

## 경사면을 주행하는 차륜형 역진자의 평형점 상태에 관한 연구

### A Derivation of the Equilibrium Point for a Controller of a Wheeled Inverted Pendulum Running on an Inclined Road

이세한<sup>1,✉</sup>, 강재관<sup>1</sup>  
Se-Han Lee<sup>1,✉</sup> and Jae-Gwan Kang<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 경남대학교 기계자동화공학부 (School of Mechanical Engineering and Automation, Kyungnam Univ.)  
✉ Corresponding author: leesehan@kyungnam.ac.kr, Tel: 055-249-2149

Manuscript received: 2011.5.30 / Revised: 2011.9.20 / Accepted: 2011.10.1

*In this research an equilibrium point of a Wheeled Inverted Pendulum (WIP) running on an inclined road is derived and validated by some experiments. Generally, The WIP has stable and unstable equilibrium point. Only unstable equilibrium point is interested in the research. To keep the WIP on the unstable equilibrium point, the WIP is consistently controlled. A controller for the WIP needs a reference state for the equilibrium point. The reference state can be obtained by studying an equilibrium point of the WIP. This research is deriving dynamic equations of the WIP running on the inclined road and equilibrium of it based on statics. Several experiments are carried out to show the validation of the equilibrium point.*

Key Words: Wheeled Inverted Pendulum (차륜형 역진자), Equilibrium Point (평형점), Inclined Road (경사면), LQR Control (선형이차레귤레이터 제어)

#### 1. 서론

차륜형 역진자의 근원은 1965 년경 Kapitza<sup>1</sup> 에 의해서 처음으로 제안된 역진자 시스템에서 찾아 볼 수 있다. 그 후, 다양한 형태를 갖는 역진자들이 소개되어 제어이론 검증<sup>2,4</sup> 등 여러 분야에 사용되어 왔다. 차륜형 역진자도 그 역진자들의 한 종류에 해당되며 역진자 특유의 비선형 특성을 그대로 이어받고 있다.

차륜형 역진자 제어는 진행 방향에 대하여 직각방향으로 회전축을 갖는 2 개의 차륜으로 구동되는 역진자<sup>5</sup> 의 문제를 다루고 있으며, 구동차륜에 대한 적절한 제어를 통해서 역진자의 자세를 수직방향의 평형점으로 안정화 시키는 것이다.

역진자 이론은 다양한 분야에 응용되고 있는데, 그 관련 이론은 중력의 반대방향으로 비행하는 항

공용 로켓의 자세 안정화와 이족보행로봇의 다리 제어<sup>6</sup> 에 응용되고, 민수용으로 2001 년 상업용으로 개발된 개인용 이동수단인 SEGWAY<sup>7</sup> 에, 그리고 2008 년에 조종핸들을 소형화한 Toyota Wingle<sup>8</sup> 에도 응용되고 있다.

차륜형 역진자는 몸체를 수직방향으로 평형을 유지하고 있으므로 몸체의 점유면적이 최소화 되는 특징이 있다. 이러한 특징을 이용하여 차륜형 역진자는 주택의 실내와 같은 협소한 장소에서 쉽게 운용될 수 있다. 그 외 차륜형 역진자를 다양한 분야의 이동체 플랫폼으로 사용하려는 연구<sup>9,10</sup> 들이 진행되고 있다.

차륜형 역진자의 평형유지 제어성능을 향상시키기 위해서는 주행면의 경사와 같은 다양한 노면 조건이 적극적으로 고려되어야 한다. 자유로운 이동이 제한되는 고정궤도 위를 주행하는 수레형 역

진자의 경우 Furta<sup>11</sup> 의 경사면을 고려한 연구가 있으며, Matsumoto<sup>12</sup> 는 주행면의 경사각도를 검출하는 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 주행면의 경사각도를 고려한 차륜형 역진자의 운동방정식이 Newton-Euler 법으로 유도되고, 주행면의 경사각도에 해당하는 평형점과 제어입력의 상태가 운동방정식에 의거한 계산식과 실험결과로 제시되었다. 2 장에 차륜형 역진자 시스템의 구조와 제어원리의 개략적인 개요, 3 장에 운동방정식 및 평형점 유도, 4 장에 실험결과 및 토론이, 마지막으로 5 장에는 본 연구의 결론이 제시된다.

