

퍼지-슬라이딩모드 제어를 이용한 외바퀴 로봇의 자세제어 및 방향제어

Attitude and Direction Control of the Unicycle Robot Using Fuzzy-Sliding Mode Control

이재오, 한성익, 한인우, 이석인, 이장명*
(Jae-Oh Lee¹, Seong-Ik Han¹, In-Woo Han¹, Seok-In Lee¹, and Jangmyung Lee¹)

¹Pusan National University

Abstract: This paper proposes an attitude and direction control of a single wheel balanced robot. A unicycle robot is controlled by two independent control laws: the mobile inverted pendulum control method for pitch axis and the reaction wheel pendulum control method for roll axis. It is assumed that both roll dynamics and pitch dynamics are decoupled. Therefore the roll and pitch dynamics are obtained independently considering the interaction as disturbances to each other. Each control law is implemented by a controller separately. The unicycle robot has two DC motors to drive the disk for roll and to drive the wheel for pitch. Since there is no force to change the yaw direction, the present paper proposes a method for changing the yaw direction. The angle data are obtained by a fusion of a gyro sensor and an accelerometer. Experimental results show the performance of the controller and verify the effectiveness of the proposed control algorithm.

Keywords: unicycle robot, balancing robot, fuzzy logic, sliding mode control, attitude control

I. 서론

이 논문은 외바퀴 형태의 로봇의 자세제어와 방향제어에 대해서 다룬다. 본 논문에서 외바퀴 로봇은 Mobile Inverted Pendulum 형태의 Pitch 축 제어와 Reaction Wheel Pendulum 형태의 Roll 축 제어를 통해서 구현된다. 로봇몸체의 각도 데이터는 자이로 센서와 가속도센서 데이터를 퓨전하여 사용했다. 제어기는 퍼지 슬라이딩 제어를 적용한다.

외바퀴 로봇에 관한 연구는 80년대부터 미국과 일본에서 연구가 진행되고 있다. 1987년 Stanford대학의 A. Schoonwinkel은 처음으로 자신의 박사논문에 인간형 외바퀴 로봇의 동적 모델을 제시하고 선형화 후 최적 제어방법으로 구현했다[1].

1997년 Tokyo대학의 Yamafuji 교수는 외바퀴 로봇을 상단의 틸테이블과 하단의 회전바퀴 형태의 동적모델로 제시하고 간략화 했다. 제어기는 PI제어를 사용했다[2].

2005년 Chiba대학의 Minh-Quan DAO와 Kang-Zhi LIU에 의해서 연구된 외바퀴 로봇은 두개의 자이로스코프를 액추에이터로 이용 Roll 균형을 잡고 하단의 회전바퀴를 이용 Pitch 균형을 잡는다. 이 때 자이로스코프에 의해 발생하는 Yaw 방향 회전토크는 서로 상쇄되도록 각각 반대방향으로 회전한다. Lagrange 방법으로 동적 모델을 얻고 계인-스케틀링 강인 제어 방법을 사용했다[3].

본 연구실에서도 지난 몇 년 외바퀴 로봇에 대한 연구를

진행해왔다. 하지만 기존의 연구에서 제안한 외바퀴 로봇의 동역학 모델은 너무 복잡하여 제어를 설계하기가 까다로운 문제가 있었다[4]. 따라서 이 논문에서는 동역학 모델의 간략화를 통해서 제어기설계의 간략화를 제안한다. 우선 외바퀴 로봇의 동역학모델을 Roll 축과 Pitch 축 모델이 상호 디커플링 되어있다고 가정한다. 그 후 Pitch 축은 Inverted Pendulum 형태로 Roll 축은 Reaction Wheel Pendulum 형태로 각각 모델링 한다. 이 과정에서 Roll과 Pitch 축의 커플링 항들은 각각 상대모델의 외란으로 간주하고 이를 극복하기 위해 각각의 모델에 대하여 외란에 강인한 슬라이딩 모드 제어를 제어모델로 제시한다. 외바퀴 로봇은 Pitch 제어용 DC 모터, Roll 제어용 DC 모터 각각 1개가 사용되었다. 2 축 자이로센서와 3 축 가속도 센서를 사용해서 로봇의 각도 정보를 얻는다. 외바퀴 로봇의 방향제어를 위해서 이전의 논문의 경우 로봇 내부에 Yaw 축을 중심으로 질량체를 회전하고 그 Reaction Force 를 이용한 방향제어방법이 소개 되었다[5]. 하지만 이 경우 질량체의 회전이 진동문제를 일으키고 이는 로봇의 자세제어에 심한 외란으로 작용했다. 이를 피하기 위해 이 논문에서는 Under Actuated 상태에서 Yaw 축 방향제어를 위한 운동학 모델을 적용한다.

본 논문은 II 장에서 외바퀴 로봇의 동역학 모델을 라그랑지 방법으로 유도하고 방향제어 모델을 제시한다. III 장에서 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 설계한다. IV 장에서는 실제 실험을 통해 이를 검증하고 V 장에서 결론을 맺도록 구성된다.

II. 모델

본 장에서는 라그랑지 방법을 이용하여 외바퀴 로봇의 동역학 모델을 유도하고 로봇의 방향제어를 위한 모션 운동학을 제시한다. 그림 1과 같이 외바퀴 로봇은 원판 회전자, 로

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2011. 7. 12., 수정: 2011. 11. 9., 채택확정: 2012. 1. 25.

이재오, 한성익, 한인우, 이석인, 이장명: 부산대학교 전자전기공학부 (jaeoh2@pusan.ac.kr/skhan@pusan.ac.kr/supergksdn@pusan.ac.kr/bszsk0@pusan.ac.kr/jmlee@pusan.ac.kr)

※ 본 연구는 지식경제부 융복합형 로봇인력양성 “특수환경 Navigation/Localization 로봇기술연구센터” 지원사업의 연구결과로 수행되었음(NIPA-2011-C7000-1001-0004).

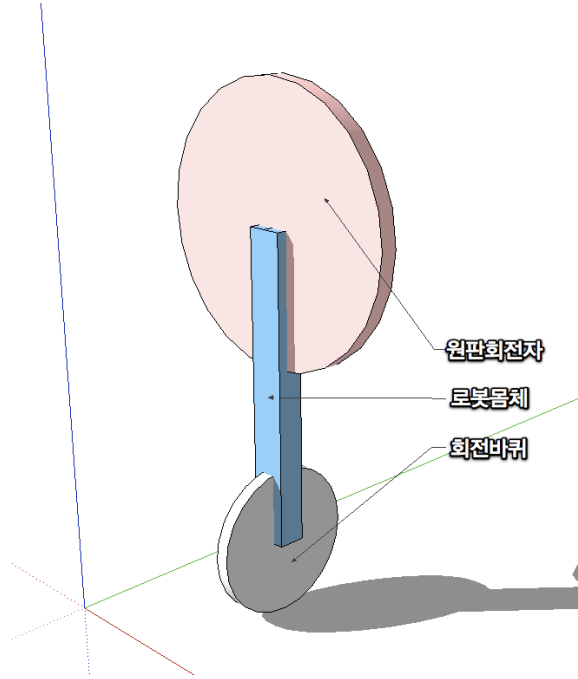


그림 1. 외바퀴 로봇의 모델.
Fig. 1. Model of the unicycle robot.

봇몸체, 회전바퀴로 구성된다. m_d 는 원판 회전자의 질량, m_b 는 로봇 몸체의 질량, m_w 는 회전바퀴의 질량을 나타낸다. 로봇의 실제 파라미터는 표 3에 나타나있다.

