

# 측방 유입 수문곡선 유도를 위한 저류상수 및 집중시간의 유도 Derivation of Storage Coefficient and Concentration Time for Derivation of Lateral Inflow Hydrograph

유철상\* / 김하영\*\* / 박창열\*\*\*

Yoo, Chulsang / Kim, Hayoung / Park, Changyeol

## Abstract

The objective of this study is to analyze lateral inflow hydrologically. The IUH of lateral inflow is sum of the impulse responses of total cells in basin. This IUH bases on the Muskingum channel routing method, which hydrologically re-analysed to represent it as a linear combination of the linear channel model considering only the translation and the linear reservoir model considering only the storage effect. Rectangular and triangular basins were used as imaginary basins and IUH of each basin were derived. The derived IUH have different characteristics with respect to basin's shape. The storage coefficient of lateral inflow was also derived mathematically using general definitions of concentration time and storage coefficient. As a result, the storage coefficient of lateral inflow could be calculated easily using basin's width, length and hydrological characteristics of channel.

**Keywords** : lateral inflow, IUH, Muskingum channel routing method, concentration time, storage coefficient

## 요 지

본 연구에서는 측방유입의 수문학적 해석을 시도해 보았다. 측방유입의 순간단위도는 여러 개의 격자가 만들어 내는 순간응답의 합으로 나타내었으며, 이는 Muskingum 하도추적모형을 수문학적으로 재해석하여 지체와 저류를 고려한 순간단위도를 이용한 것이다. 유역형상에 따른 측방유입 순간단위도의 변화를 살펴보기 위해 임의로 사각형과 삼각형 유역의 가상유역을 설정하여 각각에 해당하는 순간단위도를 유도하였다. 유도된 순간단위도는 각각 선형하천모형과 선형저수지모형의 합으로 이루어지며, 유역형상에 따라 서로 다른 특징을 보이게 된다. 집중시간과 저류상수의 일반적인 정의를 이용하여 측방유입의 저류상수를 수식적으로 유도하였으며, 그 결과 측방유입의 저류상수는 유역의 폭과 길이 및 하도의 수문학적 특성을 알면 쉽게 산정할 수 있음을 확인하였다.

**핵심용어** : 측방유입, 순간단위도, Muskingum 하도추적모형, 집중시간, 저류상수

## 1. 서 론

유출모의의 정확도에 기여하는 인자 중 하나는 하도에

서의 측방유입이다. 예를 들어 A와 B 두개의 지점이 있다고 가정해 볼 수 있다. 하류에 위치한 B 지점에서의 유출량은 A에서 B 지점으로 바로 흘러들어가면 유출량과 A와

\* 고려대학교 공과대학 건축사회환경공학부 교수, 공학박사 (e-mail: envchul@korea.ac.kr)

Prof., School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, College of Engineering, Korea University, Seoul 136-713, Korea

\*\* 현대산업개발 토목건축예산팀, 공학석사 (e-mail: gkdudl85@korea.ac.kr)

Civil Cost Estimation Team, Hyundai Development Company

\*\*\* 교신저자, 서울시정개발연구원 환경안전연구실 초빙부연구위원, 공학박사 (e-mail: changyeol@sdi.re.kr)

Corresponding Author, Dept. of Environmental and Safety Research, Seoul Development Institute

B 사이의 하도로 흘러들어온 측방유입의 합으로 이루어진다. 실제 유역에서 지류유입량(tributary inflow)의 형태로든 사면류의 형태로든 이러한 측방유입은 반드시 존재한다. 특히 측방유입이 하도의 지배적인 흐름이 되는 경우 유출수문곡선의 종거값과 형태를 변화시키는데 중요한 역할을 하게 된다.

대부분의 경우 유역 내 측방유입은 배제된 채 유출모의가 수행한다. 따라서 측방유입의 영향이 무시된 유출량은 대개의 경우 실제 관측 유출량보다 작게 모의되며, 이러한 오차는 유역출구까지 전달되어 유역 전체 강우-유출 해석에까지 영향을 미치게 된다(Mimikou and Ramachandra, 1976). 유출모의에서 측방유입을 고려하지 않는 이유는 대부분의 경우 유출모의를 좀 더 쉽게 수행하기 위한 것이지만, 보다 근본적으로는 측방유입의 수문학적 특성에 대한 명확한 관계가 아직 규명되지 않았기 때문이다.

지금까지 측방유입과 관련된 선행연구들을 살펴보면, Saint-Venant 방정식을 근간으로 하는 연구가 주를 이루고 있다. Saint-Venant 방정식에 대한 초창기 연구들에서는 대부분 측방유입을 고려하고 있지 않지만(Hayami, 1951), Tawatchai and Shyam (1985)는 측방유입이 한곳에 집중되어 발생(concentrated lateral inflow)한다는 가정아래 확산과 모형의 해석해를 유도하였다. 그 후 많은 연구들이 측방유입을 고려한 확산과 모형의 해석해를 제안하였다(전민우와 조용수, 2002; 정경택, 2004; Ping and Xiaofang, 1999; Moussa and Bocquillon, 2009). 그 밖에 O'Donnel (1985)은 측방유입은 하도 유입량에 비례한다는 가정아래, Muskingum 하도추적모형의 매개변수를 추정하였으며, Khan (1993)은 지류 유입량의 관측자료가 있는 경우, 각각의 지류 유입량에 서로 다른 가중치를 적용하여 Muskingum 모형을 이용한 하도추적을 수행하였다. Kshirsagar et al. (1995), Choudhury et al. (2002), Tewolde and Smithers (2006) 등도 Muskingum 하도추적 모형을 근간으로 하여 측방유입에 대한 연구를 수행하였다.

지금까지 수행된 대다수의 연구들은 수치해석적으로 측방유입의 유출량을 모의하거나 혹은 관측값이 존재하는 경우 역으로 측방유입의 특성을 유추한 것들로 다소 복잡하고, 관측값이 존재하지 않는 경우에는 적용이 어려운 문제점을 가지고 있다. 그러나 유역의 지형형태학적 특성과 주하도의 특성만을 이용하여 측방유입의 특성을 대략적으로 유추하는 것이 가능하다면, 측방유입의 특성을 파악하는 것이 한결 명확해 질 수 있다. 왜냐하면 유역의 지형형태학적 특성과 주하도의 수문학적 특성은 비교

적 쉽게 산정 가능하므로 이 특성들을 이용하여 측방유입의 특성을 파악할 수 있다면, 유출모의를 수행할 때 측방유입의 영향을 쉽게 고려할 수 있기 때문이다.

