

# Fourier-Galerkin Moment Method를 이용한 접지된 2개 유전체층 위의 완전도체띠 격자구조에 의한 TE 산란의 해

## Solution of TE Scattering by a Perfectly Conducting Strip Grating Over the Grounded Two Dielectric Layers Applying Fourier-Galerkin Moment Method

윤의중\*

Uei-Joong Yoon\*

### 요 약

본 논문에서는 접지된 2개의 유전체층 위의 도체띠 격자구조에 의한 TE (Transverse Electric) 산란문제를 도체경계조건과 수치해석 방법인 FGMM (Fourier-Galerkin Moment Method)를 적용하여 해석하였으며, 이 때 유도되는 표면전류밀도는 미지의 계수와 단순한 함수인 지수함수의 곱의 급수로 전개하였다. 전반적으로, 제안된 구조에서 영역-2의 유전체층의 비유전율  $\epsilon_{r,2}$  과 유전체 층의 두께  $t_2$  가 증가함에 따라 반사전력이 증가하였다. 반사전력의 급변점들은 공진효과에 기인한 것으로 과거에 wood's anomaly라고 불리워졌으며, 수치계산 결과들은 기존 논문의 결과들과 일치하였다.

### Abstract

In this paper, The TE (Transverse Electric) scattering problems by a perfectly conducting strip grating over a grounded two dielectric layers are analyzed by applying the conductive boundary condition and the FGMM (Fourier-Galerkin Moment Method) known as a numerical procedure, then the induced surface current density is expanded in a series of the multiplication of the unknown coefficient and the exponential function as a simple function. Generally, the reflected power gets increased according as the relative permittivity  $\epsilon_{r,2}$  and the thickness of dielectric layer  $t_2$  of the region-2 in the presented structure gets increased, respectively. The sharp variations of the reflected power are due to resonance effects were previously called wood's anomaly, the numerical results show in good agreement with those of the existing papers.

Key words : TE scattering, conductive strip, conductive boundary condition, exponential function, Fourier-Galerkin Moment Method

### I. 서 론

유전체 판상의 스트립 회절격자(strip grating)에 의한 산란문제는 전자기학의 이론 및 광학에서 전송회절격자로 널리 이용되어 왔으며, radomes, frequency

\* 가천대학교 의공학과(Dept. of Biomedical Engineering, Gachon University)

· 제1저자 (First Author) : 윤의중

· 투고일자 : 2012년 7월 13일

· 심사(수정)일자 : 2012년 7월 15일 (수정일자 : 2012년 8월 24일)

· 게재일자 : 2012년 8월 30일

selective filters, reflector antenna systems, wave polarizers, artificial dielectrics, side lobe suppression angular filter, artificial dielectrics 등 반사나 투과 현상을 취급하기 위해서 여러 연구자들에 의해 많은 관심을 가져왔다 [1]-[9]. 회절격자에 도체띠를 사용한 경우, Richmond [2]는 자유공간상에서 도체띠에 유도되는 전류밀도를 간단히 Fourier 급수로 전개하여 FGMM (Fourier-Galerkin Moment Method)을 이용하여 수치해석하였고, 자유공간상에서 저항띠를 가진 경우는 파수영역에서 SGMM (Spectral-Galerkin Moment Method)을 이용하여 수치해석하였으며 [3][4], 또한 접지된 유전체층 위에 도체띠(Conductive Strip) 격자 구조에 의한 산란 문제에 대해 수치해석 방법인 PMM(Point Matching Method)을 이용하여 수치해석하였다 [5].

TE(Transverse Electric) 산란문제의 경우, 저항띠 (Resistive Strip)에 유도되는 전류밀도를 sine 함수와 cosine 함수로 나누어 홀수 항과 짝수 항으로 구분하고, FGMM을 이용하여 수치해석하였으며 [7], 그 후 저항띠에 유도되는 전류밀도를 지수함수의 급수로 전개하고 저항경계조건(Resistive Boundary Condition)을 적용하여 접지된 1개 및 2개의 유전체층 위의 저항띠 문제를 수치해석하였다 [8][9].

