

RRP 시스템의 피팅수명

김창현* · 남형철* · 권순만**

* 창원대학교 기계설계공학과

Pitting Life for RRP System

Chang-Hyun Kim*, Hyungchul Nam* and Soon-Man Kwon**

* Dept. of Mechanical Design & Manufacturing Engineering, Changwon Nat'l Univ.

(Received June 23, 2011 ; Revised February 6, 2012 ; Accepted February 7, 2012)

Key Words: Roller Rack Pinion(롤러 랙 피니언), Profile Shift Coefficient(전위계수), Load Stress Factor(하중응력계수), Pitting Life(피팅수명)

초록: 본 논문에서는 기존 랙-피니언 시스템의 랙 치형을 핀 또는 롤러로 대체한 롤러 랙 피니언 (RRP) 시스템의 표면피로 향상방안을 고찰하였다. 우선 전위계수(profile shift coefficient)를 고려하여 RRP 시스템의 캠 피니언(cam pinion)에 대한 엄밀 치형설계 방법 및 언더컷 방지 조건을 소개하였고, 이를 바탕으로 설계인자의 변화에 따른 하중 및 하중응력계수(load stress factor)의 변화를 검토하였다. 이를 통해 RRP 시스템의 표면 내구성을 향상시킬 수 있는 방안으로 전위계수의 증가가 효과적임을 알 수 있었다.

Abstract: A roller rack pinion (RRP) system, which consists of a rack-bar and a cam pinion, transforms a rotation motion into a linear one. The rack-bar has a series of roller trains, and meshes with the cam pinion. This paper first proposes the exact tooth profile of the cam pinion and the non-undercut condition to satisfy the required performance by introducing the profile shift coefficient. The paper then investigates the load stress factors under various shape design parameters to predict the gear surface fatigue limit, which was strongly related to the gear noise and vibration at the contact patch. The results show that the pitting life can be extended significantly with an increase in the profile shift coefficient.

1. 서 론

직선이송장치인 랙 피니언(rack pinion) 시스템은 구조가 간단하고 가격이 저렴하다는 장점이 있지만, 기어 피치점을 제외한 접촉면에서 미끄럼 운동이 일어나고 이로 인해 마찰, 마멸이 발생하게 된다. 이를 개선하기 위해 볼 스크류와 비접촉식 리니어 모터가 개발되어 그 기술이 오늘날 급속히 발전하게 되었다. 하지만 볼 스크류는 다수의 볼의 구름운동에 의해 작동되기 때문에 동작부에 부품이 많고 롱 스트로크 구현 등의 애로점이 있고, 리니어 모터는 가격이 비싸다는 단점이 있다.

이에 최근 랙 기어를 핀 또는 롤러로 대체한 Fig. 1과 같은 RRP(roller rack pinion) 시스템이 그 대안으로 검토되고 있다. 이 RRP 시스템은 다접촉 특성으로 인해 백래시(backlash)가 거의 없어

소음과 진동 특성이 개선된 고정밀 제어장치에의 응용 및 원활한 구름 접촉으로 인해 마모에도 강하다는 특징을 갖고 있다. 특히 치 사이 분진발생이 적어 실외의 가혹한 환경하에서 유리한 직선이송 시스템을 구축할 수 있는 장점이 있다. 하지만 지금까지의 RRP 시스템의 캠 피니언은 치선역(addendum)과 치저역(dedendum)을 두 곡선으로 연결한 합성치형 설계가 그 주를 이루었고, 이로 인한 간섭과 언더컷 문제의 개선을 위한 연구가 최근 수행되고 있다.

Gonzalez와 Angeles,⁽¹⁾ Chablat와 Angeles⁽²⁾는 Fig. 2와 같이 공액 캠을 이용한 "Slide-O-Cam"에 대한 연구를 수행하여 독특한 직선이송장치를 제안하였다. 이는 피니언 잇수가 하나인 특수한 형태의 RRP 시스템이다. 또 국내에서는 최근 함성훈 등⁽³⁾이 RRP 시스템의 최적 치형에 대한 연구를 통해 인벌루트 오프셋 치형을 제시하였다.