본 연구는 측방유입을 수문학적으로 해석하는 것을 목표로 한다. 유철상과 김하영(2010)이 Muskingum 하도추적모형을 수문학적으로 재해석하여 나타낸 순간단위도를 이용하여 측방유입의 순간단위도를 유도할 것이다. 이 순간단위도는 집중시간과 저류상수로 특징지어지며, 측방유입의 순간단위도는 여러 개로 분할된 격자의 순간응답의 합으로 나타낼 것이다. 특히 임의로 설정한 사각형과 삼각형의 가상유역에서 측방유입의 수문학적 특성이 유역의 물리적인 특성과 주하도의 수문학적 특성으로 표현하는 것이 가능함을 확인해 보고자 한다. 이러한 시도가 가능하다면 유역 내 측방유입의 특성을 명확하게 파악하게 될 것이며, 이는 향후 유역분할 시 측방유입이 전체유역에 미치는 영향을 파악하는데 큰 기여를 할 것으로 기대할 수 있다.

## 2. 저류상수와 하도길이의 관계

### 2.1 Saint-Venant 방정식에 근거한 Muskingum 하도추적모형

선형시스템의 기반아래, Muskingum 하도추적모형과 Saint-Venant 방정식을 연계하면 Muskingum 하도추적모형의 가중인자와 저류상수의 물리적 기반을 찾을 수 있다. Dooge et al. (1982)의 연구는 다음과 같은 식으로 요약된다.

$$K = \frac{L}{c_k} \quad (1)$$

여기서,  $L$ 은 하도길이 혹은 유로연장,  $c_k$ 는 홍수파 전파 속도,  $K$ 는 저류상수를 가리킨다. 따라서 Muskingum 하도추적모형에서의 저류상수는 하도구간에서 홍수파의 도달시간으로 볼 수 있으며, 유역 내 홍수파 전파속도가 일정하다면 저류상수는 하도길이에 비례한다고 할 수 있다.

### 2.2 저류상수와 하도길이의 경험적 관계

저류상수를 산정하는데 사용되는 경험식을 살펴보면 대부분 저류상수와 유로연장은 비례관계에 있다. Clark 공식, Linsley 공식, Russel 공식 등이 그러하다. Clark 공식과 Linsley 공식에서는 저류상수가 유로연장 혹은 하도길이와 직접적인 비례관계로 나타나고 있으며, Russel 공식에서는 저류상수가 집중시간의 함수로 나타나고 있다. 집중

시간을 산정하는 경험식, 예를 들어 Rizha 공식, Kraven (I) 공식, Kraven (II) 공식 역시 집중시간과 유로연장이 비례관계에 있기 때문에 결과적으로 저류상수 또한 유로연장과 비례관계에 있다고 할 수 있다.

### 2.3 홍수와 전파속도와 평균유속

Beven (1979)은 유역 내 홍수파의 전파속도가 하도에 서 일정하게 유지된다는 가정 아래, 수위가 높은 경우 유속과 유량이 비교적 선형관계를 나타낸다고 하였다. Hayami (1951)는 홍수파 전파속도와 확산계수가 일정하다는 가정 아래 확산파 방정식에 대한 해석해를 구하였으며, 그 후 수행된 많은 연구에서도 Saint-Venant 방정식의 홍수파 전파속도(celerity)와 확산계수(diffusivity)가 일정하다고 가정하고 해를 유도하였다(Moussa, 1996; Fan and Li, 2006). Gonwa and Kavvas (1986)는 Hayami (1951)의 방정식과 새롭게 제안한 확산파 방정식을 이용하여 이 가정의 타당성을 판단하였고, 그 결과로서 일정한 홍수파 전파속도를 이론적으로 산정할 수 있었다. 이 밖에도 Bengtsson (1991), Krein (2001), Shome and Steffler (2006)가 홍수파 전파속도가 일정하다는 가정 아래 연구를 수행하였다.

김주철 등(2005), Molnár and Ramírez (1998), Furey and Gupta (2003), Manfreda et al. (2005) 등의 연구에서는 유역 내 유속이 일정하다고 가정하고 연구를 수행하였다. 이러한 가정은 실제 관측자료의 분석을 토대로 확인되었다. Leopold (1953)는 Yellowstone, Bighorn, Missouri, Mississippi 강의 28개 지점에서 관측유속을 바탕으로 상류에서 하류방향으로 평균유속이 어떻게 변화하는지 살펴 보았다. Leopold and Maddock (1953)의 연구에서는 상류에서 하류로 갈수록 유량이 증가함에 따라 평균유속이 약간 증가하는 것을 보여주었다. 그러나 Leopold (1953)의 연구에서는 유량에 관계없이 Yellowstone 강의 평균유속은 일정하게 유지됨을 보여주었다. Carlston (1969)은 10개의 강에서 상류에서 하류 방향으로 적게는 4개, 많게는 46개의 관측소에서 유속을 관측하였는데, 이 중 절반가량의 자료에서 유속과 유량사이에 관계가 없는 것으로, 즉, 상류에서 하류까지 평균유속이 일정한 것으로 파악하였다.

Brush (1961)의 연구에서도 펜실베이니아의 16개 강 중 절반에서 이와 비슷한 결과가 확인되었다.

### 2.4 저류상수와 하도길이

홍수와 전파속도와 유속은 일반적으로 다음과 같은 관계가 성립한다(Wong, 2002).

$$c_k = \alpha V \quad (2)$$

여기서,  $\alpha$ 는 상수,  $V$ 는 유속,  $c_k$ 는 홍수파 전파속도를 나타낸다. Eq. (2)에서 상수  $\alpha$ 가 1이라면 유역 내 홍수파 전파속도와 유속은 동일하다고 간주할 수 있다. Wong (2002)은 하도단면을 다양한 직사각형 형태로 가정하여 하도에서의 집중시간을 살펴 보았으며, 수심이 깊은 직사각형 단면 하도에서 홍수파 전파속도와 유속이 동일함을 이론적으로 밝힌바 있다. 그 밖에 하도 단면적의 형태에 따라 홍수파 전파속도와 하도 내 평균유속과의 관계를 살펴본 연구는 다수 있으며, 그 결과는 Table 1과 같다.

