研究論文 DOI: http://dx.doi.org/10.6108/KSPE.2012.16.1.045

고정된 핀 바닥 높이에 기준한 비대칭 사다리꼴 핀의 최적화

송년주* · 강형석**†

Optimization of an Asymmetric Trapezoidal Fin Based on the Fixed Fin Base Height

Nyeonjoo Song* · Hyungsuk Kang**†

ABSTRACT

Optimization of the asymmetric trapezoidal fin with various upper lateral surface slope is made using a two-dimensional analytic method. For the fixed fin base height, the optimum heat loss, fin length and effectiveness are represented as inner fluid convection characteristic number, fin base thickness, fin base height, fin shape factor and ambient convection characteristic number. For this optimum procedure, the optimum heat loss is defined as 95% of the maximum heat loss from the fin. One of the results shows that optimum heat loss and effectiveness seems independent of the fin shape factor while optimum fin length decreases almost linearly as the fin shape factor increases.

초 록

위 측면 표면 기울기가 변화하는 비대칭 사다리꼴 핀의 최적화가 2차원 해석적 방법을 사용하여 수행된다. 고정된 핀 바닥 높이에 대하여 최적 열손실, 핀 길이 그리고 유용도가 내부유체 대류특성계수, 핀 바닥 두께, 핀 바닥 높이, 핀 형상계수 그리고 주위 대류특성계수의 함수로 나타내어진다. 이러한 최적화 절차를 위해서 핀으로부터의 최대 열손실 값의 95%를 최적 열손실 값으로 정의하였다. 결과 중 하나는 최적 열 손실과 유용도는 핀 형상계수의 변화에 독립적으로 보이는 반면 최적 핀 길이는 핀 형상계수가 증가함에 따라 거의 선형적으로 감소함을 보여주고 있다.

Key Words: Optimization(최적화), Asymmetric Trapezoidal Fin(비대칭 사다리꼴 핀), Convection Characteristic Number(대류특성계수), Fin Shape Factor(핀 형상계수), Effectiveness(유용도)

접수일 2011. 6. 3, 수정완료일 2011. 12. 14, 게재확정일 2011. 12. 20
* 정회원, 한국폴리텍Ⅱ대학 산업설비자동화과
** 정회원, 강원대학교 기계의용공학과
† 교신저자, E-mail: hkang@kangwon.ac.kr

Nomenclature

h : 핀 주위 열대류계수 〔$W/m^2 \cdot ℃$〕

h_f : 내부 유체 열대류계수 〔$W/m^2 \cdot ℃$〕
k : 열전도율 〔$W/m \cdot ℃$〕
l_b : 핀 바닥 두께 〔m〕
L_b : 무차원 핀 바닥 두께 (l_b/l_c)
l_c : 특성길이 〔m〕
l_e : 핀 끝 길이 〔m〕
L_e : 무차원 핀 끝 길이 (l_e/l_c)
l_h : 핀 바닥 높이 〔m〕
L_h : 무차원 핀 바닥 높이 (l_h/l_c)
l_w : 핀 폭 〔m〕
M : 핀 주위 대류특성계수 ($h \cdot l_c/k$)
M_f : 내부유체 대류특성계수 ($h_f \cdot l_c/k$)
q : 핀으로부터의 열손실 〔W〕
q_{bw} : 단순벽면으로부터의 열손실 〔W〕
Q : 무차원 핀으로부터의 열손실 ($=q/kl_w\phi_f$)
Q_{bw} : 단순벽면으로부터의 열손실 ($=q_{bw}/kl_w\phi_f$)
s : 핀 측면 기울기 $\{(1-\xi)/(l_e-l_b)\}$
T : 핀 온도 〔℃〕
T_f : 내부 유체 온도 〔℃〕
T_∞ : 주위 온도 〔℃〕
x : 핀 길이 방향 좌표 〔m〕
X : 무차원 핀 길이 방향 좌표 (x/l_c)
y : 핀 높이 방향 좌표 〔m〕
Y : 무차원 핀 높이 방향 좌표 (y/l_c)
θ : 무차원 온도 $\{(T-T_\infty)/(T_f-T_\infty)\}$
θ_{bw} : 단순벽면의 무차원 온도
ξ : 핀 형상 계수 $\{1-s(l_e-l_b)/l_h,\ 0<\xi\leq 1)\}$
ϕ_f : 변형된 내부유체 온도 〔℃〕 ($=T_f-T_\infty$)
λ_n : 고유 값 〔n=1, 2, 3,⋯〕
ε : 유용도

Subscripts

b : 핀 바닥
bw : 단순벽면
c : 특성
e : 핀 끝
f : 내부 유체
h : 핀 바닥 높이
w : 핀 폭
∞ : 주위
* : 최적화

1. 서 론

고체와 인접한 유체 사이의 열을 전달할 때 표면적을 증가시킴으로써 열이 더 많이 전달된다는 것은 많이 알려진 사실이다. 이런 표면적을 증가시키는 방법 중에 하나가 핀의 사용이다. 이러한 핀은 전자제품의 방열 핀, 열교환기, 자동차의 라디에이터, 최첨단 비행기 그리고 인공위성 등 광범위한 분야에서 사용되어 지고 있다. 핀은 단면이 균일한 직선 핀, 단면이 균일하지 않는 직선 핀, 환형 핀, 핀 핀 등 매우 다양한 형상을 가지고 있다. 이러한 핀에 관한 연구는 [1-5] 지금도 끊임없이 수행되고 있다. 또한 핀의 최적화에 대한 관심도 높아지고 있으며, 이에 관한 연구도 속적으로 발표되어 지고 있다. 핀의 최적화의 방법으로는 핀의 형상에서 체적이 일정하게 주어질 경우최대 열전달이 일어날 때 핀의 차원을 구하는 방법과 핀의 정열을 고정하거나 핀 바닥 높이가 고정된 경우 최대 열손실을 구하는 최적화 방법이 대표적인 예이다.