**2. 차륜형 역진자 시스템**

다음의 Fig. 1 은 본 연구의 대상이 되는 차륜형 역진자의 개략적인 모습을 나타내고 있다. 차륜형 역진자를 구성하고 있는 부분 중에서 중력방향에 대하여 반대방향으로 배치된 몸체가 역진자 역할을 한다. 몸체 좌우의 차륜은 몸체가 평형을 유지하는데 필요한 관성력이 발생될 수 있도록 구동제어된다.

역진자의 특성상 몸체는 불안정한 상태로 있으며 해당 제어가 적절히 수행되지 않으면 작은 외란에 의해서도 넘어지게 된다. 역진자 몸체의 평형유지를 위해서 제어기는 몸체가 넘어지려는 방향의 반대방향으로 관성력을 발생시킬 필요가 있다. 그 관성력을 발생시키기 위해서 제어기는 역진자의 몸체가 넘어지려는 방향으로 몸체를 진행시킨다.

역진자의 동적 모델링을 위해서 다음의 Fig. 2 에 간략한 모델을 나타내었다. 역진자 몸체(chassis) 의 동역학적 변수는 몸체의 집중질량  $M_c$  와 회전관성  $J_c$  로 표시되며, 그 질량중심은 구동차륜의 회전축에서  $l_c$  만큼 떨어져 있다. 차륜(wheel) 관련 변수는 차륜의 집중질량  $M_w$  와 회전관성  $J_w$  로 표시되어 있다.

역진자가 평형을 유지하는 원리는 손바닥 위에 올려놓은 막대기를 평형유지 시키는 행동과 매우 유사하다. 실험자는 경험상 막대기가 넘어지려는 방향으로 손바닥을 신속하게 움직여 막대기의 평형을 유지할 수 있다. 동일하게 역진자 제어기는 몸체의 질량중심이 넘어지려는 방향으로 차륜을 적절히 구동함으로써 몸체를 반대방향으로 움직여서 몸체의 평형을 유지하게 한다.

예를 들면, 몸체가 넘어지려는 각도가  $\theta > 0$  라면 제어기는 차륜을 반시계 방향으로 구동하여 차륜의 중심을  $-x$  방향으로 진행시킬 필요가 있고 반대가 넘어지려는 각도가  $\theta < 0$  라면 차륜을 시계 방향으로 구동할 필요가 있다.

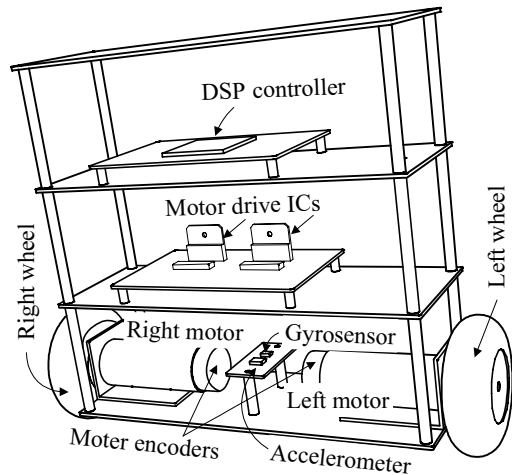


Fig. 1 A Wheeled Inverted Pendulum

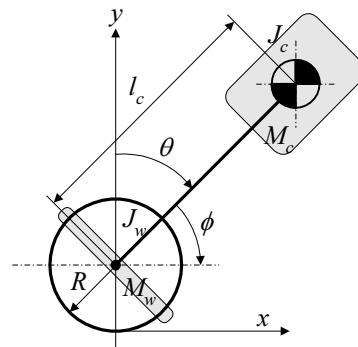


Fig. 2 System modeling of a Wheeled Inverted Pendulum

**3. 운동방정식과 평형점**

차륜형 역진자의 평형점을 파악하기 위해서는 역진자의 동역학적 특성이 먼저 고찰되어야 한다. 차륜형 역진자의 동역학적 특성은 운동방정식을 통해서 고찰될 수 있다. 그 운동방정식을 유도하기 위해서 차륜형 역진자는 몸체와 차륜으로 분리되고 각각에 대하여 작성된 자유물체가 Fig. 3 에 표시되어 있다.

