

유전자 알고리즘을 이용한 다중 제한 조건을 만족하는 강인 트랙 추종 제어

A Robust Track-following Control with Multiple Constraints Using Genetic Algorithm

이 문 노†·이 홍 규*·진 경 복**

Moonnoh Lee, Hong Kyu Lee and Kyoung Bog Jin

(2012년 1월 30일 접수 ; 2012년 3월 2일 심사완료)

Key Words : Track-following Control(트랙 추종 제어), Multiple Constraint(다중 제한), Genetic Algorithm(유전자 알고리즘), Robust H_∞ constraint(강인 H_∞ 제한), Loop Gain Constraint(루프 게인 제한), Weighting Function(가중 함수)

ABSTRACT

This paper presents a design method of a robust tracking controller satisfying multiple constraints using genetic algorithm. A robust H_∞ constraint with loop shaping is used to address disturbance attenuation with error limits and a loop gain constraint is considered so as not to enlarge the tracking loop gain and bandwidth unnecessarily. The robust H_∞ constraint is expressed by a matrix inequality and the loop gain constraint is considered as an objective function so that genetic algorithm can be applied. Finally, a robust tracking controller can be obtained by integrating genetic algorithm with LMI approach. The proposed tracking controller design method is applied to the track-following system of an optical DVD recording drive and is evaluated through the experimental results.

1. 서 론

광 기록기기의 트랙 추종 시스템은 액추에이터 불확실성이나 디스크의 편심적인 회전에 의해 발생하는 진동 외란에 대해 광 픽업이 트랙을 정밀하게 추종하도록 하여야 한다. 이를 위해 진동 외란과 액추에이터 불확실성에 대해 강인 안정하고 적절한 트랙킹 루프 게인과 제어 대역폭을 갖도록 트랙킹 제어기가 설계되어야 한다. 높은 제어 대역폭과 정

밀한 제어가 필요한 트랙 추종 시스템에서 실제로 적용 가능한 트랙킹 제어기를 설계하기 위해서는 외란 감쇠, 주파수 특성 등의 여러 목표 성능들을 동시에 고려하는 것이 필요하다.

트랙 추종 시스템에 발생하는 진동 외란을 효율적으로 제어하기 위해 많은 강인 제어 알고리즘이 적용되어 왔다. 진동 외란은 디스크 회전 배속이 증가함에 따라 크기와 주파수 범위가 증가하기 때문에 트랙 추종 시스템에 미치는 영향이 증가하게 된다. 회전 배속에 따라 크기가 달라지는 진동 외란을 효율적으로 제어하기 위해서는 진동량을 적절히 추정하고 이를 토대로 강인 제어 알고리즘을 적용하는 것이 필요하다⁽¹⁾.

대부분의 강인 제어 알고리즘에 의해 설계되는 트랙킹 제어기는 높은 트랙킹 루프 게인과 제어 대

† 교신저자; 정회원, 동의대학교 컴퓨터공학과
E-mail : mnlee@deu.ac.kr

Tel : (051)890-1713, Fax : (051)890-2629

* 한국기술교육대학교 전기공학과

** 한국기술교육대학교 메카트로닉스공학부

역폭을 가지게 된다. 그러나 필요 이상의 트래킹 루프 게인과 제어 대역폭은 예기치 않은 외란이나 액추에이터 부공진 등에 더 많은 영향을 받게 되고 이로 인해 광 픽업이 현재의 트랙에서 벗어나 트랙 추종 시스템이 불안정해질 수 있다. 그래서 디스크 회전에 의해 발생하는 진동 외란을 적절히 제어하면서 적절한 루프 게인과 제어 대역폭을 가지는 트래킹 제어기를 설계하는 것이 필요하다.

유전자 알고리즘을 이용한 하이브리드 설계 방법은 불확실성을 가진 시스템에 대한 다중 제한 조건을 가진 강인 제어 문제를 다루기 위해 많이 제안되었다⁽²⁻⁷⁾. 유전자 알고리즘은 대부분의 다중 제한 조건을 가진 강인 제어 방법들에서 실현 가능한 제어기를 찾기 위해서나 수학적으로 표현하기 어려운 제한 조건을 다루기 위해 사용되고 있다. Hsu는 불확실한 interval 시스템에 대한 강인 제어기를 설계하기 위해 게인 여유와 위상 여유를 고려한 유전자 알고리즘 설계 방법을 제안하였다⁽²⁾. Pereira와 Neumann는 polytopic 파라미터 불확실성을 가진 불확실한 시스템에 대해 유전자 알고리즘과 LMI 설계 방법을 이용하여 H_∞ , H_2 , 극점 위치 제한 조건을 고려하였다^(3,4).

이 논문에서는 트랙 추종 시스템의 진동 외란과 액추에이터 불확실성에 대해 트래킹 에러가 최대 허용 에러내에 항상 유지되고 트래킹 루프 게인과 제어 대역폭이 목표로 하는 루프 게인과 대역폭을 가지도록 하는 강인 트래킹 제어기 설계 문제를 고려한다. 이를 위해 강인 H_∞ 제한 조건과 루프 게인 제한 조건을 고려한다. 트랙 추종 시스템이 목표로 하는 트래킹 루프 게인과 제어 대역폭을 가지도록 하기 위해 적절한 목표 함수를 사용하고 이를 기반으로 유전자 알고리즘을 적용한다. 결과적으로 이 논문에서 다루는 다중 제한 조건을 만족하는 트래킹 제어기는 유전자 알고리즘과 LMI 방법을 통합한 설계 방법에 의해 설계될 수 있다. 제안된 제어기 설계 방법은 광 기록기기의 트랙 추종 시스템에 적용되고 실험을 통해 제어기 설계 방법의 타당성을 검증한다.