Eqs. (1) and (2)의 관계를 이용하면, 저류상수와 홍수파 전파속도 또는 평균유속의 관계를 유추할 수 있다.

$$K = \frac{L}{c_k} = \frac{L}{\alpha V_{av}} \quad (3)$$

전 하도에 걸쳐 단면적의 형태가 일정하고, 홍수파 전파속도 혹은 평균유속이 일정하다면, 저류상수는 하도길이에 비례한다고 할 수 있다. 즉

$$K \propto L \quad (4)$$

## 3. 측방유입에 대한 수문학적 해석

### 3.1 측방유입의 순간단위도

먼저 측방유입을 유발하는 소유역이  $N$ 개의 격자로 구성되었다고 가정할 수 있다. 이 때 측방유입의 순간단위도는 격자가 만들어 내는 순간응답(impulse response)의 합으로 나타낼 수 있다. 각 격자에 대한 순간응답은 하도 추적에 사용되는 Muskingum 방법으로 계산될 수 있다고

Table 1. Estimation of Celerity for Various Channel Shapes (Viessman et al., 1989)

Channel shape	Manning equations	Chezy equation
Wide rectangular	$\frac{5}{3} V_{av}$	$\frac{3}{2} V_{av}$
Triangular	$\frac{4}{3} V_{av}$	$\frac{5}{4} V_{av}$
Parabolic	$\frac{11}{9} V_{av}$	$\frac{7}{6} V_{av}$

가정한다. Muskingum 하도추적모형은 유철상과 김하영 (2010)에 의해 수문학적으로 재해석되어, 지체와 저류로 고려된 순간단위도로 표현된 바 있다. 즉,

$$O(t) = \sum_{n=1}^N [x\delta(t - T_n) + (1-x)\frac{1}{K_n}e^{-(t-T_n)/K_n}] \quad (5)$$

여기서,  $N$ 은 격자의 개수,  $x$ 는 Muskingum 하도추적모형의 가중인자,  $\delta(t)$ 는 Dirac Delta 함수,  $T_n$ ,  $K_n$ 은  $N$ 번째 격자에 대한 집중시간과 저류상수를 나타낸다. Eq. (5)의 순간단위도는 다시 선형하천모형과 선형저수지모형으로 분리하여 나타낼 수 있다.

$$O(t) = x(\delta(t - T_1) + \delta(t - T_2) + \dots + \delta(t - T_N)) + (1-x)\left(\frac{1}{K_1}e^{-(t-T_1)/K_1} + \frac{1}{K_2}e^{-(t-T_2)/K_2} + \dots + \frac{1}{K_N}e^{-(t-T_N)/K_N}\right) \quad (6)$$

Eq. (6)에서 선형하천부분은 집중시간으로, 선형저수지부분은 저류상수로 특징지어지며, 본 연구에서는 유역 내 유속이 일정하다는 가정 아래 저류상수는 하도길이에 비례한다고 가정 하였다. 따라서 유역 출구에서 멀리 떨어져 있는 격자일수록 하도길이가 길어지므로 저류상수가 증가하게 된다.

Eq. (6)과 같이 나타낸 측방유입 순간단위도는 각 격자에 대한 순간응답의 합으로 이루어지므로 전체유역 형상에 따라 서로 다른 형태를 보이게 된다. 따라서 본 연구에서는 유역형상에 따른 측방유입 순간단위도의 변화를 살펴보기 위해 임의로 사각형과 삼각형의 가상유역을 설정

하고, 각각의 경우에 해당하는 순간단위도를 유도해 보기로 한다.

### 3.1.1 사각형 가상유역

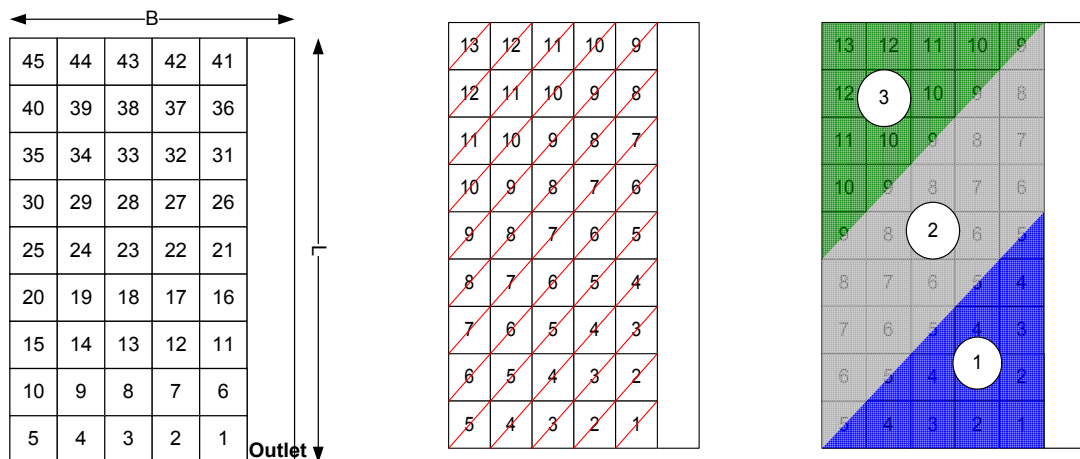
유역길이가 유역 폭보다 긴 사각형 유역을 가정하고, 유역을  $1 \times 1$ 의 격자로 분할한다(Fig. 1(a)). 유역 출구에서 각 격자까지의 거리만을 고려하여, 격자에 따른 유출 발생 순서를 고려하면 Fig. 1(b)와 같다. 유출을 발생시키는 격자수가 한 개씩 증가하다가 유역 폭과 길이가 같아지면 더 이상 격자수가 증가하지 않게 된다. 하도의 맨 끝 열에 다 다르면 그 때부터 다시 유출을 발생시키는 격자수가 한 개씩 감소하여 마지막에는 한 개의 격자에서만 유출이 발생한다. 즉, 유역 폭 만큼의 거리가 떨어진 곳에서 유출이 발생할 때까지 유출이 점점 증가하고, 유역 길이만큼의 거리가 떨어진 곳에서 유출이 발생할 때까지 유출이 일정하게 유지되다, 다시 서서히 감소하는 형태이다. 이러한 유출발생형태를 각각 선형하천모형과 선형저수지모형으로 나누어 살펴보면 좀 더 명확하게 이해할 수 있다.

