

2 개의 자유도를 가진 병렬 매니퓰레이터의 기구학 해석

Kinematics Analysis of a 2-DOF Parallel Manipulator

이종규¹, 이상룡², 이춘영², 양승한^{2,✉}

Jong Gyu Lee¹, Sang Ryong Lee², Choon Young Lee² and Seung Han Yang^{2,✉}

¹ 경북대학교 기계연구소 (Institute of Mechanical Engineering Technology, Kyungpook National Univ.)

² 경북대학교 기계공학부 (School of Mechanical Engineering, Kyungpook National Univ.)

✉ Corresponding author: syang@knu.ac.kr, Tel: 053-950-6569

Manuscript received: 2011.6.13 / Revised: 2011.9.3 / Accepted: 2011.9.13

In this paper, a parallel manipulator is comprised of two sliders and four links. Sliders execute a linear reciprocating motion depending on parallel guides and make the connected links rotate. A couple of links connected by sliders do coupling motion. The end-effector called a link tip has orientation angle. Through the kinematics analysis of this manipulator, we found displacement, velocity and acceleration using direct and inverse kinematics. We used equations that derived from this analysis and determined five constraint conditions. These conditions had much to do with rotation states of links, the relative relation of link length and coupling motion state. To verify those, we suggest a new algorithm regarding constraint conditions of a manipulator. With the result which performed the algorithm, we found out that operation range of coupled links was limited by relative relation of link length and that manipulator was not able to carry out a series of link motion, in case of being the link vertical between two parallel guides.

Key Words: Parallel Manipulator (병렬 로봇), Kinematics Analysis (기구학 해석), Direct Kinematics (정기구학), Inverse Kinematics (역기구학), Constraint Condition (구속조건)

기호설명

l_1 = link length from point A to point P

l_2 = link length from point B to point P

l_3 = link length from point P to point E

l_4 = link length from point O to point C

Oxy = fixed coordination frame of parallel robot

x_A = displacement of slider A

$d x_A / dt$ = velocity of displacement x_A

$d^2 x_A / dt^2$ = acceleration of displacement x_A

x_B = displacement of slider B

$d x_B / dt$ = velocity of displacement x_B

$d^2 x_B / dt^2$ = acceleration of displacement x_B

x_E = x- displacement of end effector of parallel robot

$d x_E / dt$ = velocity of displacement x_E

$d^2 x_E / dt^2$ = acceleration of displacement x_E

y_E = y- displacement of end effector of parallel robot

$d y_E / dt$ = velocity of displacement y_E

$d^2 y_E / dt^2$ = acceleration of displacement y_E

α = orientation of l_1 to l_3

θ_1 = counterclockwise angle measured from x-axis to link l_1

$d \theta_1 / dt$ = angular velocity of angle θ_1

$d^2 \theta_1 / dt^2$ = angular acceleration of angle θ_1

θ_2 = counterclockwise angle measured from parallel line of x-axis to link l_2

$d \theta_2 / dt$ = angular velocity of angle θ_2

$d^2 \theta_2 / dt^2$ = angular acceleration of angle θ_2

μ = transmission angle

1. 서론

산업현장에서 사용되고 있는 직렬로봇은 각 링크의 연결상태가 직렬구조인 개회로 구조를 이루고 있다. 이러한 구조 때문에 고속운동이 쉽지 않다. 이에 비해 각 링크의 연결상태가 병렬구조인 폐회로 구조를 이루고 있는 병렬로봇은 강성이 높고 부하 용량이 크고 우수한 위치정밀도를 가지고 있으며 고속운전이 가능하다. 병렬로봇의 이러한 특성 때문에 Kang¹ 등은 병렬로봇을 이용하여 다축가공형상에 이용하였고, Shin² 등은 초정밀 3 자유도 병렬로봇을 개발하였고, Lee³ 등은 여유구동 병렬로봇을 이용하여 힘 분배 제어를 수행하였고, Gao⁴ 등은 6 자유도 병렬메커니즘의 기구학 해석을 하였고, Lee⁵ 등은 5 자유도 햅틱 장치체를 이용하여 궤적을 추적하는 등 국내외적으로 병렬로봇의 기구학 해석 및 제어와 관련된 연구개발이 활발히 진행되고 있다.