추진기관에서도 냉각기술, 열교환기 기술은 중요한 영역으로 추진기관의 열교환기에서 열전달을 촉진시키기 위한 확장표면의 최적화에 대하여 생각할 수 있다. Laror와 Kalman은 길이형, 가시형 그리고 환형 타입의 사각, 삼각 그리고 포물선 형상의 핀들에 대한 최적화를 연구하였고[6], Kang은 핀 내 외의 유체가 역 사다리꼴 형상 핀의 최적 설계에 미치는 영향에 관하여 연구했으며[7], Kundu와 Das는 외접원형튜브 타원형 핀의 최적화와 성능해석에 관하여 연구 했으며[8], Casarosa와 Franco는 일정한 두께를 가진 하나의 사각 핀에 대한 최적화된 설계에 접근했으며[9], Kang은 2차원 해석적 방법을 사용하여 핀 바닥 두께가 변하는 pin 핀의 최적화에 관하여 연구하였다[10]. Kundu와 Bhanja는 다공성 핀의 성능과 최적설계를 위한 분석예측에 관하여 연구하였다[11].

위에 언급한 연구들은 모두 대칭인 핀의 형상에 대하여 연구하였다. 반면에 본 연구는 핀의 형상이 비대칭인 사다리꼴 핀의 최적화를 다루었다.

이와 같은 비대칭 사다리꼴 핀에 대한 연구로는 Kang과 Look이 고정된 핀 바닥 높이에 기준하여 핀의 최적화를 다루었다[12]. 그러나 이 연구에서는 핀 바닥두께의 변화를 고려하지 않았다. 따라서 본 연구에서는 핀의 형상계수 변화에 따른 즉, 비대칭 삼각 핀으로부터 사각 핀으로 변화하는 확장 표면 핀에 대하여, 핀 바닥 두께에 변화를 고려하면서 핀 내부유체의 온도를 기준으로 내부유체로부터 핀 내벽까지의 열대류, 내벽부터 핀 바닥까지의 전도 열전달 그리고 핀 바닥을 통한 열전도가 동시에 일어나는 열교환기의 성능향상을 위한 핀의 최적화에 대하여 2차원적으로 해석하였다. 그리고 핀 바닥 높이가 일정할 때 비대칭 사다리꼴 핀의 최적화를 조사하는데 있어 최대 열손실 값의 95%값을 최적 열손실 값으로 정의하였다.

2. 2차원 해석적 방법

본 논문의 수치해석을 위하여 2차원 해석적 방법이 사용된다.

2.1 지배 방정식 및 경계조건

형상이 변하는 비대칭 사다리꼴 핀의 개요는 Fig. 1과 같다. Fig. 1의 개요도에서 핀 두께를 고려한 $0<y<l_h$와 $0<x<l_e$의 범위에 있는 핀을 해석하였으며 이 범위 내에 있는 핀에 대한 지배

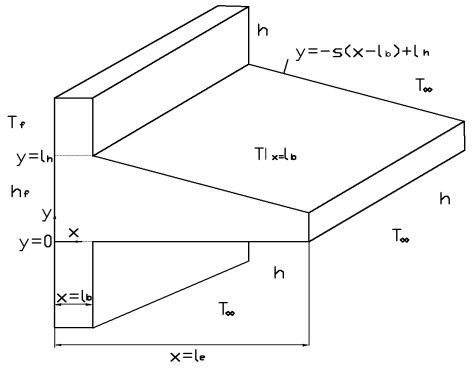

Fig. 1 Schematic Diagram of a Geometrically Asymmetric Trapezoidal Fin

방정식, 3개의 경계조건, 그리고 하나의 에너지 균형식이 Eq. 1부터 5까지 주어진다. 이 핀의 형상은 s값의 변화에 따라 비대칭 삼각 핀으로부터 비대칭 사다리꼴 핀을 거쳐 사각 핀까지 변화되는데 정상상태에서 이러한 핀을 위한 2차원 지배방정식은 Eq. 1로 주어진다.