또 미끄럼 운동이 개선된 RRP 시스템도 접촉상태

† Corresponding Author, smkwon@changwon.ac.kr

© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

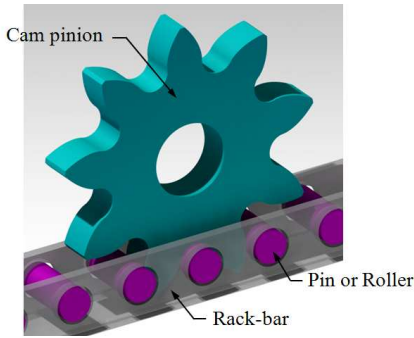


Fig. 1 RRP system

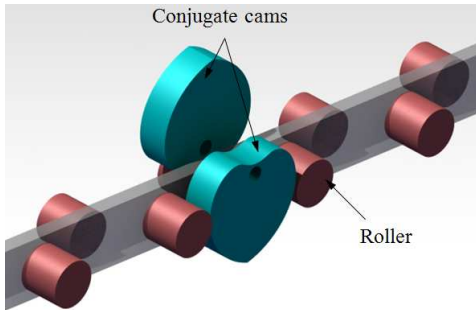


Fig. 2 "Slide-o-Cam" system

에서 운전되기 때문에 반드시 압축응력에 따른 재료적인 피로현상을 고려해야 한다. 특히 물림률에 따른 하중의 주기적인 변화(Fig. 9 참조)는 표면 피팅(surface pitting)을 유발하고, 이는 치면 피로파손의 주요 인자로 알려져 있다. Ikejo 등⁽⁴⁾과 Nagamura 등⁽⁵⁾은 함성치형 및 엄밀치형을 갖는 RRP 시스템의 내구 실험을 각각 수행하여 엄밀치형이 함성치형보다 내구성이 우월함을 보였다. 또 함성훈 등⁽³⁾은 RRP 시스템의 굽힘강도 및 면압강도 해석을 수행하였다. 하지만 접촉력을 결정하는 방법에 있어 접촉하는 모든 이를 기준으로 유효 접촉력과 곡률반경을 정확하게 산출하지 못한 측면이 있었다.

이에 본 논문에서는 전위(profile shift)를 고려한 캠 피니언의 엄밀치형을 이용하여 접촉하는 모든 치의 접촉력을 결정하였고, 이를 바탕으로 Morrison⁽⁶⁾의 하중응력계수(load stress factor)를 이용하여 이론적 피팅 수명을 예측함으로써 RRP 시스템의 내구성 향상에 기여하고자 한다.

2. 캠 피니언 치형

Fig. 3과 같이 RRP 시스템의 형상 설계제원은

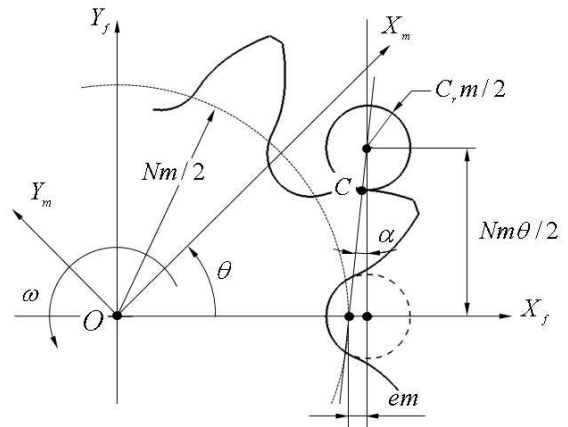


Fig. 3 Schematic for cam pinion profile design

캠 피니언 기어의 잇수(N), 모듈(m), 전위계수(e), 롤러 직경계수(C_r) 그리고 기어의 치선을 결정하는 치선연장계수(β) 또는 물림률(ϵ)로 구성된다.

회전좌표계(S_m)에서의 캠 피니언 치형(${}^m C$)은 기어 치형 창성의 기본법칙인 Camus의 정리⁽⁷⁾와 동차 좌표변환 행렬($M_{m,f}$)을 이용하여 다음과 같이 결정할 수 있다.

$${}^m C = M_{m,f} {}^f C \tag{1}$$

여기서 ${}^f C$ 는 고정좌표계(S_f)에 대한 접촉점의 좌표를 나타내고 다음과 같다.

$${}^f C = \begin{bmatrix} m(N+2e - C_r \sin\alpha)/2 \\ m(N\theta - C_r \cos\alpha)/2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

그리고 α 는 압력각(pressure angle)을 의미한다.