다자유도 병렬로봇은 작업공간이 작고 정기구학적인 해가 복잡하고 산업현장에서 실제 작업이 쉽지 않다. 이에 비해 2 자유도 병렬로봇은 상대적으로 강성이 높고 구조가 간단하여 실제 산업현장의 요구조건을 충족시킬 수 있다. 이러한 2 자유도 병렬로봇과 관련된 연구에서 Sergiu⁶ 등은 동일한 축을 가지는 병렬로봇의 기구학 해석을 하였고, Li⁷ 등은 x-y 축을 따라 운동하는 병렬로봇의 기구학 해석을 하였다. 그리고 Bi⁸ 등은 동일한 축을 따라 움직이면서 하나의 링크의 연장선에 로봇선단(end-effector)이 존재하는 병렬로봇의 기구학 해석을 하였고, Yang⁹ 등은 오프셋(offset)이 있는 축을 따라 움직이면서 로봇선단이 회전할 때 최적 설계를 하였다. 또한 평행안내판을 따라 움직이면서 운동하는 병렬로봇의 연구가 진행되고 있으며 Jun¹⁰ 및 Shen¹¹ 등은 병렬로봇이 평행안내판을 따라 움직이면서 운동을 하는 병렬로봇의 기구학 해석 및 최적 설계를 수행하였으나 로봇선단이 고정되어 있다.

본 연구의 목적은 2 개의 슬라이더로 직선왕복 운동을 하고 로봇선단이 회전할 수 있는 병렬로봇의 정기구학 및 역기구학 해석에 따른 기구학의 변위, 속도 및 가속도 해석을 한 후, 이러한 해석에서 구속조건을 유도하고 유도된 구속조건을 전산 시뮬레이션으로 검증한 후 병렬로봇의 기구학적인 설계조건을 만드는 것이다.

2. 병렬로봇

2.1 병렬로봇의 기하학적 해석

병렬로봇은 직선왕복운동을 하는 2 개의 슬라이더와 슬라이더의 운동에 따라서 커플링운동을 하는 2 개의 링크로 구성되어있고 2 개의 평행 안내판을 따라 운동한다. 이러한 로봇의 기구학 모델을 Fig. 1 에 나타내었다.

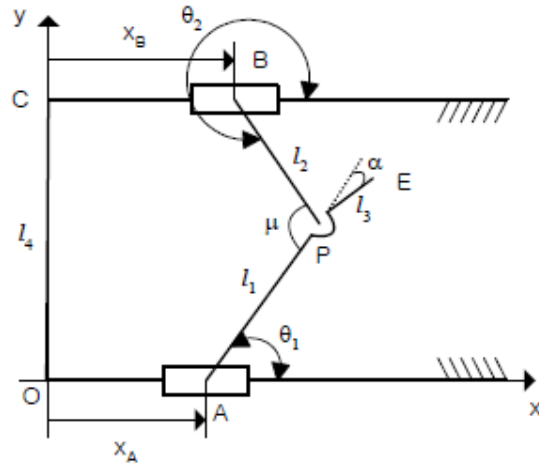


Fig. 1 Kinematics model of 2-DOF parallel manipulator

로봇의 정기구학 해석¹²에 따르면 A 점에 위치한 슬라이더의 직선운동으로 로봇 선단을 나타내는 점 E(x_E, y_E)의 좌표는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_E = x_A + l_1 \cos \theta_1 + l_3 \cos(\theta_1 - \alpha) \quad (1)$$

$$y_E = l_1 \sin \theta_1 + l_3 \sin(\theta_1 - \alpha) \quad (2)$$

또한 점 P의 위치벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{OA} + \vec{AP} = \vec{OC} + \vec{CB} + \vec{BP} \quad (3)$$

식 (3)으로부터

$$x_A + l_1 \cos \theta_1 = x_B + l_2 \cos \theta_2 \quad (4)$$

$$l_1 \sin \theta_1 = l_4 + l_2 \sin \theta_2 \quad (5)$$

식 (4), (5)로부터 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$F \sin \theta_1 + G \cos \theta_1 + H = 0 \quad (6)$$