본 논문은 TE 산란문제의 경우, 접지된 2개 유전체층 위의 도체띠가 주기적으로 배열되어 있을 때 도체띠에 유도되는 전류밀도를 간단한 지수함수의 급수로 전개한 후, FGMM을 이용하여 수치해석하였으며, 또한 도체띠의 격자구조에 대한 문제이므로 도체경계조건(Conductive Boundary Condition)을 적용하여 도체띠에 대해 좀 더 깊은 연구를 위해 반사전력의 해(solution)를 구하고자 한다.

## II. 문제의 구조에 대한 각 층에서의 전자계수식전개

그림 1에서 TE 평면파(Plane Wave)가 가장자리에 나란하게  $\phi$ 의 각도로 비스듬히 입사하고, 접지된 2개의 유전체 층위에 도체띠가  $y$ 방향으로 무한하며, 도체띠 격자는  $x-y$  평면상에 있고,  $x$ 방향으로 주기적으로 배열되어 있다.

영역-1와 2의 비유전율은  $\epsilon_{r1}$  및  $\epsilon_{r2}$  [F/m], 스트립 주기  $s$ , 스트립 폭  $w$ ,  $h$ 는 스트립폭의 반( $h = w/2$ ), 영

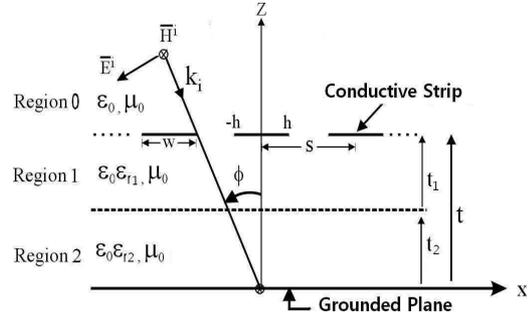


그림 1. 문제의 구조

Fig. 1. Structure of the problem

역-1와 2의 유전체 두께는  $t_1$  및  $t_2$ , 전체 두께  $t = t_1 + t_2$ 로서 단위는 파장  $[\lambda]$ 이다. 이때 영역-0에서 입사하는 자계 및 전계는  $\overline{H}^i$  및  $\overline{E}^i$ 는 다음과 같다 [8][9].

$$\overline{H}^i = \hat{a}_y H_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} e^{jk_0 z \cos \phi} \quad (1)$$

$$\overline{E}^i = -(\hat{a}_x \cos \phi + \hat{a}_z \sin \phi) \frac{H_0}{\omega \epsilon_0} k_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} e^{jk_0 z \cos \phi} \quad (2)$$

여기서  $\hat{a}_x, \hat{a}_y$  및  $\hat{a}_z$ 는  $x, y$  및  $z$  방향의 단위벡터를 의미하며, 전파상수  $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ , 고유임피던스  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ ,  $\mu_0$ 와  $\epsilon_0$ 는 자유공간의 투자율 및 유전율,  $H_0$ 는 입사자계의 진폭으로 본 논문에서는 1로 정규화하였으며, 수식 전개시  $H_0$ 는 생략한다. 영역-1에서 산란자계  $\overline{H}^s$  및 전계  $\overline{E}^s$ 는 평면파의 합으로 다음과 같이 표현할 수 있다 [8][9].

$$\overline{H}^s = \hat{a}_y e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n A_n e^{-j\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (3)$$

$$\overline{E}^s = \hat{a}_x \frac{e^{-jk_0 x \sin \phi}}{\omega \epsilon_0} \sum_n A_n \gamma_n e^{-j\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (4)$$