#### (1) 선형하천모형

길이가  $L$ 인 하도에서 집중시간이  $T_c$ 라면, 폭  $B$ 만큼 떨어진 격자에서의 집중시간은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

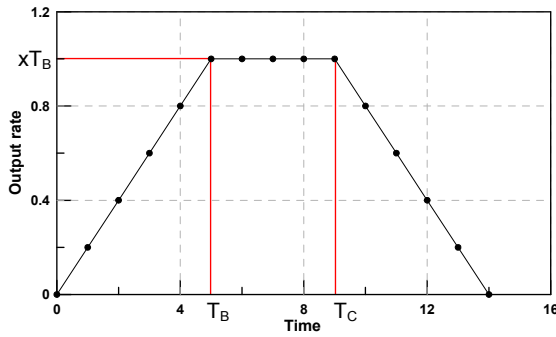
$$T_B = T_c \cdot \frac{B}{L} \quad (7)$$

여기서,  $L$ 은 유역의 거리이고  $B$ 는 유역의 폭을 나타낸다. 문제를 간단히 하기 위해  $L$ 은 주하도의 길이와 같다고 가정하였으며,  $T_c$ 는 주하도의 저류상수와 같다고 보았다.

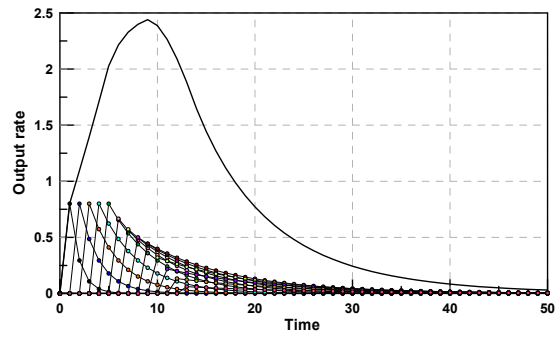


(a) Rectangular basin with  $1 \times 1$  cells      (b) Runoff order      (c) Three zones of runoff pattern

Fig. 1. Imaginary Rectangular Basin with  $1 \times 1$  Cells



(a) Linear channel model



(b) Linear reservoir model

Fig. 2. Linear Channel and Reservoir Model of Rectangular Basin with  $1 \times 1$  Cells

실제로 이러한 가정은 하도의 수문학적 특성과 크게 다르지 않다. 여러 경험공식으로 산정한 저류상수는 일반적으로 도달시간의 0.8배에서 1.2배 사이의 범위를 나타내고,  $K = \alpha T_c$ 의 Russel 공식에서도  $\alpha$ 는 1.0을 채택하고 있기 때문이다(정중호와 윤용남, 2003).

선형하천모형은 Eq. (7)의  $T_B$ 가 되는 시점까지 종거값이 선형으로 증가하고,  $T_B$ 부터  $T_C$ 까지 종거값이 일정하게 유지되다가 다시  $T_B + T_C$ 가 되는 시점까지 선형으로 감소하는 형태를 보인다(Fig. 2(a)). 이를 수식으로 나타내면 Eq. (8)과 같다.

$$\begin{aligned}
 y &= T_B x t = T_c \frac{Bx}{L} t & (0 < t \leq T_B) \\
 &= T_B x = T_c \frac{Bx}{L} & (T_B < t \leq T_C) \\
 &= -x t + x T_c \left(1 + \frac{B}{L}\right) & (T_C < t \leq T_c \left(1 + \frac{B}{L}\right))
 \end{aligned} \quad (8)$$

만약, 유역 폭이 유역길이보다 더 긴 사각형의 경우에는 Eq. (8)의  $T_B$ 와  $T_C$ 의 위치가 바뀌게 된다.

(2) 선형저수지모형

전체 유역을 격자로 분할하였을 경우, 격자 별 저류상수 및 집중시간은 다음과 같다.

$$T_{cell} = T_c \cdot \frac{l}{L} \quad (9)$$

$$K_{cell} = K_c \cdot \frac{l}{L} \quad (10)$$

여기서,  $K_c$ 는 주하도에서의 저류상수,  $l$ 는 격자에서 유역 출구까지의 거리를 가리키지만, 위 경우에는  $1 \times 1$ 의 격자이므로 간단하게 격자 별 유출발생순서로 간주하도록 한다. 또한 계산을 좀 더 간단히 하기 위해  $T_c = K_c$ 로 가정하였다.

선형저수지모형에서 시간에 따라 유출이 변하는 것은

Fig. 1(c)를 통해 좀 더 쉽게 이해할 수 있다. 선형하천모형은 각 격자의  $T_{cell}$  순간에만 유출이 발생하는 디락델타의 형태이지만, 선형저수지모형은 지수함수의 형태이므로 각 격자의 유출이  $T_{cell}$  이후에도 계속 유지된다. 따라서 매시간 발생한 격자의 유출을 누적하여 더해 줄 필요가 있다.

사각형 유역에서의 유출발생패턴을 고려하여 선형저수지모형에 해당하는 순간단위도를 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{(1-x)L}{K_c} \left( \sum_{l=1}^t e^{-(L-t_l)/K_c l} \right) & (0 < t \leq T_B) \\
 &= (1-x) \left( \frac{L}{K_c} \sum_{l=1}^B e^{-(L-t_l)/K_c l} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{l=B+1}^t \frac{B}{l} e^{-(L-t_l)/K_c l} \right) & (T_B < t \leq T_C) \\
 &= (1-x) \left( \frac{L}{K_c} \sum_{l=1}^B e^{-(L-t_l)/K_c l} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{l=B+1}^L \frac{B}{l} e^{-(L-t_l)/K_c l} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{l=L+1}^t \frac{B+L-l}{l} e^{-(L-t_l)/K_c l} \right) & (T_C < t)
 \end{aligned} \quad (11)$$

선형저수지모형의 순간단위도는 세부분으로 이루어지는데, Fig. 1(c)에서 ① 영역은 1번 격자의 유출발생시간부터  $T_B$ 까지 유출을 발생시키는 격자수가 선형적으로 증가하는 구간이다. ② 영역은  $T_B$ 부터  $T_C$ 까지 유출을 발생시키는 격자의 수가 일정하게 유지되는 구간이며, 이 시간동안에도 ① 영역의 유출은 지속되므로,  $T_B$ 부터  $T_C$ 까지 선형저수지모형은 ① 영역과 ② 영역의 합으로 이루어진다. ③ 영역은  $T_C$ 부터 유출이 시작되고, 이 시간에는 ①, ②, ③ 영역 모두에서 유출이 지속되므로, ①, ②, ③ 영역의 합으로 이루어진다.