캠 피니언의 곡률반경(ρ)은 식 (1)의 형상 좌표가 매개변수형으로 주어지기 때문에 매개변수 곡률 식을 이용하여 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\rho/m = \frac{[e^2 + (N\theta/2)^2]^{3/2}}{e^2 - eN/2 + (N\theta/2)^2} - \frac{C_r}{2} \tag{3}$$

캠 또는 기어형상 설계 시 잘 알려진 바와 같이 만약 볼록 치형($\rho > 0$)에서의 곡률반경 값이 설계제원의 잘못된 선택으로 음의 값을 갖게 된다면 치형의 꼬임으로 인한 언더컷 현상이 발생

한다. 따라서 $d\rho/d\theta = 0$ 조건을 이용하여 캠 피니언의 언더컷 회피를 위한 롤러 직경계수의 범위를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$C_r < \min \left[\pi, (C_r)_{\max} = \frac{3}{2} \sqrt{6eN} \right] \quad (4)$$

3. 피팅 수명

Fig. 4와 같이 캠 피니언이 입력 토크 T_m 에 의해 θ_i 만큼 회전한 상태에서 i -번째 롤러의 접촉력 F_i 는 변형을 고려한 부정정 문제 접근^(8,9)을 통해 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$F_i = \frac{T_m l_i}{\sum_{j=1}^n l_j^2}, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (5)$$

여기서 l_i 는 모멘트 암, n 은 캠 피니언과 롤러간의 초기 접촉개소를 의미하고 각각은 다음과 같다.

$$l_i = \begin{cases} \frac{1}{2} Nm \cos \alpha_i & (0 \leq \alpha_i < \frac{\pi}{2}) \\ 0 & (\frac{\pi}{2} \leq \alpha_i < \pi) \end{cases} \quad (6)$$

$$n = 2[\beta] + 1 \quad (7)$$

여기서 $[\]$ 는 바닥함수(floor function)를 의미한다. 캠 피니언과 롤러가 초기 n 개의 접촉위치에서 중앙에 있는 롤러를 n_c -번째 롤러라고 정의하면, 이를 기준으로 각 롤러의 회전각 θ_i 는 아래와 같

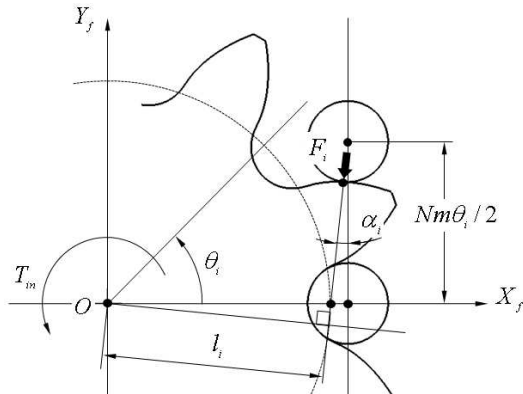


Fig. 4 Schematic for contact force determination

이 정의할 수 있다.

$$\theta_i = (n_c - i)\theta_p + \phi \quad (8)$$

여기서 ϕ 는 접촉이 유지되고 힘이 작용하는 구간까지의 캠 피니언 회전각을 의미하고, θ_p 는 피치 회전각을 의미한다.

Morrison⁽⁶⁾은 재료의 표면피로에 대한 실험적 연구를 24년간 실시하여 피팅수명 평가를 위해 다음의 S-N선도 평가 식을 제안하였다.

$$N_p = 10E(\zeta - \lambda \log_{10} K_i) \quad (9)$$

여기서 λ 및 ζ 는 실험적 강도계수를, K_i 는 하중 응력계수를 나타내고, 식 (5)를 통해 얻어진 접촉력 결과를 이용하여 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$K_i = \frac{F_i}{R_i^* L} \quad (10)$$

이 때, R_i^* 는 i -번째 롤러 랙과 캠 피니언의 접촉점에서의 등가 곡률반경이고, L 은 치폭을 의미한다.