1. Roll 동역학 모델

Roll 동역학 모델의 경우 회전바퀴와 로봇몸체를 하나의 질량체로 간주하고 Reaction Wheel Pendulum 형태로 모델링했다[6].

그림 2와 같이 로봇의 좌표축을 설정한다. 여기서 L_2 는 바닥에서 원판 회전자의 중심까지의 거리, L_{br} 은 바닥에서 회전바퀴와 로봇몸체를 합한 질량의 질량중심까지의 거리이다. R_p 은 원판 회전자의 반지름, θ_b 는 로봇의 Roll 회전변위, θ_w 는 원판회전자의 회전변위를 의미한다. 로봇몸체의 무게 m_b 와 회전바퀴의 무게 m_w 를 합한 질량을 m_{br} 이라 둔다.

라그랑지 방정식을 이용하기 위해 위치벡터를 설정한다. 원점에서 원판회전자 중심까지의 위치벡터 \vec{r}_2 , 원점에서 무게중심까지의 위치벡터 \vec{r}_1 은

$$\vec{r}_1 = L_{br} \sin \theta_b \vec{i} + L_{br} \cos \theta_b \vec{j} \tag{1-a}$$

$$\vec{r}_2 = L_2 \sin \theta_b \vec{i} + L_2 \cos \theta_b \vec{j} \tag{1-b}$$

이다. 로봇의 운동 에너지 T 는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} m_{br} (\dot{\vec{v}}_1 \cdot \dot{\vec{v}}_1) + \frac{1}{2} m_d (\dot{\vec{v}}_2 \cdot \dot{\vec{v}}_2) + \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}_b^2 + \frac{1}{2} J_d (\dot{\theta}_b + \dot{\theta}_d)^2 \cos \theta_b \tag{2}$$

여기서 $\dot{\vec{v}}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$ 이다. J_d 는 원판회전자의 회전관성, J_b 는 로봇몸체와 회전바퀴의 회전관성이다.

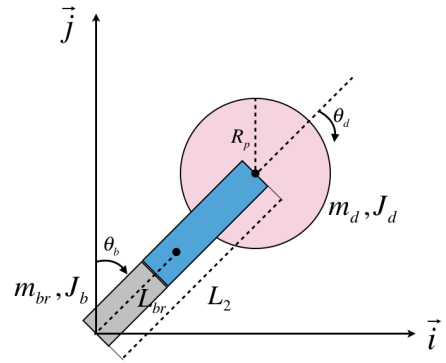


그림 2. 외바퀴 로봇의 roll 축 모델.
Fig. 2. Model of the unicycle robot for roll.

위치에너지 V 는 다음과 같다.

$$V = m_{br} g L_{br} \cos \theta_b + m_d g L_2 \cos \theta_b \tag{3}$$

이를 통해 라그랑지안(Lagrangian) L 을 구해보면

$$L = T - V = \frac{1}{2} m_{br} (\dot{\vec{v}}_1 \cdot \dot{\vec{v}}_1) + \frac{1}{2} m_d (\dot{\vec{v}}_2 \cdot \dot{\vec{v}}_2) + \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}_b^2 + \frac{1}{2} J_d (\dot{\theta}_b + \dot{\theta}_d)^2 \cos \theta_b - m_{br} g L_{br} \cos \theta_b - m_d g L_2 \cos \theta_b \tag{4}$$

와 같다. 다음과 같은 라그랑지(Lagrange) 방정식

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \tau_q \quad \text{where, } \mathbf{q} = [\theta_b \quad \theta_d]^T \tag{5}$$

에 대입하여 정리하면, Roll 동역학은 다음과 같다.

$$(J_b + L_{br}^2 m_{br} + L_2^2 m_d) \ddot{\theta}_b - g(L_{br} m_{br} + L_2 m_d) \sin \theta_b = -\tau_r \tag{6-a}$$

$$J_d \ddot{\theta}_d = \tau_r \tag{6-b}$$

여기서 τ_r 는 원판회전자의 모터에 의해서 발생하는 토크이며 Pendulum에 작용하는 토크는 그와 크기는 같고 방향은 반대인 토크로 작용한다.

2. Pitch 동역학 모델

Pitch 동역학 모델의 경우 원판회전자와 로봇몸체를 하나의 질량체로 간주하고 Inverted Pendulum 형태로 모델링 했다 [7].

그림 3과 같이 로봇의 좌표축을 설정한다. L 은 회전바퀴의 중심에서 원판회전자와 로봇몸체를 합한 질량중심까지의 거리이다. R_w 는 회전바퀴의 반지름, θ 는 회전바퀴의 회전 변위, ψ 는 로봇의 Pitch 축 회전변위를 의미한다. m_w 는 회전바퀴의 질량, m_{bp} 는 로봇몸체와 원판회전자를 합한 질량을 의미한다.

원점에서 회전바퀴 중심까지 위치벡터 \vec{r}_1 , 원점에서 m_{bp} 무게중심까지의 위치벡터 \vec{r}_2 는

$$\vec{r}_1 = R_w \theta \vec{i} + R_w \vec{j} \tag{7-a}$$

$$\vec{r}_2 = (R_w \theta + L \sin \psi) \vec{i} + (R_w + L \cos \psi) \vec{j} \tag{7-b}$$

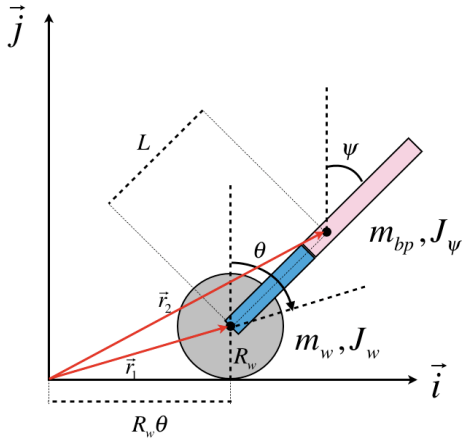


그림 3. 외바퀴 로봇의 Pitch 축 모델.
Fig. 3. Model of the unicycle robot for pitch.

이다. 로봇의 운동 에너지 T 는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2}m_w(\dot{v}_1 \cdot \dot{v}_1) + \frac{1}{2}m_{bp}(\dot{v}_2 \cdot \dot{v}_2) + \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_p\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta} - \dot{\psi})^2 \quad (8)$$

여기서 $\dot{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$ 이다. J_w 는 회전바퀴의 회전관성, J_p 는 로봇몸체와 원판회전자의 회전관성, J_m 은 모터 전기자의 회전관성이다. n 은 모터의 기어비율이다.

위치에너지 V 는 다음과 같다.

$$V = m_w g R_w + m_{bp} g (R_w + L \cos \psi) \quad (9)$$

이를 통해 라그랑지안(Lagrangian) L 을 구해보면

$$L = T - V = \frac{1}{2}m_w(\dot{v}_1 \cdot \dot{v}_1) + \frac{1}{2}m_{bp}(\dot{v}_2 \cdot \dot{v}_2) + \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_p\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta} - \dot{\psi})^2 - m_w g R_w - m_{bp} g (R_w + L \cos \psi) \quad (10)$$

와 같다.