여기서,

$$F = 2l_1 l_4 \quad (7)$$

$$G = 2l_1(x_B - x_A) \quad (8)$$

$$H = l_2^2 - l_1^2 - l_4^2 - (x_B - x_A)^2 \quad (9)$$

식 (6)으로부터 삼각함수의 성질을 이용하여 다음과 같이 식을 구할 수 있다.

$$\theta_1 = 2 \arctan \left(\frac{F \pm \sqrt{F^2 + G^2 - H^2}}{G - H} \right) \quad (10)$$

따라서 로봇 선단의 위치 E 는 슬라이더의 변위 x_A, x_B 의 값이 주어지면 식 (1), (2), (10)으로부터 구할 수 있다. 또한 정기구학의 속도 및 가속도는 식 (1), (2), (6)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{x}_E = \dot{x}_A - l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_3 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \alpha) \quad (11)$$

$$\dot{y}_E = l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_3 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \alpha) \quad (12)$$

$$\ddot{x}_E = \ddot{x}_A - l_1 (\ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1) - l_3 \{ \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \alpha) + \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \alpha) \} \quad (13)$$

$$\ddot{y}_E = l_1 (\ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 - \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1) + l_3 \{ \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \alpha) - \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \alpha) \} \quad (14)$$

여기서

$$\dot{\theta}_1 = \frac{2(\dot{x}_B - \dot{x}_A)(x_B - x_A - l_1 \cos \theta_1)}{F \cos \theta_1 - G \sin \theta_1} \quad (15)$$

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{2(\ddot{x}_B - \ddot{x}_A)(x_B - x_A - l_1 \cos \theta_1)}{F \cos \theta_1 - G \sin \theta_1} \quad (16)$$

$$+ \frac{2l_1(\dot{x}_B - \dot{x}_A)\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + (F \sin \theta_1 + G \cos \theta_1)\dot{\theta}_1^2}{F \cos \theta_1 - G \sin \theta_1}$$

$$+ \frac{2(\dot{x}_B - \dot{x}_A)(\dot{x}_B - \dot{x}_A + l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1)}{F \cos \theta_1 - G \sin \theta_1}$$

로봇의 역기구학 해석¹²에 따르면 로봇의 선단 위치인 점 E 의 좌표가 알려질 때 변위 x_A, x_B 를 구하는 것으로 우선 식 (2)으로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$\theta_1 = \arcsin \left(\frac{y_E}{S} \right) - \gamma \quad (17)$$

여기서,

$$\sin \gamma = \frac{l_3 \sin \alpha}{S} \quad (18)$$

$$\cos \gamma = \frac{l_1 + l_3 \cos \alpha}{S} \quad (19)$$

$$S = \sqrt{l_1^2 + l_3^2 + 2l_1 l_3 \cos \alpha} \quad (20)$$

링크 l_2 의 회전각 θ_2 는 (5), (17)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_2 = \arcsin \left(\frac{l_1 \sin \theta_1 - l_4}{l_2} \right) \quad (21)$$

슬라이더의 변위 x_A, x_B 는 식 (1), (4), (17), (21)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x_A = x_E - l_1 \cos \theta_1 - l_3 \cos(\theta_1 - \alpha) \quad (22)$$

$$x_B = x_A + l_1 \cos \theta_1 - l_2 \cos \theta_2 \quad (23)$$

또한 역기구학의 속도 및 가속도는 식 (17), (21), (22), (23)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{x}_A = \dot{x}_E + \{l_1 \sin \theta_1 + l_3 \sin(\theta_1 - \alpha)\} \dot{\theta}_1 \quad (24)$$

$$\dot{x}_B = \dot{x}_A - l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \quad (25)$$

$$\ddot{x}_A = \ddot{x}_E + \{l_1 \cos \theta_1 + l_3 \cos(\theta_1 - \alpha)\} \dot{\theta}_1^2 + \{l_1 \sin \theta_1 + l_3 \sin(\theta_1 - \alpha)\} \ddot{\theta}_1 \quad (26)$$

$$\ddot{x}_B = \ddot{x}_A - l_1 (\dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 + \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1) + l_2 (\dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 + \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2) \quad (27)$$

여기서

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\dot{y}_E}{S \cos(\theta_1 + \gamma)} \quad (28)$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1}{l_2 \cos \theta_2} \quad (29)$$

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{\ddot{y}_E + S \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 + \gamma)}{S \cos(\theta_1 + \gamma)} \quad (30)$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{l_1 (\ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 - \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1) + l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2}{l_2 \cos \theta_2} \quad (31)$$

2.2 병렬로봇의 구속조건 해석

병렬로봇의 기구학 해석에서 정기구학과 역기구학의 변위, 속도, 그리고 가속도 해석에서 구한 식들을 이용하여 로봇의 연속적인 링크운동을 구속하는 경우를 다음과 같이 5 가지로 구분할 수 있다.

