한국초등수학교육학회지 16(2) 203-225. Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 16(2) 203-225.
2012. 08. 31 August 31. 2012.

창의적 문제해결 학습 모형에 따른 초등학교 수학영재 프로그램 개발

남흥숙[1] · 박문환[2]

본 연구의 목적은 초등학교 수학 영재들의 수학적 창의성 신장을 위한 교육 프로그램을 개발하고 그 효과를 살펴보는데 있다.
프로그램 개발을 위해 기존의 영재교육 자료 및 관련 문헌을 분석하였으며, 이를 바탕으로 초등수학에서 가장 큰 비중을 차지하고 있는 수와 연산영역의 내용과 관련된 '연산빙고게임'을 토대로 수학영재학급의 교육 프로그램 및 교수-학습 자료를 개발하였다. 프로그램의 효과는 '창의적 산출물 평가틀'의 요소 중 수행능력을 중심으로 살펴보았다.
개발된 프로그램의 창의적 문제해결력의 효과를 살펴본 결과 개인별로 속도의 차이는 있었으나 수행 능력에 있어서 모든 학생이 점차로 향상되는 모습을 확인할 수 있었다.

주제어: 수학 영재, 창의적 문제해결, 수행 능력

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

우리나라는 2000년 1월 영재교육진흥법에 의거하여 2002년 3월부터 영재교육을 실시해 오고 있다. Renzulli와 Reis(1985)는 영재성의 바탕이 되는 창의성을 핵심적인 특성으로 간주하고 있으며, 창의적으로 사고하고 산출물을 만들어낼 수 있는 수행 능력을 강조하고 있다. 이를 바탕으로 3부 심화 학습 모형을 제시하였으며, 일반적으로 현장에서 많이 개발·활용하고 있는 영재 프로그램들은 Renzulli의 3부 심화 학습 모형에 큰 비중을 두고 있다. 예를 들어, 한국교육개발원에서 개발되어 보급된 프로그램들은 3부 심화학습 모형에 의거하여 만들어졌고, 한국교육개발원에서 2005년~2009년까지의 심화연수과정은 이러한 프로그램을 기본으로 하여 실시되었으며, 일선 학교에서 실시되고 있는 영재 수업에서도 그러한 프로그램들을 수정하여 실시하고 있다. Renzulli의 모형은 영재로 판별된 학생 외에도 일반 학생에게도 적용할 수 있다는 장점이 있으며, 미국의 영재교육에서 초·중등학교의 70-80%가 적용하고 있을 정도로 그 타당성이 검증되고 있다(조석희, 박경숙, 김홍원, 김명숙, 윤지숙, 1996). 그러나 한국교육개발원에서 개발된 프로그램을 적용하였을 때, 2부 심

1) [제1저자] 홍천석화초등학교
2) [교신저자] 춘천교육대학교 수학교육과

화인 지식 기능 습득 단계에서 많은 양의 정보와 시간의 부족 등의 이유 때문에 습득한 지식을 충분히 활용하여 산출물을 제작하는데 어려움이 따르며, 산출물 자체를 스스로 평가하고 수정·보완할 수 있는 기회를 갖기 어렵다는 단점이 있다.

최호성(2001)은 우리나라의 영재교육 프로그램 개발에 관련된 몇 가지 문제점으로 선진국 모형의 무비판적 수용, 프로그램 개발의 철학과 관점의 미비, 프로그램 개발에 있어서 특정한 모형에 의존하는 경향, 프로그램의 효과에 대한 실증적이고 장기적인 연구의 부족 등을 들고 있다.

실제로 현재 이루어지는 영재교육에서는 특정 모델에 맞춰 4~6학년별 또는 수학 영역별로 통합된 자료들이 대다수이며, 부분적으로는 특정 모형을 탈피하기 위한 노력이 이루어지고 있으나 그 성과는 미진한 실정이다.

특히 이종희와 김기연(2007)은 수학영재교육에서 수학적 창의성은 학교 수학을 바탕으로 하여야 하며, 수학 영재의 능력과 특성이 반영된 창의적 문제 해결 활동을 통해 수학적 창의성이 발현되고 계발되어야 한다고 주장한다. 그리고 창의적 문제해결을 위한 학습지도 모델로서 이종희와 김기연(2008)은 수학영재의 창의적 문제해결모델을 제시하고 있으나 이에 적합한 프로그램의 개발은 미진한 실정이다.

본 연구에서는 이종희와 김기연(2008)의 창의적 문제해결모델을 적용한 프로그램을 제작·투입하여 그 효과를 살펴보고자 한다. 이는 일선학교에서 일반적으로 많이 사용되고 있는 Renzulli 모형이 갖고 있는 한계를 극복하기 위한 대안이 될 수 있으며, 또한 다양한 접근방법을 모색하는 것은 학생들에게 보다 풍부한 경험의 폭을 넓혀 줄 수 있고 창의적 문제해결력 신장을 위해서도 필요하다고 할 수 있기 때문이다.

본 연구에서의 연구내용은 다음과 같다.

1. 창의적 문제해결 학습 모형을 적용하여 초등학교 수학영재학급에 적합한 교육 프로그램을 개발한다.
2. 창의적 문제해결 학습 모형에 따라 개발된 프로그램을 초등학교 수학영재학급에 적용하였을 때의 효과를 살펴본다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학 영재와 수학적 능력

영재교육에 있어서 가장 먼저 생각해야할 문제는 ‘영재’, ‘영재성’, ‘영재아’에 대해 정의를 내리는 것이다. 영재성을 어떻게 정의하느냐에 따라 영재아를 효과적으로 어떻게 판별할 지, 어떤 유형의 영재교육 프로그램을 제공할 것인지도 결정할 수 있기 때문이다.

최근 영재성 개념 정의에서 나타나고 있는 공통점은 영재성의 개념이 인간 능력의 구체적인 측면으로 세분화되어 간다는 점과 영재성을 인지적 능력만이 아니라 태도나 성향 등과 같은 정의적 측면의 영향력이 강조되고 있다는 점이다.

예를 들어, 송상헌(1998)은 ‘수학 영재성’이란 선천적으로 타고난 소질과 적성 및 후천적으로 학습한 수학에 대한 기초 지식을 배경으로 하여 수학적인 문제를 해결하고자 하는 지적, 정의적인 행동 특성이 수학적 사고 기능과 긍정적으로 조화롭게 작용하여 수학

적 과제를 창의적으로 수행해 낼 수 있는 잠재적 가능성이라고 정의하고 있으며, 김홍원, 김명숙, 방승진, 황동주(1997)는 수학영재는 수학 영역에서 뛰어난 업적을 이루었거나 이룰 것으로 예상되는 사람으로서 수학적 사고 능력, 수학적 과제 집착력, 수학적 창의성, 배경 지식의 요인에서 평균 이상의 높은 능력을 지닌 사람으로 정의하고 있다.

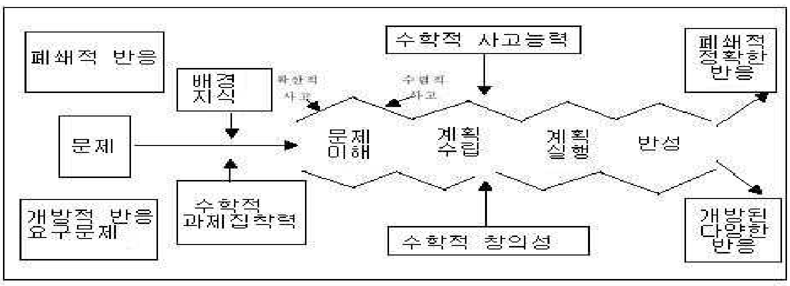
수학 영재의 수학적 능력에 관한 연구는 Krutetskii의 연구가 가장 대표적이라고 할 수 있다. Krutetskii(1976)에 의하면 수학 영재들은 '수학적인 성향'이라는 신경학적 조직을 가지고 있는데, 이 특성은 흔히 7-8세경에 초보적인 형태로 나타나서 그 이후에 폭넓게 드러난다.

창의성과 관련된 연구로는 Urban(1995), Isaksen과 Treffinger(1991), 김홍원, 김명숙, 송상헌(1996), 한정민, 박만구(2010), 이대현(2012) 등을 들 수 있으며, 이들 이론들을 종합하면 수학적 창의성이란 '수학적 문제 상황에서 고정된 사고방식을 탈피하여 다양한 산출물을 내는 능력'이라고 할 수 있다. 특히 김홍원 외(1996)는 수학 문제 해결 과정에 비판적 사고와 창의적 사고, 수렴적 사고와 확산적 사고, 의식적 사고와 무의식적 사고와 같은 다양한 사고가 작용하여 일어나며, 단계적, 절차적인 과정보다는 상호작용적, 순환적인 과정을 거쳐서 일어난다고 주장한다. 즉 수학에서의 문제 해결 과정은 Polya가 제시한 문제 이해-계획 수립- 계획 실행-반성의 단계에 따라 진행되며, 수학적 사고 능력, 수학적 창의성, 수학적 과제 집착력, 배경 지식이 함께 작용하여 나타난다고 할 수 있다.