여기서  $A_n$ 은 구해야 할 미지의 계수,  $\beta_n = k_0 \sin \phi + 2n\pi/s$ ,  $\gamma_n$ 는 자유공간상의 전파모드와 감쇠모드로 구분하여 표시할 수 있다.

$$\gamma_n = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \beta_n^2}, & k_0^2 \geq \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_0^2}, & k_0^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (5)$$

영역-1과 2의 접선성분의 전체 자계  $\overline{H}_i^t$  및 전체  $\overline{E}_i^t$ 는 미지의 급수들의 합으로 표현할 수 있다.

$$\overline{H}_i^t = \hat{a}_y e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n \cdot \quad (6)$$

$$(B_{ni} e^{-j\eta_{ni}x} + C_{ni} e^{j\eta_{ni}x}) e^{-j2n\pi x/s}$$

$$\overline{E}_i^t = -\hat{a}_x \frac{e^{-jk_0 x \sin \phi}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{ri}} \sum_n \eta_{ni} \cdot \quad (7)$$

$$(B_{ni} e^{-j\eta_{ni}x} - C_{ni} e^{j\eta_{ni}x}) e^{j2n\pi x/s}$$

식 (6)과 식 (7)에서  $i$ 는 유전체 영역-1과 2를 의미하며,  $B_{ni}$ 와  $C_{ni}$ 는 구해야 할 미지의 계수,  $\eta_{ni}$ 는 각 유전체 층에서 2가지 모드로 구분할 수 있다.

$$\eta_{ni} = \begin{cases} \sqrt{k_i^2 - \beta_n^2}, & k_i^2 \geq \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_i^2}, & k_i^2 < \beta_n^2 \end{cases}, i = 1, 2 \quad (8)$$

식 (8)에서  $k_i = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_{ri}} = k_0 \sqrt{\epsilon_{ri}}$ ,  $i$ 는 유전체 영역-1과 2를 의미한다. 그리고  $z = 0$ 인 접지평면에서 접선성분의 전체전계는 사라져야 한다. 또한 영역-0과 1의 경계면인  $z = t$ 에서 접선성분의 자계 및 전계는 연속이므로 이들 경계조건들을 정리하면  $B_{n1}$ 를  $A_n$ 의 항으로 표현할 수 있다 [9].

$$B_{n1} = \frac{\epsilon_{r1}(A_n \gamma_n - k_0 \cos \phi e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n)}{\eta_{n1}(e^{-j\eta_{n1}t} - p_{n1} e^{j\eta_{n1}t})} \quad (9)$$

$$p_{n1} = \frac{1 + j \frac{\epsilon_{r1} \eta_{n2}}{\epsilon_{r2} \eta_{n1}} \tan(\eta_{n2} t_2)}{1 - j \frac{\epsilon_{r1} \eta_{n2}}{\epsilon_{r2} \eta_{n1}} \tan(\eta_{n2} t_2)} \cdot e^{-j2\eta_{n1} t_2} \quad (10)$$

식 (9)에서  $\delta_n$ 는  $n = 0$ 일 때 1,  $n \neq 0$ 의 경우는 0인 Kronecker delta 함수,  $z = t$ 인 경계면에서 도체면에 유도되는 표면전류밀도는 기저함수  $G_p(x)$ 의 급수를 포함한 식으로 전개하였다.

$$\overline{J}_x(x) = \hat{a}_x e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_p f_p G_p(x) \quad (11)$$

식 (11)의  $f_p$ 는 구해야 할 미지의 계수이며,  $G_p(x)$ 는 취급이 쉬운 지수함수로 놓았다.