I. 링크 1₁의 회전각 θ_1 이 유일해인 경우

정기구학에서 구한 식 (10)의 해가 유일하게 존재하는 조건은 $F^2 + G^2 - H^2 \geq 0$, $G - H \neq 0$ 등의 2 개 이고 이들 조건에서 각각 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$(x_B - x_A)^2 + l_4^2 \leq (l_1 + l_2)^2 \quad (32)$$

$$l_2 < l_4 \quad (33)$$

II. 링크 1₁의 회전각 θ_1 의 각속도 및 각가속도가 유일해인 경우

θ_1 의 각속도 및 각가속도가 유일해인 경우는 정기구학 및 역기구학에서 각각 존재한다. 정기구학에서 구한 식 (15), (16)의 유일해가 존재하는 조건은 $F \cos \theta_1 - G \sin \theta_1 \neq 0$ 이고 이 조건에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\tan \theta_1 \neq \frac{l_4}{x_B - x_A} \quad (34)$$

식 (34)은 좌변과 우변의 등식이 성립하면 θ_1 의 각속도 및 각가속도의 유일한 해가 존재하지 않는 것을 의미한다. 또한 역기구학에서 구한 식 (28), (30)의 유일해가 존재하는 조건은 $\cos(\theta_1 + \gamma) \neq 0$ 이고 이 조건에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\theta_1 \neq 90^\circ - \gamma \quad (35)$$

식 (35)에서 θ_1 는 γ 의 값 즉, 링크 1₃의 회전각 α 에 따라 결정되므로 각 α 도 구속조건으로 작용하게 된다. 본 연구에서는 $\alpha = 0^\circ$ 으로 두고 하였다.

III. 링크 1₂의 회전각 θ_2 의 해가 존재하는 경우 역기구학에서 구한 식 (21)의 해가 존재하는 조건은 $|(l_1 \sin \theta_1 - l_4) / l_2| \leq 1$ 이고 이 조건에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{l_4 - l_2}{l_1} \leq \sin \theta_1 \leq \frac{l_4 + l_2}{l_1} \quad (36)$$

IV. 링크 1₂의 회전각 θ_2 의 각속도 및 각가속도가 유일해인 경우

역기구학에서 구한 식 (29), (31)의 유일해가 존재하는 조건은 $\cos \theta_2 \neq 0^\circ$ 이고 이 조건에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\theta_2 \neq -90^\circ \quad (37)$$

식 (37)은 좌변과 우변의 등식이 성립하면 θ_2 의 각속도 및 각가속도의 유일한 해가 존재하지 않는 것을 의미한다.

V. 전달각 μ 와 관계된 경우

전달각 μ ¹³은 두 링크 1₁과 1₂사이의 커플링된 각을 나타내는 것으로 Fig. 1을 이용하여 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다.

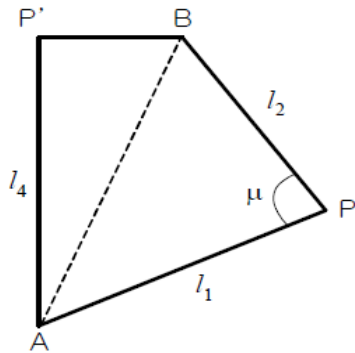


Fig. 2 Transmission angle between link l_1 and link l_2

Fig. 2 에 나타낸 선분 AB 는 cosine 법칙을 이용하여 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$(x_B - x_A)^2 + l_4^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2\cos\mu \quad (38)$$