몸체에 작용하는 변수로 몸체에 작용하는 외력

$f_c$ , 몸체의 중력  $M_c g$ , 차륜으로부터 작용하는 수평 및 수직반력  $H, V$ , 그리고 구동모터의 반력토크  $\tau$  등이 있다. 차륜에 작용하는 변수로는 차륜에 작용하는 외력  $f_w$ , 몸체로부터 작용하는 반력  $H, V$ , 차륜의 중력  $M_w g$ , 주행면으로부터 작용하는 수평 및 수직반력  $H_T, V_T$  그리고 구동모터의 구동토크  $\tau$  등이 있다.

### 3.1 몸체 방정식

차륜형 역진자는 구동장치를 사이에 두고 몸체와 차륜으로 분리하여 고찰될 수 있다. 구동장치를 기준으로 상호작용하는 반력들을 설정한 다음 Newton-Euler 방정식이 각각에 대하여 구성될 필요가 있다.

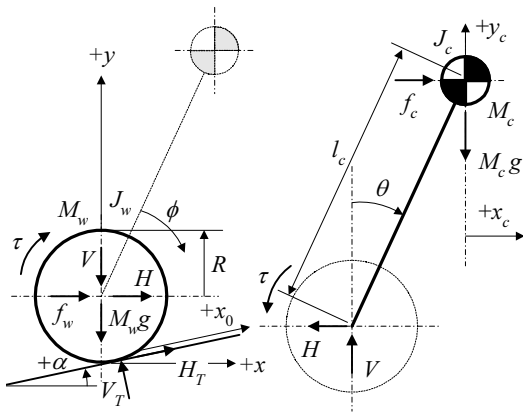


Fig. 3 Free body diagram of the WIP

몸체의 질량중심의 수평가속도  $\ddot{x}_c$  는 몸체에 작용하는 외력  $f_c$  와 수평반력  $H$  에 대한 몸체의 힘 평형방정식은 다음과 같이 구성된다.

$$M_c \ddot{x}_c = f_c - H \quad (1)$$

한편, 몸체의 질량중심 수평가속도  $\ddot{x}_c$  와 차륜 회전중심의 수평가속도  $\ddot{x}$  는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\ddot{x}_c = \ddot{x} + l_c \ddot{\theta} \cos \theta - l_c \dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (2)$$

수평가속도  $\ddot{x}$  와 경사각도  $\alpha$  인 주행면에 대한 진행가속도  $\ddot{x}_0$  사이에는  $\ddot{x} = \ddot{x}_0 \cos \alpha$  관계가 있으므로 이 관계를 (2)에 대입하고 구해진  $\ddot{x}_c$  를 (1)에 대입하면 수평반력  $H$  는 다음과 같이 구해진다.

$$H = f_c - M_c \ddot{x}_0 \cos \alpha - M_c l_c \ddot{\theta} \cos \theta + M_c l_c \dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (3)$$

몸체 질량중심의 수직가속도  $\ddot{y}_c$  에 대한 힘 평형방정식은 다음과 같이 구성된다.

$$M_c \ddot{y}_c = V - M_c g \quad (4)$$

몸체의 수직가속도와 경사면 진행가속도는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\ddot{y}_c = \ddot{x}_0 \sin \alpha - l_c (\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) \quad (5)$$

식 (5)를 (4)에 대입하면 수직반력  $V$  는 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$V = M_c \ddot{x}_0 \sin \alpha - M_c l_c (\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) + M_c g \quad (6)$$

한편, 몸체의 질량중심에 대한 모멘트 평형방정식은 다음과 같이 구성된다.

$$J_c \ddot{\theta} = V l_c \sin(\theta) + H l_c \cos(\theta) - \tau \quad (7)$$

앞에서 (3)과 (6)에서 얻어진 수평 및 수직반력을 위 식에 대입하면 (7)은 다음과 같이 정리된다.

$$M_c l_c \cos(\theta + \alpha) \ddot{x}_0 + (J_c + M_c l_c^2) \ddot{\theta} - M_c g l_c \sin \theta = f_c l_c \cos \theta - \tau \quad (8)$$

### 3.2 차륜 방정식

경사각도  $\alpha$  인 주행면에 나란한  $x_0$  방향에 대하여 차륜의 힘-모멘트 평형방정식은 다음과 같다.