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}=0 \tag{1}$$

핀의 윗면 경사 값s는 Eq. 2로 표현된다.

$$s=(1-\xi)l_h/(l_e-l_b)\left(0\le s\le\frac{l_h}{l_e-l_b}\right) \tag{2}$$

Equation 2에서 핀 형상계수ξ의 범위가 0에서 1사이로, ξ가 0이면 비대칭 삼각 핀, ξ가 1이면 사각 핀이 된다. 무차원 지배방정식 Eq. 1을 풀기위하여 필요한 식을 Eq. 3, 4, 5의 3개의 경계조건식과 1개의 에너지 균형조건식 Eq. 6이 필요하다.

$$-\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_{X=L_b}=\frac{1-\theta|_{X=L_b}}{\frac{1}{M_f}+L_b} \tag{3}$$

$$-\left.\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right|_{Y=0}-M\cdot\theta\Big|_{Y=0}=0 \tag{4}$$

$$-\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_{X=L_e}+M\cdot\theta\Big|_{X=L_e}=0 \tag{5}$$

$$\begin{aligned}-\int_0^{L_h}\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_{X=L_b}dY&=M\sqrt{\frac{1}{s^2}+1}\int_{L_Y}^{L_h}\theta dY\\-\int_0^{L_Y}\left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=L_e}dY&+\int_{L_b}^{L_e}\left.\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right|_{Y=0}dX\end{aligned} \tag{6}$$

여기서,

$$L_Y=L_h-s(L_e-L_b) \tag{7}$$

물리적으로 경계조건식 Eq. 3은 내부유체로부터 핀 내벽으로 전달되는 대류에 의한 열전달과

핀 내벽으로부터 핀 바닥까지 전도 열전달과 핀 바닥을 통하여 흐르는 전도 열전달이 모두 같다는 의미이고, 경계조건식 Eq. 4는 핀 아래 표면을 통하여 흐르는 전도 열전달이 핀 아래 표면을 통하여 외부로 나가는 대류 열전달과 같다는 것을 나타내는 것이며, 경계조건식 Eq. 5는 핀 끝 면을 통하여 흐르는 전도 열전달이 핀 끝 면을 통하여 외부로 나가는 대류 열전달과 같다는 것을 나타내는 것이다. 에너지 균형 조건식 Eq. 6은 핀 바닥을 통하여 전도로 들어오는 열전달은 핀 위 경사면을 통하여 대류로 나가는 열전달과 핀 끝 면과 아래 수평면을 통하여 나가는 전도 열전달의 합과 같음을 의미 한다.

2.2 핀의 온도분포 및 열전달

지배방정식 Eq. 1을 변수 분리법을 이용하여 푼 후 경계조건식 Eq. 3, 4, 5를 적용하면 온도분포식은 Eq. 8로 계산할 수 있다.

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} N_n (\cosh\lambda_n X + f_n \sinh\lambda_n X) \cdot (\cos\lambda_n Y + b_n \lambda_n Y) \tag{8}$$

여기서,

$$N_n = \frac{f_1(\lambda_n)}{[f_2(\lambda_n) - (1/M_f + L_b) f_3(\lambda_n)] A(\lambda_n)} \tag{9}$$

$$f_1(\lambda_n) = 4\{\lambda_n \sin\lambda_n L_h + M(1 - \cos\lambda_n L_h)\} \tag{10}$$

$$f_2(\lambda_n) = \cosh\lambda_n L_b + f_n \sin\lambda_n L_b \tag{11}$$

$$f_3(\lambda_n) = \lambda_n \sinh\lambda_n L_b + \lambda_n f_n \cosh\lambda_n L_b \tag{12}$$

$$A(\lambda_n) = f_4(\lambda_n) + f_5(\lambda_n) + f_6(\lambda_n) \tag{13}$$

$$f_4(\lambda_n) = 2\lambda_n^2 L_h + \lambda_n \sin 2\lambda_n L_h \tag{14}$$

$$f_5(\lambda_n) = 2M(1 - \cos 2\lambda_n L_h) \tag{15}$$

$$f_6(\lambda_n) = M^2\left(2L_h - \frac{\sin 2\lambda_n L_h}{\lambda_n}\right) \tag{16}$$

$$f_n = \frac{\lambda_n \sinh\lambda_n L_e + M cosh\lambda_n L_e}{\lambda_n \cosh\lambda_n L_e + M sinh\lambda_n L_e} \tag{17}$$

$$b_n = \frac{M}{\lambda_n} \tag{18}$$

위의 식들에서 나타나는 고유값 λ_n은 에너지 균형식 Eq. 6을 풀어서 정리한 Eq. 19로부터 구할 수 있다.

$$f(\lambda_n) = \frac{M}{\lambda_n^2 \sqrt{1+s}} (G_1 + G_2) - G_3 + G_4 \tag{19}$$

여기서,

$$G_1 = g_1(g_2 - g_3) + g_4 - g_5 \tag{20}$$

$$G_2 = g_6(g_7 + g_8) \tag{21}$$

$$G_3 = g_1(g_9 + g_{10}) \tag{22}$$

$$G_4 = g_6(g_{11} + g_{12}) \tag{23}$$

$$g_1 = \lambda_n \cosh\lambda_n L_e + M sinh\lambda_n L_e \tag{24}$$

$$g_2 = \sin\lambda_n L_h (s\lambda_n \cosh\lambda_n L_b - M sinh\lambda_n L_b) \tag{25}$$

$$g_3 = \cos\lambda_n L_h (\lambda_n \sinh\lambda_n L_b + sM cosh\lambda_n L_b) \tag{26}$$

$$g_4 = \lambda_n sM cos\lambda_n L_Y - \lambda_n M cos\lambda_n L_Y \tag{27}$$

$$g_5 = s\lambda_n^2 \sin\lambda_n L_Y + M^2 \sin\lambda_n L_Y \tag{28}$$

$$g_6 = \lambda_n \sinh\lambda_n L_e + M cosh\lambda_n L_e \tag{29}$$

$$g_7 = \cos\lambda_n L_h (\lambda_n \cosh\lambda_n L_b + sM sinh\lambda_n L_b) \tag{30}$$