이종희와 김기연(2008)은 수학영재의 창의적 생산력을 구성하는 하위 요소로 인지적 능력, 수행 능력, 전반적인 조정과 관리 능력을 제시하였다. 인지적 능력이란 문제해결 전반에 필요한 지식이나 기능을 의미하며, 하위 요소로 분석적 사고 능력, 창의성, 숙련된 기술과 지식을 들고 있다. 수행 능력이란 창의적 문제해결을 실제로 수행할 수 있는 능력을 의미한다. 전반적인 조정과 관리 능력이란 전체적인 맥락을 감지하여 문제해결을 수행하고 자신을 조정, 통제할 수 있는 능력을 의미하며, 여기에는 메타 인지적 측면과 더불어 문제해결에 대한 동기화, 의지, 집착력, 흥미 등의 정의적 측면도 포함된다.

2. 창의적 문제해결 모형

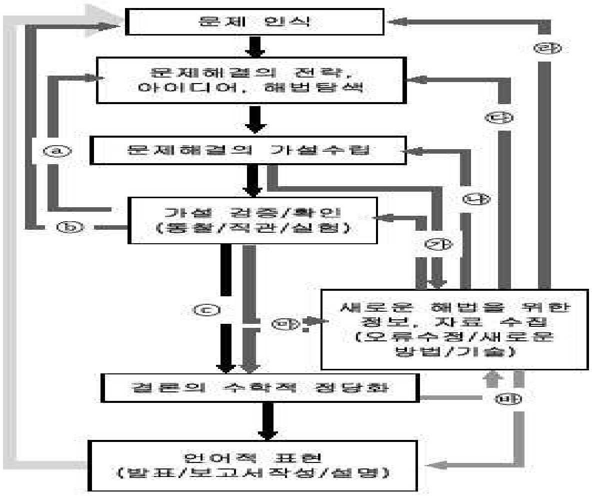
김홍원 외(1996)는 '수학 창의적 문제 해결력은 기존에 알고 있는 지식, 개념, 원리, 문제 해결 방법들을 새롭게 관련지어 수학 문제를 해결하거나, 자신이 새롭게 지식, 개념, 원리, 문제 해결 방안을 창안하여 수학 문제를 해결하는 능력'으로 정의하면서 [그림 1]과 같은 수학 창의적 문제 해결력 개념 모형을 제시하였다.



[그림 1] 수학 창의적 문제 해결력 개념 모형

[그림 1]의 모형은 Osborn-Parnes의 모델과 Polya의 문제해결 모델을 조합한 것으로 [그림 1]의 요소 중에서 수학적 사고 능력은 직관적 통찰능력, 정보의 조직화 능력, 공간화/시각화 능력, 수학적 추상화 능력, 수학적 추론 능력(연역적 능력, 귀납적 능력), 일반화 및 적용 능력, 반성적 사고 능력을 포함하며, 수학적 창의성은 유창성, 융통성, 독창성, 정교성을 포함한다.

이종희와 김기연(2008)은 이를 수정하여 [그림 2]와 같이 수학영재의 창의적 문제해결(Mathematically Gifted-Creative Problem Solving; 이하 MG-CPS) 모델을 제시하였다.



[그림 2] 수학영재의 창의적 문제해결 모델

[그림 2]에서 제시한 MG-CPS 모델의 기본 골격은 Polya의 문제 해결 단계에 따라 문제이해, 해결 계획의 수립과 실행, 반성의 단계를 포함하지만 전체적인 과정은 문제이해-예비 수학적 활동-자료 탐색-수학적 검증 및 표현의 네 개 영역으로 구분될 수 있으며, 구체적인 영역 구분은 <표 1>과 같다.

<표 1> MG-CPS 모델의 영역

영역	단계
문제이해 영역	문제 인식
예비 수학적 활동 영역	문제해결의 전략, 아이디어, 해법탐색 문제해결의 가설수립 가설 검증/확인
자료 탐색 영역	새로운 해법을 위한 정보, 자료 수집
수학적 검증 및 표현 영역	결론의 수학적 정당화 언어적 표현

MG-CPS 모델은 수학 영재의 창의적 생산력 신장을 위한 학습 지도 모델로서, 수학적 문제해결의 특성을 반영하고 있을 뿐만 아니라 문제해결과정에서 수학적 지식과 기술을 능동적으로 조직하고 활용할 기회를 제공한다는 점에서 장점으로 꼽을 수 있다.

MG-CPS 모델을 각 단계별로 간략히 살펴보면 다음과 같다.

1단계 문제 인식의 단계는 문제에 대해 학생이 충분이 이해하고 그로부터 탐구 방향을 모색하는 단계이며, 2단계에서는 다양한 문제 해결의 전략 및 아이디어, 해법을 탐색하게 된다. 3단계에서는 문제 해결의 가설을 수립하고 4단계에서는 가설을 검증하고 확인한다. 가설 검증에 있어 문제가 생길 경우, 2단계로 되돌아가서 문제 해결 전략, 아이디어, 해법 등을 점검하게 되며, 경우에 따라 1단계로 되돌아가서 문제 인식이 바르게 되었는지 점검할 수 있다. 4단계가 완료되면 이를 토대로 결론의 수학적 정당화를 시도하게 된다. 정당화 과정에서 새로운 해법을 위한 정보, 방법, 기술 등이 생긴다면 다시 앞의 단계를 밟게 된다.

Renzulli의 모형이 선형적인 측면이 강한 반면에 MG-CPS 모델의 특징은 상호작용적이고 순환적인 측면이 강하다고 할 수 있다. 즉, MG-CPS 모델을 적용한다면 학생들은 자신이 생각해 낸 아이디어를 피드백 할 수 있는 기회를 갖게 되며, 이런 일련의 활동들은 학생 자신이 무엇을 하고 있는지, 어떤 목표를 가지고 학습하고 있는지에 대해 보다 명확하게 해 줄 수 있다. 또한 문제 해결에 따른 다양한 아이디어를 고안하고 이를 검증하는 과정에서 자연스럽게 창의적인 산출물 제작이 이루어질 수 있다는 점도 커다란 장점이라고 할 수 있다.

Ⅲ. 연구 방법

본 연구에서는 먼저 문헌 연구를 통해 수학 영재 프로그램의 기본 방향을 살펴보고, 수학 영재의 창의성 신장을 목표로 하여 MG-CPS 모델에 따른 프로그램을 개발하였다. 그리고 개발한 프로그램에 따라 2010년 9월에 1차로 수업 활동을 실시하였으며, 여기서 나타난 문제점을 수정·보완하여 2010년 10월에 2차 수업에 적용하였다.

연구절차는 〈표 2〉와 같다.

<표 2> 연구 절차

시기	연구 내용
3월 - 4월	문헌 분석
5월 - 8월	프로그램 개발
9월	프로그램의 예비 적용
10월	프로그램의 수정·보완 및 적용
11월	최종 마무리

1. 프로그램의 개발

본 연구를 위해 먼저 2007년도에 한국교육개발원에서 개발한 초등학교용 영재교육 프로그램을 분석하였으며, 개요는 <표 3>과 같다.

<표 3> 한국교육개발원 영재교육 프로그램

	영역	프로그램명	내용
초급	수	수 게임 발표회	수와 연산 관련 게임 만들기
	도형	나는 바닥 디자이너	테셀레이션
	기타	로직포터와 마법사의 성	여러 가지 방법으로 문제 해결하기 - 추론
중급	수	신비한 수의 세계	수의 특성과 배수퍼즐
	도형	눈금없는 자와 컴퍼스로	작도
	기타	내가 탐구하는 수학사	수학의 역사와 수학자들
고급	수	나만의 비를 찾아서	자연, 건축, 생활, 인체 속의 비
	도형	축구공 위의 수학	다면체에 대한 이해
	기타	꿈은 이루어진다.	생활 속의 확률

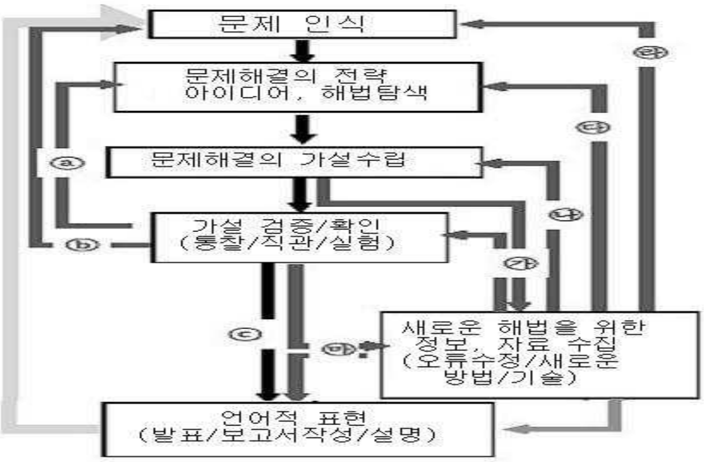
이 프로그램들은 전반적으로 계획 수립 단계, 지식 및 기능 습득 단계, 수행 단계로 진행되고 있다. 계획 수립 단계는 전반적인 목표 및 문제 상황을 인식하는 단계이며, 지식 및 기능 습득 단계는 문제를 해결하기 위해 필요한 다양한 정보 및 기능을 습득하는 단계이고, 수행 단계는 습득한 지식과 기능을 활용하여 산출물을 제작하는 단계이다. 그런데, 이 프로그램을 적용하였을 때의 문제점으로는 습득한 지식과 기능을 자신의 것으로 만드는 데에도 많은 시간이 소요된다는 점과, 이를 활용하여 창의적 산출물을 제작하는 데 어려움이 있다는 점을 들 수 있으며, 보다 근본적인 문제점으로는 선형적인 절차에 따라 진행되기 때문에 학생들이 자신의 사고를 반성하여 피드백 할 수 있는 기회가 제한적이라는 점 등을 꼽을 수 있다.