$$M_w \ddot{x}_0 = (H + f_w) \cos \alpha - (V + M_w g) \sin \alpha + H_T \quad (9)$$

$$J_w (\ddot{\phi} + \ddot{\theta}) = \tau - R H_T \quad (10)$$

한편,  $\ddot{x}_0$  와  $\ddot{\phi}$ ,  $\ddot{\theta}$  의 관계는 주행면과 차륜 사이에 미끄럼이 없다면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{x}_0 = R(\ddot{\phi} + \ddot{\theta}) \rightarrow (\ddot{\phi} + \ddot{\theta}) = \frac{\ddot{x}_0}{R} \quad (11)$$

이 때, 차륜의 회전각도  $\phi$  는 몸체에 부착(기준)된 광학식 엔코더 등으로 측정되므로 차륜의 주행면 변위는  $\phi$  뿐만 아니라 몸체의 기울기 각도  $\theta$  까지 고려되어야 한다. 식 (11)을 (10)에 대입하면 모멘트 평형방정식으로부터 수평반력  $H_T$  는 다음과 같이 얻어진다.

$$H_T = \frac{1}{R} \tau - \frac{J_w}{R^2} \ddot{x}_0 \quad (12)$$

얻어진 수평반력을 (9)에 대입하면 경사면에 대한 진행속도  $\dot{x}_0$  와 모터의 구동토크  $\tau$  는 다음과 같이 연결된다.

$$(M_w + J_w / R^2) \ddot{x}_0 = (H + f_w) \cos \alpha - (V + M_w g) \sin \alpha + \tau / R \quad (13)$$

앞에서 (3)과 (6)에서 얻어진 수평 및 수직반력을 위 식에 대입하면  $\ddot{x}_0$  와  $\tau$  사이의 관계식은 다음과 같이 구성된다.

$$(M_c + M_w + J_w / R^2) \ddot{x}_0 + M_c l_c \cos(\theta + \alpha) \ddot{\theta} - M_c l_c \sin(\theta + \alpha) \dot{\theta}^2 + (M_c + M_w) g \sin \alpha = (f_c + f_w) \cos \alpha + \tau / R \quad (14)$$

### 3.3 차륜형 역진자의 평형점

차륜형 역진자의 평형제어의 목적은 몸체가 넘어지지 않고 평형점을 안정하게 유지하는 것이다. 차륜형 역진자의 평형제어를 위해서 먼저, 평형상태의 정의가 필요하게 된다.

차륜형 역진자의 몸체에 작용하는 힘들에는 차륜에 의해서 발생하는 관성력, 구동장치의 반력토크, 그리고 몸체 자체에 작용하는 중력 등이 있다. 만일, 몸체가 넘어지지 않는 평형상태를 유지한다면 그 관성력은 사라지고 ( $\ddot{x}_0 = 0$ ) 오직 구동장치의 반력토크와 중력만이 몸체에 작용하게 될 것이다. 그리고 몸체가 넘어지지 않으므로  $\dot{\theta} = \ddot{\theta} = 0$  상태가 될 것이다.

이런 평형상태에서 운동방정식 (14)와 (8)은 다음과 같은 형태가 될 것이다.

$$(M_c + M_w) g \sin \alpha = (f_c + f_w) \cos \alpha + \tau / R \quad (15)$$

$$-M_c g l_c \sin \theta = f_c l_c \cos \theta - \tau \quad (16)$$

위 식에서 외력( $f_c, f_w$ )을 무시했을 때 평형점에 해당하는 구동토크  $\tau$  와 몸체의 기울기 각도  $\theta$  는 다음과 같이 얻어진다.

$$\tau = (M_c + M_w) g R \sin \alpha \quad (17)$$

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{\tau}{M_c g l_c} \right) = \sin^{-1} \left( \frac{(M_c + M_w) R \sin \alpha}{M_c l_c} \right) \quad (18)$$

위 식에서 경사면이 존재할 때 ( $\alpha \neq 0$ ) 평형을 유지하기 위해서는 구동토크가 필요하면 그 때의 평형점에 해당하는 몸체의 기울기 각도는 더 이상 0 이 아님을 알 수 있다.