(3) 측방유입의 순간단위도

측방유입의 순간단위도는 선형하천모형과 선형저수지 모형의 합으로 이루어진다(Eq. (12) 참조). Eq. (12)에서 알 수 있듯이 측방유입의 순간단위도는 유역의 물리적인 특성을 나타내는 변수(유역 폭, 길이)와 주하도의 수문학적 특성을 나타내는 변수(집중시간, 저류상수, 가중인자)로 표현되어 있다. 대상 유역에 대해 물리적인 특성을 나타내는 변수는 바로 주어지고, 나머지는 주하도의 수문학적 특성 분석을 통해 얻을 수 있다. 따라서 하도의 수문학적 특성이 결정되면 측방유입을 유발하는 하류유역의 순간단위도도 쉽게 산정할 수 있다. Fig. 1(a)의 사각형 유역에서  $B$ 는 5,  $L$ 은 9,  $x$ 는 0.2,  $T_c = K_c$ 는 9로 가정하고, 순간단위도를 나타내면 Fig. 3과 같다.

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{T_c B x}{L} t + \frac{(1-x)L}{K_c} \left( \sum_{l=1}^t e^{-(Lt-T_l)/K_l} \right) \quad (0 < t \leq T_B) \\
 &= \frac{T_c B x}{L} + (1-x) \left( \frac{L}{K_c} \sum_{l=1}^B e^{-(Lt-T_l)/K_l} + \sum_{l=B+1}^t \frac{B}{l} e^{-(Lt-T_l)/K_l} \right) \quad (T_B < t \leq T_c) \quad (12) \\
 &= -xt + xT_c \left(1 + \frac{B}{L}\right) + (1-x) \left( \frac{L}{K_c} \sum_{l=1}^B e^{-(Lt-T_l)/K_l} + \sum_{l=B+1}^L \frac{B}{l} e^{-(Lt-T_l)/K_l} + \sum_{l=L+1}^t \frac{B+L-l}{l} e^{-(Lt-T_l)/K_l} \right) \quad (T_c < t \leq T_B + T_c) \\
 &= (1-x) \left( \frac{L}{K_c} \sum_{l=1}^B e^{-(Lt-T_l)/K_l} + \sum_{l=B+1}^L \frac{B}{l} e^{-(Lt-T_l)/K_l} + \sum_{l=L+1}^t \frac{B+L-l}{l} e^{-(Lt-T_l)/K_l} \right) \quad (T_B + T_c < t)
 \end{aligned}$$

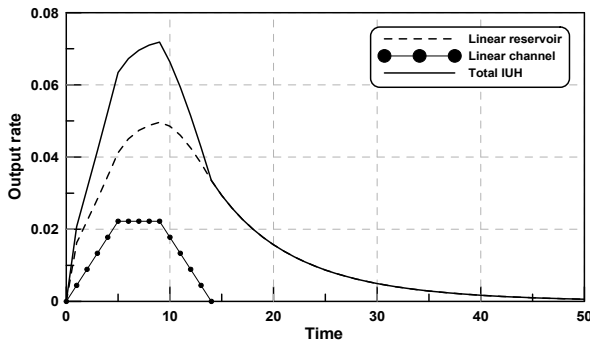


Fig. 3. Lateral Inflow IUH of Rectangular Basin

(4) 저류상수 및 집중시간

측방유입의 저류상수 및 집중시간은 저류상수 및 집중시간의 일반적인 정의를 이용하여 산정할 수 있다. 집중시간은 유효강우가 끝나는 시점부터 유출수문곡선의 하강부 첫 번째 변곡점(inflexion point)까지의 시간으로 정의되고, 저류상수는 변곡점에서의 평균유량을 변곡점의 기울기로 나눈 값으로 정의된다. 따라서 수문곡선의 변곡점을 아는 경우 집중시간의 결정이 가능하며, 저류상수는 변곡점에서의 직접 유출량을 그 점에서 수문곡선에 그 접선경사로 나누어 구할 수 있다(유철상, 2009).

Eq. (12)의 측방유입의 순간단위도는 구간별로 표현식이 다르기 때문에, 불연속함수의 특성을 갖게 된다. 따라서 미분을 통해 변곡점을 찾는 것은 불가능하다. 그보다도 Fig. 3을 보면 가시적으로  $T_B + T_c$  되는 시점에서 순간단위도의 기울기가 확연히 달라지는 것을 알 수 있다. 따라서  $T_B + T_c$  시점, 즉  $T_c(1+B/L)$  이 되는 시점을 변곡점으로 판단하고, 이 시간을 측방유입의 집중시간으로 가정하였다.  $T_B + T_c$  시점은 유역 출구에서 최원점에 위치한 격자에서 유출이 발생하는 시간이다. 참고로 유승혁 등(2009)의 연구에서도 측방유입의 도달시간은 유역출구점에서 가장 먼 거리로 산정하는 것이 타당하다고 언급한 바 있다.

$T_B + T_c$ 에서는 두 개의 함수가 만나게 되어, 접선경사는 앞부분 함수식의 기울기와 뒷부분 함수식의 기울기로 두 개가 된다. 따라서 두 기울기의 평균을 변곡점에서의 접선경사로 가정하였다. 즉,  $T_B + T_c$ 에서는

$$\begin{aligned}
 y' &= -0.5x + (1-x) \left( - \sum_{l=1}^B \frac{L^2 e^{-(LT_c(1+B/L)-T_l)/K_l}}{l K_c^2} - \sum_{l=B+1}^L \frac{B L e^{-(LT_c(1+B/L)-T_l)/K_l}}{l^2 K_c} - \sum_{l=L}^{T_c(1+B/L)} \frac{(B+L-l) e^{-(LT_c(1+B/L)-T_l)/K_l}}{l^2 K_c} \right) \quad (13)
 \end{aligned}$$

$T_B + T_c$ 에서의 종거값은 측방유입 순간단위도에  $T_B + T_c$ 를 대입하여 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 y &= f(T_c + T_B) = (1-x) \left( \sum_{l=1}^B \frac{e^{-(LT_c(1+B/L)-T_l)/K_l}}{K_c} + \sum_{l=B+1}^L \frac{e^{-(L_c(1+B/L)-T_l)/K_l}}{l} B + \sum_{l=L}^{T_c(1+B/L)} \frac{(B+L-l) e^{-(L_c(1+B/L)-T_l)/K_l}}{l} \right) \quad (14)
 \end{aligned}$$

저류상수는 Eq. (14)의 유출량을 Eq. (13)의 변곡점의 기울기로 나누어 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 K^* = & \left[ (1-x) \left( \sum_{l=1}^B \frac{e^{-(LT_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l} L}{K_c} \right. \right. \\
 & + \sum_{l=B+1}^L \frac{e^{-(L_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l} B}{l} \\
 & \left. \left. + \sum_{l=L+1}^{T_c(1+\frac{B}{L})} \frac{(B+L-l)e^{-(L_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l}}{l} \right) \right] / \quad (15) \\
 & \left[ 0.5x + (1-x) \left( \sum_{l=1}^B \frac{L^2 e^{-(LT_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l}}{lK_c^2} \right. \right. \\
 & + \sum_{l=B+1}^L \frac{BL e^{-(L_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l}}{l^2 K_c} \\
 & \left. \left. + \sum_{l=L}^{T_c(1+\frac{B}{L})} \frac{(B+L-l)e^{-(L_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l}}{l^2 K_c} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Eq. (15)의 측방유입의 저류상수는 유역의 물리적인 특성, 즉 유역 폭과 길이, 주하도의 길이와 하도의 수문학적 특성, 즉 하도의 집중시간과 저류상수를 알면 쉽게 산정할 수 있다.