$$g_8 = \sin\lambda_n L_h (M cosh\lambda_n L_b - s\lambda_n \sinh\lambda_n L_b) \tag{31}$$

$$g_9 = g_{13} \sinh\lambda_n L_e \tag{32}$$

$$g_{10} = g_{14} \sinh\lambda_n L_b \tag{33}$$

$$g_{11} = g_{14} \cosh\lambda_n L_b \tag{34}$$

$$g_{12} = g_{13} \cosh\lambda_n L_e \tag{35}$$

$$g_{13} = \sin\lambda_n L_Y - \frac{M}{\lambda_n} cos\lambda_n L_Y \tag{36}$$

$$g_{14} = \frac{M}{\lambda_n} cos\lambda_n L_h - \sin\lambda_n L_h \tag{37}$$

고유 함수 Eq. 19가 너무 복잡하여 이 식으로부터 모든 고유 값을 구하는 것이 곤란하므로 첫 번째 고유 값 λ_1은 직접 Eq. 19로부터 incremental search method를 사용하여 구한다음 나머지 고유 값들 λ_n(n=2, 3, 4, …)은 Eq. 38로부터 Newton-Raphson method를 사용하여 구한다[13].

$$\lambda_n = (2\lambda_1 + \lambda_n) - 2(\lambda_1 + \lambda_n)\frac{\tan(\lambda_n L_h)}{\tan(\lambda_1 + L_h) + \tan(\lambda_n L_h)} \quad (38)$$

핀으로부터 열손실은 핀 바닥을 통하여 전도로 들어가는 열전달과 같으며, 다음과 같은 Eq. 39로 표현된다.

$$q = \int_0^{l_h}\left[-k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=l_b}\right] l_w dy - k\phi_f l_w \int_0^{L_h} \frac{\partial\theta}{\partial X}\bigg|_{X=L_b} dY \quad (39)$$

Equation 39를 계산하여 무차원 형태의 열손실로 나타내면 Eq. 40으로 씌어 진다.

$$Q = -\sum_{n=1}^{\infty} N_n H_1 f_n H_2 \quad (40)$$

여기서,

$$H_1 = \sinh\lambda_n L_b + f_n \cosh\lambda_n L_b \quad (41)$$

$$H = \sin\lambda_n L_h + b_n(1 - \cos\lambda_n L_h) \quad (42)$$

2.3 핀 유용도

핀 유용도는 단순 벽면으로부터의 열손실에 대한 핀으로부터의 열손실로 정의되며, 단순 벽면으로부터 온도 분포식 Eq. 43으로 정의된다.

$$\theta_{bw} = \frac{M_f}{M + M_f + MM_f L_b}(1 + ML_b - MX) \quad (43)$$

단순 벽면으로부터의 열손실은 Eq. 44와 같이 주어진다.

$$q_{bw} = -kA\frac{dT}{dx}\bigg|_{x=l_b} = -kl_h l_w \frac{\phi_f}{l_c}\frac{d\theta}{dX}\bigg|_{X=L_b} \quad (44)$$

단순 벽면으로부터의 무차원 열손실은 Eq. 45와 같이 주어진다.

$$Q_{bw} = \frac{q_{bw}}{k\phi_f l_w} = \frac{MM_f L_h}{M + M_f + MM_f L_b} \quad (45)$$

앞서 정의된 핀 유용도는 Eq. 46으로 표현된다.

$$\varepsilon = \frac{Q}{Q_{bw}} \quad (46)$$

3. 1차원 해석적 방법

본 연구의 2차원해석의 복잡한 식들의 정확성을 확인하기 위하여 상대적으로 계산이 간단한 ξ가 1인 경우에 (i.e. 사각핀) 똑 같은 조건하에서 1차원해석을 하여 두 해석으로부터의 열손실을 비교를 보여준다. 이와 같은 1차원해석을 위하여 Fig. 1에서 사각 핀의 경우 (i.e. ξ=1) 1차원 지배방정식은 무차원 형태로 Eq. 47로 나타내어 진다.

$$\frac{d^2\theta}{dX^2} - \frac{2M}{L_h}\theta = 0 \quad (47)$$

무차원 지배방정식 Eq. 47을 풀기 위하여 Eq. 48과 49 두 개의 무차원 경계 조건이 요구된다.

$$\frac{d\theta}{dX}\bigg|_{X=L_b} + \frac{1-\theta|_{X=L_b}}{1/M_f + L_b} = 0 \quad (48)$$

$$\frac{d\theta}{dX}\bigg|_{X=L_e} + M\theta\bigg|_{X=L_e} = 0 \quad (49)$$

여기서 핀 바닥의 경계 조건식 Eq. 48은 2차원해석의 경계조건 Eq. 3과 같으며 핀 끝에서의

경계조건식 Eq. 49는 2차원해석의 경계조건식 Eq. 5와 같음을 주지할 수 있다. 경계 조건식 Eq. 48과 49를 가지고 무차원 지배 방정식 Eq. 47을 풀면 사각 핀 내의 온도분포식 Eq. 50을 얻게 된다.