2. 다중 제한 조건을 고려한 트랙 추종 제어

Fig. 1은 광 기록기기의 트랙 추종 시스템의 블록

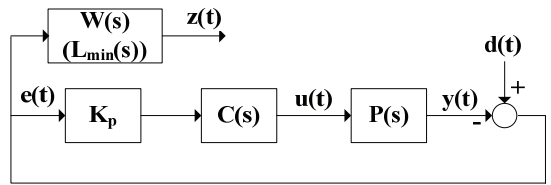


Fig. 1 Block diagram of a track-following system

도를 나타낸다. 트랙 추종 시스템은 디스크의 편심적인 회전에 의해 발생하는 진동 외란 $d(t)$ 에 대해 광 픽업이 트랙을 정밀하게 추종하도록 하기 위해 광 기록기기에 구현된다. 트랙 추종 시스템은 증폭 게인 K_p , 트래킹 액추에이터 $P(s)$, 트래킹 제어기 $C(s)$ 로 구성된다. 트래킹 에러 $e(t)$ 는 트랙 중심과 빔 스팟 사이의 차이를 나타내며 광 소자에 의해 검출된 후 게인 K_p 에 의해 증폭된다. 디스크 편심으로 인해 디스크가 회전하면 진동 외란 $d(t)$ 이 발생하고 디스크 회전 배속이 증가하면 발생하는 진동 외란의 크기와 주파수 범위도 증가하게 된다. 발생하는 수 kHz 범위의 진동 외란에 대해 광 픽업이 트랙을 정밀하게 추종하도록 하기 위해 voice 코일 모터를 트래킹 액추에이터로 사용한다. 액추에이터 특성은 근사적으로 2차 선형 시스템으로 모델링될 수 있고 액추에이터 파라미터는 일반적으로 공칭값에서 약 10% 범위내에서 변하게 된다. 이러한 파라미터 불확실성을 고려하여 트래킹 액추에이터는 다음과 같이 모델링될 수 있다.

$$P(s) = \frac{[b_2^-, b_2^+]}{s^2 + [a_1^-, a_1^+]s + [a_2^-, a_2^+]} \quad (1)$$

액추에이터의 부공진 특성은 제어 대역폭보다 높은 약 15 kHz 이상에서 나타나기 때문에 액추에이터 모델에 포함되지 않는다. 트래킹 제어기를 제외한 트랙 추종 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + H_1 p(t) + B_2 u(t) \\ e(t) &= C_2 x(t) + H_2 p(t) + d(t) \\ q(t) &= E_1 x(t), \quad p(t) = \Delta q(t), \quad \|\Delta\| \leq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $x(t)$, $p(t)$, $d(t)$ 는 상태 변수, 액추에이터 불확실성 입력, 진동 외란을 각각 나타내고 액추에이터 불확실성은 H_1 , H_2 , E_1 행렬에 의해 표현된다. 트랙 추종 시스템에서는 K_p 에 의해 증폭된 트래킹

에러만을 측정할 수 있기 때문에 트랙킹 제어기 $C(s)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c (K_p e(t)) \\ u(t) &= C_c x_c(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $x_c(t)$ 는 트랙킹 제어기의 상태 변수이다. 이 논문에서는 진동 외란과 액추에이터 불확실성에 대해 트랙킹 에러 $e(t)$ 가 최대 허용 범위 e_{max} 내에 항상 존재하고 액추에이터 부공진 특성 등의 영향을 받지 않도록 하기 위해 트랙킹 루프의 DC계인과 제어 대역폭이 목표로 설정된 DC계인과 대역폭과의 오차가 최소가 되도록 하는 트랙킹 제어기를 설계하는 문제를 다룬다. 이를 위해 진동량 추정을 고려한 강인 H_∞ 제한 조건과 루프 게인 제한 조건을 고려하고 유전자 알고리즘과 LMI 방법을 통합한 설계 방법에 의해 다중 제한 조건을 만족하는 강인 트랙킹 제어기가 설계될 수 있다는 것을 보인다.

2.1 진동량 추정을 고려한 강인 H_∞ 제한 조건

트랙 추종 시스템에 발생하는 진동 외란은 최대 진동 가속도와 최대 진동량을 이용해 주파수별로 발생하는 진동 크기를 추정할 수 있다^(1,8). 1배속에 대한 최대 진동 가속도와 최대 진동량은 디스크 표준으로 주어져 있지만 회전 배속이 증가함에 따라 최대 진동량과 최대 진동 가속도가 얼마나 증가하는지는 알 수가 없다. 이를 위해 실험으로 배속 변화에 따른 최대 진동량과 최대 진동 가속도를 측정하여 이를 토대로 발생하는 진동 외란을 추정할 수 있지만 별도의 측정 시스템과 시간이 많이 걸리는 문제점이 있다.