## 4. 실험결과 및 토론

본 연구에서 유도한 평형점 상태를 확인하기 위해서 다음의 Fig. 4 와 같이 차륜형 역진자 실험장치를 구성하였다. 실험장치의 제어를 위해서 TI 의 TMS320F2812 DSP 가 사용되었다. 이 DSP 는 프로그램 저장용 플래시 메모리뿐만 아니라 차륜 구동을 위한 모터제어에 필요한 PWM 출력과 모터에 부착된 엔코더 출력펄스 신호를 차륜의 회전각도  $\phi$  와 그 각속도  $\dot{\phi}$  로 변환 처리할 수 있는 CAPTURE 기능, 그리고 몸체의 기울기 각도  $\theta$  와 그 각속도  $\dot{\theta}$  를 검출하는 가속도 센서와 자이로 센서의 입력을 받을 수 있는 A/D 변환기 등을 내장하고 있다.

### 4.1 제어기 선정

경사면에서 평형을 유지하는 차륜형 역진자의 평형점 확인을 위해서 평형제어가 수행될 필요가 있다. 본 연구에서 제작된 차륜형 역진자에는 모터의 엔코더와 가속도, 자이로 센서가 부착되어 있어서 제어에 필요한  $x_0, \dot{x}_0, \theta, \dot{\theta}$  변수가 손쉽게 얻어지는 특징이 있으므로 전상태피드백 제어가 채용되었다.

상태피드백 제어기에 필요한 제어이득은 LQR (Linear Quadratic Regulator) 이론에 기반한 이<sup>13</sup> 연구의 과정을 통해서 산출되었다. LQR 제어기 구성을 위해서 (8)과 (14) 를 평형점 부근에서  $\dot{\theta}^2 \approx 0, \sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1$  인 특성을 이용하여 선형화 시켜서 얻어진 상태방정식이 필요하게 된다. 다음의 Table 1 에 표시된 제작된 차륜형 역진자의 변수를 이용하여 얻어진 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2.06 & 0 & 0 \\ 0 & 63.61 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta \\ \dot{x}_0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 13.42 \\ -130.0 \end{bmatrix} \tau \quad (19)$$

이 때, 상태변수  $\mathbf{x}=[x_0 \ \theta \ \dot{x}_0 \ \dot{\theta}]^T$  로 설정되었으며, 경사각도  $\alpha=0$ , 외력  $f_c=f_w=0$  로 설정되었다. LQR 제어이득은 다음과 같이 주어지는데, 필요한 상태변수 가중행렬  $Q=\text{diag}(0.5 \ 0.5 \ 0 \ 0)$ , 제어입력 가중치  $R=10$  이 설정되었다.

$$K=[-0.224 \ -1.31 \ -0.285 \ -0.170] \quad (20)$$

엔코더와 자이로 센서로부터 구체적으로 얻어진  $x_0(=R\phi)$ ,  $\dot{x}_0(=R\dot{\phi})$ ,  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$  에 (20)의 이득과 PWM 이득이 적용된 값이 모터로 출력된다. 실험 시에는 모터의 구동력이 차륜까지 전달되는 경로에 마찰 등 다양한 외란이 존재하므로 시행오차를 통해서 제어이득은 수동으로 재조정되었다.

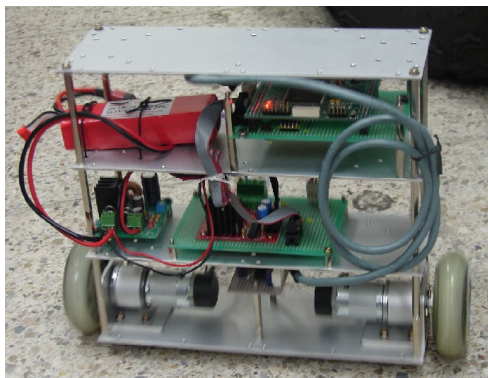


Fig. 4 Wheeled Inverted Pendulum setup

Table 1 Wheeled Inverted Pendulum parameters

$M_c$	2.55kg	Mass of chassis
$M_w$	0.20kg	Mass of wheel
$J_c$	$1.39 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	Rotational inertial of chassis
$J_w$	$1.54 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	Rotational inertia of wheel
$l_c$	0.0363m	Distance between the centers of wheel and chassis
$R$	0.038m	Radius of wheel

본 연구에서 차륜형 역진자가 평형상태를 유지하고 있을 때 해당하는 제어입력인  $\tau$  와 몸체의 각도  $\theta$  는 제어기 이득에는 영향을 받지 않고 (17)

과 (18)에 의하면 주행면의 경사각도  $\alpha$  그리고 역진자의 정역학적 변수에만 의존함을 알 수 있다.