다음과 같은 라그랑지(Lagrange) 방정식

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \tau_q \quad \text{where } \mathbf{q} = [\theta \quad \psi]^T \quad (11)$$

에 대입하여 정리하면, 동역학 식은 다음과 같다.

$$J_1 \ddot{\theta} + J_3 \dot{\psi} + L m_{bp} R_w \sin \psi \dot{\psi}^2 = -\tau_p \quad (12-a)$$

$$J_2 \ddot{\psi} + J_4 \dot{\theta} - g L m_{bp} \sin \psi = \tau_p \quad (12-b)$$

여기서 $J_1 = J_w + J_m n^2 + (m_w + m_{bp}) R_w^2$, $J_2 = L m_{bp} R_w \cos \psi - J_m n^2$, $J_3 = L m_{bp} R_w \cos \psi - J_m n^2$, $J_4 = J_p + L^2 m_{bp} + J_m n^2$ 이다.

τ_p 는 회전바퀴의 모터에 의해서 발생하는 토크이며 Pendulum에 작용하는 토크는 그와 크기는 같고 방향은 반대인 토크로 작용한다.

3. 모션 운동학 모델

실험에 사용된 외바퀴는 Roll 제어용 DC 모터, Pitch 제어용 DC 모터로만 구성이 되어있다. 따라서 Yaw 제어를 위한 구동원이 없다. 이 논문에서는 로봇의 방향제어를 위해 Nakajima의 모션운동학 모델을 적용한다[8]. 우선 그림 4의 Nakajima의 모델을 살펴보면 로봇의 회전바퀴가 럭비공 모양으로 바퀴 곡면의 중심점 O 의 위치가 로봇의 무게 중심 G 보다 위쪽에 있도록 설계되었다. 그렇기 때문에 로봇은 기울어진 상태에서도 외력 없이 서있을 수 있다. 여기서 R 은 바퀴 곡면에 대한 반지름, r 은 회전바퀴의 반지름이다.

하지만 이 논문에 사용된 외바퀴는 일반적인 형태의 회전바퀴를 사용한다. 이는 로봇의 무게중심 G 의 위치가 바퀴 곡면의 중심점 O 보다 위쪽에 있는 구조이다. 따라서 기울어진 상태를 유지하기 위해서는 지속적인 외력이 필요하게 된다. 그림 5는 외바퀴의 회전바퀴의 운동학 모델을 나타낸다. 여기서 v 는 로봇의 병진운동 속도, ω 는 로봇이 회전운동을 할 때의 각속도, α 는 Roll 각도이다. P 는 바퀴와 지면의 접촉지점이다. 그림 5로부터 a, b 의 값을 구해보면

$$\begin{aligned} a &= r - R(1 - \cos \alpha) \\ b &= \frac{a}{\sin \alpha} \end{aligned} \quad (13)$$

이다. 그림 5에서 반지름이 b 인 원의 접선속도 v 에 대해서 정리해보면

$$\omega = \frac{v}{b} \quad (14)$$

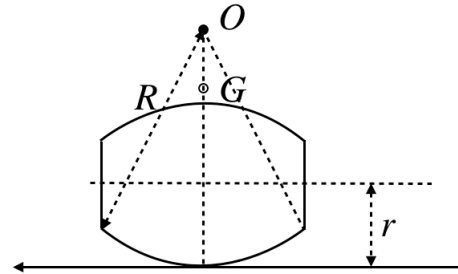


그림 4. Nakajima의 운동학 모델.
Fig. 4. Nakajima's kinematics model.

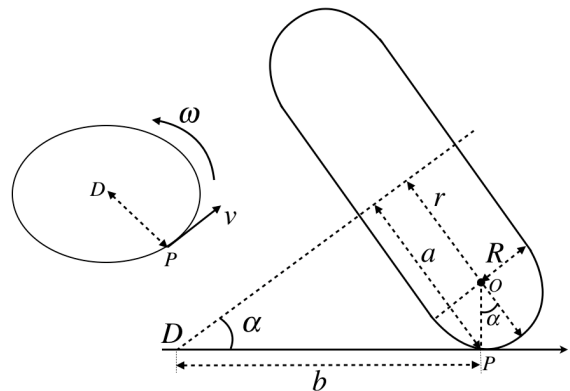


그림 5. 회전바퀴의 운동학 모델.
Fig. 5. Motion kinematics for the wheel.

이다. 식 (14)에 식 (13)을 대입하고 정리하면 ω 와 α 의 대한 식을 얻을 수 있다.

$$\omega = \alpha \cdot \frac{r}{v} \quad (15)$$

이다. 여기서 α 값은 0도 에서 ± 3 도에 한해서 움직인다고 가정하고 $\cos \alpha \cong 1, \sin \alpha \cong \alpha$ 로 선형화 한 후 정리했다.

III. 제어기 설계

이 장에서는 II 장에서 유도한 Roll 동역학과 Pitch 동역학에 대해 제어기를 각각 따로 설계하고 각각의 독립된 제어기를 외바퀴 로봇에 동시에 적용을 시킨다. Roll 축과 Pitch 축에 적용하기 위한 제어기로서 퍼지 슬라이딩 제어기를 제시한다. Roll 축과 Pitch 축의 퍼지 슬라이딩 제어기 구조는 동일하며 블록다이어그램은 그림 6과 같다.

1. Roll 축 슬라이딩 모드 제어기 설계

퍼지 슬라이딩 제어기를 설계하기 앞서 슬라이딩 모드 제어기를 설계하기 위해 슬라이딩 표면을 식 (16)과 같이 설정한다.

$$s(t) = k_1 e(t) + \dot{e}(t) \quad (16)$$

여기서 k_1 은 상수이다. $e(t)$ 는 실제 값과 기준입력간의 오차이며 식 (17)과 같이 설정한다. θ_b 는 Roll 회전변위, θ_{ref} 는 기준입력이다.

$$e(t) = \theta_b(t) - \theta_{ref}(t) \quad (17)$$

우선 등가제어입력 u_{eq} 을 구하기 위해서 식 (16)으로부터 \dot{s} 항을 구한다

$$\begin{aligned} \dot{s} &= k_1 \dot{e} + \ddot{e} \\ &= k_1 \dot{e} - \ddot{\theta}_{ref} + \ddot{\theta}_b \\ &= k_1 \dot{e} - \ddot{\theta}_{ref} + \frac{1}{Den_r} (g(L_{br} m_{br} + L_2 m_d) \sin \theta_b - \tau_r) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $\ddot{\theta}_b$ 는 식 (6)으로부터 얻을 수 있고, $Den_r = J_b + L_{br}^2 m_{br} + L_2^2 m_d$ 이다. 슬라이딩 모드 제어기의 상태변수인 $e(t)$ 와 $\dot{e}(t)$ 를 0으로 보내는 제어입력은 $\dot{s} = 0$ 일 때의 제어입력이므로 등가제어입력 u_{eq} 는 다음과 같다[9].

$$u_{eq} = k_1 \dot{e} - \ddot{\theta}_{ref} + \frac{1}{Den_r} g(L_{br} m_{br} + L_2 m_d) \sin \theta_b \quad (19)$$

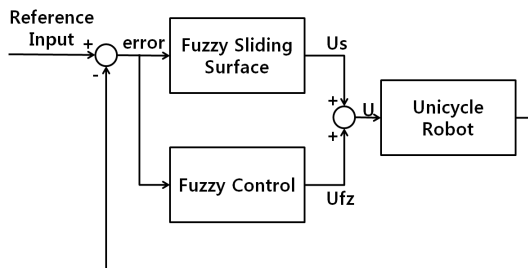


그림 6. 퍼지 슬라이딩 모드 제어기 블록도.
Fig. 6. Block diagram of fuzzy sliding mode controller.