진동 외란을 추정하는 다른 방법으로 트랙 추종 제어를 실행하는 상태에서 트랙킹 제어기 출력과 트랙킹 에러를 측정하여 진동 외란을 추정할 수 있다. Fig. 1에서 각 주파수에서 발생하는 진동 외란 $D(j\omega)$ 는 트랙킹 에러, 트랙킹 제어기 출력, 액추에이터 모델을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D(j\omega) = E(j\omega) + P(j\omega)U(j\omega) \quad (4)$$

식 (4)는 액추에이터 불확실성을 포함하고 있기 때문에 진동량을 직접적으로 계산할 수 없다. 그래서 공칭 액추에이터 모델 $P_n(j\omega)$ 을 사용하고 트랙킹 루

프 게인 조정 알고리즘을 이용하여 액추에이터 불확실성에 따른 진동량의 영향을 최대한 보상한다^(1,8). 트랙킹 루프 게인 조정 알고리즘은 액추에이터 불확실성에 대해서도 트랙킹 루프의 위상 여유를 항상 일정하게 유지하기 위해 트랙킹 제어기의 DC계인을 조정한다. 공칭 액추에이터 모델과 트랙킹 루프 게인 조정 결과에 의한 보상 게인 K_c 를 적용하면 식 (4)는 다음과 같이 수정될 수 있다.

$$\hat{D}(j\omega) = E(j\omega) + K_c P_n(j\omega)U(j\omega) \quad (5)$$

트랙킹 루프 게인 조정 결과를 토대로 제어기 DC계인의 변화를 역으로 보상 게인 K_c 에 적용함으로써 액추에이터 불확실성의 영향은 진동 외란 추정에서 최대한 반영될 수 있다. 진동량 추정 결과를 토대로 진동 외란에 대해 트랙킹 에러를 최대 허용 에러 e_{max} 내로 항상 유지하기 위한 트랙킹 최소 루프 게인 $L_{min}(j\omega)$ 은 추정된 진동 외란 식 (5)를 최대 허용 에러 e_{max} 로 나눔으로써 얻을 수 있다^(1,10).

발생하는 진동 외란을 효율적으로 제거하기 위해 진동량 추정을 통해 구한 트랙킹 최소 루프 게인을 가중 함수 $W(j\omega) \equiv (A_w, B_w, C_w, 0)$ 로 모델링하고 $Z(j\omega) = W(j\omega)E(j\omega)$ 를 통해 강인 H_∞ 제어에 적용한다. 가중 함수와 트랙킹 제어기가 적용된 트랙 추종 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl}(t) &= \bar{A}x_{cl}(t) + \bar{H}_1 p(t) + \bar{B}_1 d(t) \\ z(t) &= \bar{C}_w x_{cl}(t) \\ q(t) &= \bar{E}_1 x_{cl}(t), \quad p(t) = \Delta q(t), \quad \|\Delta\| \leq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & B_2 C_c & 0 \\ K_p B_c C_2 & A_c & 0 \\ B_w C_2 & 0 & A_w \end{bmatrix}, \quad \bar{H}_1 = \begin{bmatrix} H_1 \\ K_p B_c H_2 \\ B_w H_2 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ K_p B_c \\ B_w \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_w = [0 \quad 0 \quad C_w], \quad \bar{E}_1 = [E_1 \quad 0 \quad 0]$$

여기서 $x_{cl}(t) = [x^T(t) \quad x_c^T(t) \quad x_w^T(t)]^T$ 는 가중 함수가 포함된 트랙 추종 시스템의 상태 변수이다. 진동량 추정을 고려한 강인 H_∞ 제한 조건은 식 (6)이 액추에이터 불확실성과 진동 외란에 대해 강인 안정하고 $\|T_{dz}(j\omega)\|_\infty < 1$ 이면 만족하게 된다. 만약 강인 H_∞ 제한 조건을 만족하는 트랙킹 제어기가 존재하게 되면 각 주파수에서 트랙킹 에러는 최대 허용 에러

내에 존재하게 된다.

$$|E(j\omega)| = \frac{|T_d(j\omega)||D(j\omega)|}{|W(j\omega)|} \leq \frac{|\hat{D}(j\omega)|}{|L_{\min}(j\omega)|} = e_{\max} \quad (7)$$

진동량 추정을 고려한 강인 H_∞ 제한 조건은 다음의 부등식 행렬을 만족하는 행렬 $A_c, B_c, C_c, X>0$ 와 상수 $\lambda>0$ 을 구하는 문제로 변환될 수 있다^(1,8).

$$\begin{bmatrix} AX + XA^T & \bar{B}_1 & \bar{H}_1 & X\bar{C}_w^T & \lambda X\bar{E}_1^T \\ \bar{B}_1^T & -I & 0 & 0 & 0 \\ \bar{H}_1^T & 0 & -\lambda I & 0 & 0 \\ \bar{C}_w^T X & 0 & 0 & -I & 0 \\ \lambda \bar{E}_1^T X & 0 & 0 & 0 & -\lambda I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

2.2 루프 게인 제한 조건

강인 제어 알고리즘에 의해 설계되는 트래킹 루프 게인과 제어 대역폭은 외란 감쇠 성능에 비례하여 증가하게 된다. 즉, 외란 감쇠가 많이 될수록 트래킹 루프 게인과 제어 대역폭은 증가하게 된다. 일반적으로 트랙 추종 시스템의 루프 DC게인은 대략 90 dB 이하여야 하고 제어 대역폭은 약 6 kHz 이하여야 한다. 필요 이상으로 트래킹 루프 게인이 커지게 되면 디스크상의 defect 등에 민감하게 반응하여 트래킹 제어기 출력이 포화하게 되고 트랙 추종 시스템이 불안정하게 될 수 있다. 그리고 필요 이상의 제어 대역폭은 액추에이터 모델링에서 고려하지 않은 액추에이터 부공진의 영향을 더 많이 받게 하기 때문에 트랙 추종 시스템이 발전할 가능성이 높아지게 된다. 그래서 외란 감쇠를 위한 강인 H_∞ 제한 조건을 만족하면서 트래킹 루프 게인과 대역폭은 너무 크지 않고 적절하게 설계되어야 한다.