$$G_p(x) = e^{jp\pi x/h} P_x(-h, h) \quad (12)$$

식 (12)에서  $P_x(-h, h)$ 는 도체면 구간에서 1, 이외의 구간에서는 0이며, 영역-1에서 유도 전류밀도와 자계와의 관계식( $\overline{J} = \hat{a}_z \times \overline{H}$ )에 대해 식 (1), (3), (7), (11)을 이용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_n [B_{n1}(e^{-j\eta_{n1}t} + p_{n1} e^{j\eta_{n1}t}) - e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n A_n] \cdot e^{-j2n\pi x/s} = \sum_p f_p G_p(x) \quad (13)$$

$$p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M$$

식 (13)의 양변에  $e^{j2n\pi x/s}$ 를 곱하고  $-h < x < h$  구간에서 양변을 적분한 후, 식 (9)의  $B_{n1}$ 를 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$A_n = \frac{1}{s} \sum_{n=-N}^N f_p \frac{G_{pn}}{p_{n3}} + e^{k_0 t \cos \phi} \frac{p_{n4}}{p_{n3}} \delta_n \quad (14)$$

$$G_{pn} = \int_{-h}^h e^{j2\pi(p/w + n/s)x} dx \quad (15)$$

$$p_{n2} = \frac{(1 + p_{n1}) - j(1 - p_{n1}) \tan(\eta_{n1}t)}{(1 - p_{n1}) - j(1 + p_{n1}) \tan(\eta_{n1}t)} \quad (16)$$

$$p_{n3} = \epsilon_{r1} \gamma_n \frac{p_{n2}}{\eta_{n1}} - 1 \quad (17)$$

$$p_{n4} = k_0 \cos \phi \epsilon_{r1} \frac{p_{n2}}{\eta_{n1}} + 1 \quad (18)$$

그리고  $z = t$ 인 도체면의 경계면인 영역-0에서 전체전계는 도체면에서 사라져야 하므로 도체경계조건을 만족해야 한다 [5].

$$\overline{E^i} + \overline{E^s} = 0 \quad (19)$$

식 (19)에 앞에서 나온 식들을 대입한 후, 양변에  $e^{-jq\pi x/h}$  를 곱하고  $-h < x < h$  구간에서 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$\sum_n A_n \gamma_n G_{qn}^* = k_0 \cos \phi e^{jk_0 t \cos \phi} G_q \quad (20)$$

$$G_{qn}^* = \int_{-h}^h e^{-j2\pi(q/w + n/s)x} dx \quad (21)$$

$$G_q = \int_{-h}^h e^{-jq\pi x/h} dx \quad (22)$$

여기서 표시 “\*”는 공액복소수(Complex Conjugate)를 의미하며, 식 (20)에 식 (14)의  $A_n$ 을 대입하면 다음과 같은 선형방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{p=-M}^M f_p Z_{pq} = V_q \quad (23)$$

$$Z_{pq} = \frac{1}{s} \sum_{n=-N}^N \left( \frac{G_{pn} \gamma_n}{P_{n3}} \right) G_{qn}^* \quad (24)$$

$$V_q = e^{jk_0 t \cos \phi} \left[ k_0 \cos \phi G_q - \sum_{n=-N}^N \left( \frac{P_{n4} \gamma_n \delta_n}{P_{n3}} \right) G_{qn}^* \right] \quad (25)$$

### III. 수치계산 결과 및 검토

본 논문에서는 TE 산란문제에 대하여 접지된 2개의 유전체층 위에 도체띠가 주기적으로 배열되어 있을 때, 기하광학적 정규화된 반사전력을 수치해석방법인 FGMM을 이용하여 수치계산하였으며, 도체띠 격자구조의 문제이므로 도체경계조건을 적용하여, 도체띠에 대한 좀 더 깊은 연구를 위해 반사전력의 해를 구하는 것이 본 논문의 목적이다.

식 (23)을 이용하여 미지의 계수  $f_p$ 를 구한 후, 식 (14)에 대입하여 반사계수  $A_n$ 을 계산하고, 기하광학

적 반사전력(zeroth order mode reflected power)은  $|A_0|^2$ 이다. 수치해석을 하기 위해서는 매트릭스의 크기를 한정할 수밖에 없으므로 본 논문에서는  $p=q=[-M:M]$ ,  $n=[-N:N]$ 을 가지며, 이 때  $M=10$ ,  $N=100$ 으로 매트릭스의 크기를 한정하여 수치해석하였다. 격자상수들인 각 층의 비유전율 값의 단위[F/m]와 도체띠의 격자 주기와 폭 및 각각의 유전체 층의 두께의 단위[λ]는 편의상 생략하기로 한다.