이러한 문제점들을 보완할 수 있는 방안으로서 이종희와 김기연(2008)의 MG-CPS 모델을 적용하고자 하였으며, MG-CPS 모형의 장점이라고 할 수 있는 지속적인 피드백의 효과를 분석하는 것을 목표로 하였다.

본 연구에서는 한국교육개발원에서 개발한 자료 중 '수 게임 발표회'의 일부 내용을 각색하여 게임을 접목한 '연산빙고게임'을 주제로 프로그램을 MG-CPS 모형에 맞게 개발하였다. '연산빙고게임'을 주제로 선정한 이유는 수학영재 교육 프로그램의 기본 방침인 수학 영재 교육과정과 정규 교육 과정의 내용과의 관련을 고려하였을 때 초등교육과정에서 큰 비중을 차지하고 있는 수와 연산 영역은 영재교육에서도 매우 중요하다고 할 수 있으며 수학의 다른 영역과도 매우 밀접한 관련성을 가지고 있기 때문이다. 또한 프로그램에서 게임을 접목한 이유는 게임은 학생들에게 흥미와 호기심을 자극함으로써 능동적

인 참여를 유도할 수 있으며, 경쟁적인 상황에서 자연스럽게 동기를 부여함으로써 어려운 내용일지라도 배우겠다는 욕구를 불러일으킬 수 있다. 또한 게임이 끝났을 때의 결과가 항상 같지 않고 다양하다는 점을 들 수 있는데, 수학적 지식이나 기능을 활용하여 게임을 수행한 후 결과에 따라 참여자들은 자신의 전략에 대한 회상과 검증의 기회를 갖게 되며 이를 통하여 메타-인지적 사고의 기회를 제공할 뿐만 아니라 또 다른 차원의 새로운 전략을 구상할 수 있는 기회를 제공함으로써 확산적 사고가 가능하기 때문이며, 성공 또는 실패의 원인을 분석하고 점검하는 과정에서 오류를 수정할 수도 있기 때문이다.

이종희와 김기연(2008)의 MG-CPS 모형을 적용하는데 있어서 연구 대상이 초등학생임을 고려하여 '결론의 수학적 정당화' 과정은 다소 무리라고 판단되어 [그림 3]과 같은 모형에 따라 프로그램을 개발하였다.



[그림 3] MG-CPS 모형

2010년 10월에 적용한 프로그램의 기본적인 틀은 <표 4>와 같다.

특히 본 프로그램에서는 [그림 3]의 과정 중 중간 과정인 '문제해결의 전략 및 해법탐색 → 문제 해결의 가설 수립 → 가설 검증 및 확인 → 새로운 해법을 위한 정보, 자료 수집' 과정을 2차시부터 4차시까지 반복하여 실행하였다. 즉, 게임에서 승리의 가능성을 높이기 위한 자신만의 전략을 세우고 그 가설의 타당성을 검증하기 위해 실제로 게임을 해보면서 자신이 세운 가설의 타당성을 검증하게 된다. 그리고 자신이 세운 가설이 적절하지 않을 경우 새로운 가설을 세우고 다시 게임을 하면서 새로운 가설의 타당성을 검증하는 과정을 반복하면서 승리의 가능성을 높일 수 있는 전략의 개발을 시도하기 위한 것이다. 4차시까지 수업이 진행되고 난 후 5차시부터 자신이 개발한 전략에 대해 서로 발표하고 토론하도록 하였으며, 그 결과를 토대로 게임을 진행하면서 느꼈던 문제점을 보완한 게임을 제작해 보도록 하였다. 앞에서도 언급하였듯이 승리의 가능성을 높이기 위해 학생 개개인이 만든 가설과 전략이 수학적으로 옳은지를 정당화하는 과정은 생략하였으며, 본 프로그램에서는 자신이 세운 전략이 효율적인 이유를 비형식적인 방법으로 탐색하도록 하는 정도로 진행하였다.

<표 4> 수정된 프로그램

<table>
<tr><th>차시</th><th>전개 단계</th><th>주안점</th></tr>
<tr><td>1차시</td><td>문제 인식</td><td>· 정확한 문제 파악.</td></tr>
<tr><td>2차시</td><td>문제해결의 전략 및 해법탐색 → 문제 해결의 가설 수립 → 가설 검증 및 확인 → 새로운 해법을 위한 정보, 자료 수집</td><td rowspan="3">· 전략상의 문제점들을 찾아 빙고판 작성을 할 때와 실제 연산 게임을 할 때 자신의 승리 전략이 정확히 적용될 수 있도록 함.
· 수업 과정을 통해 산출물로 이끌어질 수 있도록 함.</td></tr>
<tr><td>3차시</td><td>문제해결의 전략 및 해법탐색 → 문제 해결의 가설 수립 → 가설 검증 및 확인 → 새로운 해법을 위한 정보, 자료 수집</td></tr>
<tr><td>4차시</td><td>문제해결의 전략 및 해법탐색 → 문제 해결의 가설 수립 → 가설 검증 및 확인 → 새로운 해법을 위한 정보, 자료 수집</td></tr>
<tr><td>5차시</td><td>언어적 표현 - 산출물 제작</td><td rowspan="2">· 결과물이 잘 드러나도록 제작하며, 발표와 시연을 통해 승리 전략 재점검.</td></tr>
<tr><td>6차시</td><td>언어적 표현 - 산출물 발표 및 시연</td></tr>
</table>

본 프로그램을 실제로 적용한 절차는 다음과 같다.

<표 4>에서와 같이 총 6차시로 구성하였으며, 각 차시는 40분 단위로 구성하였다. 먼저 1차시는 문제 인식 단계로서 게임의 규칙과 방법을 이해하는 시간이다. 1차시에 소개한 게임의 규칙은 다음과 같다.

1) 3-4명 정도의 인원이 각자의 활동지에 5×5 형태의 25개의 칸에 1부터 40까지의 수 중에서 25개의 수를 선택하여 적는다.
2) 1부터 12까지의 숫자가 적힌 회전판을 4번 돌려서 나온 수 4개를 덧셈, 뺄셈, 괄호만을 사용하여 계산한 결과 중 활동지에 적은 숫자와 일치하면 지워나간다. 제한 시간은 1분으로 하며 제한 시간 이내에 계산 결과가 여러 개 있다면, 그 수를 모두 지울 수 있다.
3) 가로, 세로, 대각선 중에서 3개의 줄이 완성되면 빙고를 외치고 승리된다.

2차시는 총 4단계로 구성된다. 첫째, 문제 해결의 전략 및 아이디어, 해법 탐색 단계로 게임에서 승리하기 위한 나름대로의 전략을 짠다. 둘째, 가설 수립단계로 학생들은 각자가 세운 전략에 따라 개별적으로 빙고판을 작성하고 셋째, 가설 검증 및 확인 단계로 게임 실행을 통해 자신의 아이디어와 해결법이 적절하였는지 살핀다. 넷째, 새로운 해법을 위한 정보 맟 자료 수집단계로 자신이 짠 전략의 문제점을 수정·보완하거나 문제의 난이도를 조절하는 등 다양한 방법으로 문제의 해결점을 찾는다.

3차시와 4차시는 2차시와 마찬가지로 4단계를 거친다. 2 · 3 · 4차시 모두 4단계 절차는 같으나 3차시와 4차시에는 이전 차시의 내용을 피드백하여 게임을 수정·보완하고 승리 전략을 세워 다시 적용해 본다는 점에서 2차시와는 차별화된다.

5차시와 6차시는 언어적 표현 단계로 서로의 정보를 공유하고, 이를 토대로 새로운 산

출물을 제작하고 발표 자료를 준비하며 시연(게임 실행)하는 단계이다.