트래킹 액추에이터 식 (1)은 파라미터에 불확실성을 가지는 interval 시스템이기 때문에 트래킹 루프 함수의 극한 함수들(extremal systems)에 대해 DC 게인과 제어 대역폭의 영향을 고려함으로써 액추에이터 불확실성에 대해서도 루프 게인 제한 조건을 고려할 수 있다. 일반적으로 플랜트는 계수 파라미터 불확실성을 반영하여 분자 다항식 $N(s)$ 와 분모 다항식 $D(s)$ 는 4개의 vertex 다항식을 가지지만 트래킹 액추에이터의 $N(s)$ 는 상수이므로 2개의 vertex 다항식만을 가지게 된다.

$$P(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{[b_2^-, b_2^+]}{s^2 + [a_1^-, a_1^+]s + [a_2^-, a_2^+]} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \hat{N}_1(s) &= b_2^-, & \hat{N}_2(s) &= b_2^+ \\ \hat{D}_1(s) &= s^2 + a_1^-s + a_2^-, & \hat{D}_2(s) &= s^2 + a_1^+s + a_2^- \\ \hat{D}_3(s) &= s^2 + a_1^-s + a_2^+, & \hat{D}_4(s) &= s^2 + a_1^+s + a_2^+ \end{aligned}$$

주파수 영역의 특성에 따라 액추에이터 불확실성을 고려한 트래킹 루프 함수 $L(s)=K_p C(s)P(s)$ 의 복소평면의 경계는 각 vertex 다항식에 의해 정의되는 극한 함수들에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽²⁾.

$$\begin{aligned} L_i(s, \alpha) &= K_p C(s) \frac{\hat{N}_i(s)}{(1-\alpha)\hat{D}_j(s) + \alpha\hat{D}_k(s)} \cup \\ &K_p C(s) \frac{(1-\alpha)\hat{N}_j(s) + \alpha\hat{N}_k(s)}{\hat{D}_l(s)} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $\alpha=[0,1]$, $(j,k) \in \{(1,2), (1,3), (2,3), (3,4)\}$, $l \in \{1,2,3,4\}$ 이다. 일반적으로 interval 시스템의 극한 함수는 32개이지만 트래킹 루프 함수는 $N(s)$ 가 2개의 vertex 다항식만을 가지므로 12개의 극한 루프 함수를 가지게 된다.

이 논문에서는 액추에이터 불확실성에 대해 트랙 추종 시스템이 적절한 트래킹 루프 게인과 제어 대역폭을 가지도록 하기 위해 목표 루프 DC게인 $L_d(0)$ 과 목표 제어 대역폭 ω_d 을 설정한다. 12개의 극한 루프 함수와 $\alpha=[0,1]$ 에 대해 DC게인 오차와 제어 대역폭 오차의 곱이 최대가 되는 $J=((L_i(0, \alpha)-L_d(0)) \times (\omega_{L_i} - \omega_d))_{\max}$ 을 구한다. 이 논문에서는 유전자 알고리즘의 검색 과정을 통해 목표 함수 J 가 최소가 되는 트래킹 제어기를 구한다.

3. 유전자 알고리즘을 이용한 다중 제한 조건을 만족하는 강인 트래킹 제어기의 설계

이 논문에서 고려한 강인 H_∞ 제한 조건과 루프 게인 제한 조건을 가진 강인 트래킹 제어기 설계 문제는 다음의 최적화 문제로 나타낼 수 있다.

$$\text{식 (8)을 만족하는 행렬 } A_c, B_c, C_c, X>0 \text{에 대해 목적 함수 } J=((L_i(0, \alpha)-L_d(0)) \times (\omega_{L_i} - \omega_d))_{\max} \text{를 최소화하라.} \quad (11)$$

부등식 행렬 식 (8)에 존재하는 비선형 항목 때문에 식 (8)을 LMI로 변환하기 위해서는 새로운 제어 변수들을 도입하는 것이 필요하다^(11,12). 그러나 이러한 변환은 식 (8)을 만족하는 해의 범위를 제한하고 루프 게인 제한 조건은 LMI 방법으로 고려될 수 없다. 그래서 이 논문에서는 LMI 방법과 유전자 알고리즘을 통합한 설계 방법에 의해 식 (11)를 만족하는 트랙킹 제어를 설계한다. 유전자 알고리즘의 개체군으로 제어기 파라미터들을 사용하면 모든 후보 개체에 대해 식 (8)의 비선형 항목들은 선형화되기 때문에 선형화를 위한 제어 변수 변환은 필요가 없게 된다. 유전자 알고리즘의 개체가 강인 H_∞ 제한 조건 식 (8)을 만족하는지는 LMI 방법을 사용하여 확인할 수 있다.

Fig. 2는 최적화 문제 식 (11)를 다루기 위한 이 논문에서 제안하는 LMI 설계 방법이 포함된 유전자 알고리즘을 나타낸다. 이 논문에서는 트랙킹 제어기 $C(s)$ 의 제어기 계수들을 유전자 알고리즘의 개체(염색체)별 구성 요소로 사용한다. 각 염색체는 N_{var} 개의 제어기 파라미터를 가지게 되고 각 파라미터는 L_{var} 길이의 비트 배열로 구성된다.