### 3.1.2 삼각형 가상유역

삼각형 유역과 동일하게 격자로 분할된 삼각형 유역을 가정한다(Fig. 4(a)). 유역 출구로 부터의 거리만 고려하여, 격자에 따른 유출 발생 순서를 매기면 Fig. 4(b)와 같다. 격자의 크기는  $1 \times 1$ 로 가정한다.

#### (1) 선형하천모형

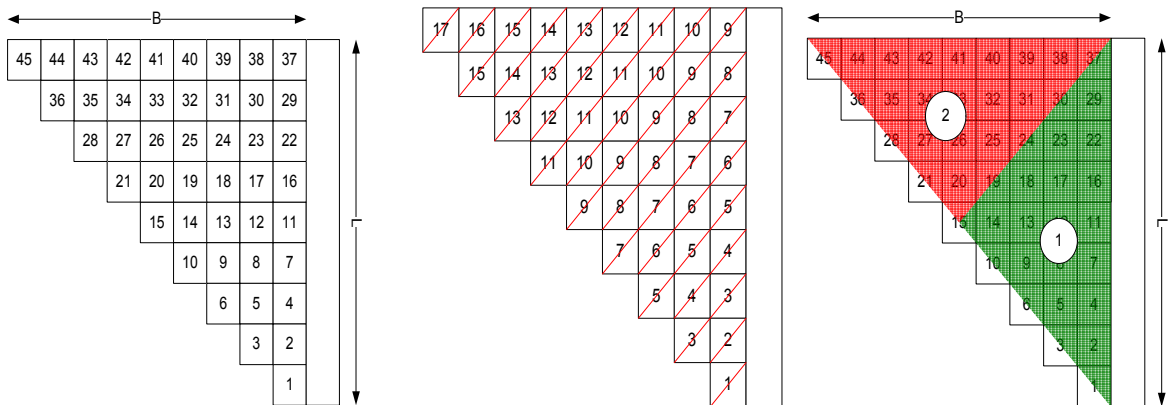
삼각형 유역에서의 선형하천모형은 동일한 증거값이 두 개씩 반복되는 계단형태를 보인다, 이는 삼각형을 사각형 형태의 격자로 분할하였기 때문에 나타나는 형태이므로, 계단형 대신 선형의 직선을 그어 선형하천모형의 증거값으로 간주하였다(Fig. 5(a)). 삼각형 유역의 선형하천모형은 1번 격자에서 유출이 발생하는 시간부터  $T_c$ 까지 증거값이 선형으로 증가하고, 다시  $T_B + T_c$ 까지 선형으로 감소하는 형태이다. 이를 수식으로 나타내면 Eq. (16)과 같다.

$$y = \frac{LBx}{T_c(L+B)} t \quad (0 < t \leq T_c) \quad (16)$$

$$= -\frac{L^2 x}{T_c(L+B)} (t - T_c) + \frac{LBx}{L+B} \quad (T_c < t \leq T_B + T_c)$$

#### (2) 선형저수지모형

삼각형 유역에서는  $L$ 만큼의 하도길이를 가진 격자에서 유출이 발생할 때, 즉  $T_c$ 가 될 때 까지 유출이 증가하다 다시  $T_B + T_c$ 가 될 때까지 유출이 감소한다. Fig. 4(c)에서 ① 영역은 1번 격자에서 유출이 발생할 때부터  $T_c$ 까지 유출을 발생시키는 격자수가 서서히 증가하는 구간이고, ② 영역은  $T_c$ 부터  $T_B + T_c$ 까지 다시 유출을 발생시키는 격자가 감소하는 구간을 의미한다. 따라서  $T_c$  시간까지는 ① 영역의 격자로만 선형저수지모형이 이루어지며, 그 이후에는 ① 영역과 ② 영역의 합으로 선형저수지모형이 이루어진다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

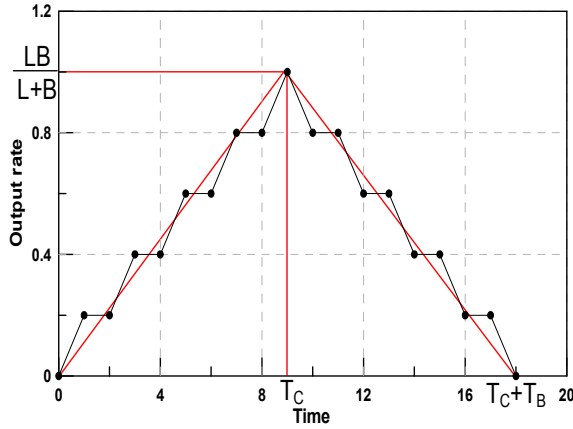


(a) Triangular basin with  $1 \times 1$  cells

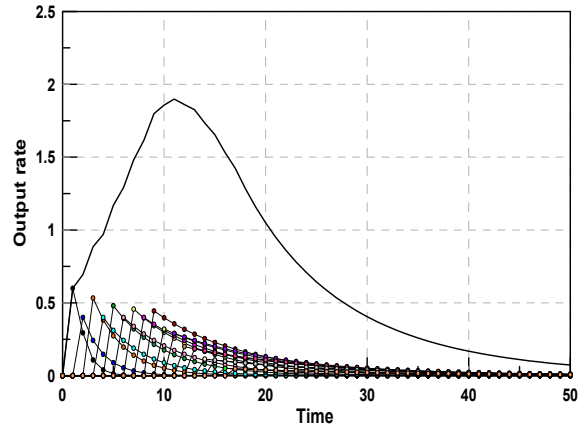
(b) Runoff order

(c) Two zones of runoff pattern

Fig. 4. Imaginary Triangular Basin with  $1 \times 1$  Cells



(a) Linear channel model



(b) Linear reservoir model

Fig. 5. Linear Channel and Reservoir Model of Triangular Basin with  $1 \times 1$  Cells