또 i -번째 롤러와의 접촉점에서의 Hertz 접촉응력은 하중응력계수와 연관되어 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$p_H = \sqrt{\frac{K_i E^*}{2\pi}} \quad (11)$$

여기서 $E^*/2$ 등가 탄성계수이다.

4. 결과 분석

RRP 시스템의 접촉력 및 하중응력계수 특성을 고찰하기 위해 Table 1과 같이 전위계수 변화에 따른 3가지 형상설계제원과 Table 2의 해석제원을 고려하였다.

이때, Table 1의 치선연장계수(β)는 물림률 ($\epsilon = 3 - 2/\beta$) 1.6을 고려하여 1.42857로 설정하였다. 또 Table 2의 재료는 일반적으로 사용되는 강재질을 선택하였고, 입력 토크 T_m 은 이송부하 1,000 kgf를 고려하여 선택한 값이다.

Table 1 Shape design parameters for RRP system

Design parameters	Values
Module, m	14(mm)
No. of cam pinion teeth, N	9
Roller diameter coefficient, C_r	1.571
Profile shift coefficient, e	0.1, 0.2, 0.3
Addendum extension factor, β	1.42857

Table 2 Analysis parameters of RRP system

Analysis parameters	Values	
Input torque, T_{in}	617.4(N·m)	
Face width, L	35(mm)	
Modulus of elasticity	E_p	205(GPa)
	E_r	200(GPa)
Poisson's ratio	ν_p	0.29
	ν_r	0.29

Table 1의 형상설계제원을 통해 설계된 RRP 시스템의 한 초기 접촉형상은 Fig. 5와 같다. 이 때, 캠 피니언이 반시계 방향 회전 시 물림 이탈이 빠른 시간 순서로 롤러들의 접촉번호를 지정하였다. 초기 3개소의 접촉을 볼 수 있으며 항시 최소 2개소 이상 접촉과 여타 설계 시 5개소, 7개소 등의 다접촉이 가능하므로 정·역 방향의 역회전이 발생하지 않아 백래시가 거의 없다는 장점을 확인할 수 있다.

Fig. 6은 전위계수에 따른 캠 피니언 형상들의 변화를 나타내고 있다. 피치원을 기준으로 전위계수가 증가함에 따라 치선과 치저 및 치폭 모두가 증가함을 관찰할 수 있다. 이를 통해 전위계수의 증가는 치 굽힘강도 향상에 긍정적 영향을 줄 수 있음을 기대할 수 있다.

일반적인 인벌루트 치형의 기어들과는 달리 RRP 시스템의 압력각은 가변적이다. 이의 변화를 전위계수에 따라 Fig. 7에 도시하였다. 전위계수가 증가함에 따라 압력각도 증가함을 확인할 수 있다.

Fig. 8은 접촉에 참여하고 있는 롤러 1, 2, 3(Fig. 5참조)과 접촉하는 캠 피니언의 곡률반경을 전위계수 변화에 따라 나타내고 있다. 곡률반경 역시 전위계수가 증가함에 따라 증가함을 확인할 수 있고, 이는 식 (10)과 (11)에서 유추할 수 있듯이 접촉응력과 하중응력계수 값들을 낮추는 긍정적 영향을 줄 것으로 기대할 수 있다.