#### 4.2 평평한 주행면에 대한 평형유지

본 연구에서 유도한 평형점 방정식을 확인하기 위해서 먼저, 평평한 ( $\alpha=0$ ) 주행면에 대하여 차륜형 역진자가 평형을 유지하도록 제어되었다. 평형점 결과에 의하면 차륜형 역진자를 제어하는 필요한 제어입력은 0 이 될 것이며, 역진자 몸체의 해당 기울기 각도는 0 이 될 것으로 예상된다. 다음의 Fig. 5 에 그 기울기 각도와 모터입력 전압의 응답을 표시하였다.

식(18)에 의하면 평평한 ( $\alpha=0$ ) 주행면에 대하여 역진자의 자세각도는  $\theta_{ss}=0^\circ$  가 되어야 하지만 Fig. 5 에 의하면 그 자세각도는 평균값  $-0.71^\circ$  를 중심으로 변동하고 있다. 제작된 역진자의 형태가 완전한 대칭이 아니며, 실제로 배터리, 제어기 등이 정확하게 정렬되어 탑재되지 않았기 때문에 역진자의 실질적인 정역학적 평형은 센서를 기준으로  $-0.71^\circ$  에 존재하고 있음을 알 수 있다.

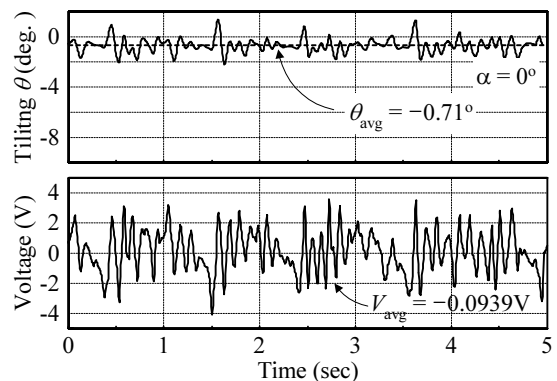


Fig. 5 Time responses of the tilting angle and motor input voltage for flat road condition.

한편, Fig. 5 에는 구동토크 대신에 모터의 입력 전압이 표시되어 있는데, 실험장치는 차륜에 작용하는 구동토크를 정확하게 검출할 수 있는 센서를 포함하지 않는다. 일반적으로 구동토크는 모터의 권선전류에 비례하지만 모터의 구동력이 차륜까지 전달되는 경로에는 감속기 등에 존재하는 마찰력 때문에 그 구동토크는 권선전류와 정확하게 비례하지 않는다. 특히, 차륜형 역진자가 평형을 유지하고 있을 때, 구동모터의 회전방향은 지속적으로 변동되므로 마찰력의 거동은 매우 복잡한 비선형

성을 갖게 된다. 그렇지만 모터의 권선전류는 근사적으로 구동토크와 밀접한 관계를 갖고 있다.

모터입력 전압은 역기전력이 존재하므로 출력되는 토크(전류)와 정확하게 일치하지 않지만, 차륜형 역진자가 평형상태를 유지하고 있을 때에는  $\dot{x} \approx 0$  로 가정할 수 있으므로 입력전압과 토크는 근사적으로 비례한다고 가정할 수 있다. 그러므로 소극적으로 입력전압을 통해서 구동토크가 근사적으로 파악될 수 있다고 가정한다.

Fig. 5 에 의하면 모터 입력전압은 (근사적 구동토크) 근사적으로 0 점 (평균값  $-0.0939V$ )을 중심으로 변동하고 있다. 평균값이 정확하게 0 이 아닌 이유는 모터의 회전방향에 따라서 작용하는 마찰력을 비롯한 기타 외란의 영향이 다르기 때문으로 추정된다.