식 (38)에서 $d(x_B - x_A)/d\mu=0$ 을 만족하면 병렬 로봇의 정지형태를 나타내는 토글(toggle) 위치를 나타내므로 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\frac{d(x_B - x_A)}{d\mu} = \frac{l_1l_2\sin\mu}{(x_B - x_A)} = 0 \quad (39)$$

식 (39)에서 $\sin\mu=0^\circ$ 을 만족해야 하므로 $\mu=0^\circ$, 180° 이다. 본 연구의 병렬로봇에서는 $\mu=0^\circ$ 인 경우는 없으므로 $\mu=180^\circ$ 일 때 토글 위치를 나타내고 이 경우에는 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$(x_B - x_A)^2 + l_4^2 = (l_1 + l_2)^2 \quad (40)$$

식 (40)은 구속조건 I 의 식 (32)의 좌변과 우변의 등식이 성립할 때와 일치한다.

3. 시뮬레이션

본 연구에서 제안한 구속조건 검증 알고리즘은 병렬로봇 선단의 변위, 속도, 가속도 값들을 설정하여 역기구학 해석으로부터 구한 슬라이더의 변위를 이용하여 링크 l_1 과 l_2 사이의 커플링운동이 성립하는 링크 l_1 의 회전각 θ_1 의 범위를 선정한다. 다음 역기구학 해석으로부터 구한 슬라이더의 속

도, 가속도를 이용하여 정기구학 해석으로부터 로봇 선단의 변위, 속도, 가속도의 운동상태를 검토하여 병렬로봇의 구속조건을 검증하는 것으로 Fig. 3 에 나타내었다.

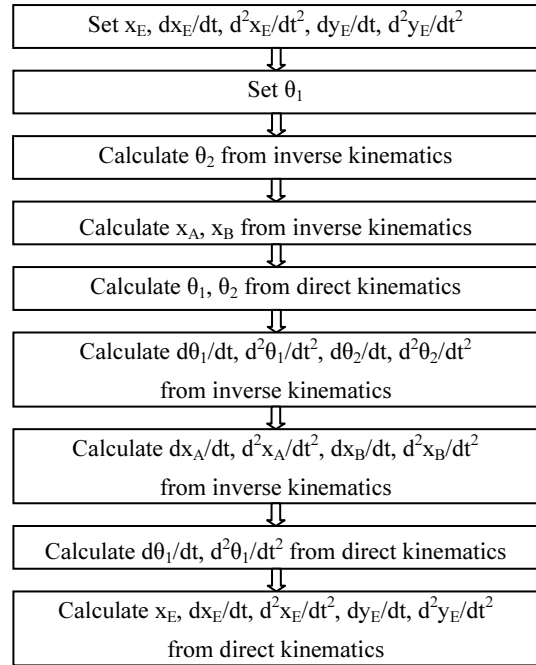


Fig. 3 Verification algorithm of constraint condition for parallel manipulator

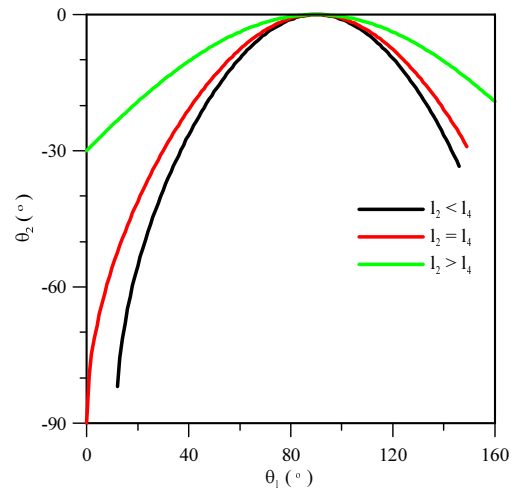
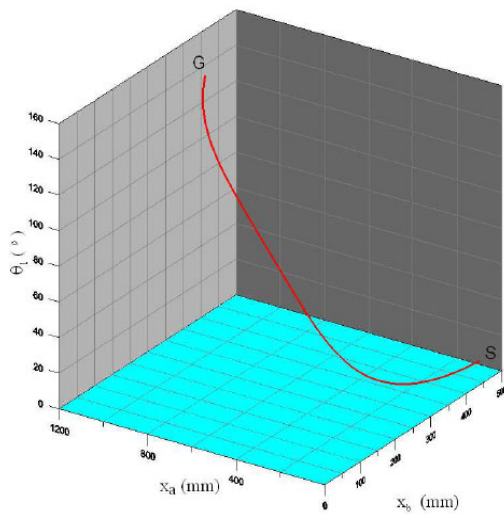


