있을 것인가를 보여주는 그림을 그림1에서 예시하였다. 그림의 좌측에 흑백교차직각막대기로 구성된 주기적 선격자(100% 콘트라스트)가 두 개의 공간주파수에서 표시되었다. 현미경에서 형성된 최종영상은 각 기기의 우측에 보였으며 콘트라스트가 감소되어 정현적인 강도로 나타나고 기기 콘트라스트의 상대적인 비율로 영상 밑에 그렸다.

100%콘트라스트란 직각흑백막대기를 의미하며 한편 0%콘트라스트란 동일한 강도를 가진 회색배경에 회색막대기가 섞이게 되어 나타나는 것이다. 콘트라스트의 값이 0으로 접근한 후에는 영상은 균일한 회색그림자로 변환되어 모든 고도의 공간주파수에 대해서 그러한 형태를 유지한다.

입력이 그림 1에서 예시한 바와 같은 주기적 격자 타겟인 콘트라스트가 높은 직각과이면 콘트라스트전달함수에 의하여 콘트라스트의 전달이 결정된다. 그러나 현미경으로 관찰하게 되는 대부분의 표본은 그러한 일정한 주기성을 보이지는 않으며 마이크로 이하의 레벨에서 그 정도가 변하는 정현적인 직각파로 구성된다.

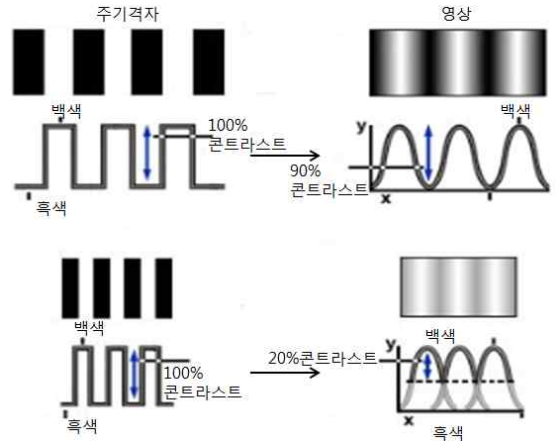


그림 1 변조 및 콘트라스트 전달함수[12]
Fig.1. modulation and contrast transfer function[12]

2. MTF

앞항에서는 순수한 기하구조적 향으로 MTF를 검토했었다. 그러나 수차가 적어지면 시스템의 구경의 회절효과와 수차 사이의 반응이 매우 복잡해져서 [13],[15] 앞의 방법으로는 MTF를 구하기가 어려워진다. 수차가 없다면 시스템의 MTF는 회절파형의 크기와 관계가 있으므로(이는 시스템의 수치적 구경과 사용되는 광선의 파장함수이다.) 다음과 같이 표현할 수 있다[13],[15].

$$MTF(v) = \frac{2}{\pi}(\phi - \cos\phi \sin\phi) \\ = \frac{1}{\pi}(2\phi - \sin 2\phi) \quad (7)$$

여기서

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{\lambda v}{2NA}\right) \quad (8)$$

이고 v 는 mm당 사이클주파수, λ 는 mm로 표시되는 파장, NA 는 수치적인 구경($N \sin U'$) [13],[15]이고 $\cos^{-1}(x)$ 는 역현값이 x 가 되는 각이다. ϕ 가 0이면 $MTF(v)$ 가 0이 된다는 것이 명백하다. 그러므로 수차가 없는 시스템에 대한 “한계해상도”는 종종 차단주파수(cutoff frequency)라고도 하며 다음과 같이 나타낸다[13],[15].

$$v_o = \frac{2NA}{\lambda} = \frac{1}{\lambda(f/\#)} \quad (9)$$

식(9)에서 λ 는 mm, $f/\#$ 는 시스템의 상대구경, v_o 는 mm당 사이클이다. 이 식(9)는 구형구경(circular aperture)에 적용할 수 있다. 이러한 관계를 이용하면 식(7)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$MTF = \frac{2}{\pi} \left\{ \phi - \frac{v}{v_o} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{v_o}\right)^2} \right\} \\ = \frac{2}{\pi} \left\{ \cos^{-1}\left(\frac{v}{v_o}\right) - \frac{v}{v_o} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{v_o}\right)^2} \right\} \quad (10)$$