염색체의 수가 N , 각 염색체별 비트 배열 총길이가 $L_{tot} = N_{var}L_{var}$ 일 때 t 세대에서 모집단의 평균 해밍거리 $Ah(t)$ 는 다음과 같이 정의된다⁽⁹⁾.

$$Ah(t) = \sum_{i=1}^{L_{tot}} \sum_{p=1}^{N-1} \sum_{q=p+1}^N (|c_{pi}(t) - c_{qi}(t)|) / (N(N-1)/2) \quad (12)$$

여기서 N 은 모집단에 속해 있는 염색체의 수, $c_{pi}(t)$ 와 $c_{qi}(t)$ 는 모집단의 염색체 중 선택된 2개의 부모 (mating pool)을 나타낸다. 돌연변이가 없는 경우에는 수렴된 모집단의 평균 해밍거리는 0이다. 그러나 돌연변이가 있는 경우에는 돌연변이 확률의 크기에 따라 수렴된 모집단의 평균 해밍거리는 증가하게 된다. 일반적으로 유전자 알고리즘이 국부 최적해로 천이 일어나고 계속하여 전역 최적해로 수렴하려면 돌연변이 확률 P_m 은 다음을 만족하여야 한다⁽⁹⁾.

$$\frac{1}{NL_{tot}} < P_m < \frac{1}{L_{tot}} \quad (13)$$

결과적으로 염색체의 수 N 가 적을수록 사용 가능한 돌연변이 확률의 범위가 좁아지고 염색체의 수가 많을수록 사용 가능한 돌연변이 확률의 범위가 넓어진다. 어느 해로 수렴될 때까지는 낮은 돌연변이 확률을 사용하여 수렴 속도를 좋게 하고 수렴이 된 이후에는 돌연변이 확률을 높게 하여 국부 최적해에서 빠져 나올 수 있도록 한다. 즉, 돌연변이 확률을 가변적으로 적용하는 것이 효과적이라고 할 수 있다. 유전자 알고리즘이 수렴하기 위해서는 다음의 두 조건을 만족하여야 한다⁽⁹⁾. 여기서 교차 확률 P_c 와 돌연변이 확률 P_m 은 평균 해밍거리 $Ah(t)$ 의 영향을 받게 된다.

$$0 < P_c < \frac{L_{tot} - 1}{Ah(t)} \quad (14)$$

$$0 < P_m < \frac{1}{L_{tot} - Ah(t)} \quad (15)$$

보통 교차 확률은 0과 1사이의 값을 사용하기 때문에 수렴하는 경우 식 (14)는 항상 성립한다. 돌연변이 확률 P_m 은 식 (13)과 식 (15)를 동시에 만족해야 한다.

일정한 값의 교차 확률만을 사용하는 경우 알고리즘은 빠르게 수렴하며 국부 최적해에 수렴할 확률이 높아진다. 이 경우 평균 해밍거리가 0으로 수렴되고 더 이상의 진화는 이루어지지 않는다. 전역 최적해로 수렴하도록 하기 위해 다음과 같이 평균 해밍거리에 기반을 둔 가변 교차 확률을 사용한다.

$$p_c(t+1) = p_c \times f_c(Ah(t)) \quad (16)$$

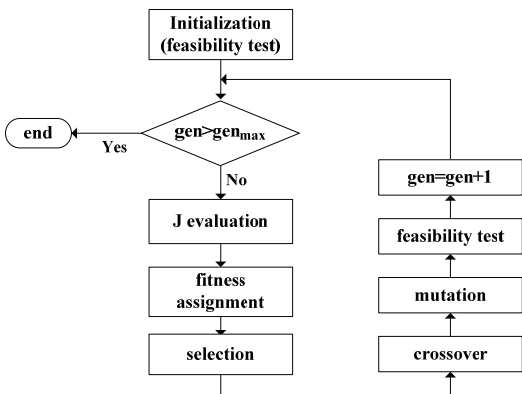


Fig. 2 A flow diagram showing a genetic algorithm with LMI approach

함수 $f_c(Ah(t))$ 는 t 세대에서 평균 해밍거리를 기반으로 교차 확률을 가변시킨다. 국부 최적해에 조기 수렴하는 것을 방지하기 위해서는 유전자 알고리즘의 초기 단계에는 교차 연산자가 탐색에 주로 작용을 하고 돌연변이의 영향은 최소로 하여야 한다. 세대가 진행됨에 따라 교차 연산자보다 돌연변이 확률의 영향을 크게 한다. 이러한 개념을 구현하기 위해서는 평균 해밍거리에 기반을 두고 가변의 돌연변이 확률을 사용하는 것이 필요하다.

$$p_m(t+1) = p_m \times f_m(Ah(t)) \quad (17)$$

함수 $f_m(Ah(t))$ 는 t 세대에서 평균 해밍거리를 기반으로 돌연변이 확률을 가변시킨다. 식 (16)과 식 (17)의 가변 교차 확률과 돌연변이 확률을 적용함으로써 초기에 국부 최적해에 수렴이 되었다고 하더라도 국부 최적해에서 천이하여 전역 최적해로 수렴될 수 있다.

이 논문에서는 다중 제한 조건을 만족하는 강인 트래킹 제어기를 설계하기 위해 식 (13)~(15)를 만족하고 식 (16)과 식 (17)의 가변 교차 확률과 돌연변이 확률을 사용한다. 초기에 N 개의 염색체별 제어기 파라미터 N_{var} 에 대해 L_{var} 길이의 비트 배열이 임의적으로 생성된다. 임의로 선택된 염색체가 실현 가능한지를 테스트하기 위해 각 염색체들로부터 제어기 행렬을 구성하고 식 (8)에 대입한 후 LMI 방법을 사용하여 식 (8)을 만족하는 행렬 $X>0$ 와 상수 $\lambda>0$ 가 존재하는 지를 확인한다. 이러한 실현 가능성 테스트를 만족하지 않는 염색체들은 초기 모집단에서 제외한다. 이 논문에서 사용한 유전자 알고리즘을 단계별로 정리하면 다음과 같다.