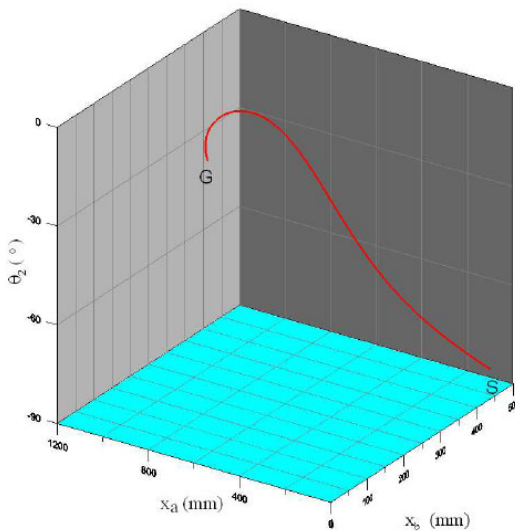
Fig. 4 The change of angles according to the relative relation of link length

Fig. 4는 슬라이더 A, B가 움직일 때 링크 l_2, l_4 의 길이변화에 따른 θ_1, θ_2 가 커플링운동을 할 수 있는 범위를 나타낸다. l_2 가 l_4 보다 길이가 줄어들면서 θ_1, θ_2 가 커플링운동을 할 수 있는 범위가 줄어든다. 이것은 구속조건 III이 성립한다는 것을 보여준다. 또한 $l_2 > l_4$ 일 때는 $\theta_1 = 90^\circ, \theta_2 = 0^\circ$ 에서 $l_2 = l_4$ 일 때는 $\theta_1 = 140^\circ, \theta_2 = -10^\circ$ 부근에서 유일해가 존재하지 않지만 $l_2 < l_4$ 일 때는 θ_1, θ_2 가 커플링운동범위에서는 모든 유일해가 존재한다. 따라서 구속조건 I이 성립한다.

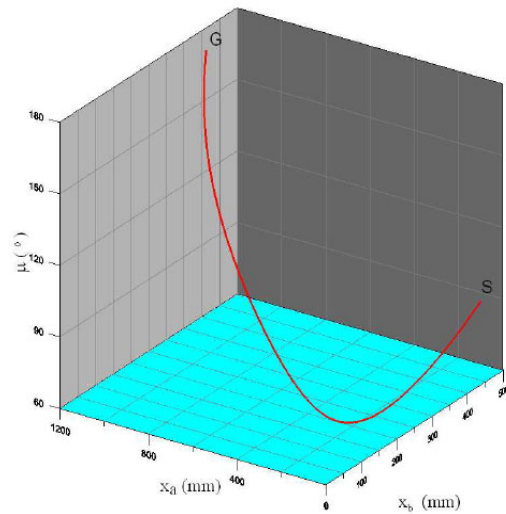
Fig. 5는 Fig. 4의 결과를 근거로 하여 $l_2 < l_4$ 일 때 변위 x_A, x_B 에 대한 링크 l_1 의 회전각 θ_1 , 링크



(a) Angular change of link l_1



(b) Angular change of link l_2



(c) Change of transmission angle

Fig. 5 Angular change according to the displacement of sliders

l_2 의 회전각 θ_2 , 전달각 μ 의 각 변화를 나타내는 것으로, S와 G는 각각 슬라이더의 초기상태 및 최종상태를 나타낸다. 변위 x_A, x_B 에 대한 θ_1 의 값을 이용하여 θ_2 의 값을 구한 것으로 초기상태에서 최종상태까지 연속동작이 원활하게 이루어지고 있다. 또한 링크 l_1 과 l_2 사이의 전달각은 최종상태에서 $\mu = 179.4^\circ$ ($\theta_1 = 146^\circ, \theta_2 = -33.4^\circ$)인데 이 값은 토글 위치에서의 전달각 $\mu = 180^\circ$ 에 거의 근접한다. 따라서 구속조건 II의 정기구학에서 구한 식 (34)의 등식이 성립한다.