그림 2는 수직입사시, 도체띠에 유도되는 표면전류밀도의 크기를 계산한 결과로서 전류밀도의 크기가 좌우대칭이므로 수치계산의 타당성을 입증하였으며, 또한 격자상수가  $s=1.2$ ,  $w=0.8$ ,  $h=w/2$ ,  $\epsilon_{r1}=1$ ,  $\epsilon_{r2}=3$ ,  $t_1=0.2$  일 때,  $t_2$ 의 값을 증가시켜 도체띠에 유도되는 전류밀도를 계산한 결과로서  $t_2$ 의 값이 크면 전류밀도의 크기가 작아짐을 알 수 있었다.

그림 3은 수직 입사시, 격자상수가  $s=1.2$ ,  $h=w/2$ ,  $t_1=t_2=0.2$ ,  $\epsilon_{r1}=1$  일 때,  $\epsilon_{r1}$ 을 증가시켜 반사전력을 계산한 결과로서  $\epsilon_{r2}$ 의 값이 클수록 반사전력이 크게 나타났으며, 또한 각각의 반사전력들의 최저값은 스트립 폭이 증가하는 쪽으로 이동하였고, 표시 “□”는 접지된 1개의 유전체층위의 도체띠의 경우와 동일한 격자상수를 적용했을 때 수치해석 방법인 PMM을 이용한 Kalthor [5]의 경우와 계산결과를 비교하여 수치계산의 타당성을 확인하였다. 그림 4는 입사각이 60도의 경우, 격자상수가  $s=1.2$ ,  $w=0.8$ ,  $h=w/2$ ,  $\epsilon_{r1}=1$ ,  $\epsilon_{r2}=3$ ,  $t_1=0.15$ 일 때,  $t_2$ 의 값을 변화시켜 반사전력을 계산한 결과로서  $t_2$ 의 값이 증가할수록 상대적으로 반사전력이 크게 나타났다.

그림 5는 입사각이 60도, 격자상수가  $s=t$ ,  $t_2=s/2$ ,  $t_2=t_1$ ,  $w=s/2$ ,  $h=w/2$ ,  $\epsilon_{r1}=3$  일 때,  $\epsilon_{r2}$ 의 값을 증가시켜 계산한 결과이며, 표시 “□”는 동일한 조건의 격자상수인 Kalthor [5]의 계산결과와 일치하였다. 그림 6은 입사각에 따른 반사전력을 계산한 것으로 격자상수가  $s=1.2$ ,  $w=0.7s$ ,  $\epsilon_{r1}=1$ ,  $\epsilon_{r2}=2$ ,  $t_1=0.4$  일 때,  $t_2$ 의 값을 증가시켜 반사전력을 계산한 결과로서 입사각이 10도와 43도 사이와 55도에서 65도 사이의 부근에서  $t_2$ 의 값이 클수록 반사전력이 크게 나타나고 있음을 알 수 있었다.

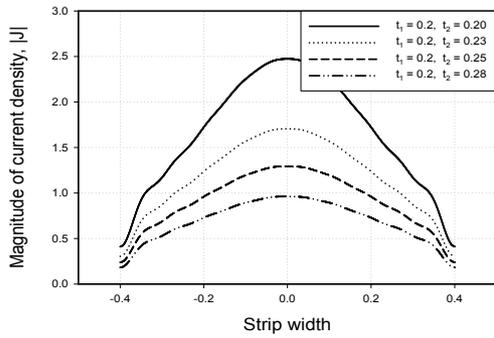


그림 2. 수직입사시 유도되는 표면전류밀도의 크기  
Fig. 2. Magnitude of the induced surface current density for normal incidence