임의의 형태를 가진 구경인 경우 회절 MTF는 구경과 구경변위에 공통적인 정규화면적과 동일하다. 그러므로 식(7)은 반경이 R인 두 원의에 공통부분인 정규화면적이다. 왜냐하면 그림 2에서 알 수 있는 바와 같이 두 원의 중심이 $2Rv/v_o$ 만큼 떨어져있으므로 겹치는 호의 정규화면적은

$$2(\pi R^2 \times \frac{2\phi}{2\pi} - \frac{1}{2} \frac{2Rv}{v_o} \times R \sin 2\phi) / \pi R^2 \\ = \frac{2}{\pi} (\phi - \cos \phi \sin \phi) \text{ 이기 때문이다. 따라서 직각 구경인 경우는 MTF가 직선이 된다. 차단주파수 } v_o \text{ 는 해상도방향의 폭(즉, } f/\# \text{ 또는 } NA) \text{을 이용하여 식(9)로 계산한다.}$$

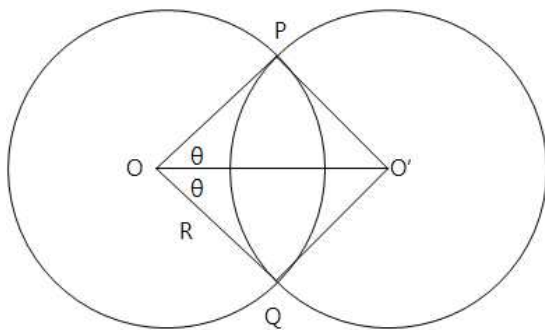


그림 2. 호의 면적과 MTF의 관계
Fig.2. relation between arc area and MTF

무한초점시스템(또는 영상이 먼 거리에 있는 시스템인 경우 차단주파수는 다음과 같다.

$$v_o = D/\lambda \quad (11)$$

식(11)에서 D는 렌즈의 직경이다. 식(7)을 그림 3에 표현하였다[13]. 주파수크기는 식(9)에서 주어진 한계주파수인 v_o 를 이용하여 표시한다. 통상적인 시스템인 경우 이 성능레벨을 초과하지 못한다. 정교하게 교정된 렌즈를 이용하여 구한 광선추적데이터(회절은 무시)로부터 유도된 기하구조적 MTF곡선은 때때로 한계치를 초과하기도 한다. 물론 그러한 결과는 부정확한 것이다.

V. OPD가 있는 MTF

여기서는 동일한 양에 의해서 탈초점되는 완벽한 시스템의 기하구조적인 계산으로 얻어질 수 있는 MTF에 대해서 검토하기로 한다. 여기서 검토하고자 하는 OPD는 광경로차(optical path difference)로서 두 광선의 경로길이 차이[4]를 의미한다. OPD의 양이 적으면 파두(wavefront) 분석에서 얻어지는 곡선을 나타내주는 그림 상호간에 불합리한 경우가 생긴다. 그러나 한 파장 이상의 OPD를 도입할 만큼 탈초점이 충분하다면 모든 곡선이 동일한 균을 이루며, 주파수의 척도를 조정하면 하나의 값으로부터 다른 값을 쉽게 유도할 수 있다. 이러한 곡선들은 다음과 같이 표현할 수 있다[13].

$$MTF(v) = \frac{2J_1(\pi Bv)}{\pi Bv} \approx \frac{J_1(2\pi\delta NA v)}{\pi\delta NA v} \quad (12)$$

식(12)에서, $J_1()$ 는 1계베셀방정식, B는 탈초점으로 생성되는 번짐점의 직경, δ 는 세로방향 탈초점의 깊이, NA는 수치적인 구경, v 는 단위길이당 사이클 주파수이다. 베셀함수 $J_1()$ 는 아래와 같다.

$$J_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+1}}{k!(k+1)!} \quad (13)$$