$$\theta(X) = \frac{f_1(X) + f_2(X)}{C_1 C_2 + C_3 C_4} \tag{50}$$

여기서,

$$f_1(X) = m\cosh\{m(L_e - X)\} \tag{51}$$

$$f_2(X) = M sinh\{m(L_e - X)\} \tag{52}$$

$$C_1 = m\cosh(mL_e) + M sinh(mL_e) \tag{53}$$

$$C_2 = \cosh(mL_b) - m(1/M_f + L_b)\sinh(mL_b) \tag{54}$$

$$C_3 = M cosh(mL_e) + m\sinh(mL_e) \tag{55}$$

$$C_4 = m(1/M_f + L_b)\cosh(mL_b) - \sinh(mL_b) \tag{56}$$

$$m = \sqrt{\frac{2M}{L_h}} \tag{57}$$

핀으로부터의 열손실은 Eq. 58을 이용하여 구할 수 있으며, 이 식을 풀어 정리한 무차원 형태의 열손실은 Eq. 59로 표현된다.

$$q = k l_w l_h \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=l_b} \tag{58}$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{q}{k\varphi_f l_w} \\ &= \sqrt{2ML_h}\,\frac{C_3\cosh(mL_b) - C_1\sinh(mL_b)}{C_1 C_2 + C_3 C_4} \end{aligned} \tag{59}$$

4. 결과 및 고찰

Figure 2는 4개의 핀 바닥 높이에 대하여 핀 길이 변화에 따른 열손실 값의 변화를 나타내고 있다. 핀 길이가 길어짐에 따라 처음에는 급격히 증가하다가 그 후 서서히 증가함을 보여주는데 L_h 값이 작을수록 더 짧은 핀 길이에서 최대값에 빨리 도달함을 보여주고 있다. 따라서 열손실의 증가율의 현저함이 떨어지기 시작하는 (i.e. 최대 열손실의 약90%부터 98%정도) 핀 길이를 최적의 상태로 잡는 것이 바람직함을 알 수 있다. 그림에서 L_h가 각각 0.05, 0.1, 0.2 그리고 0.4일 때 무차원 최대 열손실 값들은 각각 0.0769, 0.1166, 0.1737 그리고 0.2551이다.

Table 1은 ξ=0.5인 기하학적 비대칭 사다리꼴 핀의 형상에서 L_b=0.15, M_f=20인 경우에 최대 열손실에 대한 비, P가 주어졌을 때 최대 열손

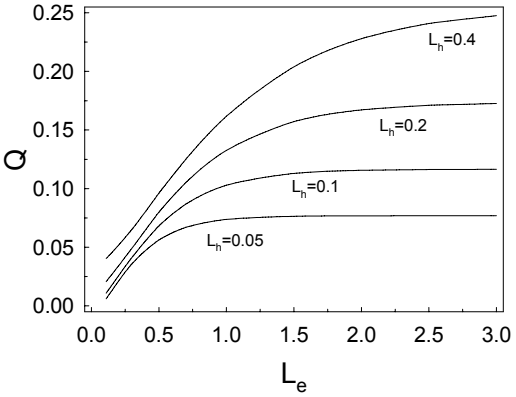

Fig. 2 Heat Loss Versus the Fin Tip Length (L_b =0.1, M=0.1, ξ=0.5, M_f=20)

Table 1. The Ratio of Specific Fin Length to the Fin Length for the Maximum Heat Loss (ξ=0.5, L_b=0.15, M_f=20)

M	Lh	P	$\frac{L \text{ for } P \cdot Q_{max}}{L \text{ for } Q_{max}}(\%)$
0.01	0.15	0.9	23.47
		0.95	29.46
		0.99	43.16
	0.3	0.9	23.21
		0.95	29.13
		0.99	42.85
0.1	0.15	0.9	20.86
		0.95	26.60
		0.99	40.10
	0.3	0.9	20.33
		0.95	25.96
		0.99	39.30

실이 일어나는 핀 길이에 대한 최대 열손실의 주어진 비가 일어나는 핀 길이의 비의 변화를 보여 주고 있다. 이 비에 영향을 주는 변수로는 핀 주위 대류특성계수가 0.01과 0.1, 무차원 핀 바닥높이가 0.15와 0.3을 선택하였다. P값이 0.9에서 0.95로 증가할 때의 비보다 0.95에서 0.99로 증가할 때의 비가 2.3배 이상 되는데 이는 물리적으로 P을 약 0.95 전후에서 최적 값을 잡아주는 것이 바람직하다는 것을 나타낸다. 주어진 M, L_h의 모든 값들에 대하여 최대 열손실의 95%에서 99%로 4%의 열손실을 증가시키기 위하여 (i.e. P의 값을 0.95에서 0.99로 증가시키기 위하여) 핀 길이는 최대 열손실을 위한 핀 길이에 대하여 상대적으로 약 14% 길이가 늘어나는 것을 보여 준다.