그 후 제어입력 u 를 다음과 같이 설정한다.

$$u = u_{eq} + \gamma_1 \cdot \text{sgn}(s) \quad (20)$$

여기서 $\gamma_1 > 0$ 이다. $\text{sgn}(s)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} -1 & \text{if } s < 0 \\ 1 & \text{if } s > 0 \end{cases} \quad (21)$$

Lyapunov 함수 V 를 다음과 같이 설정하고 제어입력 u 를 $\dot{V} = s\dot{s}$ 에 대입하고 정리해보면

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} s^2 \\ \dot{V} &= s\dot{s} \\ &= s \left[k_1 \dot{e} - \ddot{\theta}_{ref} + \frac{1}{Den_r} g(L_{br} m_{br} + L_2 m_d) \sin \theta_b \right. \\ &\quad \left. - \left(k_1 \dot{e} - \ddot{\theta}_{ref} + \frac{1}{Den_r} g(L_{br} m_{br} + L_2 m_d) \sin \theta_b \right) \right. \\ &\quad \left. - \gamma_1 \cdot \text{sgn}(s) \right] \\ &= s \cdot -\gamma_1 \frac{|s|}{s} \leq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

따라서 제어입력을 식 (20)과 같이 설정하면 $\dot{V} = s\dot{s} \leq 0$ 조건을 만족하고 시스템의 상태궤적은 항상 $s = 0$ 인 슬라이딩 표면으로 이동하게 된다[10].

2. Pitch 축 슬라이딩 모드 제어기 설계

슬라이딩 표면을 다음과 같이 설정한다.

$$s(t) = k_2 e(t) + \dot{e}(t) \quad (23)$$

여기서 k_2 는 상수이다. $e(t)$ 는 식 (24)와 같이 설정한다. 여기서 ψ 는 로봇의 Pitch 회전변위, ψ_{ref} 는 기준 입력이다.

$$e(t) = \psi(t) - \psi_{ref}(t) \quad (24)$$

우선 등가제어입력 u_{eq} 를 구하기 위해서 \dot{s} 항을 구한다

$$\begin{aligned} \dot{s} &= k_2 \dot{e} + \ddot{e} \\ &= k_2 \dot{e} - \ddot{\psi}_{ref} + \ddot{\psi} \end{aligned} \quad (25)$$

식 (12)로부터 $\ddot{\psi}$ 를 구하면

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} &= \frac{1}{Den_p} \left[- (J_w + m_w R_w^2 + m_{bp} R_w^2 + L m_{bp} R_w \cos \psi) \tau_p \right. \\ &\quad \left. + g (J_w L m_{bp} + J_m L m_{bp} n^2 + L m_w m_{bp} R_w^2 + L m_{bp}^2 R_w^2) \sin \psi \right. \\ &\quad \left. - L m_{bp} R_w (-J_m n^2 + L m_{bp} R_w \cos \psi) \sin \psi / \psi^2 \right] \end{aligned} \quad (26)$$

여기서

$$\begin{aligned} Den_p &= J_w L^2 m_{bp} + J_m J_w n^2 + J_m L^2 m_{bp} n^2 + L^2 m_w m_{bp} R_w^2 + L^2 m_{bp}^2 R_w^2 \\ &\quad + J_m m_w n^2 R_w^2 + J_m m_{bp} n^2 R_w^2 + J_w (J_w + J_m n^2 + (m_w + m_{bp}) R_w^2) \\ &\quad + 2 J_m L m_{bp} n^2 R_w \cos \psi - L^2 m_{bp}^2 R_w^2 \cos^2 \psi \end{aligned}$$

이다. 슬라이딩 모드 제어기의 상태변수인 $e(t)$ 와 $\dot{e}(t)$ 을 0으로 보내는 제어입력은 $\dot{s} = 0$ 일 때의 제어입력이므로 등가

제어입력 u_{eq} 는 다음과 같다.

$$u_{eq} = \frac{Den_p}{\alpha} (k_2 \dot{e} - \ddot{\psi}_{ref}) + \frac{1}{Den_p} g (J_w Lm_{b_p} + J_m Lm_{b_p} n^2 + Lm_w m_{b_p} R_w^2 + Lm_{b_p}^2 R_w^2) \sin \psi - \frac{1}{Den_p} Lm_{b_p} R_w (-J_m n^2 + Lm_{b_p} R_w \cos \psi) \sin \psi \dot{\psi}^2 \quad (27)$$

여기서 $\alpha = J_w + m_w R_w^2 + m_{b_p} R_w^2 + Lm_{b_p} R_w \cos \psi$ 이다.

그 후 제어입력 u 를 다음과 같이 설정한다.

$$u = u_{eq} + \gamma_2 \cdot \text{sgn}(s) \quad (28)$$

여기서 $\gamma_2 > 0$ 이다. Lyapunov 함수 V 를 다음과 같이 설정하고 제어입력 u 를 $\dot{V} = s\dot{s}$ 에 대입하고 정리해보면

$$V = \frac{1}{2} s^2$$

$$\dot{V} = s\dot{s}$$

$$= s \left(k_2 \dot{e} - \ddot{\psi}_{ref} + \frac{1}{Den_p} \left[- (J_w + m_w R_w^2 + m_{b_p} R_w^2 + Lm_{b_p} R_w \cos \psi) \tau_p + g (J_w Lm_{b_p} + J_m Lm_{b_p} n^2 + Lm_w m_{b_p} R_w^2 + Lm_{b_p}^2 R_w^2) \sin \psi - Lm_{b_p} R_w (-J_m n^2 + Lm_{b_p} R_w \cos \psi) \sin \psi \dot{\psi}^2 \right] \right)$$

$$= s \cdot -\gamma_2 \frac{|s|}{s} \leq 0 \quad (29)$$

따라서 제어입력을 식 (28)과 같이 설정하면 $\dot{V} = s\dot{s} \leq 0$ 조건을 만족하고 시스템의 상태궤적은 항상 $s = 0$ 인 슬라이딩 표면으로 이동하게 된다.

3. 퍼지 슬라이딩 모드 제어기 설계

이 섹션에서는 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 소개한다[11]. 만일 앞에서 소개한 슬라이딩 모드 제어기의 등가제어입력 u_{eq} 을 정확하게 얻을 수 있다면 최적슬라이딩 모드 제어를 쉽게 설계할 수 있다. 하지만 모델링 과정에서 생략된 시스템의 커플링 된 항들, 시스템에 존재하는 알 수 없는 마찰, 외란 등 시스템에 존재하는 불확실성 때문에 시스템의 등가 제어입력을 정확히 얻기 어렵다. 따라서 이러한 모델링하기 힘든 시스템함수를 퍼지추론시스템을 이용하여 대체한다면 실제에 가까운 등가제어입력을 얻을 수 있다. 퍼지 규칙은 다음과 같다.

$$\text{Rule } i: \text{IF error is } F_e^i \text{ AND change-of-error is } F_c^i \quad (30)$$

$$\text{THEN output is } \delta_i$$

여기서 $\delta_i, i=1,2,\dots,m$ 는 singleton value, F_e^i, F_c^i 는 각각 error 와 error의 미분에 대한 퍼지집합이다. IF파트와 THEN파트의 멤버쉽 함수는 삼각 멤버쉽 함수를 사용했다. 퍼지 규칙 테이블은 표 1과 같다.

여기서 N은 Negative, P는 Positive를 의미한다. H, L, B, M, S, Z 는 순서대로 Huge, Large, Big, Medium, Small, Zero를 의미한다.

표 1. δ 에 대한 2 입력 1출력 퍼지 규칙 테이블.

Table 1. Two input one output fuzzy rule for δ .