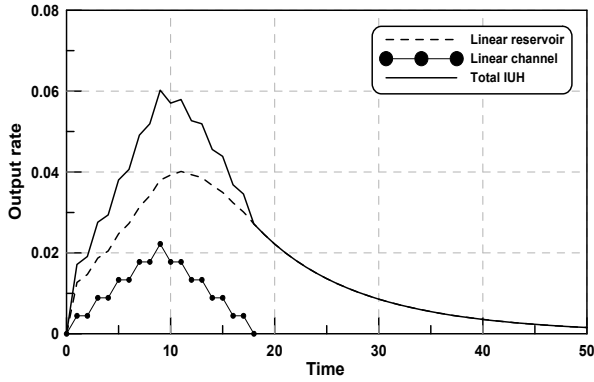


Fig. 6. Lateral Inflow IUH of Triangular Basin

$$y = (1-x) \left( \frac{L}{K_c} \sum_{l=1}^t \frac{e^{-(Lt-T_l\alpha)/K_l}}{2} \right) \quad (0 < t \leq T_c) \quad (17)$$

$$= (1-x) \left( \frac{L}{K_c} \sum_{l=1}^L \frac{e^{-(Lt-T_l\alpha)/K_l}}{2} \right)$$

$$+ \sum_{l=L+1}^t \frac{L}{K_l} \frac{B+L-l}{2} e^{-(Lt-T_l)/K_l} \quad (T_c < t \leq T_B + T_c)$$

### (3) 측방유입의 순간단위도

삼각형 유역과 동일하게 삼각형 유역에서 측방유입의 순간단위도는 선형하천모형과 선형저수지모형의 합으로 이루어진다(Eq. (18)). Fig. 4(a)의 삼각형 유역에서  $B$ 는 9,  $L$ 은 9,  $T_c = K_c$ 는 9,  $x$ 는 0.2로 가정하고, 측방유입의 순간단위도를 산정하면 Fig. 6과 같다.

선형하천모형의 종거값이 매끄러운 선이 아닌 계단형태로 나타나기 때문에 전체 순간단위도 역시 다소 매끄럽지 못한 형태를 띠고 있다.

$$y = \frac{LBx}{T_c(L+B)} t + (1-x) \frac{L}{K_c} \left( \sum_{l=1}^t \frac{l}{2} e^{-(Lt-T_l)/K_l} \right) \quad (0 < t \leq T_c)$$

$$= -\frac{L^2x}{T_c(L+B)} (t - T_c) + \frac{LBx}{L+B}$$

$$+ (1-x) \left( \sum_{l=1}^L \frac{L}{K_c} \frac{1}{2} e^{-(Lt-T_l)/K_l} \right) \quad (18)$$

$$+ \sum_{l=L+1}^t \frac{L}{K_l} \frac{B+L-l}{2} e^{-(Lt-T_l)/K_l} \quad (T_c < t \leq T_B + T_c)$$

$$= (1-x) \frac{L}{K_l} \left( \sum_{l=1}^L \frac{L}{K_c} \frac{1}{2} e^{-(Lt-T_l)/K_l} \right)$$

$$+ \sum_{l=L+1}^t \frac{L}{K_l} \frac{B+L-l}{2} e^{-(Lt-T_l)/K_l} \quad (T_B + T_c < t)$$

### (4) 저류상수 및 집중시간

삼각형 유역의 저류상수 및 집중시간 산정방법은 사각형 유역과 동일하다. Fig. 6에서 삼각형 유역의 변곡점 역시  $T_B + T_c$ 의 시점에서 나타난다고 가정하고, 이 시점에서의 기울기와 종거값을 알면 저류상수 및 집중시간을 알 수 있다.  $T_B + T_c$ 의 시점에서 측방유입을 표현하는 식의 형태가 달라지므로, 앞부분과 뒷부분 기울기의 평균을 산정하여 변곡점의 접선경사로 간주하면 다음과 같다.

$$y' = -\frac{L^2x}{2T_c(B+L)} + (1-x) \left( -\sum_{l=1}^L \frac{e^{-(Lt-T_l)/K_l} L^2}{2lK_c^2} \right)$$

$$- \sum_{l=L+1}^t \frac{(B+L-l)e^{-(Lt-T_l)/K_l} L^2}{2l^2K_c^2} \quad (19)$$

$T_B + T_c$ 에서의 종거값은 다음과 같다.



$$y = (1-x) \left( \sum_{l=1}^L \frac{L}{K_c^l} \frac{e^{-(LT_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l}}{2} \right. \\ \left. + \sum_{l=L+1}^{T_c(1+\frac{B}{L})} \frac{L}{K_c^l} \frac{B+L-l}{2} e^{-(LT_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l} \right) \quad (20)$$

따라서 저류상수는 Eq. (20)의 유출량을 Eq. (19)의 변곡점의 기울기로 나누어 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$K^* = [(1-x) \left( \sum_{l=1}^L \frac{L}{2K_c^l} e^{-(LT_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l} \right. \\ \left. + \sum_{l=L+1}^{T_c(1+\frac{B}{L})} \frac{L}{K_c^l} \frac{B+L-l}{2} e^{-(LT_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l} \right)] / \\ \left[ \frac{L^2 x}{2T_c(B+L)} + (1-x) \left( \sum_{l=1}^L \frac{e^{-(Ll-T_l)/K_l} L^2}{2lK_c^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{l=L+1}^{T_c(1+\frac{B}{L})} \frac{(B+L-l)e^{-(LT_c(1+\frac{B}{L})-T_l)/K_l} L^2}{2l^2 K_c^2} \right) \right] \quad (21)$$

삼각형 유역의 저류상수 역시 유역의 폭과 길이 및 주하도의 수문학적 특성을 알면 쉽게 산정할 수 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 Muskingum 하도추적모형을 재해석한 순간단위도를 이용하여 측방유입의 수문학적 해석을 시도해 보았다. 유역 내 홍수와 전파속도 혹은 평균유속이 일정하다면 저류상수는 하도길이에 비례한다는 가정을 뒷받침 하는 다양한 선행연구들을 살펴보았으며, 이를 바탕으로 측방유입의 순간단위도를 유도하였다. 사각형과 삼각형의 임의로 설정된 가상유역에서 측방유입의 순간단위도는 여러 개로 분할된 격자의 순간응답의 합으로 가정하였다. 이 순간단위도는 유철상과 김하영(2010)에 의해 Muskingum 하도추적모형을 집중시간과 저류시간으로 재해석한 순간단위도를 이용한 것으로, 선형하천모형과 선형저수지모형으로 이루어져 있다. 유도된 순간단위도는 사각형과 삼각형 유역 각각에서 서로 다른 형태를 보였으며, 집중시간과 저류상수의 정의를 이용하여 측방유입의 저류상수를 수식적으로 산정하였다. 그 결과 측방유입의 저류상수는 유역의 물리적인 특성과 하도의 수문학적 특성을 알면 쉽게 계산할 수 있음을 확인하였다.