Table 2. Comparison of Heat Loss between 1-D and 2-D (L_b=0.1, ξ=1, M_f=20, L_h=0.2)

L_e=0.4			
M	Q for 2-D	Q for 1-D	R.E(%)
0.01	0.007893	0.007895	0.03
0.1	0.070515	0.070673	0.22
0.5	0.240421	0.242402	0.82
L_e=2			
M	Q for 2-D	Q for 1-D	R.E(%)
0.01	0.034181	0.034191	0.03
0.1	0.161389	0.161644	0.16
0.5	0.307173	0.308962	0.58

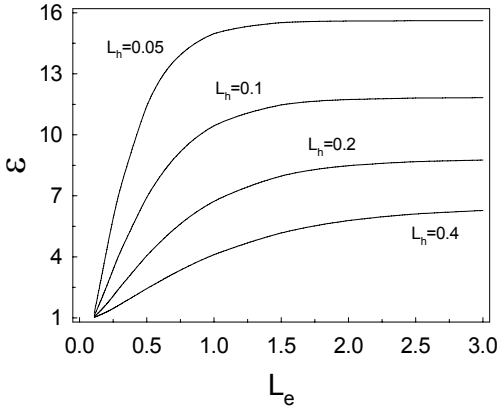

Fig. 3 Fin Effectiveness Versus the Fin Tip Length (L_b=0.1, M=0.1, ξ=0.5, M_f=20)

이미 1차원해석에서 언급 하였듯이 본 연구의 2차원해석의 복잡한 식들의 정확성을 확인하기 위하여 상대적으로 계산이 간단한 ξ가 1인 경우에 (i.e. 사각핀) 똑 같은 조건하에서 1차원해석을 하여 두 해석으로부터의 열손실의 비교를 보여준다. Table 2는 ξ가 1인 사각 핀에서 각각 L_e=0.4와 2인 경우 핀 주위 대류특성계수에 따른 1차원해석과 2차원해석으로 부터의 열손실 변화의 비교를 나열 한다. 주어진 변수들의 범위 내에서 상대오차는 1%이내임을 보여주며 주위 대류특성계수가 증가함에 따라 상대오차는 커짐을 나타낸다. 특히 L_e가 2일 때가 0.4일 때 보다 상대오차가 작아지는 것은 핀 길이가 길수록 상대적으로 핀의 높이가 얇아지기 때문이다.

Figure 3은 4개의 핀 바닥 높이에 대하여 Fig. 2와 같은 조건에서 핀 길이 변화에 따른 핀 유용도의 변화를 나타내고 있다. 핀 길이 변화에 따른 핀 유용도의 변화 경향은 열손실의 변화경향과 거의 같음을 보여 주는데 이는 유용도의 정의에서 보여 지는 바와 같이 핀으로부터 열손실의 값을 핀이 없을 때의 열손실 값으로 나누어 주기 때문이다. 다만, 열손실의 경우와 반대로 유용도는 핀 바닥 높이가 낮을수록 최대값은 크게 나타나고 있음을 보여 주고 있다. 일반적으로 유용도 값은 될 수 있는 한 커야하므로(i.e. $\epsilon \geq 2$) 핀 유용도 값이 큰, 즉, 핀 바닥 높이가 낮고, 핀 길이가 길 때 유용도의 측면으로 볼 때 최적의 상태로 잡는 것이 바람직함을 알 수 있다.

Figure 4는 내부유체 대류특성계수의 변화에 따른 최적 열손실, 유용도 그리고 핀 길이 변화를 보여 준다. 여기서 OV는 Optimum Value의 약자로 표기하였으며 위첨자 *는 각 값들의 최적값을 의미한다. 내부유체 대류특성계수 값이 작을 때 최적 값들의 변화는 작은 M_f값에서는 M_f값이 증가함에 따라 최적 값들의 변화가 현저하나 M_f값이 커짐에 따라 그에 따른 최적 값들의 변화는 줄어들음을 보여준다. 전체적으로 M이 0.05일 경우에는 최적 유용도가, M이 0.2일

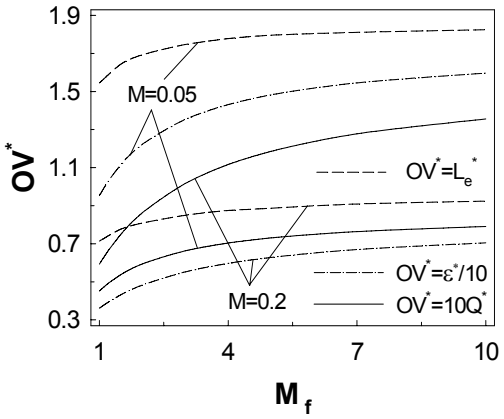

Fig. 4 Optimum Values Versus Inner Fluid Convection Characteristic Number(L_b=0.1, ξ=0.5, L_h=0.1)

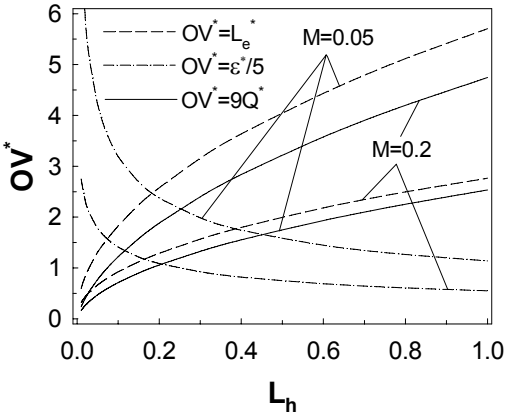

Fig. 6 Optimum Values Versus the Fin Base Height (M_f=10, ξ=0.5, L_b=0.1)