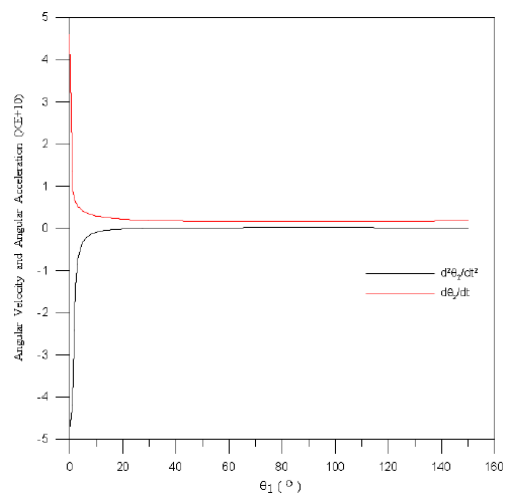
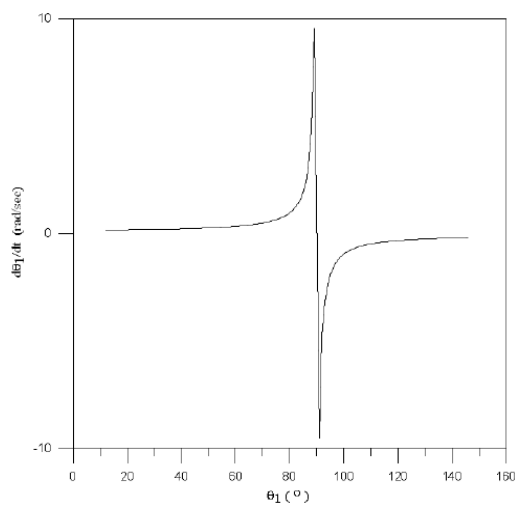


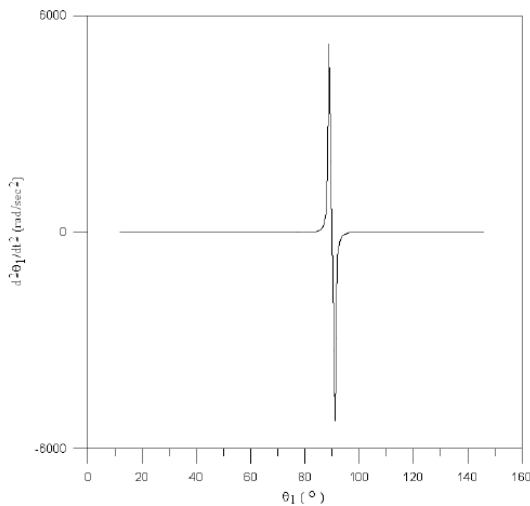
Fig. 6 Angular states of link l_2 according to link l_1

Fig. 6 은 $l_2=l_4$ 일 때 θ_1 에 대한 $d\theta_2/dt$, $d^2\theta_2/dt^2$ 의 변화를 나타내는 것으로, $\theta_1=0^\circ$ 을 식 (18)에 대입하면 $\theta_2=90^\circ$ 가 되므로 $\theta_1=0^\circ$ 즉, $\theta_2=90^\circ$ 에서 유일해가 존재하지 않는다. 따라서 구속조건 IV가 성립한다.

Fig. 7 은 $l_2 < l_4$ 일 때 θ_1 에 대한 $d\theta_1/dt$, $d^2\theta_1/dt^2$ 의 변화를 나타내는 것으로, 본 연구에서 $\alpha=0^\circ$ 로 하였고 이때 식 (18)로부터 $\gamma=0^\circ$ 가 된다. 이렇게 구한 값을 구속조건 II의 식 (32)에 대입하면 $\theta_1=90^\circ$ 에서 유일해가 존재하지 않는다. 따라서 역기구학에서의 구속조건 II도 성립한다. 또한 링크 길이의 상대적인 변화에도 상관없이 $\theta_1=90^\circ$ 에서 Fig. 7과 유사한 결과를 나타낸다.