그런데, 탈초점의 깊이 δ 와 광경로차 OPD 사이

에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$OPD = \frac{1}{2}n\delta \sin^2 U \quad (14)$$

tr(12)에서 n 은 매질의 굴절지수, $n \sin U$ 는 매질의 수치구경(NA)이다. $OPD = \lambda/4$ 인 경우 $\delta = \lambda / (2n \sin^2 U)$ 이다. 이제 식(13)식을 좀 더 현실적으로 이해하기 위해 참고문헌[13]의 예를 들어본다. $f/5$ ($\sin U = 0.1$)에서 작동하는 광학시스템에서 구형수차가 0.22mm이면 근축초점 앞에 생기는 번짐의 최소직경은 $0.75 \times 0.22 = 0.165mm$ 이며, 이 번짐의 크기는 $B = 0.011mm$ 가 된다. 그리고 $\lambda = 550nm$ 인 녹색 파장 에이리파형의 중앙판의 직경은

$$\frac{1.22\lambda}{n \sin U} = \frac{1.22 \times 0.00055}{0.1} = 0.0066mm \text{이다. 이}$$

$$\text{때 } \delta = \frac{\lambda}{2n \sin^2 U} = \frac{0.00055}{2 \times 0.1^2} = 0.0275mm \text{가 된다.}$$

이제 이와 같은 배경 하에 MTF곡선을 그리면 그림 3과 같이 된다.

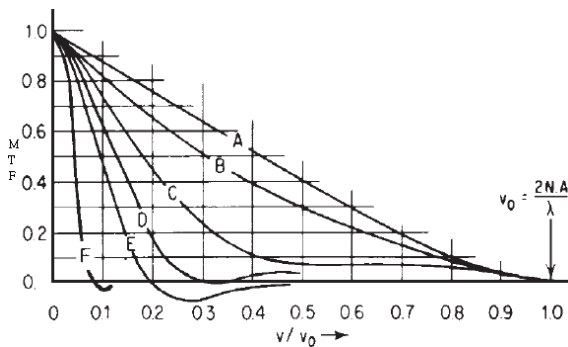


그림 3. 수차가 없는 시스템의 탈초점효과[13]
Fig.3. effect of defocusing on the MTF of an aberration-free system[13]

VI. 실례

실례로서 번짐의 직경 B가 0.01mm 즉, $NA = 0.1$ 이고 $\delta = 0.1mm$ 인 경우를 들기로 한다. 그리고 이 번짐의 크기를 기준으로 하여 다수배가 되는 경우를 예로 들어서 상기 베셀함수에 의한 MTF를 그린다.

우선 식(12)에 의하여 그래프를 작성한 결과는 그

림 4와 같다. 이 때 각 경우의 한계해상도는 $J_1(x)$ 가 첫 번째 0이 되는 x 의 값으로서 이는 계산에 의하여 $x = 3.8317$ 이다. 그러므로 첫 한계주파수는 $v_o = \frac{3.8317}{3.14 \times 0.01} = 122 \text{cycles/mm}$ 이고 B가 이의 배수로 증가되어감에 따라 61.0, 40.7, 30.5, 24.4 Hz 순으로 감소되어간다. 그림에서 공간주파수가 한계주파수를 초과하면 MTF는 음의 값을 가지게 된다. 이는 영상의 위상이 물체의 것에 비하여 180만큼 위상차이가 나는 것으로서 이는 물체의 색이 백색이면 영상이 흑색으로, 반대로 흑색이면 백색으로 나타나는 오류를 범하는 것이 된다. 그러므로 공간주파수가 한계주파수를 초과하면 안된다.

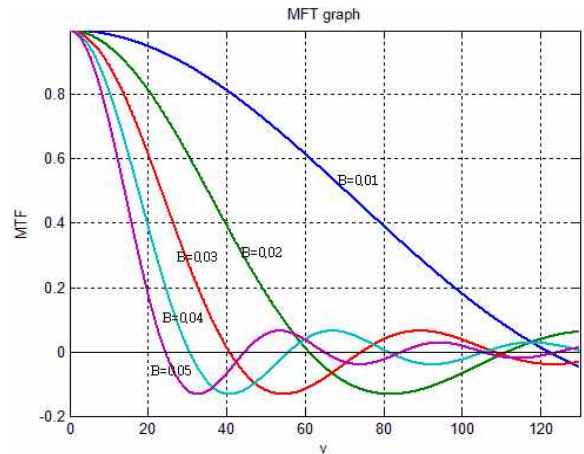


그림 4. 베셀함수를 이용한 MTF 곡선
Fig.4. MTF curve through bessel function

VII. 결 론

광학기기가 대상물체를 영상으로 정확하게 재현할 수는 없으므로 이러한 광학기기의 특성을 평가하는 방법으로서 변조전달함수(MTF)가 보편적으로 사용되지만, 한편으로 렌즈의 수차가 적어지면 광학시스템 구경의 회절과 수차 사이의 반응이 매우 복잡해지므로 기존의 MTF의 방법으로는 광학기기를 평가하기가 어렵다. 이 경우에는 렌즈의 수치구경, 탈초점, 광경로차(optical path difference ; OPD) 및 위상차를 고려한 MTF를 구해야 한다.