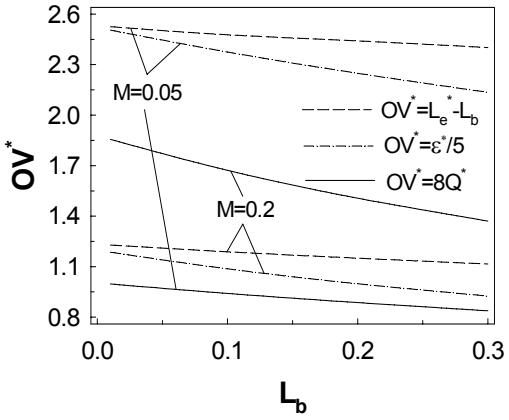

Fig. 5 Optimum Values Versus the Fin Base Thickness (M_f=10, ξ=0.5, L_h=0.2)

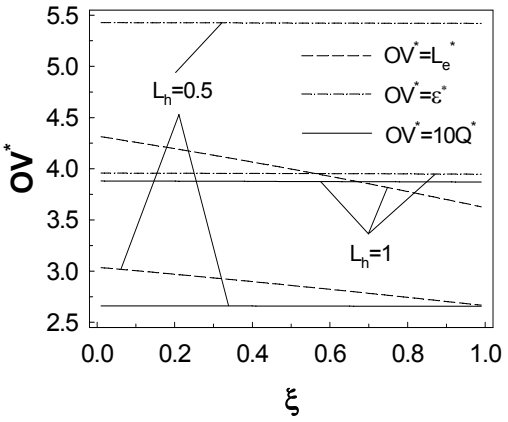

Fig. 7 Optimum Values Versus the Fin Shape Factor (M_f=10, M=0.1, L_b=0.1)

경우에는 최적 열손실이 M_f의 변화에 따라 변화가 현저함을 보여 준다.

Figure 5는 핀 바닥 두께의 변화에 따른 최적 열손실, 유용도 그리고 핀 길이 변화를 보여 준다. 세 개의 최적 값들은 핀 바닥 두께가 두꺼워짐에 따라 모두가 선형적으로 감소하는 것을 보여 주고 있다. 핀 바닥 두께가 두꺼워짐에 따라 최적 열손실의 감소 경향은 핀 주위 대류특성계수 M이 0.2에서는 현저하나 M이 0.05에서는 상대적으로 작음을 나타낸다. 핀 바닥 두께 증가에 따른 최적 유용도의 변화는 최적 열손실의 변화와 반대로 M이 0.05에서는 현저함을 보여 준다. 최적 핀 길이는 M이 0.05나 0.2에서 모두 핀 바닥 두께의 변화에 따라 서서히 감소하는 것을 보여 준다.

Figure 6은 핀 바닥 높이의 변화에 따른 최적 열손실, 유용도 그리고 핀 길이 값들의 변화를 보여 준다. 핀 바닥 높이가 높아짐에 따른 최적 열손실과 핀 길이 변화는 지속적으로 증가하는 반 면 최적 유용도는 처음에는 급격히 감소하다 그 이후 서서히 감소함을 보여 준다.

Figure 7은 핀 형상계수 변화에 따른 최적 열손실과 유용도 그리고 핀 길이 변화를 보여 준다. 핀 형상 계수가 증가함에 따라(i.e. 비대칭 삼

Table 3. The Variation of ε and Q as a Function of ξ (L_b=0.1, M_f=20, M=0.1, L_h=0.25)

L_e=1.5			L_e=1	
ξ	ε	Q	ε	Q
0.01	3.199113	0.078796	5.573967	0.137290
0.25	3.297788	0.081226	5.663808	0.139503
0.5	3.422327	0.084294	5.763408	0.141956
0.75	3.571707	0.087973	5.868659	0.144548
0.99	3.739335	0.092102	5.974335	0.147151

각 핀으로부터 사다리꼴 핀을 거쳐 사각 핀으로 변함에 따라) 최적 열손실과 유용도는 거의 변화가 없는 반면 최적 핀 길이는 선형적으로 감소함을 보여 준다. 이와 같이 최적 열손실과 유용도의 변화가 거의 없는 것은 최대 열손실이 핀 길이가 매우 길 때 발생하며 물리적으로 이와 같이 핀 길이가 매우 길 때는 핀의 형상이 열손실 값과 유용도에 큰 영향을 주지 못함을 의미한다. 핀 바닥 높이가 0.5에서 1로 변해도 핀 형상 계 수의 변화에 따른 각각의 최적 값들의 변화 경향은 같음을 알 수 있다.

Figure 7에서 나타난 바와 같이 핀 길이가 아주 길 때는 핀의 형상계수가 열손실과 유용도에 미치는 영향이 미미하지만 핀 길이가 짧을 때에는 핀의 형상계수가 열손실과 유용도에 미치는 영향이 작지 않다. 이를 보여주기 위하여 Table 3에서 L_e=1.5와 1일 때 형상계수가 변화에 따른 유용도와 열손실의 변화를 나열한다. 핀 형상계수가 커짐에 따라 유용도와 열손실 모두 증가하며 L_e=1.5일 때보다 핀 길이가 짧은 L_e=1일 때가 유용도와 열손실의 변화가 더 현저함을 보여주고 있다.

Figure 8은 핀 주위 대류 특성계수의 변화에 따른 최적 열손실, 유용도 그리고 핀 길이 값들의 변화를 보여 준다. 최적 열손실은 처음에는 급격히 증가하고 그 이후에도 지속적으로 증가하는 반면 최적 핀 길이와 유용도는 작은 M값에서 급격히 감소하다 M값이 증가함에 따라 서서히 감소율이 미미해짐을 보여주고 있다.