**4.3 경사진 주행면에 대한 평형유지**

본 연구에서 유도한 평형점을 확인하기 위해서 먼저, 경사진 ( $\alpha \neq 0$ ) 주행면에 대하여 차륜형 역진자를 제어하도록 한다. 경사면의 경사각도는  $3^\circ$ ,  $5^\circ$ , 그리고  $7^\circ$  로 설정하였다. 다음의 Fig. 6 은 각각의 경사각도 주행면에서 평형을 유지하고 있는 차륜형 역진자의 자세각도를 나타내고 있다.

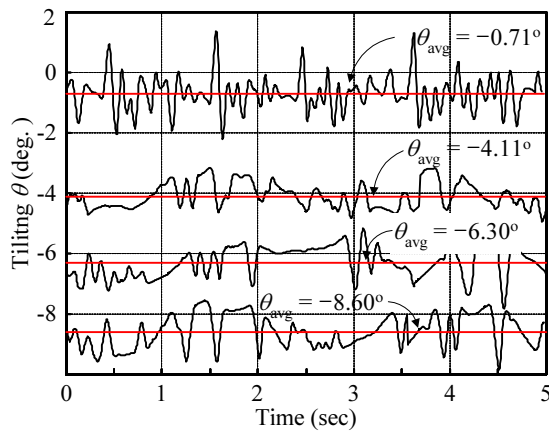


Fig. 6 Time responses of the tilting angle for various inclined road conditions

Fig. 6 에 의하면 경사면의 각도가 증가할수록 역진자의 자세각도도 증가하고 있음을 알 수 있다. 식 (18)의 유효성을 확인하기 위하여 각 경사각도에 대하여 5 회 반복 실험한 결과의 평균값을 다음의 Table 2 에 나타내었다.

Table 2 Experimental and computational results for the inclined road condition

$\alpha$	Experimental $\theta$	Computed $\theta$	Compensated $\theta$
$0^\circ$	$-0.7298^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$
$-3^\circ$	$-4.1214^\circ$	$-3.3872^\circ$	$-3.3916^\circ$
$-5^\circ$	$-6.4091^\circ$	$-5.6467^\circ$	$-5.6793^\circ$
$-7^\circ$	$-8.4561^\circ$	$-7.9080^\circ$	$-7.7263^\circ$

계산결과와 실험결과를 비교하기 위해서  $\alpha = 0^\circ$  에 해당하는 실험결과를  $0^\circ$  로 초기화 하고 나머지 실험결과에  $-0.7298^\circ$  만큼을 보정하도록 한다. 결과를 고찰해 보면 역진자의 자세각도는  $\dot{x}, \dot{\theta}$  와 같이 정확하게 파악하기 곤란한 동역학적 파라미터가 아니라  $M_c, M_w, l_c, R$  와 같이 정역학적인 파라미터로만 계산되므로 실험결과와 계산결과는 비교적 양호하게 일치하고 있음을 알 수 있다.

다음의 Fig. 7 은 각각의 경사각도 주행면에 평형을 유지하고 있는 차륜형 역진자 구동모터의 입력전압을 나타내고 있다.

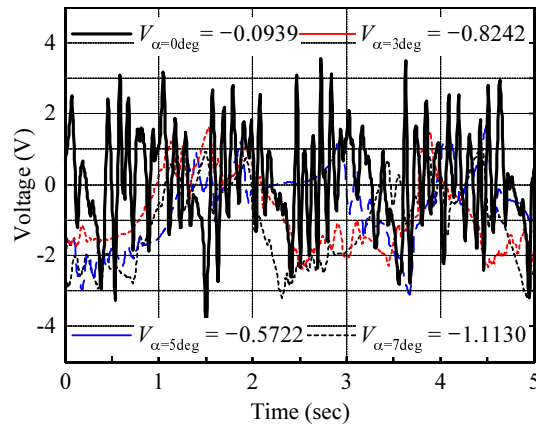


Fig. 7 Time responses of the motor input voltage for various inclined road conditions

입력전압이 경사각도에 대하여 명확한 경향을 보이지 않는 것은 모터에 존재하는 역기전력과 감속기 등에 존재하는 마찰력 같은 외란 등이 복합적으로 작용하여 입력전압이 정확하게 차륜의 구동토크를 반영하지 않기 때문이다. 모터의 입력전압은 구동토크를 정확하게 반영하지 않고 근사적으로만 반영하기 때문에 자세각도처럼 명확한 경향을 보이는 대신에 경사각도 ( $\alpha \neq 0$ ) 가 존재하면 0 이 아닌 값으로 증가하는 개략적인 경향은 보이고 있다.