특히 2차시부터 4차시까지의 핵심적인 활동은 자신만의 승리전략을 세우고, 게임을 통해 자신이 세운 전략이 어느 정도로 효율적인지를 검증하는 것이다. 이를 위해 학생들에게 활동지를 나누어주고 자신만의 승리전략을 세워보도록 하였다. 활동지에는 다음과 같은 2가지 질문을 담고 있다.

1. 빙고판에 숫자를 적을 때 나의 전략은?
2. 빙고를 만들기 위한 연산에서 내가 사용한 전략은?

첫째 질문은 빙고판에 숫자를 적을 때, 어느 위치에 어떤 수를 적는 것이 효율적인지를 고려해 보도록 하기 위한 것이며, 둘째 질문은 빙고판에 적힌 숫자를 빨리 찾기 위한 방법을 찾아보도록 하기 위한 것이다.

이 게임은 덧셈과 뺄셈에 대한 연산 감각이 우선적으로 요구되지만, 회전판을 이용한 게임이기 때문에 확률적 사고도 매우 중요하다. 즉, 회전판을 돌려서 나온 4개의 수를 이용하여 계산하였을 때, 계산결과가 가장 빈번하게 나올 수 있는 수가 무엇인지를 예측해야 하며, 게임판에 숫자를 적을 때 그러한 수를 어디에 적어야 할지도 고려해야 한다.

수학적으로 계산해 보면, 작은 수일수록 빈도가 높게 나오며 계산하기도 쉽다. 반대로 큰 수일수록 빈도는 감소하게 되며 계산하기도 어려워진다. 학생들은 처음에는 1부터 40까지의 모든 수에 대한 계산 가능성이 같다고 느끼지만 실제로 게임을 진행하면서 그렇지 않다는 것을 느끼게 되며, 어떤 수가 계산될 수 있는지에 대한 가설을 세우고 그러한 가설이 옳은지를 게임을 진행하면서 점검하게 된다.

또한 게임판에 숫자를 적을 때 빈도가 높게 나오는 수를 어디에 적어야 할지도 결정해야 한다. 예를 들어, 5×5 형태의 게임판 중에서 가장 가운데 부분은 가로, 세로, 대각선 방향으로 4개의 줄을 만들 수 있으므로 빈도가 가장 높은 수를 여기에 적어야 한다는 사실을 인식할 수 있어야 한다.

이 프로그램에 따른 영재수업은 방과 후 특별활동 형태, 교육 대상자는 학년에 구분 없이 무학년제로 운영하였다.

2. 개발된 프로그램의 적용

가. 대상자

본 연구에서 실험 대상자로 선발한 아동들은 영재교육 진흥법 시행령이 정하는 바에 따라 4차에 걸쳐 선발된 영재 교육 대상자이며, 현재 강원 C교육청 수학영재 학급 학생들이다.

1차 적용 대상자는 2010년에 영재학급에 선발된 학생들로 남학생이 6명, 여학생이 4명이며, 학년별로는 4학년 7명, 6학년 3명으로 구성되어 있다.

2차 적용 대상자는 2009년에 영재학급에 선발된 학생들로 남자 4명, 여자 6명이며, 학년별로는 5학년 2명, 6학년 8명으로 총 10명의 학생으로 구성되어 있다. 또한 한국교육개발원에서 개발된 교재인 ‘수 게임 발표회’를 적용하여 1차 적용 대상자의 경우 2010년 1학기에 수업을 받았으며, 2차 적용 대상자의 경우 2009년 1학기에 수업을 받은 경험을 가지고 있다.

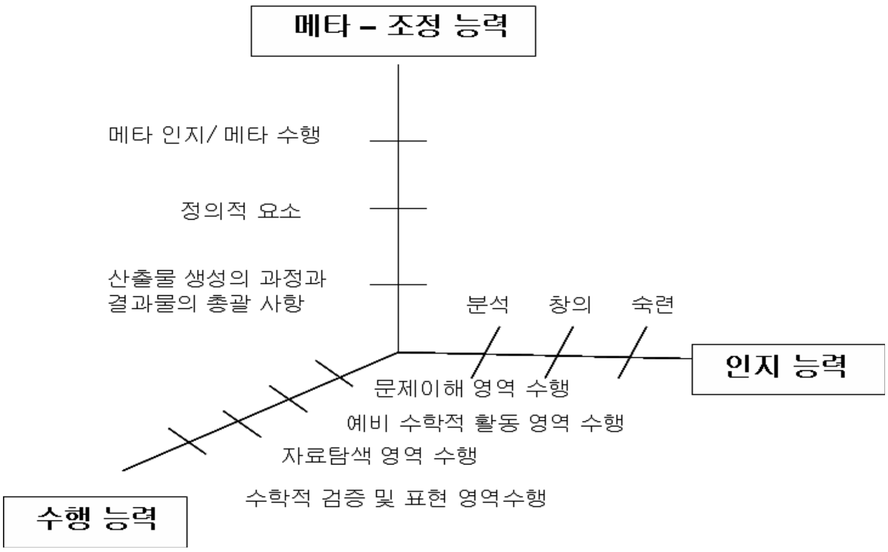
개발한 프로그램은 2010년 9월에 1차 적용한 후 프로그램을 수정·보완하여 2010년 10월에 2차 적용하였다. 9월 및 10월 수업에 참여한 10명의 학생은 3명, 3명, 4명의 3개조로 나누어 운영하였으며, 자신이 세운 전략에 따라 빙고판을 만들어 보고 조별로 게임을 진행하도록 하였다.

나. 관찰 및 분석방법

본 연구에서는 연구 대상자가 참여했던 영재 학급 수업에 연구자가 관찰자, 수업 보조자로서 함께 참여하여 관찰하였다. 세부 분석을 위해서 연구에 참여한 학생들이 개별적으로 활동지를 작성하도록 하였으며, 집중 연구 대상으로 1개조를 선택하여 수업이 이루어지는 동안 비디오를 촬영하였다. 특히 본 연구에서는 집중 연구 대상으로 선정한 1개조 학생들 3명의 활동 내용을 집중적으로 분석하였다.

본 연구에서는 이종희와 김기연(2010)의 수학 영재의 창의적 산출물 평가틀의 요소 중에서 수행 능력을 분석의 대상으로 하였다.

구체적으로 이종희와 김기연(2010)이 제시한 수학 영재의 창의적 산출물 평가틀은 [그림 4]와 같다.



[그림 4] 수학 영재의 창의적 산출물 평가틀

본 연구를 위한 수업에서는 학생들의 수학적 창의성 신장이라는 목표달성을 위하여 다음과 같은 점에 유의하며 교수-학습 활동을 진행하였다.

교사 중심의 설명식 수업보다는 교사의 발문과 학생 중심의 수업에 중점을 두었다. 즉, 연산빙고 게임을 주제로 한 ‘돌려라! 빙고게임’의 수업을 진행하면서, 발문을 활용한 교수 방법과 학생중심의 토의 방법을 통해 보드 게임을 직접 만들어 보도록 하고, 학생 스스로 게임 방법을 설정하여 문제의 해법을 찾고 각자의 결과물 및 보고서 등을 발표하며 활발한 의사소통이 이루어지도록 하는 데 초점을 두었다.

Ⅳ. 연구 결과

집중 연구의 대상으로 같은 모둠에서 활동한 S1(5학년, 남), S2(5학년, 남), S3(6학년, 여)의 세 명의 학생을 선정하였다. 전반적으로 세 명의 학생 중 S1이 게임에서 승리의 가능성을 높일 수 있는 전략을 다른 학생들에 비해 빨리 개발하여 적용하였으며, S3는 전략 개발에 있어서 중간 정도의 능력을 보였다.

연구자는 문제 해결이 이루어지는 전 과정을 노트에 기록하고, 녹화를 하고, 학생들에게 활동지에 자신의 전략을 작성하게 함으로써 학생들의 활동 내용 및 문제 해결 과정에서의 대화 내용을 면밀하게 살펴볼 수 있었다. 단계별로 수행 능력을 분석한 결과는 다음과 같다.

1. 문제 이해 영역

이 단계에서는 사칙연산에 대한 기본 지식을 바탕으로 문제 이해와 인식을 명확히 하기 위한 것으로 〈표 5〉와 같은 발문을 통해 토론하고 탐구하도록 하였으며, 전체적으로 학생 주도로 이루어졌기 때문에 학생들은 문제 인식 단계부터 적극적이고 활발한 태도를 보였다.

<표 5> 문제 인식을 위한 발문 (문제 인식 단계)

탐구 내용
· 게임의 형태는 어떠한가? - 빙고게임의 특징은 무엇인가? - 연산게임의 특징은 무엇인가? - 게임 규칙과 방법에는 어떤 것들이 있는가?

문제 인식 단계에서 게임의 방법과 게임 규칙을 이해하는데 있어 처음에는 단순하게 생각하거나 느낌으로 판단하는 경향을 보였다.