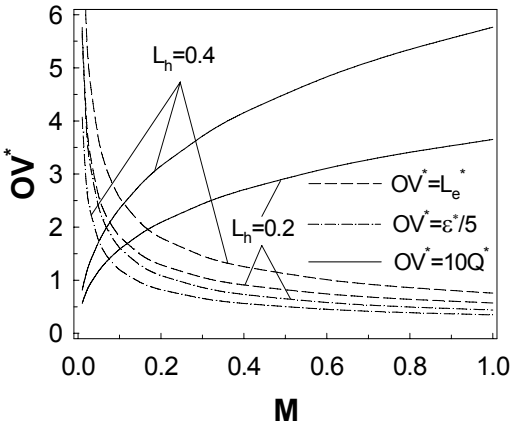

Fig. 8 Optimum Values Versus the Ambient Convection Characteristic Number(M_f=10, ξ=0.5, L_b=0.1)

5. 결　론

앞에서의 결과 및 고찰로부터 비대칭 사다리꼴 핀에 대한 최적 열손실, 유용도 그리고 핀 길이의 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1) 핀 바닥 높이 값이 작을수록 더 짧은 핀 길이에서 최대값에 빨리 도달함을 보여주며, 열손실 증가율의 현저함이 떨어지기 시작하는(i.e. 최대 열손실의 약90%부터 98%정도)핀 길이를 최적의 상태로 잡는 것이 바람직함을 알 수 있다.

2) 유용도는 핀 바닥 높이가 낮을수록 최대값은 크게 나타나고 있음을 보여 주며, 일반적으로 핀 유용도 값이 큰, 즉, 핀 바닥 높이가 낮고, 핀 길이가 길 때 유용도의 측면으로 볼 때 최적의 상태로 잡는 것이 바람직함을 알 수 있다.

3) 핀 바닥 두께가 두꺼워짐에 따라 최적 열손실은 감소하는 경향이 나타며, 최적 유용도의 변화는 최적 열손실의 변화와 반대로 현저함을 보여 준다. 최적 핀 길이는 핀 바닥 두께의 변화에 따라 서서히 감소하는 것을 보여 준다.

4) 핀 바닥 높이가 높아짐에 따른 최적 열손실과 핀 길이 변화는 지속적으로 증가하는 반면 최적 유용도는 처음에는 급격히 감소하다 점점 감소 비율이 작아짐을 보여 주고 있다.

5) 최적 열 손실과 유용도는 핀 형상계수의 변화에 독립적으로 보이는 반면 최적 핀 길이는 핀 형상계수가 증가함에 따라 거의 선형적으로 감소함을 보여주고 있다.

참 고 문 헌

1. Park, P. W. and Choi, D. H., "Shape Optimization of a Plate-Fin Type Heat Sink with Triangular-Shaped Vortex Genertor," KSME International Journal, Vol. 18, No. 9, 2004, pp.1590-1603
2. Kundu, B. and Das, P. K., "Performance and Optimum Design Analysis of Convective Fin arrays attached to Flat and Curved Primary Surfaces," Int. J. Refrigeration, Vol. 32, No. 3, 2009, pp.430-443
3. Razels Panagiotis and Krikkis Rizos, N., "The Optimum Design of Radiating and Convective-Radiating Circular Fins," Heat Transfer Engineering, Vol. 24, No. 3, 2003, pp.17-41
4. Li Ping and Kim, K. Y., "Design Optimization of Pin-Fin Shape to Enhance Heat Transfer," Department of Mechanical Engineering, 2005, pp.185-190
5. Park, K. W. and Oh, P. K. and Lim, H. J, "Optimum Design of a Pin-Fins Type Heat Sink Using CFD and Mathematical Optimization," International Journal of Air-Conditioning and Refrigeration, Vol. 13, No. 2, 2005, pp.71-82
6. Laror, K. and Kalman, H., "The Effect of Tip Convection on the Performance and Optimum Dimension of Cooling Fins," Heat Mass Transfer, Vol. 19, 1992, pp.359-362
7. Kang, H. S., "The Effect of Inside and Outside Fluids on the Optimization of a Reversed Trapezoidal Fin," Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers, Vol. 11, No. 5, 2007, pp.14-22
8. Kundu, B. and Das, P. K., "Performance Analysis and Optimization of Elliptical Fins Circumscribing a Circular Tube," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 50, 2007, pp.173-180
9. Casarosa, C. and Franco, A., "On the Optimum Thermal Design of Individual Longitudinal Fins with Rectangular Profile," Heat Transfer Engineering, Vol. 22, No. 1, 2001, pp.51-71
10. Kang, H. S., "Optimization of a Pin Fin With Variable Base Thickness," ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 132, 2010, pp.034501-1~4
11. Kundu, B. and Bhanja, B., "An analytical prediction for performance and optimum design analysis of porous fins," International Journal of Refrigeration, Vol. 34, 2011, pp.337-352
12. Kang, H. S. and Look, D. C., Jr., "Optimization of Thermally and Geometrically Asymmetric Trapezoidal Fins," AIAA J. of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 18, No. 1, 2004, pp.52-57
13. Kang, H. S., "Analysis of a Reversed Trapezoidal Fin using a 2-D Analytic Method," J. of the Korean Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 14, No. 3, 2010, pp.151-161