δ	Change of error										
	NH	NL	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB	PL	PH
E R R O R	NH	PH	PH	PH	PH	PH	PL	PB	PM	PS	Z
	NL	PH	PH	PH	PH	PH	PL	PB	PM	PS	Z
	NB	PH	PH	PH	PH	PL	PB	PM	PS	Z	NS
	NM	PH	PH	PH	PL	PB	PM	PS	Z	NS	NM
	NS	PH	PH	PL	PB	PM	PS	Z	NS	NM	NB
	Z	PH	PL	PB	PM	PS	Z	NS	NM	NB	NL
	PS	PL	PB	PM	PS	Z	NS	NM	NB	NL	NH
	PM	PB	PM	PS	Z	NS	NM	NB	NL	NH	NH
	PB	PM	PS	Z	NS	NM	NB	NL	NH	NH	NH
	PL	PS	Z	NS	NM	NB	NL	NH	NH	NH	NH
	PH	Z	NS	NM	NB	NL	NH	NH	NH	NH	NH

비퍼지화 방법은 Center of Gravity 방법을 사용했다.

$$u_{fz} = \frac{\sum_{i=1}^m w_i \cdot \delta_i}{\sum_{i=1}^m w_i} \quad (31)$$

여기서 w_i 는 i 번째 룰의 중요도이다.

퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 안정도를 판별하기 위해 식 (8-a)의 Roll 동역학 식을 다음과 같이 정의한다.

$$\ddot{\theta}_b = f_{roll}(q) - u \quad (32)$$

여기서 $f_{roll}(q)$ 는 Roll 축의 모델링하기 힘든 불확실한 비선형 시스템을 나타낸다. 식 (20)의 제어입력 u 에서 u_{eq} 을 u_{fz} 로 대치하고 식 (22)의 $\dot{V} = s\dot{s}$ 에 대입하면

$$\dot{V} = s\dot{s}$$

$$= s(k_1 \dot{e} - \ddot{\theta}_{ref} + f_{roll}(q) - u) \quad (33)$$

$$= s(k_1 \dot{e} - \ddot{\theta}_{ref} + f_{roll}(q) - u_{fz1} - \gamma_1 \text{sgn}(s))$$

따라서 $u_{fz1} = k_1 \dot{e} - \ddot{\theta}_{ref} + f_{roll}(q)$ 조건을 만족한다면 $\dot{V} = s\dot{s} \leq 0$ 조건을 만족하게 된다. 마찬가지로 Pitch 동역학 식 (12-a) 을 다음과 같이 정의한다.

$$\ddot{\psi} = f_{pitch}(q) - u \quad (34)$$

여기서 $f_{pitch}(q)$ 는 Pitch 축의 불확실한 비선형 시스템을 나타낸다. 식 (28)의 제어입력 u 에서 u_{eq} 을 u_{fz} 로 대치하고 식 (29)의 $\dot{V} = s\dot{s}$ 에 대입하면

$$\dot{V} = s\dot{s}$$

$$= s(k_2 \dot{e} - \ddot{\psi}_{ref} + f_{pitch}(q) - u) \quad (35)$$

$$= s(k_2 \dot{e} - \ddot{\psi}_{ref} + f_{pitch}(q) - u_{fz2} - \gamma_2 \text{sgn}(s))$$

따라서 $u_{fz2} = k_2 \dot{e} - \ddot{\psi}_{ref} + f_{pitch}(q)$ 조건을 만족한다면 $\dot{V} = s\dot{s} \leq 0$ 조건을 만족하고 시스템의 상태궤적은 항상 $s = 0$ 인 슬라이딩 표면으로 이동하게 된다.

4. 시뮬레이션을 통한 퍼지 슬라이딩 모드 제어기 성능 검증
 이 섹션에서는 앞서 제시한 제어기를 시뮬레이션을 통해 그 성능을 검증하고자 한다. 그림 7과 같이 로봇의 각도에 대해서 $0 \sim 1^\circ$ 의 임의의 외란이 발생하도록 설정했다. 시뮬레이션은 Roll 축 동역학 모델에 대해서만 진행했으며 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 외란 보상 성능을 비교하기 위해

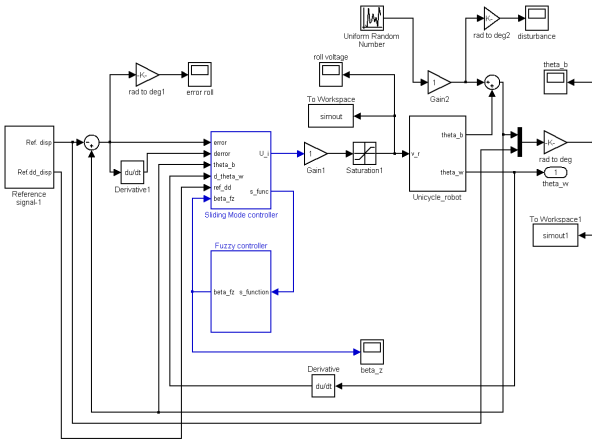


그림 7. 퍼지 슬라이딩 모드 제어기 시뮬레이션 블록도.
 Fig. 7. Simulation block diagram of fuzzy sliding mode controller.

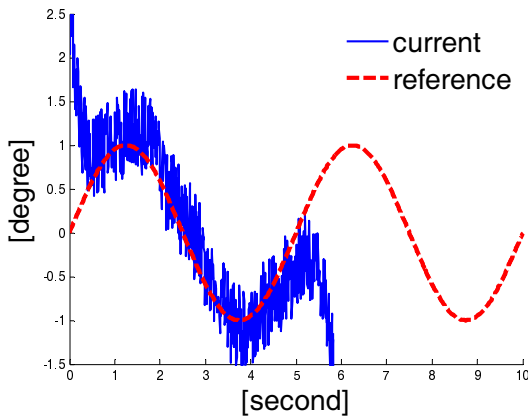


그림 8. PD 제어기 시뮬레이션 결과.
 Fig. 8. Simulation result of PD controller.

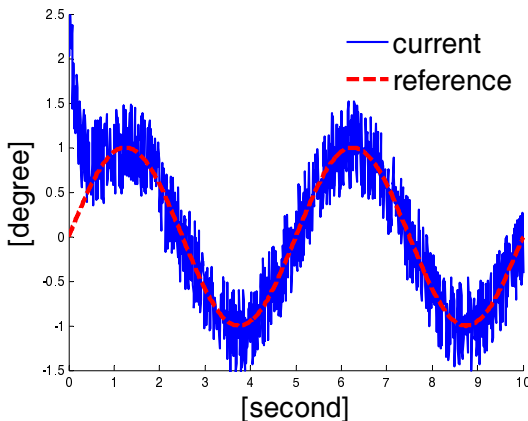


그림 9. 퍼지 슬라이딩 모드 제어기 시뮬레이션 결과.
 Fig. 9. Simulation result of fuzzy sliding mode controller.

PD 제어기와 비교 시뮬레이션을 진행했다. 그림 8은 PD 제어기의 시뮬레이션 결과이고 그림 9는 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 시뮬레이션 결과이다. 두 그림 모두 실선은 로봇의 각도 데이터를, 점선은 기준 입력을 나타낸다.

그림 8의 결과를 보면 PD 제어기의 경우 외란의 영향으로 약 5초 부근에서 제어능력을 잃어버리는 것을 볼 수 있다. 그림 9의 결과는 동일한 외란의 영향에도 강인하게 기준 입력을 추종하는 것을 확인할 수 있다.