- ① 모집단의 염색체의 수 N 와 총 비트수 L_{tot} 를 정하고 임의로 선택된 각 염색체가 식 (8)을 만족하는지를 확인한다. 그리고 목표 루프 DC게인 $L_d(0)$ 과 목표 제어 대역폭 ω_d 을 설정한다.
- ② 각 염색체별 12개의 극한 루프 함수에 대해 목적 함수 $J=(L_i(0,\alpha)-L_d(0)) \times (\omega_{L_i}-\omega_d)_{max}$ 의 값을 구한다.
- ③ 목적 함수 J 로부터 적합도 함수를 정하고 모집단의 염색체들의 적합도를 평가한다.
- ④ 선택 기법을 이용하여 모집단에서 부모를 선정하고 전체 모집단에서 적합도가 높은 상위 일정

비율의 염색체들을 reproduction 과정을 거치지 않고 다음 세대로 천이시키는 방법을 사용한다.

⑤ 선택된 부모들로부터 평균 해밍거리를 기반으로 가변의 교차와 돌연변이 연산 과정을 거친 후에 실현 가능성 테스트를 만족하는 염색체만을 다음 세대를 위한 새로운 염색체로 사용한다.

⑥ 현재 세대들의 염색체들을 새로운 세대의 염색체들로 교체한다.

⑦ 세대가 설정한 최대 세대 gen_{max} 이 될 때까지 절차 “②”에서 부터 반복한다.

4. 실험 결과

이 논문에서 제안한 다중 제한 조건을 가진 강인 트래킹 제어기 설계 방법의 타당성을 검증하기 위해 DVD 기록기기의 트랙 추종 시스템에 적용하였다. 실험에서 사용한 광 기록기기의 트랙킹 액추에이터는 공진주파수 64 Hz, 감쇠 상수 0.079, DC 감도 1 mm/V이고 전압-전류 드라이버 게인은 3.65이다. 액추에이터 계수들은 공칭값에서 10%내에서 변한다고 가정하면 액추에이터 불확실성을 포함한 트랙킹 액추에이터는 다음과 같이 모델링될 수 있다.

$$P(s) = \frac{[562.08, 621.24]}{s^2 + [60.54, 66.92]s + [153615, 169785]} \quad (18)$$

디지털 실험 보드에서 DVD 디스크의 트랙 피치의 반인 0.37 mm가 1.8 V의 트랙킹 에러 신호로 변환되므로 증폭 게인 K_p 는 4.86×10^6 [V/M]이다. 트랙킹 제어기를 제외한 트랙 추종 시스템을 상태 방정식으로 변환하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + H_1 p(t) + B_2 u(t) \\ e(t) &= C_2 x(t) + H_2 p(t) + d(t) \\ q(t) &= E_1 x(t), \quad p(t) = \Delta q(t), \quad \|\Delta\| \leq 1 \end{aligned} \quad (19)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 9216 \\ -17.5 & -63.73 \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.88 & 3.18 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ C_2 = [-0.064 \quad 0], H_2 = [-0.0032 \quad 0], E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

디스크에 기록된 데이터를 정확하게 재생하기 위해서는 액추에이터 불확실성과 발생되는 진동 외란에 대해 트랙킹 에러는 $\pm 0.03 \mu\text{m}$ 안에 유지되어야 하고 트랙 추종 시스템의 안정성을 위해 트랙킹 루

프 DC게인과 제어 대역폭은 각각 90 dB와 6 kHz 이내가 되도록 하여야 한다. 이러한 제어 목표들을 만족하는 강인 트랙킹 제어기를 설계하기 위해 본 논문에서 제안된 강인 H_∞ 제한 조건과 루프 게인 제한 조건을 가진 제어기 설계 방법을 적용한다.

각 주파수에서 발생하는 진동 외란의 크기는 식 (5) 와 트랙킹 루프 게인 조정 알고리즘을 적용하여 추정 될 수 있다. 트랙킹 루프 게인 조정 알고리즘을 적용한 결과 트랙킹 제어기의 DC게인은 초기 게인의 1/1.1배로 감소하였다. 이것은 트랙킹 액추에이터의 실제 게인이 액추에이터 공칭 게인보다 1.1배 더 크다는 것을 의미하므로 보상 게인 K_c 는 1.1이 된다. 트랙킹 최소 루프 게인은 추정된 진동 외란과 최대 허용 트랙킹 에러로부터 얻을 수 있고 이를 토대로 가중 함수를 다음과 같이 설정하였다.

$$W(s) = \frac{2974s^2 + 1.82 \times 10^8 s + 2.02 \times 10^{12}}{s^3 + 2344s^2 + 2.16 \times 10^6 s + 5.24 \times 10^8} \quad (20)$$

루프 게인 제한 조건을 적용하기 위해 식 (18)의 계수 파라미터의 최대값과 최소값을 토대로 vertex 다항식을 구하였고 식 (10)을 이용하여 12개의 극한 루프 함수를 구하였다. 트랙 추종 시스템의 루프 DC게인이 대략 90 dB 이하, 제어 대역폭이 약 6 kHz 이하여야 하므로 목표 루프 DC게인을 $L_d(0) = 2 \times 10^4$ (86 dB), 목표 제어 대역폭을 $\omega_d = 5$ kHz 로 설정하였고 이를 토대로 목적 함수 $J = ((L_i(0, \alpha) - 2 \times 10^4) \times (\omega_{Li} - 5 \times 10^3))_{\max}$ 를 설정하였다.