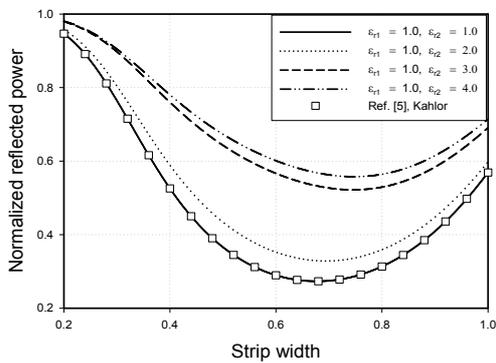


그림 3. 스트립 폭에 대한 정규화된 반사전력의 변화  
Fig. 3. Variation of the normalized reflected power for strip width

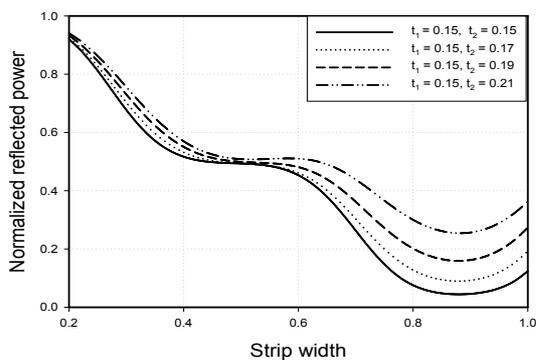


그림 4. 스트립 폭에 대한 정규화된 반사전력의 변화  
Fig. 4. Variation of the normalized reflected power for strip width

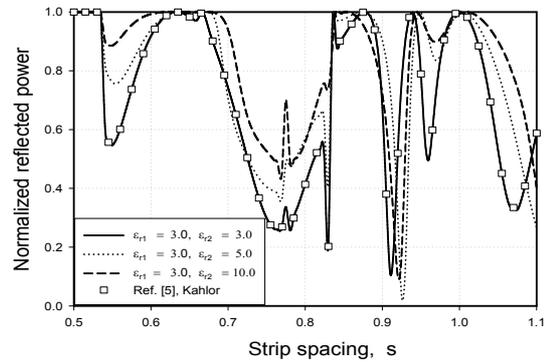


그림 5. 스트립 주기에 대한 정규화된 반사전력의 변화  
Fig. 5. Variation of the normalized reflected power for strip spacing

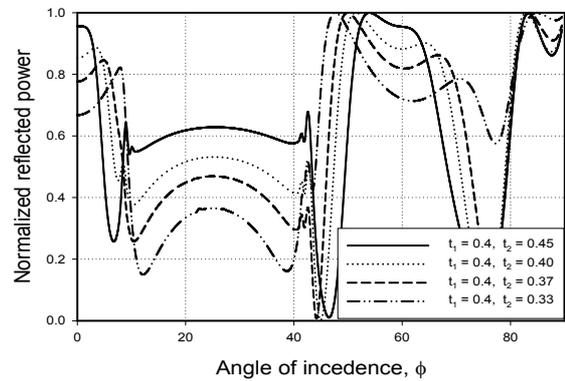


그림 6. 입사각에 대한 정규화된 반사전력의 변화  
Fig. 6. Variation of the normalized reflected power for incident angles

#### IV. 결 론

본 논문에서는 접지된 2개의 유전체 위의 완전 도체띠 격자구조에 대해 TE 평면파가 비스듬히 입사될 때, 격자상수인 입사각, 격자주기 및 폭, 영역-1와 2의 유전체층의 두께 및 비유전율의 값을 변화시켰을 때 기하광학적 반사전력을 FGMM을 이용하여 수치 해석하였다.