5. 채터링 문제

슬라이딩 모드 제어는 모델링 오차와 외란 등을 보상해 줄 수 있는 강인한 제어방법이다. 하지만 슬라이딩 모드 제어기의 경우 슬라이드 표면으로 도달하는 모드에서는 시스템의 섭동, 외란 등에 민감하다. 따라서 슬라이딩 표면에 도달하는 시간을 최소화 하는 것이 중요하다. 도달 시간을 줄이기 위해서는 큰 γ 이득을 적용하면 되지만, 이는 액추에이터에 채터링 현상을 발생시킨다. 이러한 채터링을 줄이기 위해서 γ 이득 값을 감소시키면 채터링은 감소하나 상태변수의 수렴 속도가 느려지게 된다. 이 논문에서는 이를 해결하기 위한 방법으로 퍼지튜닝을 적용한다. 퍼지규칙을 이용 슬라이딩 표면 근처에서는 boundary layer의 두께를 감소시키기 위해 γ 의 크기를 감소시키고 움직임의 초기에는 수렴속도를 빠르게 하기 위해 γ 를 증가시킨다[12].

퍼지 규칙은 다음과 같다.

$$\text{Rule: IF } s \text{ is } F_s^i \text{ THEN output is } \gamma_i \quad (36)$$

여기서 s 는 슬라이딩 표면 함수, $\gamma_i, i=1,2,\dots,m$ 는 singleton value, F_s^i 는 s 에 대한 퍼지집합이다. 퍼지 규칙 테이블은 표 2와 같다.

여기서 N은 Negative, P는 Positive를 의미하고 H, L, B, M, S, Z는 순서대로 Huge, Large, Big, Medium, Small, Zero를 나타낸다.

표 2. γ 퍼지튜닝 규칙테이블.

Table 2. Fuzzy rule for γ fuzzy-tuning.

S	NH	NL	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB	PL	PH
γ	H	L	B	M	S	Z	S	M	B	L	H

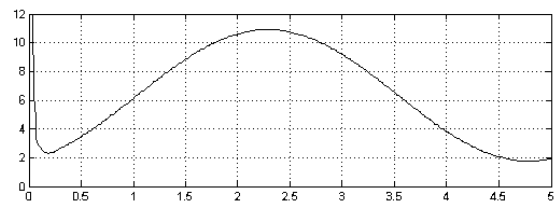
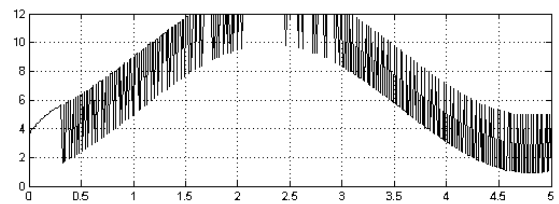


그림 10. 채터링 문제에 대한 퍼지튜닝 시뮬레이션.

Fig. 10. Simulation of fuzzy-tunnig for Chattering.

비퍼지화 방법은 Center of Gravity 방법을 사용했다. 단, γ 값은 $\dot{V} = s\dot{s} \leq 0$ 조건을 만족하도록 항상 양의 상수이어야 한다. 위의 규칙을 보면 상태가 원점 가까이 있고 스위칭 함수에도 가까이 있는 경우에는 γ 값을 아주 작은 값으로 선정하여 채터링을 줄이고 상태가 원점에서 매우 멀리 떨어져 있고 스위칭 함수에도 아주 멀리 떨어져 있는 경우에는 빠르게 슬라이딩 표면에 도달시키기 위해 γ 값을 크게 선정했다[13].

그림 10의 시뮬레이션 결과 채터링이 줄어드는 것을 확인할 수 있었다. 그림 10에서 위쪽 그림은 퍼지튜닝을 하지 않았을 때, 아래쪽 그림은 퍼지튜닝을 했을 때 시스템의 출력이다.

IV. 실험결과

그림 11은 이 논문의 실험에 사용된 외바퀴 로봇이다.

각도 측정을 위한 자이로 센서와 가속도 센서는 로봇의 몸체 가운데에 위치하며, 컨트롤러는 로봇의 몸체상단, 모터드라이브는 로봇의 몸체 하단에 장착 되어있다. 각도센서는 NTREX사의 NTARS를 사용하고, 프로세서는 ARM Cortex-M3 (LM3S8962)를 사용한다. 모터는 MAXON사의 DC 모터를 사용하며 모터에는 각각 로터리 엔코더를 통해 각도 데이터를 얻는다. 모터드라이버는 H-bridge 형 모터드라이버 모듈 (NT-DC20A)을 사용한다. 사진상에서 로봇으로 연결된 전선은 전원공급용 전선이다.

Pitch 구동용 DC 모터는 타이밍벨트로 하단 바퀴와 연결했다. 이는 Pitch 구동용 모터가 하단 바퀴에 직접 연결될 경우 로봇의 Roll 축 균형이 불안정한 구조가 되는 것을 막기 위함이다. 하지만 Roll 구동용 모터는 디스크에 직접 연결된 구조이다. 초기의 로봇은 Pitch 구동과 마찬가지로 타이밍벨트로 연결된 구조였으나 타이밍벨트의 백래쉬가 Roll 균형제어에 큰 영향을 주었기 때문에 직접 연결된 구조로 변경되었다. 로봇상단의 안테나는 블루투스 모듈로서 컴퓨터와 연결되어 로봇의 상태 데이터를 송신하고 기준입력 명령을 수신한다.



그림 11. 외바퀴 로봇.
Fig. 11. The unicycle robot.

표 3. 외바퀴 파라미터.

Table 3. Parameters of the unicycle robot.

기호	파라미터	수치
g	중력가속도	$9.8 [m/s^2]$
m_d	원판 회전자 질량	$1.225 [kg]$
m_b	로봇 몸체 질량	$3.664 [kg]$
m_w	회전바퀴 질량	$1.300 [kg]$
m_{br}	$m_b + m_d$	$4.889 [kg]$
m_{bp}	$m_b + m_w$	$4.964 [kg]$
R_w	회전바퀴 반지름	$0.110 [m]$
R_p	원판 회전자 반지름	$0.200 [m]$
L_2	바닥에서 원판회전자 원중심까지 거리	$0.570 [m]$
L_{br}	$L_{br} = L_2/2$	$0.285 [m]$
L	회전바퀴 중심으로부터 m_{bp} 무게중심까지 거리	$0.330 [m]$
J_d	원판 회전자 회전관성	$0.0402 [kg m^2]$
J_b	로봇몸체와 회전바퀴의 회전관성	$0.5295 [kg m^2]$
J_w	로봇몸체와 원판회전자의 회전관성	$0.7208 [kg m^2]$
J_w	회전바퀴의 회전관성	$0.0079 [kg m^2]$
J_m	모터 전기자의 회전관성	$0.0001 [kg m^2]$

로봇의 회전원판은 원형고리 형태로 디자인하고 고리 주위를 따라 무게 추를 장착했다. 이는 동일한 반지름의 원일 경우 원형고리 형태가 가장 큰 회전관성을 얻을 수 있는 구조이기 때문이다.

로봇의 실제 파라미터는 표 3에 나타나있다. 로봇의 회전관성은 로봇형태를 통해 추정하였고, 모터의 파라미터는 해당제품의 데이터 시트에서 제공되는 수치를 사용했다.

실험은 Ramp, Ladder, Parabolic 형태의 3가지의 기준입력을 주고 그 때의 로봇의 각도, 포지션 데이터를 측정했다. 그를 통해, 앞에서 제안한 제어를 적용하고 로봇의 제어성능에 문제가 없다는 것을 보고자 한다.