T : 게임 방법과 게임 규칙을 보면서 알 수 있는 특징들에 대해 이야기해 보자.
S1 : 1부터 40까지의 수가 있지만, 빙고판이 5×5 여서 25개의 숫자만 쓸 수 있어요.
또, +, −, ( ) 만 쓸 수 있어서 다양한 답을 얻기가 어려울 것 같아요.
S2 : 작은 숫자보다는 큰 수들이 많이 나올 것 같아요.
S3 : 저는 왠지 짝수가 많이 나올 것 같아요. 그리고 계산하기도 편할 것 같고요.

특히 빙고판 작성에서 처음에는 숫자를 적을 때 큰 의미를 두지 않고 적었으나, 점차 ‘수의 범위’를 찾고, 나올 수의 가능성을 고려하는 방향으로 변화하였으며, 수의 연산에서도 더하거나 빼는 활동을 특별한 규칙 없이 하다가 점차 자신만의 규칙을 찾아 실행해 나가는 모습을 보여주었다.

2. 예비 수학적 활동 영역

가. 문제 해결의 전략, 아이디어, 탐색 단계

이 단계에서 학생들은 게임의 승리 가능성을 높일 수 있는 방법에 집중하도록 하였다. 이를 위해 <표 6>과 같은 발문을 통해 전략을 탐구하도록 요구하였다.

<표 6> 문제 해결을 위한 발문 (문제 해결의 전략, 아이디어, 탐색 단계)

탐구 내용
· 빙고판을 작성할 때의 승리 전략은 무엇인가? - 빙고판에 들어갈 수들은 어떤 수들이어야 하는가? - 빙고판에 가장 중요한 부분은 어느 곳인가? · 연산에서 나의 승리전략은 무엇인가? - 연산을 할 때의 규칙이 있는가? - 연산을 통해 얻고자 하는 것은 어떤 것인가?

우선 빙고 판을 작성 할 때 수의 범위와 중요한 수들을 찾는 방법을 모색하도록 하였고, 연산을 효율적으로 실행하기 위한 전략을 찾아보도록 하였다. 빙고 판을 작성할 때의 전략에 대해 2차시 수업에서의 반응을 살펴보면 다음과 같다.

T : 빙고판에 숫자를 적을 때 전략은 무엇인지 이야기해 보자.

S1 : 너무 큰수 (35-40) 또는 너무 작은 수 (1-5)는 나오기가 힘들 것 같아서 그 수들을 제외한 수를 위주로 썼어요. 또 홀수 + 홀수는 짝수이고, 짝수 + 짝수도 짝수, 홀수 + 짝수만 홀수이기 때문에 홀수보다는 짝수를 많이 썼어요. 특히 빙고에서 가장 가운데 수가 가장 중요하므로, 가장 많이 나올 것 같은 ‘15’숫자를 가운데 썼어요.

S2 : 작은 숫자는 잘 나오지 않을 것 같아 많이 쓰지 않고, 30 이상의 수들을 많이 적었어요.

S3 : 짝수 위주로 썼고, 제가 좋아하는 수로 썼어요.

S1 학생은 문제를 비교적 정확하게 파악하고 있으며, 문제 해결에 적합한 지식과 관련된 기지의 정보를 활용하여 체계적으로 전략을 짜고 있다. 예를 들어, 빙고판에서 정중앙에 들어갈 수의 중요성을 정확하게 파악하고 있으며, 4개의 수를 이용하여 연산을 하여야 함에도 불구하고 ‘홀수+홀수=짝수, 짝수+짝수=짝수, 홀수+짝수=홀수’이기 때문에 짝수가 많이 나올 것이라고 잘못된 일반화를 하고는 있지만 체계적으로 사고하고 있음을 알 수 있다. 이에 비해 다른 두 학생은 느낌에 의해 전략을 짜고 있음을 볼 수 있다.

그러나 3차시 수업에서는 모든 학생이 달라진 모습을 보이고 있음을 알 수 있다.

T : 빙고판을 작성할 때 게임의 승리 가능성을 높일 수 있는 새로운 전략 및 규칙은 어떻게 세울 수 있을까?

S1 : 35-40까지의 큰수는 되도록 적지 않아요. 그리고 지난번 게임 결과 ‘15’가 대체적

으로 많이 나왔으므로 가운데 수를 '15'로 정하려고요. 지난 빙고판에 잘 나왔던 수들을 위주로 중요한 위치인 정중앙과 꼭짓점에 해당되는 부분에 중요한 수를 쓸 생각이에요!

S2 : 10, 20, 30, 40은 지난번 게임에서 나오지 않아서 적지 않아요. 또 30 이상의 큰 수들은 되도록 적지 않고, 많이 나왔던 12, 14, 17, 25, 27등 11-29까지의 숫자들은 나올 확률이 높으므로 많이 적으려고요.

S3 : 20이하의 작은 수를 위주로 적고, 지난번에 가장 많이 나온 10, 20, 14, 12를 사용하며, 35이상은 나올 확률이 매우 적으므로 쓰지 않는 것이 좋지만 쓰게 되면 가장자리 쪽에 쓰는 것이 좋고요. 또 짝수, 홀수는 거의 상관없기 때문에 특별히 신경 쓰지 않으려고 해요.

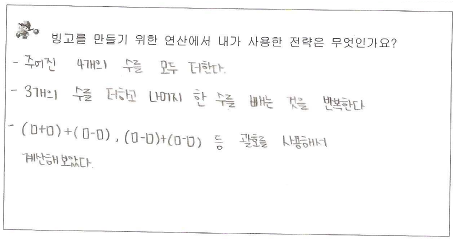
2차시의 게임 경험을 통해 3차시 수업에서는 사고가 보다 구체적이고 체계적으로 변화하는 모습을 볼 수 있다. S1의 경우 빙고판에서 정중앙 뿐만 아니라 꼭지점 부분도 중요하다는 사실을 인식하기 시작하였으며, 또한 S2와 S3도 연산 결과가 큰 수가 나올 가능성이 희박하다는 것을 인식하기 시작했음을 알 수 있다. 특히 S1은 연산을 효율적으로 실행하기 위한 전략도 구체적으로 제시하고 있으며, 그러한 전략에 따라 실행하는 모습을 보이고 있다.

T : 빙고를 만들기 위한 연산을 할 때 전략이나 규칙이 따로 있을까요?

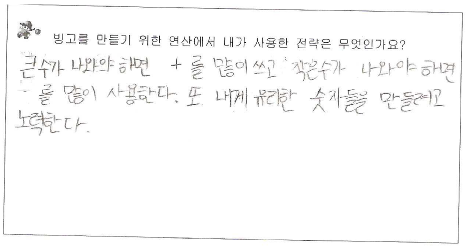
S1 : 일단 4개의 수들을 모두 더하고 다음엔 3수를 더하고 한 수를 빼는 것을 반복하려고요. 스피드가 중요한 게임이므로 저에게 필요한 어떤 수를 생각해서 연산하는 것보다 여러 가지 수를 만든 뒤 빙고판을 채우는 것이 빠를 것 같아요.

S3 : 주어진 시간동안 최대한 많이 찾는 것이 중요하겠죠. 저에게 없는 숫자가 나오더라도 기억해 두었다가 다음 게임에 적용할 생각이에요.

연산 전략에 대한 S1과 S3의 반응을 비교해보면 [그림 5], [그림 6]과 같다.



[그림 5] S1 학생의 전략



[그림 6] S3 학생의 전략

승리를 위한 연산 식에서 S1 학생은 ① 먼저 모든 수를 더하고 ② □+□+□-□ ③ □+□-□-□ ④ □-□-□-□ 순으로 차례대로 빼나가는 자신만의 방식을 세웠고, 이 방식을 실제로 적용하고 있음을 볼 수 있다. 이점은 S1이 처음 생각해 낸 방식이며, 이를 모든 차시에 적용하는 일관된 모습은 독창적이다. 왜냐하면 대부분의 학생들이 전략과 실제를 일치시키는 것에 어려움을 겪었기 때문이다.

또한 S1 학생은 2차시 수업에서는 짝수가 더 많이 나올 것이라고 예상하였으나 [그림5]

와 같이 연산을 실행하면서 그렇지 않다는 것을 인식하게 되었다. 즉, 처음에는 두 수의 연산 결과만을 토대로 짝수가 많이 나올 것이라는 잘못된 일반화를 하였으나, 짝수+짝수+짝수+짝수, 짝수+짝수+짝수+홀수, 짝수+짝수+홀수+홀수, 짝수+홀수+홀수+홀수, 홀수+홀수+홀수+홀수의 관계를 살펴보는 활동을 통해 짝수와 홀수가 나올 확률이 같음을 알게 되었다.

다른 학생들도 처음에는 자신이 짠 전략을 게임에 그대로 투입하는데 어려움을 겪었으나 차시를 거듭할수록 전략을 게임에 반영하는데 익숙해지기 시작하였고, 자신의 전략을 게임에 정확히 반영하는 것을 볼 수 있었다.

나. 가설 수립 및 검증 단계

이 단계는 자신이 짜낸 아이디어를 활용하여 빙고판 작성과 연산 게임을 통해 자신의 아이디어와 해결법이 적절하였는지 살펴보는 단계이다.