이 논문에서는 4차의 트랙킹 제어기를 사용하기 때문에 염색체별 구성 요소로 8개의 제어기 계수를 사용하였다. 각 제어기 계수들은 비트 수 $L_{var} = 25$, 각 염색체별 총 비트수 $L_{tot} = N_{var} L_{var} = 200$ 의 비트 배열로 초기에 임의적으로 선택되었다. 선택된 염색체들은 LMI 방법에 의해 식 (8)을 만족하는 해가 존재하는 지를 확인하는 실현 가능성 테스트를 통해 $N = 10$ 개의 염색체들이 최종적으로 생성되었다. 염색체들은 확률론적인 일반 샘플링에 의해 선택되었고 진화 연산자로는 one point 교차 연산자와 bit inversion 형태의 돌연변이 연산자가 사용되었다. 염색체의 수 N , 염색체별 비트 배열 총길이 L_{tot} , 평균 해밍거리 $Ah(t)$ 에 따라 교차 확률과 돌연변이 확률이 식 (13), (14), (15)를 만족하고 다음과 같은 가변의 교차 확률과 돌연변이 확률을 가지도록 설

정하였다.

$$p_c(t+1) = 0.8 \times \left| 1 - \frac{2Ah(t)}{L_{tot}} \right| \quad (21)$$

$$p_m(t+1) = 0.001 \times (1 + 5 \times \left| 1 - \frac{2Ah(t)}{L_{tot}} \right|) \quad (22)$$

교차와 돌연변이를 진행한 후 생성된 염색체 가 식 (8)을 만족하는지를 확인하는 실현 가능성 테스트를 실행하였고 실현 가능성을 만족하는 염색체들 만이 다음 세대를 위해 다시 재삽입하였다. 이러한 과정은 최대 세대 $gen_{max} = 30$ 이 될 때까지 반복되었고 최종적으로 식 (11)을 만족하는 트랙킹 제어기가 설계되었다.

$$\frac{2.7 \times 10^6 s^3 + 5.9 \times 10^{10} s^2 + 7.6 \times 10^{14} s + 2.1 \times 10^{18}}{s^4 + 1.1 \times 10^6 s^3 + 2.3 \times 10^{11} s^2 + 2.9 \times 10^{15} s + 2.0 \times 10^{18}} \quad (23)$$

설계된 트랙킹 공칭 루프의 DC게인 $L_n(0)$ 은 85.6 dB, 제어 대역폭 W_L 은 5.138 kHz이다. 공칭 트랙킹 루프의 DC게인과 제어 대역폭은 목표 루프 DC게인 $L_d(0) = 86$ dB, 목표 대역폭 $\omega_d = 5$ kHz과의 오차가 매우 작다는 것을 볼 수 있다.

Figs. 3, 4는 유전자 알고리즘에 의해 세대가 진행 됨에 따라 각 세대별 목적 함수 J 의 최소값, 가변 교차 확률, 가변 돌연변이 확률을 나타낸다. 세대가 진행됨에 따라 목적 함수의 최소값이 수렴하고 교차 확률은 변화의 폭이 매우 작아지고 돌연변이 확률은

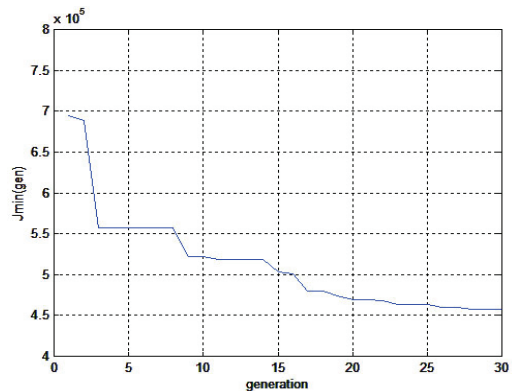


Fig. 3 The minimum value $J_{min}(gen)$ of objective-function

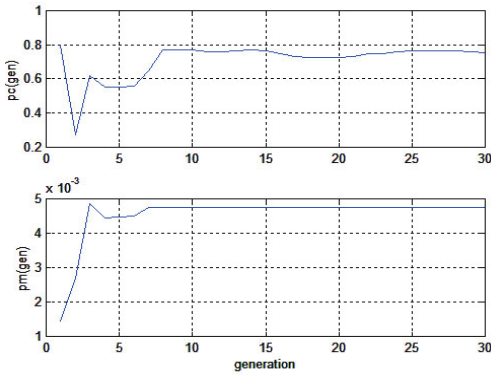


Fig. 4 The crossover rate $p_c(gen)$ and mutation rate $p_m(gen)$ tuned according to Eq. (21) and (22)

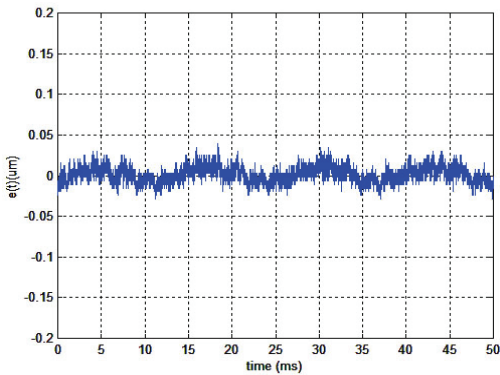


Fig. 5 The tracking error after applying the designed tracking controller

계속 증가하다가 식 (13)의 상한값에 포화되는 것을 볼 수 있다.