1. Ramp 입력

외바퀴로봇의 기준입력을 일정 시간 동안 Ramp 입력 형태로 약 3.3m 전진하도록 설정하고 그때의 로봇의 각도와 속도,

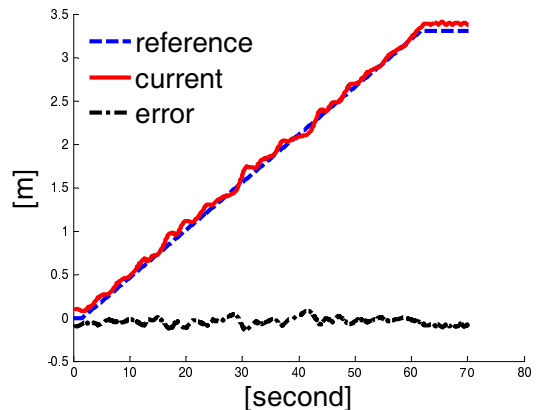


그림 12. 회전바퀴 각도 트래킹.
Fig. 12. Tracking for rotational angle of wheel.

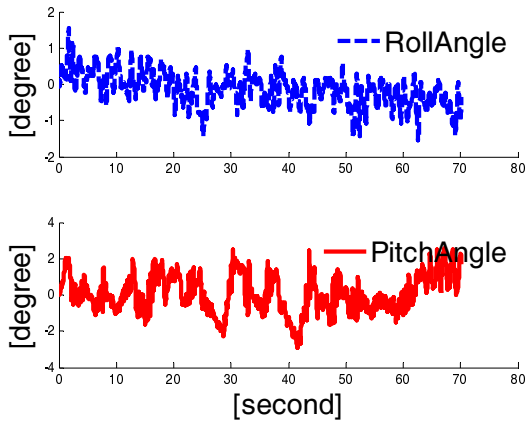


그림 13. 그림 12에서 로봇의 각도 데이터.
Fig. 13. The angle of robot for Fig. 12.

거리데이터를 측정한다. 그림 12에서 점선은 기준입력, 실선은 외바퀴로봇의 실제 이동거리, 점실선은 둘 사이의 에러 값을 나타낸다. 그림 13에서 점선은 Roll 각도, 실선은 Pitch 각도를 나타낸다. 실험결과에서 알 수 있듯이 외바퀴로봇이 3.3미터 이동하는 동안 Roll 각도는 약 $\pm 1^\circ$, Pitch 각도는 약 $\pm 2^\circ$ 에서 안정화된 상태로 있는 것을 확인할 수 있다.

2. 사다리꼴 입력

외바퀴로봇의 기준입력을 일정 시간 동안 사다리꼴 형태로 약 1.1 m 전진하고 정지 후 다시 원래 위치로 돌아가도록 설정하고 로봇의 각도와 거리데이터를 측정한다. 그림 14에서 점선은 기준입력, 실선은 외바퀴로봇의 실제 이동거리, 점실선은 둘 사이의 에러 값을 나타낸다. 그림 15에서 점선은 Roll 각도, 실선은 Pitch 각도를 나타낸다. 실험결과에서 알 수 있듯이 외바퀴로봇이 전진 후 정지, 원위치 하는 동안 Roll 각도는 약 $\pm 1^\circ$, Pitch 각도는 약 $\pm 2^\circ$ 에서 안정화된 상태로 있는 것을 확인할 수 있다.

3. Parabolic 입력

외바퀴로봇의 기준입력을 Parabolic 형태로 일정 시간 동안 약 2.8m 전진하도록 설정하고 로봇의 각도와 거리데이터를 측정한다. 그림 16에서 점선은 기준입력, 실선은 외바퀴로봇의 실제 이동거리, 점실선은 둘 사이의 에러 값을 나타낸다.

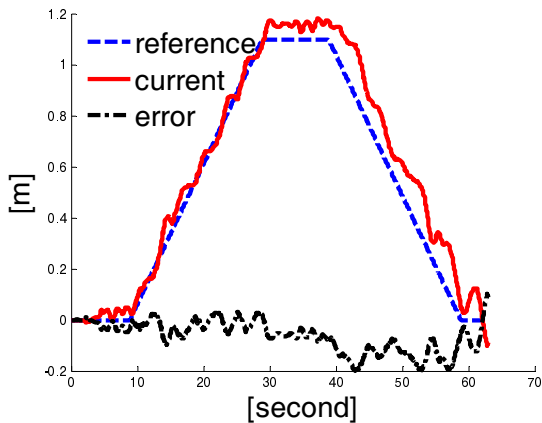


그림 14. 회전바퀴 각도 트래킹.
Fig. 14. Tracking for rotational angle of wheel.

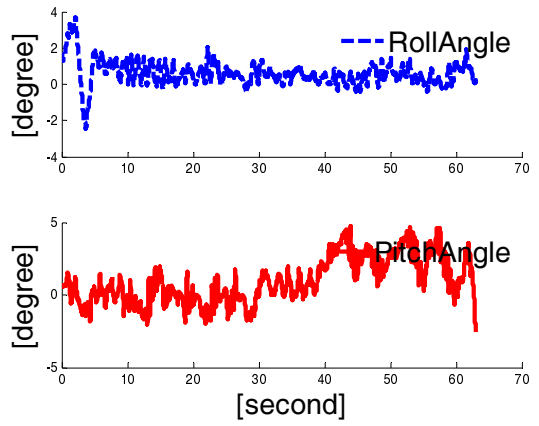


그림 15. 그림 14에서 로봇의 각도 데이터.
Fig. 15. The angle of robot for Fig. 14.

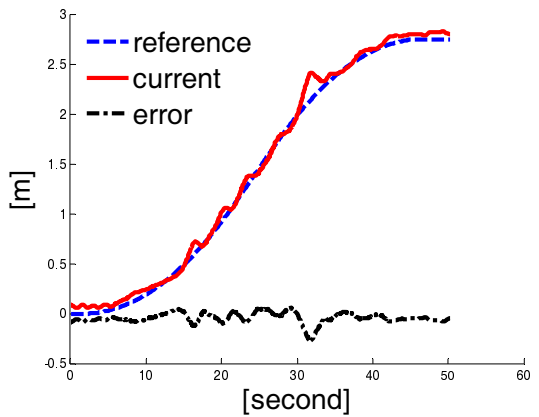


그림 16. 회전바퀴 각도 트래킹.
Fig. 16. Tracking for rotational angle of wheel.

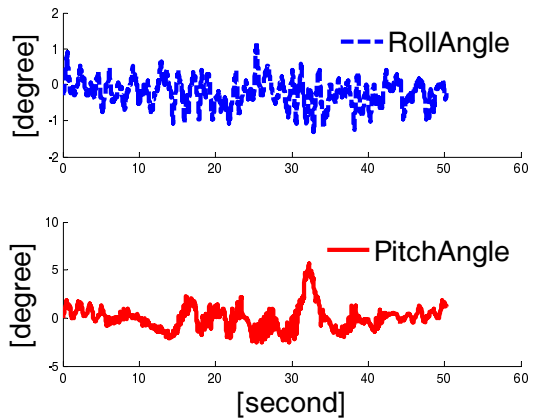


그림 17. 그림 16에서 로봇의 각도 데이터.
Fig. 17. The angle of robot for Fig. 16.

그림 17에서 점선은 Roll 각도, 실선은 Pitch 각도를 나타낸다. 실험결과에서 알 수 있듯이 외바퀴로봇이 전진 후 정지, 원위치 하는 동안 Roll 각도는 약 $\pm 1^\circ$, Pitch 각도는 30 초경 불안정해지는 모습을 보였지만 곧 $\pm 2^\circ$ 에서 안정화된 상태로 있는 것을 확인할 수 있다.