먼저 빙고판 작성에서 학생들은 우선 각자 중요하다고 생각되는 수들을 어느 위치에 놓아야 좋은지에 대한 가설을 수립하며, 다음으로 아이디어 탐색단계에서 생각해낸 규칙을 활용하여 어떤 방식으로 수의 연산을 하는 것이 좋은지에 대한 가설을 세운다.

학생들은 빙고판 작성과 수의 연산 절차에 대한 '그럴듯한' 가설을 생각해 본 후에 자신이 세운 전략 방식대로 빙고판을 작성하고 게임을 실행하였다. 그리고 각자 자신의 승리 전략이 잘 짜여졌는지를 알아보기 위해 게임을 통해 검증을 하였다.

T : 게임을 해 보았는데, 빙고판을 작성할 때 자신이 세웠던 승리 전략이 적절하였는지 이야기해 보자.

S1 : 이기긴 했지만, 생각했던 것 보다 게임 시간이 오래 걸렸어요. 예상했던 것보다 1-5까지의 작은 수가 많이 나왔고, 급하게 계산하다보니, 똑같은 식을 두 번 계산하는 실수가 생겨, 이기긴 했지만, 다시 전략을 짜야겠어요.

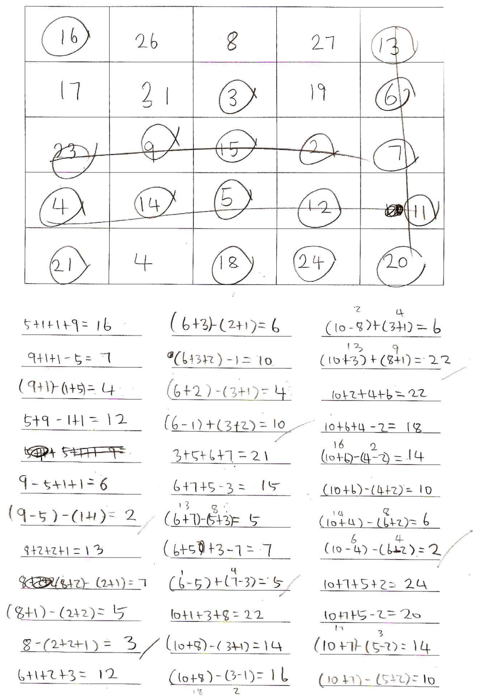
S2 : 예상했던 30이상의 숫자들보다 1-19까지의 숫자들이 많이 나왔고, 게임판을 돌려 나온 숫자들로 지울 수 있는 수를 많이 만들지 못했어요. 생각보다 조금 어렵네요.

S3 : 게임을 하다보니, 큰 수, 특히 30-40사이의 수들은 거의 나오지 않았고, +, －만 쓰는 거라서 돌림판에서 나온 숫자가 크지 않은 이상 큰 수가 나오긴 힘들었어요. 또 더하면 짝수가 많이 나오고 빼면 홀수가 많이 나오기 때문에 딱히 홀, 짝 중 어느 것을 많이 써서 이득 본 것은 없는 것 같아요. 유난히 많이 나왔던 수들은 10, 20, 14, 12였는데, 왜인지는 잘 모르겠어요.

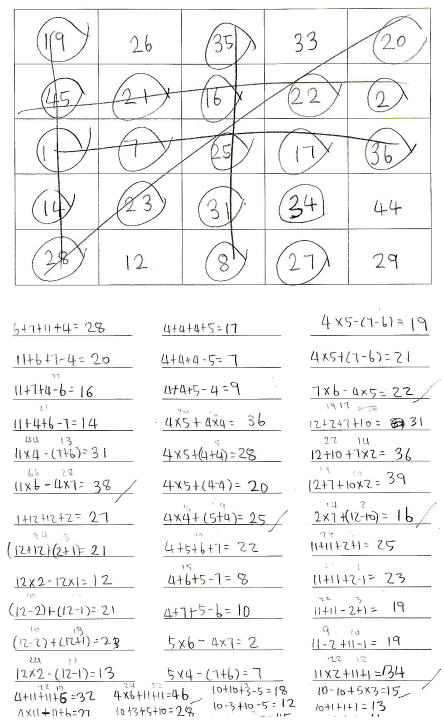
학생들은 각자 자신의 승리 전략이 잘 짜여졌는지 알아보기 위해 자신이 세운 전략 방식대로 빙고 판의 수를 적고 게임을 실행하였다. 그러면서 전략상의 문제점을 찾아보고, 자신이 세운 전략을 수정하면서 점차로 게임 속에 숨어있는 수학적 원리를 깨닫기 시작했다. S2와 S3는 S1에 비하여 수학적 원리를 파악하는 것이 느리기는 했지만 차시를 거듭하면서 작은 수 보다는 큰 수를 만들 가능성이 작다는 것을 인식하였으며, 연산의 방법도 점차로 체계화되는 모습을 보였다. 특히 덧셈과 뺄셈만을 이용하였을 때 큰 수를 만들기가 어렵다는 사실을 알고 큰 수를 만들 수 있는 가능성을 높이기 위해 4차시에는 게임 규칙을 수정하여 곱셈과 나눗셈을 추가하고, 1부터 50까지의 수로 수의 범위를 늘리고, 5줄 빙

고 게임으로 조정하여 게임을 실행하였다.

[그림 7]과 [그림 8]은 S1 학생이 전략을 수정·보완하여 게임을 실행한 장면이다.



[그림 7] S1 학생의 2차시 수업



[그림 8] S1 학생의 4차시 수업

3개의 빙고에서 5개의 빙고로 확장한 게임을 실행하면서 S1학생은 연산에서 자신만의 원칙을 지켜나가고 있음을 볼 수 있으며, 이러한 전략을 통해 S1은 대부분의 게임에서 승리하였다.

3. 자료 탐색 영역

이 단계는 앞 단계에서 찾은 문제점을 해결하기 위해 정보 및 자료를 수집하는 단계이다. 앞차시의 마지막 단계이면서 다음 차시의 문제 인식 단계이기도 하다. 앞서 자신이 찾은 승리 전략을 토대로 '그럴듯한' 승리전략의 보완점을 찾아보고, '그렇지 않은' 승리 전략을 수정하여 나갔다.

T : 그럼 각자가 찾은 문제점을 해결할 수 있는 방법에 대해 이야기해 보자.

S1 : 예상했던 대로 큰 수는 별로 나오지 않았고, 작은 수가 많이 나와서 이 방법은 그대로 활용하면 좋을 것 같고, 짝수가 많이 나올 것이라고 생각했는데, 짝수와 홀수의 차이는 별로 없으므로 작은 수를 위주로 써야겠어요. 또 너무 시간에 쫓기지 않고 자신이 세운 원칙에 따라 계산을 하는 것이 중요할 것 같아요.

곱하기와 나누기를 추가하였어도 더하기와 빼기를 이용할 수 있기 때문에 20-30대의 수가 많이 나오므로 40이상의 큰 수는 되도록 쓰지 않아요. 정중앙과 꼭지점

부분은 빙고의 가능성이 높음으로 지난번 게임에 잘 나왔던 20-25의 수를 그 부분에 써요.
또, 연산을 할 때는 ( )의 특징을 이용해 계산하며 계산시간이 20초 늘어났으므로 이미 나온 수가 또 나오지 않게 유의하며 계산할 수 있을 것 같아요.

S2 : 제가 계산해 놓은 것을 바탕으로 30이상의 숫자들 보다는 나올 확률이 높은 1-9, 11-29까지의 숫자들을 많이 적어야겠어요. 또 평소에 연산 문제를 많이 풀어서 암산 능력을 키울 필요성이 있겠어요. +, -, ( )만을 사용했을 때 많이 나온 수들도 포함시켜 적는다. 가장 중요하다고 생각되는 수를 빙고판의 가운데에 적고 그 다음으로 중요한 수를 각 모서리에 적고 그 다음으로 중요한 수를 대각선의 위치에 적어요.
연산기호들을 활용하여 최대한 많은 수를 만들며 내게 유리한 수들을 만들려고 노력하려고요. 연산기호를 모두 잘 활용해요.

S3 : 많은 식을 써보고 그것이 나의 빙고 판에 없더라도 다음번 게임에서 참고해서 쓰도록 해요. 큰 수가 나오기 위해서는 +, - 이외에도 ×와 ÷의 연산도 모두 쓰면 좋을 것 같아요. 그렇게 하면 큰 수가 나오기가 쉬워 문제점들이 쉽게 해결될 것 같아요. 또, 잘 나오는 숫자를 제일 중간, 꼭지점 부분과 중간을 둘러싼 8개 부분으로 쓰며, 시간 안에 나올 수 있는 최대한 많은 답을 구해요.