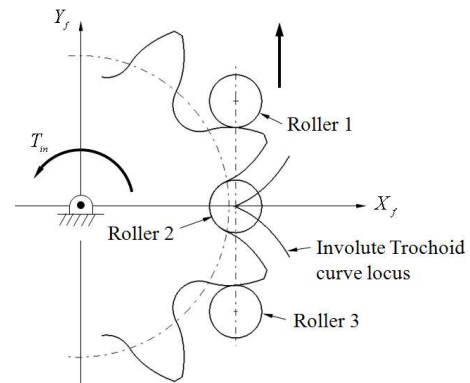


Fig. 5 Designed RRP system for $e = 0.2$

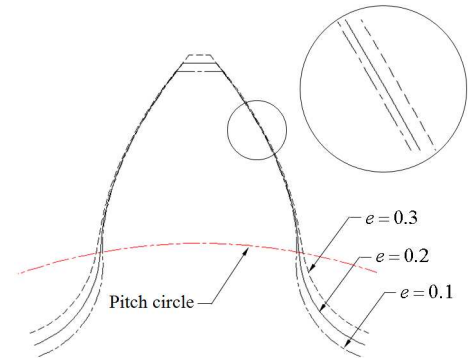


Fig. 6 Cam pinion profile variations with e

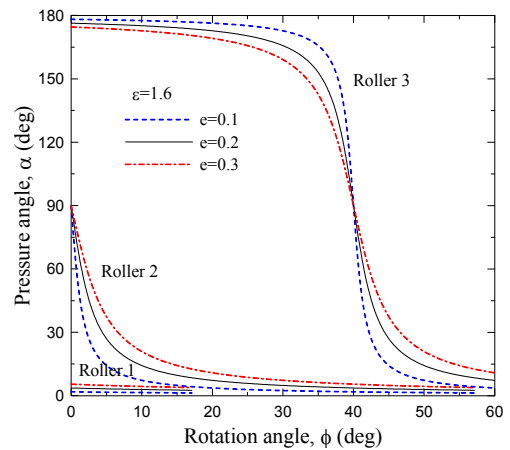


Fig. 7 Pressure angles with the variation of e

먼저 전위계수 0.2에 대해 해석하고자 하는 유효 접촉력 구간에서의 롤러들의 접촉력 변화를 Fig. 9에 도시하였다. 롤러 1(Fig. 5 참조)이 접촉 이탈되기 전 까지 두 쌍의 치가 하중을 분담하고 이후 한 쌍의 치(롤러 2)가 모든 하중을 전담하고 피치각 이후부터 다시 두 쌍의 치가 하중을 분담하는 주기적 변화를 확인할 수 있다. 이러한 하중의 급격한 변화는 표면 피팅에 관여하는 주된