(a) Angular velocity of link 1



(b) Angular acceleration of link 1

Fig. 7 Angular states of link 1

4. 결론

본 연구에서 제안한 병렬로봇은 직선왕복운동하는 2 개 슬라이더에 연결된 링크들의 커플링운동으로 로봇 선단의 위치를 최종상태에 도달하도록 하는 로봇이다. 이러한 로봇의 정기구학 및 역기구학 방법을 이용한 변위, 속도 및 가속도 해석을 통하여 구속조건을 유도할 수 있었다. 이러한 구속조건들은 링크길이의 상대적인 관계, 링크들의 회전각들의 상태, 그리고 커플링운동을 하도록 하는 전달각의 상태와 관련하여 5 가지가 존재한다. 이를 검증하는 시뮬레이션 결과를 통하여 정기구학 및 역기구학 해석을 통하여 링크 $l_2 < l_4$ 관계에서는 슬라이더의 작동범위가 줄어들지만 그 범위 안에서 모든 유일해가 존재한다는 것을 알 수 있었다. 또한 속도 및 가속도 해석을 통하여 링크 1의 회전각 $\theta_1=90^\circ$ 에 위치하면 다른 링크들의 길이 크기와 상관없이 병렬로봇의 연속동작이 가능하지 않다는 것을 알 수 있었다.

후 기

이 논문은 2010 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 대학중점연구소 지원사업으로 수행된 연구임(2010-0020089).

참고문헌

1. Kang, J. G., Lee, K. B., Moon, Y. R. and Kim, H. S., "Incremental Forming of Multi-axis Machining Features Using Parallel-type Robot," Proc. of KSPE Autumn Conference, pp. 125-126, 2010.
2. Shin, D. I., Kim, Y. S., Suh, S. W., Han, C. S., Choi, D. S. and Whang, K. H., "Development of 3-DOF Parallel Manipulator Using Flexure Hinge," Journal of KSPE, Vol. 26, No. 7, pp. 127 - 133, 2009.
3. Lee, S. M., Shim, H. S. and Lee, J. W., "Torque Distribution Control of 3RRR Redundant Parallel Robot," Journal of KSPE, Vol. 25, No. 2, pp. 72-79, 2008.
4. Gao, Z., Su, R., Wang, H. and Xiao, J., "Kinematic Analysis on a Take-and-Place Parallel Mechanism," IEEE International Conference on MACE, pp. 3461-3464, 2010.
5. Lee, L. F., Narayanan, M. S., Mendel, F. and Krovi, V.

- N., "Kinematics Analysis of In-Parallel 5 DOF Haptic Device," IEEE/ASME International Conference on AIM, pp. 237-241, 2010.
6. Sergiu, S. and Balan, V. M. R., "Optimization of Workspace of a 2 DOF Parallel Robot," IEEE International Conference on MAA, pp. 165-168, 2006.
 7. Li, J., Liu, Y., Wang, C. and Sun, L., "Optimal Kinematic Design of a Planar Parallel Manipulator with High Speed and High Precision," IEEE International Conference on MAA, pp. 1888-1892, 2006.
 8. Bi, Z. M. and Zhang, W. J., "Performance Improvement of Parallel Robotics through Flexible Platform," Proceeding of the 6th International Symposium on Artificial Intelligence and Robotics & Automation in Space, pp. 18-22, 2001.
 9. Yang, Y. and Yang, Y., "Optimal Design of a 2-DOF Planar Parallel Manipulator," IEEE International Conference on MACE, pp. 2259-2264, 2010.
 10. Wu, J., Li, T., Liu, X. and Wang, L., "Optimal Kinematic Design of a 2-DOF Planar Parallel Manipulator," Tsinghua Science & Technology, Vol. 12, No. 3, pp. 269-275, 2007.
 11. Shen, H., Xue, C., Ding, L., Deng, J., Liu, S., Li, J. and Jiang, Y., "Kinematics for a 2-DOF Parallel Manipulator," IEEE 11th International Conference on CAIDCO, Vol. 2, pp. 1351-1356, 2010.
 12. Merlet, J. P., "Parallel Robots," Springer, pp. 2683-2686, 2006.
 13. Mallik, A. K., Ghosh, A. and Dittrich, G., "Kinematic Analysis and Synthesis of Mechanisms," CRC Press, pp. 159-162, 1994.