새로운 해결전략을 위해 필요한 정보를 탐색하고 선별하는 과정에서 S1 학생은 작은 수가 나올 확률이 높다는 점을 인식하고, 계산 방식의 중요성에 대해 생각하고 있으며, S3의 경우 큰 수를 해결하기 위한 방법으로 연산 +, -에서 ×, ÷를 포함하여 연산의 범위를 넓히려는 계획을 세웠다. 문제 해결에 있어 보다 효과적인 아이디어를 생성해 내는데, 이는 빙고 판을 작성할 때, 많이 나올 확률이 높은 수와 중요한 위치를 선정하여 승리 가능성을 높여 나가도록 하였다. 연산에서 있어서도 연산자의 특징을 고려하여 자신만의 승리 전략을 가다듬어 나갔다.

4. 언어적 표현 영역(산출물)

수학영재 프로그램에 있어 산출물은 매우 중요하면서도 학생들이 힘들어 하는 부분이다. 그러나 본 프로그램은 각 차시별로 즉각적인 피드백을 통하여 문제점을 해결해 나가면서 학생들은 자연스럽게 산출물을 만드는데 도달할 수 있었다.

산출물의 주제는 학생들 수준에서 학생들이 세운 필승전략을 적용하여 재발명 및 재발견된 내용들로 구성되었다. 산출물 제작은 빙고 연산게임을 만들어 내는 것으로, 가장 적절한 게임의 방법과 규칙을 찾았다. 빙고판과 돌림판을 제작하고, 게임 규칙과 방법의 설명서를 작성하였다.

산출물 발표는 제작한 산출물을 가지고 게임의 규칙과 방법을 설명하고, 청중과의 대화를 통해 승리 전략을 공유하였다. 뿐만 아니라 최종 산출된 게임을 실제 해봄으로써 자신의 승리 전략을 재점검하였다.

Ⅴ. 요약, 결론 및 제언

본 연구는 영재 교육원 및 영재 학급의 초등 수학 영재를 대상으로 수학 영재 창의적 문제해결 프로그램을 개발·적용함으로써 영재교육에서 이루어지고 있는 수업과 교육과정 측면의 개선에 대한 기초 자료를 제공하는 것이 주된 연구의 목적이었다.

한국교육개발원에서 개발된 기존 프로그램은 2단계에서 지식을 습득해야하는 분량이 많고 난이도가 다소 높으며, 이를 활용하여 산출물을 제작해야한다는 점이 교사와 학생 모두에게 큰 부담감으로 다가왔다. 그래서 기존의 프로그램을 재구성해서 투입하여 보았으나 산출물에 대한 부담감은 여전하였다.

그러나 본 프로그램을 실행하면서 한 가지 주제나 소재만으로도 충분히 다양한 프로그램을 산출해 낼 수 있었으며, 특히 한 주제를 가지고 수학적 원리를 심화시켜 나갈 수 있는 가능성을 발견할 수 있었다.

연구 방법은 문헌 연구를 통해 수학영재 창의적 문제 해결 학습 모형의 근간을 이루고 있는 모형의 유형들을 살펴보고, 이종희와 김기연(2008)이 제안한 MG-CPS 모형에 따른 프로그램을 개발하였다. 개발한 프로그램은 두 차례에 걸쳐 적용하여 보았다.

MG-CPS 모형은 문제 이해 영역 - 예비 수학적 활동 영역 - 자료 탐색 영액 - 표현영역 4영역으로 나뉘며, 수행 절차는 문제인식 - 문제해결의 전략, 아이디어, 해법 탐색 - 문제해결의 가설 수립 - 가설 검증 및 확인 - 새로운 해법을 위한 정보, 자료 수집 - 결론의 수학적 정당화 - 언어적 표현의 7단계로 이루어져 있다. 그러나 초등학생의 능력상 '결론적 수학적 정당화' 단계는 거치지 않도록 하였다.

본 연구에서는 6차시분의 프로그램을 구안하여 9월에 1차로 적용하였고, 수정·보완한 프로그램을 10월에 2차 적용하였으며, 수행 능력에 대한 분석 결과는 다음과 같다.

문제 인식 단계에서 인지 능력이 우수한 학생의 경우 문제 속에서 다양한 특징들을 찾아내는 것을 볼 수 있었고, 그렇지 않은 학생의 경우 자신의 막연한 생각만을 이야기하였다. 그러나 차시를 거듭할수록 빙고 판 작성 시 '수의 범위'를 찾고, 짝수나 홀수가 나올 확률을 고려하며, 연산 과정에서도 자신만의 규칙을 찾아 계산해 나감으로써 문제 인식과 탐구 방향 설정이 분명하게 이루어졌다.

문제 해결의 전략, 아이디어, 탐색 단계에서는 게임의 승리 가능성을 높일 수 있는 방법에 집중하였다. 빙고 판을 작성할 때 수의 범위와 중요한 수들을 찾는 방법을 모색하고, 주요 수들을 놓을 위치를 선정하는 등 나선형적 사고 발달을 보였으며, 여러 가지 발문을 통하여 토론과 탐구과정을 거치면서 다양한 해결방법을 모색하였다. 인지 능력이 우수한 학생의 경우에는 승리를 위한 연산에서 자신만의 방식을 세웠고 이 방식을 4차시에 걸쳐 모두 적용하고 있었다.

가설 수립 및 검증 단계에서는 수립한 가설, 승리 전략에 대하여 게임을 통하여 실행하여 보았다. 이 단계에서는 두 가지 관점에서 살펴보았는데, 빙고판의 중요한 위치에 놓은 수들이 적절한가와 수의 연산에서 내가 찾아 적용한 규칙이 적절한지 살펴보았다. 차시별로 자신이 세운 전략을 수정·보완해 나가면서 수행 능력을 향상 시켜 나갔다.

새로운 해법을 위한 정보, 자료 수집 단계에서는 앞서 자신이 찾은 승리 전략을 토대로 '그럴듯한' 승리 전략의 보안점을 찾아보고, '그렇지 않은' 승리 전략을 수정하여 나갔다. 새로운 해결전략을 위해 필요한 정보를 탐색하고 선별하는 과정과 문제 해결에 있

어 보다 효과적인 아이디어를 생성해 내는 과정을 통해 승리 전략을 높여 나갔다.

언어적 표현 단계에서는 각 차시별로 즉각적인 피드백을 통하여 문제점을 해결해 나가면서 학생들은 자연스럽게 산출물을 만드는데 도달할 수 있었다.

산출물의 주제는 학생들 수준에서 학생들이 세운 필승전략을 적용하여 재발명 및 재발견된 내용들로 구성되었으며, 가장 적절한 게임의 방법과 규칙을 찾아 산출물을 제작하였다.

산출물 발표는 제작한 산출물을 가지고 게임의 규칙과 방법을 설명하고, 청중과의 대화를 통해 승리 전략을 공유하였다. 뿐만 아니라 최종 산출된 게임을 실제 해봄으로써 자신의 승리 전략을 재점검하였다.

특히 예비 수학적 활동 영역에서는 자신이 세운 승리전략에 대한 가설을 적용하여 빙고판을 작성하고, 게임을 통해 자신의 가설에 따라 연산을 수행하면서 자신의 가설에서의 문제점을 점검하여 새로운 해법에 대한 탐색이 자연스럽게 이루어질 수 있었다. 이러한 과정에서 자신이 세운 가설 중에서 효과적이었다고 판단되는 가설은 계속해서 유지하고, 효과적이지 않았다고 판단되는 가설은 기각하면서 승리의 가능성을 높일 수 있는 새로운 전략을 구체적이고 체계적으로 만들어가는 모습을 발견할 수 있었다.

차시별로 프로그램을 진행하면서, 자신의 문제 해결 과정을 지속적으로 모니터링하고 피드백함으로써 수행능력이 향상되어 갔으며, 이러한 과정을 통해 학생들은 자연스럽게 산출물을 만드는데 도달할 수 있었다. 산출물 발표 시에도 게임 방법뿐만 아니라 승리전략을 서로 공유하고, 각 활동을 통해 자신이 갖게 된 전략으로 최종 산출된 게임을 실제 해봄으로써 다양한 재미를 느낄 수 있었다.

참 고 문 헌

김홍원, 김명숙, 방승진, 황동주 (1997). **수학 영재 판별 도구 개발 연구(Ⅱ)**. 한국교육개발원 수탁연구 CR 97-50. 한국교육개발원.

김홍원, 김명숙, 송상헌 (1996). **수학 영재 판별 도구 개발 연구(Ⅰ)**. 한국교육개발원 연구보고 CR 96-26. 한국교육개발원.

송상헌 (1998). **수학영재성 측정과 판별에 관한 연구**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.

이대현 (2012). 수학적 창의성의 요소와 창의성 개발을 위한 수업 모델 탐색. **한국초등수학교육학회지, 16**(1), 39-61.

이종희, 김기연 (2007). 창의적 생산력 신장의 교육목표 이해를 위한 수학영재의 수학적 창의성 개념 탐색. **수학교육, 46**(4), 445-464.

이종희, 김기연 (2008). 창의적 생산력의 하위 요소 탐색 및 수학 영재의 창의적 문제해결 모델 개발. **학교수학, 10**(4). 583-601.