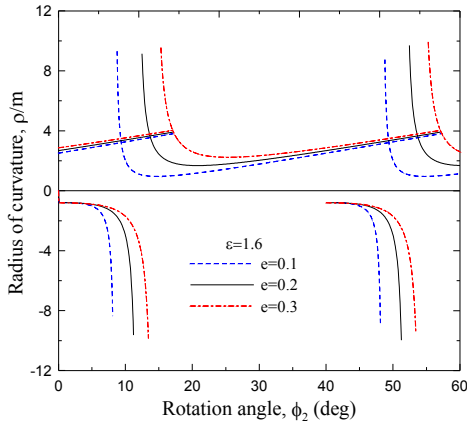


Fig. 8 Radius of curvature variation with e

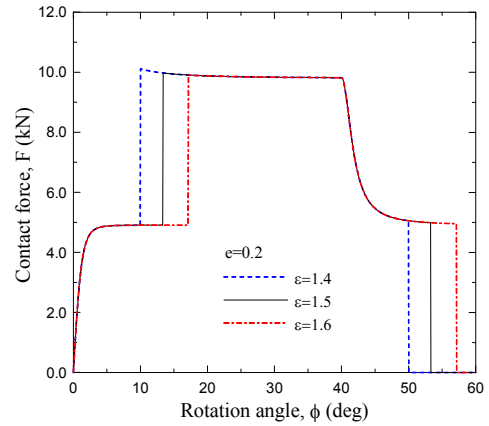


Fig. 10 Contact force with the variation of e

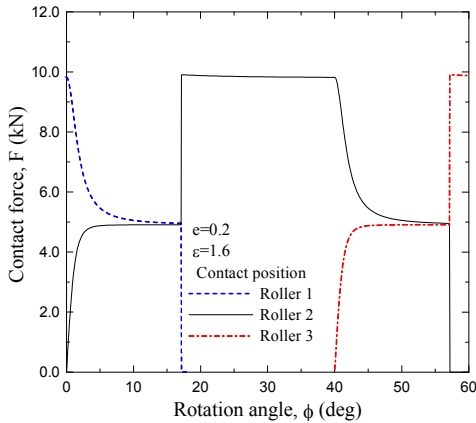


Fig. 9 Distribution of contact forces for $e=0.2$

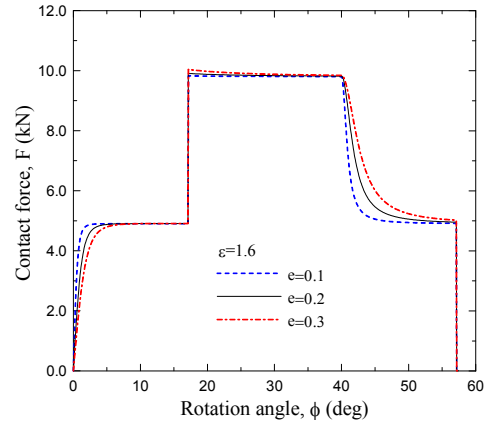


Fig. 11 Contact force with the variation of e

인자로 알려져 있다.

이에 한 쌍의 치가 하중을 전달하는 구간을 줄이고자 전위계수를 0.2로 고정하고 물림률을 1.4, 1.5, 1.6으로 달리하면서 롤러 2에 대한 하중의 변화를 Fig. 10에서 검토하였다. 그림에서 볼 수 있듯이 물림률 증가에 따라 롤러 1이 이탈되는 시점이 연장되므로 한 쌍의 치가 하중을 전달하는 구간이 감소됨을 확인할 수 있다. 하지만 근본적으로 최대 접촉력의 크기 변화는 미미하게 나타남을 알 수 있다.

또한, 전위계수의 변화에 따라서도 최대 접촉력의 변화는 크게 나타나지 않음을 Fig. 11에서 확인할 수 있다.

Fig. 12와 Fig. 13은 전위계수 및 물림률 변화에 따른 하중응력계수들의 변화를 보여주고 있다. 우선, 전위계수가 증가함에 따라 하중응력계수는 접촉력의 결과와는 달리 큰 폭으로 감소하는 경향을 확인할 수 있다. 이는 캠 피니언 치형의 형

상 변경에 따른 곡률반경의 변화가 그 원인이다.

하지만 물림률 변화에 따라서는 접촉력 해석결과에서 알 수 있듯이 롤러 1이 이탈되는 시점을 달리 할 뿐, 전반적으로 최대 하중응력계수 $(K_i)_{max}$ 값은 변화가 없음을 확인할 수 있다.

앞서 살펴 본 하중응력계수를 기반으로 RRP 시스템의 표면피로 수명평가를 위해 Table 3과 같은 재질 및 실험적 강도계수를 고려하였다. 이때 강도계수 λ 및 ζ 는 일반적인 캠 및 기어의 구름-미끄럼 조합을 반영하여 평균 9%의 미끄럼률을 고려한 값들이다.

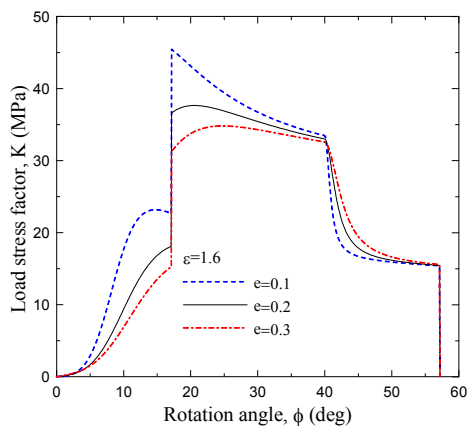
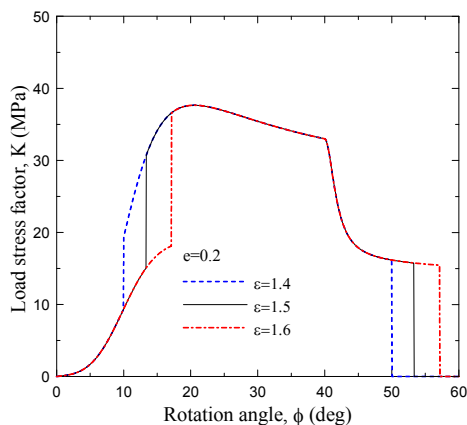
전위계수 변화에 따른 피팅수명 결과들을 식 (9)를 이용하여 Table 4에 정리하였다. 전위계수가 0.3일 때 예상 피팅수명이 5.086×10^8 (cycles)로 전위계수 0.1의 4.186×10^6 (cycles)에 비해 약 122배 증가된 것을 알 수 있다. 따라서 RRP 시스템에서 전체적인 기어 시스템의 설계변수의 변화 없이 내구수명을 향상시킬 수 있는 방법으로 전