Fig. 5는 설계된 강인 트래킹 제어기를 적용했을 때의 트래킹 에러를 나타낸다. 상대적으로 크게 발생하는 디스크 회전 주파수의 진동 외란 성분이 포함되어 있지만 트래킹 에러가 최대 허용 에러인 $\pm 0.03 \mu\text{m}$ 안에 유지되는 것을 볼 수 있다. Fig. 6은 1트랙 점프 후 트랙 추종 제어를 다시 시작했을 때의 트래킹 에러를 나타낸다. 1트랙 점프 후 트래킹 액추에이터의 흔들림에 대해서도 트래킹 제어기가 안정적으로 트랙을 추종하는 것을 볼 수 있다.

5. 결 론

이 논문에서는 유전자 알고리즘을 이용하여 강인 H_∞ 제한 조건과 루프 게인 제한 조건을 만족하는

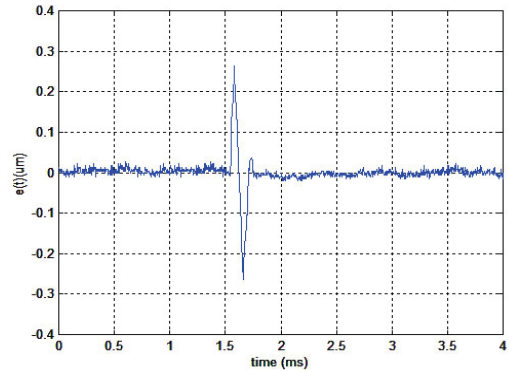


Fig. 6 The tracking error after one track jump

트래킹 제어기 설계 방법을 제안하였다. 디스크 회전에 의해 발생하는 진동 외란을 효율적으로 감쇠하기 위해 진동량 추정을 통한 강인 H_∞ 제한 조건을 고려하였고 트래킹 루프 게인과 제어 대역폭이 필요 이상으로 증가되지 않도록 하기 위해 루프 게인 제한 조건을 고려하였다. 다중 제한 조건을 만족하는 트래킹 제어기는 유전자 알고리즘과 LMI 방법을 통합한 설계 방법에 의해 설계되었다. 제안된 트래킹 제어기 설계 방법은 광 기록기기의 트랙 추종 시스템에 적용하였고 실험을 통해 제어기 설계 방법의 타당성을 검증하였다.

후 기

이 논문은 2011학년도 동의대학교 교내연구비에 의해 연구되었음(과제번호 2011AA177).

참 고 문 헌

- (1) Lee, M.-N. and Jin, K. B., 2008, A Controller Design Method for Constructing a Robust Track-following System, IEEE Trans. Cons. Electr., Vol. 54, No. 2, pp. 538~544.
- (2) Hsu, C.-C., Chang, S.-C. and Yu, C.-Y., 2007, Tolerance Design of Robust Controllers for Uncertain Interval Systems based on Evolutionary Algorithms, IET Control Theory Appl., Vol. 1, No. 1, pp. 244~252.
- (3) Pereira, G. and Araujo, H. X., 2004, Robust Output Feedback Controller Design Via Genetic

Algorithms and LMIs: The Mixed H_2/H_∞ Problem, inProc.ACC, pp. 3309~3314.

(4) Neumann, D. and Araujo, H. X., 2004, Mixed H_2/H_∞ Control for Uncertain Systems under Pole Placement Constraints using Genetical Gorithms and LMIs, inProc. IEEEInt. Symp. on Intelligent Contr., pp. 460~465.

(5) Miranda, M. F., Takahashi, R. H. C. and Jota, F. G., 2007, Hierarchical Approach for H_∞ Robust Control Design: S/KS Mixed Sensitivity with Genetic Algorithm, IET Control Theory Appl., Vol. 1, No. 1, pp. 18~24.

(6) Dai, X., Liu, G. and Long, Z., 2008, Discrete-time Fault Detection Observer Design: a Genetic Algorithm Approach, in Proc. World Congress on Intelligent Contr. and Automat., pp. 2843~2848.

(7) Arvani, A., Teshnehlab, M. and Aliyarish, M., 2009, Robust H_∞ Controller Design for Distillation Column based on Multi-objective Optimization and Genetic Algorithms, inProc. ISIEA.

(8) Lee, M.-N. and Jin, K. B., 2005, An Optimal Tracking Controller based on the Estimation of Tracking Vibration Quantity, IEEE Trans. Cons. Electr., Vol. 51, No. 2, pp. 478~484.

(9) Lee, H. K., Lee, D. H., Ran, Z., Lee, G. K. and Lee, M.-N., 2010, On Parameter Selection for Reducing Premature Convergence of Genetic Algorithms, CAINE-2010, pp. 214~219.

(10) Lee, M.-N. and Jin, K. B., 2009, A Robust Track-following Control for the Stable Coarse Seek, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 3, pp. 279~286.

(11) Chilali, M. and Gahinet, P., 1996, H_∞ Design with Pole Placement Constraints : An LMI Approach, IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 41, No. 3, pp. 358~367.

(12) Scherer, C., Gahinet, P. and Chilali, M., 1997, Multiobjective Output-feedback Control via LMI Optimization, IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 42, pp. 896~911.