이종희, 김기연 (2010). 수학영재의 창의적 산출물 평가 준거 개발 및 적용. **학교수학, 12**(3). 301-320.

조석희, 박경숙, 김홍원, 김명숙, 윤지숙 (1996). **영재교육의 이론과 실제-교사용 연수 자료**. 한국교육개발원 연구보고 CR96-28. 한국교육개발원.

한정민 · 박만구(2010). 수학적 창의성 관점에서 본 교사의 발문 분석. **한국초등수학교육학회지, 14**(3), 865-884.

최호성(2001). 영재 교육 프로그램의 개발 : 반성과 비전. **한국영재학회 추계 학술 세미나 및 워크샵 프로그램**.

Isaksen, S.G., & Treffinger, D.J. (1991). Creative learning and poblem solving. In A. Costa (Ed.), Developing minds: Programs for teaching thinking(Rev. Ed., Vol. 2, pp.89-93). Alexandria, VA: Association for supervision and Curriculum Development.

Krutetskii, V. (1976). *The Psychology of Mathmatical Abilities in Schoolchildren*. (J. Kilpatrick & I. Wirszup, (Eds.), J Teller, Trans.). The University of Chicago Press.

Urban, K.K. (1995). *Creativity-Componential Approach*. Post conference China meeting of the 11th World conference on gifted and talented children. Beijing, China, August, 5-8. 조석희 역 (1996). 창의성-요소적 접근 모델. 인간발달연구, 24, 5-27.

Renzulli. J. S. & Reis. S.M. (1985). *The schoolwide enrichment model : A comprehensive plan for educational excellence*. Mansfield Center, CT : Creative Learning Press.

<Abstract>

Program development according to the Mathematically Gifted- Creative Problem Solving (MG-CPS) model

Nam Heung Sook[3]; & Park Moon Hwan[4]

The purpose of this study is to suggest a program for improvement of the mathematical creativity of mathematical gifted children in the elementary gifted class and to examine the effect of developed program.

Gifted education program is developed through analyzing relevant literatures and materials. This program is based on the operation bingo game related to the area of number and operation, which accounts for the largest portion in the elementary mathematics. According to this direction, the mathematically gifted educational program has been developed.

According to the results which examine the effectiveness of the creative problem solving by the developed program, students' performance ability has been gradually improved by feeding back and monitoring their problem solving process continuously.

Key words: gifted children, creative problem solving, performance ability

논문접수: 2012. 07. 21
논문심사: 2012. 07. 22
게재확정: 2012. 08. 04

3) cyberblue99@hanmail.net
4) pmhwan@cnue.ac.kr

〈부록1〉 창의적 문제해결 모형에 따른 프로그램

차시	영역	전개 단계	활동명	수업 활동
1차시 (40분)	문제 이해 영역	문제 인식	◈ 내가 고안한 "돌려라! 빙고 게임"이 게임으로서 성립될까?	·고안한 게임 설명 ·게임 상황 이해하기
2차시 (40분)	예 비 수학적 활 동 영역	문제해결의 전략 및 해법탐색	◈ 보드 게임 속 규칙 찾기 ◈ 보드 게임 속 조건 찾기	·빙고판 작성에 대해 생각해 보기 ·연산방법에 대해 생각해 보기
		문제 해결의 가설 수립	◈ 승리 전략 세우기	· "돌려라! 빙고게임"의 승리의 가능성을 높일 수 있는 전략을 세울 수 있는가?
		가설 검증 및 확인	◈ 게임 실행 ◈ 수학적 원리 찾기 ◈ 승리 전략 찾기 ◈ 난이도를 조절할 수 있는 방안 찾기	· 게임을 통해 내가 세운 가설에 대한 가능성을 살피기 · 게임 속에 숨겨진 수학적 원리 찾기 · 승리 전략 찾기 · 승리의 가능성을 높일 수 있는 전략 세우기 · 필승 전략이 있는지 확인하기 ·난이도 하향 조절하기 ·난이도 상향 조절하기
	자 료 탐 색 영역	새로운 해법을 위한 정보, 자료 수집	◈ 승리 전략 찾기 및 난이도를 조절한 후 오류 점 찾기	◈ 승리 전략 찾기 및 난이도를 조절한 후 오류 점 찾기
3차시 (40분)	예 비 수학적 활 동 영역	문제해결의 전략 및 해법탐색	◈ 보드 게임 속 규칙 찾기 ◈ 보드 게임 속 조건 찾기	·빙고판 작성에 대해 생각해 보기 ·연산방법에 대해 생각해 보기
		문제 해결의 가설 수립	◈ 승리 전략 세우기	· "돌려라! 빙고게임"의 승리의 가능성을 높일 수 있는 전략을 세울 수 있는가?
		가설 검증 및 확인	◈ 게임 실행 ◈ 수학적 원리 찾기 ◈ 승리 전략 찾기 ◈ 난이도를 조절할 수 있는 방안 찾기	·게임을 통해 내가 세운 가설에 대한 가능성을 살피기 ·게임 속에 숨겨진 수학적 원리 찾기 ·승리 전략 찾기 ·승리의 가능성을 높일 수 있는 전략 세우기 ·필승 전략이 있는지 확인하기 ·난이도 하향 조절하기 ·난이도 상향 조절하기
	자 료 탐 색 영역	새로운 해법을 위한 정보, 자료 수집	◈ 승리 전략 찾기 및 난이도를 조절한 후 오류 점 찾기	◈ 승리 전략 찾기 및 난이도를 조절한 후 오류 점 찾기

차시	영역	전개 단계	활동명	수업 활동
4차시 (40분)	예비 수학적 활동 영역	문제해결의 전략 및 해법탐색	◈ 보드 게임 속 규칙 찾기 ◈ 보드 게임 속 조건 찾기	·빙고판 작성에 대해 생각해 보기 ·연산방법에 대해 생각해 보기
		문제 해결의 가설 수립	◈ 승리 전략 세우기	· “돌려라! 빙고게임” 의 승리의 가능성을 높일 수 있는 전략을 세울 수 있는가?
		가설 검증 및 확인	◈ 게임 실행 ◈ 수학적 원리 찾기 ◈ 승리 전략 찾기 ◈ 난이도를 조절할 수 있는 방안 찾기	·게임을 통해 내가 세운 가설에 대한 가능성을 살피기 ·게임 속에 숨겨진 수학적 원리 찾기 ·승리 전략 찾기 ·승리의 가능성을 높일 수 있는 전략 세우기 ·필승 전략이 있는지 확인하기 ·난이도 하향 조절하기 ·난이도 상향 조절하기
	자료 탐색 영역	새로운 해법을 위한 정보, 자료 수집	◈ 승리 전략 찾기 및 난이도를 조절한 후 오류 점 찾기	·승리 전략 찾기 및 난이도를 조절한 후 오류 점 찾기
5차시 (40분)	표현영역	언어적 표현 - 산출물 제작	◈ 최종 산출물 점검하기 ◈ 산출물 제작하기	·최종 산출물의 규칙과 방법 및 승리 전략 세우기 ·돌림판과 빙고판 제작하기
6차시 (40분)	표현영역	언어적 표현 - 산출물 발표 및 시연	◈ 작품 설명회 갖기 ◈ 제작한 게임판으로 시연하기	· 작품 설명 발표하기 · 게임 시연

〈부록2〉 교수·학습 활동 지도안

학습목표	· 나만의 승리전략을 세울 수 있다. · 보드 게임 속에 숨겨진 수학적 원리를 찾을 수 있다. · 게임의 난이도를 조절하여 게임의 문제점을 수정할 수 있다.	차시 2-4/6
준비물	빙고판, 돌림판, 학습지	

학습 단계	교수-학습 활동	시간	지도초점 및 유의점
해법 탐색	[활동지 작성] 빙고판에 숫자를 적을 때의 전략 탐색 빙고판을 작성할 때 게임'의 승리 가능성을 높일 수 있는 전략 및 규칙을 세울 수 있을까요? - - - [활동지 작성] 빙고를 만들기 위한 연산 과정에서의 전략 탐색 빙고를 만들기 위한 연산을 할 때 게임'의 승리 가능성을 높일 수 있는 전략 및 규칙을 세울 수 있을까요? - - -	10′	활동지의 내용은 개인별로 작성
가설 수립	[활동지 작성] 승리 전략 세우기 게임의 필승 전략을 적어 보세요. - - -	5′	승리 전략 정리
가설 검증	[게임하기] · 내가 세운 가설에 따라 게임판 작성하기 · 게임을 통해 내가 세운 가설에 대한 가능성을 살피기 · 승리 전략 적용하기 · 게임 속에 숨겨진 수학적 원리 찾기	20′	개인별로 세운 전략에 따라 게임 실행
새로운 해법 탐색	[승리 전략 점검] · 내가 세운 가설의 문제점 점검 · 승리의 가능성을 높일 수 있는 전략 탐색	5′	