또한 도체띠의 격자구조에 대한 문제이므로 도체 경계조건을 적용하여 도체띠에 대한 좀 더 깊이 있는 연구를 위해 반사전력의 해를 계산하는 것이 본 논문의 목적이며, 수치계산의 타당성을 검증하기 위하여

기존 논문의 수치계산 결과와 비교하여 만족한 결과를 얻었다.

전반적으로 제안된 구조에서 영역-2의 유전체 층의 두께  $t_2[\lambda]$  및 비유전율  $\epsilon_{r2}[F/m]$ 의 값이 증가할수록 반사전력이 증가하였으며, 반사전력의 급변점들은 공진현상이 기인한 것으로 Wood's Anomaly라고 불리워졌으며 [5], 입사각 이외의 다른 방향으로 에너지가 산란된다는 것을 의미한다.

향후, 도체띠에 유도되는 표면전류밀도가 모서리 양끝에서 매우 클것으로 예측됨에 따라 모서리 경계 조건을 적용하여 수치해석이 가능할 것으로 기대되며, 수치해석이 가능한 구조를 개발하기 위해서 지속적인 연구가 필요하다.

### 감사의 글

이 논문은 2012년도 가천대학교 교내연구비 지원에 의한 결과임. (GCU-2012-M030)

### 참 고 문 헌

- [1] M. Ando and K. Takei, "Reflection and Transmission Coefficient of a Thin Strip Grating for Antenna Application," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-35, no.4, pp. 367-371, 1987.
- [2] J. H. Richmond, "On the Edge Mode in the Theory of TM scattering by a Strip or Strip Grating," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp. 883-887, 1980.
- [3] R. Mittra and R. C. Hall, "Scattering from a Periodic Array of Resistive Strips," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, pp. 1009-1011, 1985.
- [4] R. C. Hall, R. Mittra, and K. M. Mitzner, "Analysis of Multilayered Periodic Structure Using Generalized Scattering Matrix Theory," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-36, pp. 511-517, 1988.
- [5] H. A. Kalhor, "Electromagnetic Scattering by a Dielectric Slab Loaded with a Periodic Array of Strips Over a Grounded Plane," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-36 no. 1, pp. 147-151, 1988.
- [6] U. J. Yoon and S. I. Yang, "E-Polarized Electromagnetic Scattering by a Resistive Strip Grating with a Grounded Dielectric Layer Using Fourier-Galerkin Moment Method," *KITE Journal of*

*Electronics Engineering*, vol. 7, no. 2, pp. 15-19, 1996.

- [7] 최영선, 양승인, "접지된 유전체 위의 저항율이 일정한 저항띠 격자구조에 대한 전자파 산란 해석," *한국통신학회논문지*, vol. 31 no. 3A, pp. 321-327, 2006.
- [8] 윤의중, "접지된 유전체 평면위의 저항띠 격자구조에 의한 TE 산란의 해," *한국항공학회논문지* vol. 10 no. 3, pp. 198-204, 2006.
- [9] 윤의중, "접지된 다층 유전체위의 저항띠 격자구조에 의한 TE 산란의 해," *한국통신학회논문지* vol. 31 no. 9A, pp. 913-919, 2006.
- [10] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York, 1972.
- [11] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, 1980.

### 윤 의 중 (尹義重)



1993년 8월 : 숭실대학교 전자공학과 (공학박사)

1990년 3월 ~ 1992년 2월 : 한국항공대학교 통신정보공학과 강사

1990년 3월 ~ 1992년 2월 : 숭실대학교 전자공학과 강사

1997년 6월 ~ 1997년 8월 :

Bemidji State University in Minnesota(USA), 미국 방문 연수

2006년 3월~2012년 2월 : 가천대학교 의공학과 학과장

2008년 7월~2012년 1월 : 가천대학교 학생처장

2006년 3월~현재 : 가천대학교 의공학과 교수

관심분야 : 전자파산란 수치해석, 마이크로파 회로, 생체 전자기장, Medical Image Processing 등