## 5. 결론

본 연구에서 경사면을 주행하는 차륜형 역진자의 운동방정식과 해당 자세각도가 유도되었다. 차륜형 역진자가 평평한 주행면에서 평형을 유지하고 있을 때, 구동토크는 0 인 반면에 경사면에서 평형을 유지하고 있을 때에는 구동토크는 더 이상 0 이 아님을 알 수 있었으며, 실험을 통하여 확인하였다. 뿐만 아니라 식 (17)과 (18)을 통해서 그 경사면에 해당하는 구동토크는 경사면의 기울기 각도  $\alpha$  와 밀접한 관계가 있음을 알 수 있었다. 역진자 물체의 기울기 각도 역시 경사면에서는 더 이상 0 도 가 아닌 값을 나타내었다. 차륜형 역진자의 물체 기울기 각도가 주행면의 경사각도에 밀접하게 영향을 받는 특징은 역진자가 주행하고 있는 주행면의 경사각도를 판단하는 데 적용될 수 있다.

## 후 기

이 논문은 2010 년도 경남대학교 학술연구장려금 지원에 의하여 이루어졌음.

## 참고문헌

1. Kapitza, P. L., "Collected Papers of P. L. Kapitza, edited by D. Ter Haar, Vol. 2," Pergamon Press, p. 174, 1965.
2. Jung, S.-H., Choi, J.-N. and Oh, S.-K., "Design of Optimized Fuzzy Controller by Means of HFC-based Genetic Algorithms for Rotary Inverted Pendulum System," Journal of Korean Institute of Intelligent Systems, Vol. 18, No. 2, pp. 236-242, 2008.
3. Shin, H.-S., Chu, J.-U., Lee, S. and Lee, Y.-J., "Fuzzy Control and Implementation of a 3-Dimensional Inverted Pendulum System," Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems, Vol. 13, No. 2, pp. 137-147, 2003.
4. Kim, J. H., Park, U. S. and Choi, J. W., "Implementation of a Parallel Inverted Pendulum System with Decoupling Control," Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 17, No. 7, pp. 162-169, 2000.
5. Grasser, G., D'Arrigo, A., Colombi, S. and Rufer, A. C., "JOE A Mobile, Inverted Pendulum," IEEE

- Transactions on Industrial Electronics, Vol. 49, No. 1, pp. 107-114, 2002.
6. Kang, C.-S., Noh, K.-K., Kong, J.-S. and Kim, J.-G., "A Smooth Trajectory Generation for an Inverted Pendulum Type Biped Robot," Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 22, No. 7, pp. 112-121, 2005.
7. [http://www.segway.com/aboutus/press\\_releases/pr\\_120301.html](http://www.segway.com/aboutus/press_releases/pr_120301.html)
8. [http://www.toyota.co.jp/jp/news/08/Aug/nt08\\_0805.html](http://www.toyota.co.jp/jp/news/08/Aug/nt08_0805.html)
9. Searock, J., Browning, B. and Velocoso, M., "Turning Segways into Soccer Robots," Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vol. 1, pp. 1029-1034, 2004.
10. Ambrose, R. O., Savely, R. T., Goza, S. M., Strawser, P., Dftler, M. A., Spain, I. and Radford, N., "Mobile Manipulation using NASA's Rbonaut," Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation, Vol. 2, pp. 2104-2109, 2003.
11. Furuta, K., Kajiwara, H. and Kosuge, K., "Digital control of a double inverted pendulum on an inclined rail," International Journal of Control, Vol. 32, No. 5, pp. 907-924, 1980.
12. Matsumoto, S., Kajita, S. and Tani, L., "Estimation and Control of the Attitude of a Dynamic Mobile Robot Using Internal Sensors," Journal of Robotic Society of Japan, Vol. 8, No. 5, pp. 37-46, 1990.
13. Lee, S.-H. and Rhee, S.-Y., "A Mixed  $H_2 / H_\infty$  State Feedback Controller Based on LMI Scheme for a Wheeled Inverted Pendulum Running on the Inclined Road," Journal of Korean Institute of Intelligent Systems, Vol. 20, No. 5, pp. 617-623, 2010.