본 논문에서는 이러한 방법으로서 가장 보편적으로 알려진 베셀함수를 이용하여 이의 타당성을 검증

하고 실례를 통하여 이를 보여주고자 하였다.

베셀함수를 이용하여 MTF를 작성하는 실례로서 번짐의 크기를 기준으로 하여 이의 다수배가 되는 경우의 MTF를 작성하였다. 그 결과 번짐의 직경이 커짐에 따라 MTF의 값이 급격하게 감소하는 한편, 한계주파수도 비례하여 낮아졌다. 한계주파수를 초과하는 공간주파수에서는 MTF의 값이 음의 값으로 변하여 원래의 값과 180도의 위상차를 나타내었다. 이는 물체의 색이 백색이면 영상이 흑색으로, 반대로 흑색이면 백색으로 나타나는 오류를 범하는 것이 된다. 그러므로 공간주파수가 한계주파수를 초과하면 안된다.

이를 통하여 모든 곡선이 동일한 군을 이루며 주파수의 척도를 조정할 수 있다면 하나의 값으로부터 다른 값을 쉽게 유도할 수 있다는 것을 알게 되었다.

참 고 문 헌

[1] <http://user.chol.com/~sloth/misc/mtf.html>, "Modulation Transfer Function Engineering", <http://user.chol.com/~sloth/misc/mtf.html>, 2011.09

[2] <http://blog.naver.com/ekfwms>

[3] <http://blog.naver.com/zekobaray>

[4] <http://blog.naver.com/combird>

[5] Eugene Hecht, "Optics", 4^{ed}, Addison Wesley Longman Inc., 2002

[6] 원바리, "의료영상의 평가방법", <http://blog.naver.com/ysdom>.

[7] G. Lubberts, " The line spread-function and the modulation transfer function of x-ray fluorescent screen-film systems", *Research Laboratories Eastman Kodak Company*, vol.105, no.4, pp909-917

[8] Optikos Corporation, "How to Measure MTF anf other Properties of Lenses", *Optikos Corporation*, 1999.7

[9] choalex@nate.com

[10] Wikipedia, "Modulation transfer function(infrared imaging)", *Wikipedia*, the free encyclopedia.

[11] <http://blog.naver.com/hamjangs>

[12] Kenneth R. Spring, Michael W. Davidson, "Modulation Transfer Function", *Nikon Microscopy*, the source for microscopy education.

[13] Warren J. Smith, "modern optical engineering- the design of optical systems', *Mcgraw-Hill*, pp345-pp361, 1990

[14] Wikipedia, "Diffraction-limited system", *Wikipedia*, the free encyclopedia.

[15] Wikipedia, "Numerical Aperture", *Wikipedia*

최 규 식 (崔圭植)



1973년 서울대학교 공과대학 전기공학과(공학사)
1983년 뉴욕공과대학 전기공학과(공학석사)
1993년 명지대학교 전기공학과(공학박사)
1978년 ~1993년 한국전력기술 중앙연구소 책임연구원

1993년 ~ 현재 건양대학교 의공학과 교수

관심분야 : 생체계측, 의학물리, 원자력

장 원 석 (張元碩)



인하대학교 전자공학과(학사)
인하대학교 전자공학과(석사)
인하대학교 정보공학(박사)
국방과학연구소 전자통신실근무 (미)UCLA 방문교수
현재 건양대학교 컴퓨터학과 교수
관심분야 : 생체계측 및 전송시스템

오 재 익 (Jake Oh)



1984년 서울대학교 제어계측공학과 학사
1994년 University of Florida, Computer Science 석사
1997년 University of Florida, Computer & Electrical Engineering 박사
1998년 - 2010년 CompuCyte 수석 엔지니어
2010년 - 현재 동강메디칼시스템

연구소장

관심분야: Software architecture, Medical image processing