Table 3 Analysis properties for surface fatigue

Properties	Material & values
Roller rack	HRC 60-62 : tool steel
Cam pinion	HB 270-300 : 4340 steel
λ	18.05
ζ	75.55

Table 4 Pitting resistance with the variation of e

e	$(K_i)_{max}$ (MPa)	N_p (Cycles)
0.1	45.432	4.168×10^6
0.2	37.655	1.235×10^8
0.3	34.815	5.086×10^8

**Fig. 12** Load stress factor variation with e **Fig. 13** Load stress factor variation with ϵ

위계수의 증대가 유력한 방안임을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 랙 기어를 핀 또는 롤러로 대체

한 RRP 시스템의 접촉 표면에서의 내구수명을 평가하고자 전위를 갖는 엄밀치형을 고려하였고, 그 결과는 다음과 같다.

전위계수가 증가함에 따라 캠 피니언 치형의 치선, 치저 및 치폭 모두 증가하였다.

또 접촉력의 경우, 전위계수 및 물림률 변화에 따른 그 변화는 미미하였으나 물림률 증가 시 하중의 분담구간이 증가됨을 확인할 수 있었다.

하지만 하중응력계수는 전위계수의 증가에 따라 큰 폭으로 감소하는 경향을 확인할 수 있었고, 이의 주된 요인은 곡률반경의 증가임을 알 수 있었다.

따라서 전위계수의 변화를 통한 치형의 설계변경은 기 설계된 RRP 시스템에 거의 영향을 주지 않으면서 내구수명을 향상시킬 수 있는 주요한 방법임을 확인하였다.

후 기

이 논문은 2011-2012년도 창원대학교 연구비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- (1) Gonzalez-Palacios, M. A. and Angeles, J., 2003, "The Design of a Novel Pure-Rolling Transmission to Convert Rotational into Translational Motion," *Trans. ASME, Journal of Mechanism Design*, Vol. 125, pp. 205~207.
- (2) Chablat, D. and Angeles, J., 2005, "Strategies for the Design of a Slide-O-Cam Transmission," *International Workshop on Computational Kinematics*, Cassino May 4-6.
- (3) Ham, S. H., Nam, W. K. and Oh, S. H., 2010, "A Study on Optimum Tooth Profile of Pin-Pinion Gear for Linear Motion," *KSPSE*, Vol. 14, No. 3, pp. 64~70.
- (4) Ikejo, K., Nagamura, K., Tanaka, E. and Yamamoto, K., 2008, "Driving Performance and Strength of Pin-Rack Gear Mechanism," *Journal of Japan Society for Design Engineering*, Vol. 43, No. 7, pp. 388~394.
- (5) Nagamura, K., Ikejo, K., Tanaka, E. and Yamamoto, K., 2008, "Driving Performance of Pin-Rack Gear Mechanism Using a Trochoid Tooth Profile," *The*

- Machine Design and Tribology Division Meeting in JSME*, 2008-04-20, pp. 205~208.
- (6) Morrison, R. A., 1968, "Load/Life Curves for Gear and Cam Materials," *Machine Design*, Vol. 40, pp. 102~108.
- (7) Litvin, F. L., 1994, *Gear Geometry and Applied Theory*, PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- (8) Kwon, S.-M., Nam, H. C., Lu, L. and Shin, J.-H., 2009, "A Study on Optimal Wear Design for a Gerotor Pump," *Transactions of the KSME, Series A*, Vol. 33, No. 1, pp. 82~88.
- (9) Kwon, S.-M., Sim, M. Y., Nam, H. C. and Shin, J.-H., 2009, "Optimal Wear Design for a Hypotrochoidal Gear Pump without Hydrodynamic Effect," *Transactions of the KSME, Series A*, Vol. 33, No. 12, pp. 1383~1392.