4. 방향 제어

식 (15)에서 r 과 v 를 고정하고 ω 를 얻기 위해 α 를 조

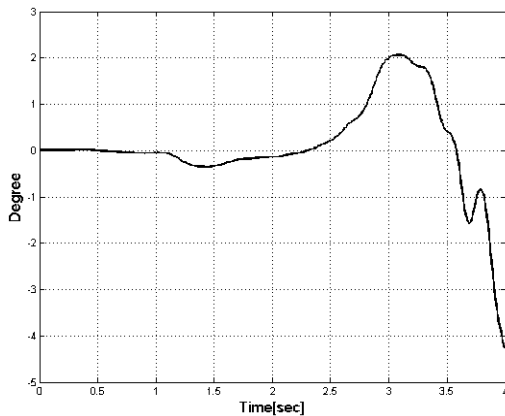


그림 18. Yaw방향 각도.

Fig. 18. The angle of yaw direction.

정하여 로봇의 방향을 제어한다. 이때 $r = 0.11 [m]$, $v = 0.2 [m/s]$, $\alpha = 0.5 [deg]$ 로 설정했다.

그림 18은 외바퀴 로봇의 Yaw 각도 변화량을 나타낸 그래프이다. 약 3초까지 로봇의 Yaw 각도가 약 2° 정도 바뀌는 것을 확인할 수 있다. 그러나 3초 이후 급격하게 변한 각도 데이터는 로봇이 Roll 축 밸런스를 잃은 이후의 각도 데이터이다. 이것은 Reaction Wheel Pendulum 형태를 이용한 외바퀴 로봇의 구조상 일정 Roll 각도를 유지하려면 원관회전자에 일정한 각 가속도가 발생해야만 한다. 즉, 일정한 각도를 유지하기 위해서 원관의 회전속도는 무한히 증가해야 한다. 따라서 모터 속도에 한계가 있는 실제 실험에서 로봇은 오랜 시간 일정 각도를 유지할 수 없었고 그 결과는 그림 18과 같다.

V. 결론

이 논문에서는 외바퀴 형태 로봇의 자세제어 및 방향제어에 관해서 연구하였다. 로봇의 Pitch 축과 Roll 축 각각이 디커플링 되어있다 가정하고 각각에 대해서 라그랑지(Lagrange) 동역학을 유도했다. 이 과정에서 Roll과 Pitch 축의 커플링 항들은 각각 상대모델의 외란으로 간주하고 이를 극복하기 위해 외란에 강인한 퍼지-슬라이딩 모드 제어를 설계하였다. 또한 슬라이딩 모드의 채터링 현상을 줄이기 위해 퍼지논리를 이용한 Signum 함수 게인 튜닝 방법을 적용했다. 로봇의 자세안정 및 직선주행 시뮬레이션 및 실험결과 Pitch 축과 Roll 축 제어를 따로 설계하고 적용해도 로봇의 제어성능에 큰 문제가 없는 것을 확인하였고 시스템의 채터링 현상 또한 줄어드는 것을 확인했다. 마지막으로 로봇의 몸체 기울임을 통한 Yaw 방향 제어 방법을 시도하였다. 차후 연구에서는 로봇이 항상 일정한 Roll 각도를 오랜 시간 유지할 수 있도록 Roll 구동방식을 수정하고 앞에서 제시한 기울임을 통한 Yaw 방향제어를 적용할 계획이다.

참고문헌

- [1] A. Schoonwinkel, "Design and test of a computer stabilized unicycle," Ph. D. dissertation, Stanford Univ., CA, 1987.
- [2] Z. Sheng and K. Yamafuji, "Postural stability of a human riding a unicycle and its emulation by a robot," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 13, no. 5, pp. 709-720, Oct. 1997.

- [3] M.-Q. Dao and K.-Z. Liu, "Gain-scheduled stabilization control of a unicycle robot," *JSME International Journal*, vol. 48, no. 4, pp. 649-656, Jan. 2005.
- [4] S.-H. Kim, J.-O. Lee, J.-M. Hwang, B.-H. Ahn, and J.-M. Lee, "Dynamic modeling and performance improvement of a unicycle robot," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 16, no. 11, pp. 1174-1181, Nov. 2010.
- [5] H. Lim, J.-M. Hwang, B.-H. Ahn, and J. M. Lee, "Robust yaw motion control of unicycle robot," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 15, no. 11, pp. 1130-1136, Nov. 2009.
- [6] D. Block, K. Åström, and M. Spong, "The reaction wheel pendulum," *Synthesis Lectures on Control and Mechatronics*, Morgan & Claypool Publishers, Princeton, NJ, 2007.
- [7] Technical report of LEGO Mindstorm, <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/19147>
- [8] R. Nakajima, T. Tsubouchi, S. Yuta, and E. Koyanagi, "A development of a new mechanism of an autonomous unicycle," *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 906-912, 1997.
- [9] S. I. Han, J. H. Kong, D. W. Shin, and J. S. Kim, "Precise control for servo systems using sliding mode observer and controller," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, vol. 19, no. 7, pp. 154-162, 2002.
- [10] Y.-B. Kim and V. P. Bui, "Design of sliding mode controller for ship position control," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 17, no. 9, pp. 869-874, 2011.
- [11] S.-J. Seo, D. S. Kim, D. W. Kim, and G.-T. Park, "Control of hydraulic excavator using self tuning fuzzy sliding mode control," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 11, no. 2, pp. 160-166, 2005.
- [12] S.-H. Ryu and J.-H. Park, "Auto-tuning of sliding mode control parameters using fuzzy logic," *Korean Society for Precision Engineering Conference*, no. 5, pp. 504-509, 2000.
- [13] T.-K. Lee, J.-K. Han, and W.-C. Ham, "Fuzzy-sliding mode control for chattering reduction," *Journal of Control, Automation and Systems Engineering (in Korean)*, vol. 1, no. 5, pp. 393-398, May 2001.



이재오

2010년 부산대학교 전자전기공학부 졸업. 2010년~현재 부산대학교 대학원 전자전기공학과 석사과정 재학중. 관심분야는 모델링 및 현대제어기법, 로봇 밸런싱 문제, 비선형제어.



한성익

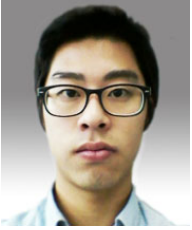
1987년 부산대학교 기계공학과 졸업. 1989년 부산대학교 기계공학과 졸업(석사). 1995년 부산대학교 기계설계공학과 졸업(Ph.D.). 1995년~2009년 순천제일대학교 전기자동화와 조교수. 2009년~현재 부산대학교 전자전기공학과 연구교수.

관심분야는 지능 제어, 비선형 적응 제어, 로봇 제어, 차량 시스템 제어 및 철강 산업 제어.



한인우

2011년 부산대학교 전자전기공학부 졸업. 2011년~현재 부산대학교 대학원 전자전기공학과 석사과정 재학중. 관심분야는 비선형제어, 지능제어.



이석인

2011년 동서대학교 전자공학과 졸업. 2011년~현재 부산대학교 대학원 전자전기공학과 석사과정 재학중. 관심분야는 로봇 벨런싱, 비선형 제어.



이장명

1980년 서울대학교 전자공학과 졸업. 1982년 동 대학원 석사. 1990년 USC 공학박사. 1992년~현재 부산대학교 전자전기공학부 정교수. 관심분야는 지능로봇 시스템 설계 및 제어, 마이크로 프로세서 응용, 센서융합, Navigation/Localization.