#### 감사의 글

이 논문은 2008년도와 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구입니다(KRF-2008-313-D01083, No. 2010-0014566). 연구지원에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- 김주철, 윤여진, 김재한(2005). "Nash 모형의 지체시간을 이용한 GIUH 유도." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제38권, 제10호, pp. 801-810.
- 유승혁, 이재근, 안재현(2009). "유역 분할에 따른 유출변화 연구." **2009년 한국수자원학회 학술발표대회**, 한국수자원학회, pp. 976-980.
- 유철상(2009). "Nash 모형을 이용한 유역 저류상수 및 집중시간의 이론적 검토." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제42권, 제3호, pp. 235-246.
- 유철상, 김하영(2010). "Muskingum 하도추적모형의 수문학적 재해석: 선형저수지모형과 선형하천모형의 선형결합." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제43권, 제12호, pp. 1051-1061.
- 전민우, 조용수(2002). "선형저수지모형을 적용한 수리학적 홍수추적." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제35권, 제6호, pp. 787-796.
- 정경택(2004). 부정류 해석 기법에 의한 홍수위 산정에 관한 연구. 석사학위논문, 울산대학교, pp. 4-36.
- 정종호, 윤용남(2003). 수자원설계실무, 구미서관.
- Bengtsson, L. (1991). "Effective concentration time for design storms in complex urban basins." *Atmospheric Research*, Vol. 27, pp. 137-150.
- Beven, K. (1979). "On the generalized kinematic routing method." *Water Resources Research*, Vol. 15, No. 5, pp. 1238-1242.
- Brush, L.M. (1961). "Drainage basins, channels and flow characteristics of selected streams in central Pennsylvania." *U.S. Geological Survey Professional Paper*, Vol. 282-F, pp. 145-175.
- Carlston, C.W. (1969). "Downstream variations in the hydraulic geometry of streams: special emphasis on mean velocity." *American Journal of Science*, Vol. 267, pp. 499-509.
- Choudhury, P., Shrivastava, R.K., and Narulkar, M.

- (2002). "Flood routing in river networks using equivalent Muskingum inflow." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 7, No. 6, pp. 413-419.
- Dooge, J.C.I., Strupczewski, W.G., and Napiórkowski, J. (1982). "Hydrodynamic derivation of storage parameters of the Muskingum model." *Journal of Hydrology*, Vol. 54, No. 4, pp. 371-387.
- Fan, P., and Li, J.C. (2006). "Diffusive wave solutions for open channel flows with uniform and concentrated lateral inflow." *Advances in Water Resources*, Vol. 29, pp. 1000-1019.
- Furey, P.R., and Gupta, V.K. (2003). "Affect of temporal variability and the width function on the peak-flow scaling exponent in the Goodwin creek basin." American Geophysical union, Fall meeting.
- Hayami, S. (1951). On the propagation of flood waves, Disaster Prevention Research Institute.
- Gonwa, W.S., and Kavvas, M.L. (1986). "A modified diffusion equation for flood propagation in trapezoidal channels." *Journal of Hydrology*, Vol. 83, pp. 119-136.
- Khan, H.M. (1993). "Muskingum flood routing model for multiple tributaries." *Water Resource Research*, Vol. 29, No. 4, pp. 1057-1062.
- Kshirsagar, M.M., Rahagopalan, B., and Lall, U. (1995). "Optimal parameter estimation for Muskingum routing with ungauged lateral inflow." *Journal of Hydrology*, Vol. 169, No. 1-4, pp. 25-35.
- Krein, A. (2001). "Use of artificial flood events to demonstrate the invalidity of simple mixing models." *Hydrological Sciences*, Vol. 46, No. 4, pp. 611-622.
- Manfreda, S., Fiorevino, M., and Iacovellis, V. (2005). "DREAM: a distributed model for runoff, evapotranspiration, and antecedent soil moisture simulation." *Advanced in Geosciences*, Vol. 2, pp. 31-39.
- Mimikou, M., and Ramachandra, R. (1976). "Estimation of lateral inflow hydrographs." *British Corrosion Journal*, Vol. 1, pp. 399-420.
- Moussa, R. (1996). "Analytical hayami solution for the diffusive wave flood routing problem with lateral inflow." *Hydrological Processes*, Vol. 10, pp. 1209-1227.
- Moussa, R., and Bocquillon, C. (2009). "On the use of the diffusive wave for modelling extreme flood events with overbank flow in the floodplain." *Journal of Hydrology*, Vol. 374, pp. 116-135.
- Molnár, P., and Ramírez, J.A. (1998). "Energy dissipation theories and optimal channel characteristics of river networks." *Water Resources Research*, Vol. 34, No. 7, pp. 1809-1818.
- Leopold, L.B. (1953). "Downstream change of velocity in rivers." *American Journal of Science*, Vol. 251, pp. 606-624.
- Leopold, L.B., and Maddock, T.F. (1953). "The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications." *Geological Survey Professional Paper*, Vol. 252, pp. 1-64.
- O'Donnel, T. (1985). "A direct three-parameter Muskingum procedure incorporation lateral inflow." *Journal of Hydrological Sciences*, Vol. 30, No. 4, pp. 479-496.
- Shome, M.L., and Steffler, P.M. (2006). "Flood plain filling by a monoclinal flood wave." *Journal of Hydraulic Engineering, Technical Notes*, pp. 529-532.
- Tawatchai, T.M., and Shyam, K.M. (1985). "Analytical diffusion model for flood routing." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 111, pp. 435-454.
- Tewelde, M.H., and Smithers, J.C. (2006). "Flood routing in ungauged catchments using Muskingum methods." *Water SA*, Vol. 32, No. 3, pp. 379-388.
- Ping, F., and Xiaofang, R. (1999). "Method of flood routing for multibranch rivers." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, No. 3, pp. 271-276.
- Viessman, W., Lewis, G.L., and Knapp, J.W. (1989). *Introduction to Hydrology*. Harper and Row, New York, USA
- Wong, T.S.W. (2002). "Generalized formula for time of travel in rectangular channel." *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 6, pp. 445-448.

논문번호: 11-028	접수: 2011.03.02
수정일자: 2011.07.12/12.30	심사완료: 2011.12.30