

## 통계적 변이성 사고 요소 간의 관계 연구

고 은 성\*

본 연구에서는 통계적 변이성 사고 요소를 변이성 인식, 변이성 설명, 변이성 제어, 변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해로 구분하고, 이들 요소 사이의 관계를 조사한다. 연구결과 통계적 변이성 사고 요소를 변이성 인식, 변이성 설명, 변이성 제어, 변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해로 구분하는 것이 타당함을 확인하였다. 상관관계 분석결과 변이성 인식, 변이성 설명, 변이성 제어에 대한 변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해의 상관관계가 유사한 것으로 나타났는데, 이러한 사실을 바탕으로 표집의 이해를 변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해를 포괄하는 잠재변수로 설정할 수 있었다. 또한 변이성 인식과 변이성 제어는 표집의 이해에 영향을 미치는 것으로 나타난 반면, 변이성 설명은 표집의 이해에 영향을 미치지 않는 것으로 나타났다.

### 1. 서론

역사적으로 사회적 현상과 과학적 현상에 존재하는 변이성을 인식하고, 인정하고, 관찰하고, 설명하려 노력했던 사람들에 의해 통계학이 그 토대를 마련할 수 있었으며 발전할 수 있었다(Pfannkuch & Wild, 2004; Stigler, 2002). 즉 변이성은 통계가 존재하는 근본적인 이유로 변이성이 없다면 통계는 존재할 필요가 없다(Watson, 2006, p.21; Wild & Pfannkuch, 1999, p. 235). 변이성은 여러 형태로 나타나며(Franklin & Garfield, 2006), 확률과 통계의 목적은 의미있는 방식으로 변이성을 기술하는 것이다(Watson, 2006, p.217).

Reading과 Shaughnessy(2004, p.202)는 통계적 변이성을 변화가능한 실재의 특징으로, 변이를 그 특징을 기술하거나 측정된 것으로 정의한다. 그리고 변이성을 지닌 상황에서 관찰되는 현상

을 기술할 때 관여하는 인지 과정을 변이 추론으로 정의한다. 예를 통해 변이성과 변이, 변이 추론의 의미에 대해 살펴보면 다음과 같다(고은성, 이경화, 2010a). 100개의 검은 공이 들어있는 상자로부터 10개의 공을 10회 복원 추출하는 상황과 검은 공 30개와 흰 공 70개가 들어 있는 상자로부터 10개의 공을 10회 복원 추출하는 상황을 비교해 보자. 전자의 상황에서는 10회에 걸쳐 꺼내진 결과가 모두 동일하다. 즉 변이성이 존재하지 않는다. 그래서 그 특징을 기술하거나 측정된 변이가 크게 의미가 없으며, 변이 추론이 거의 필요하지 않다. 그러나 후자의 상황에서는 10회에 걸쳐 꺼내진 결과들 사이에 차이가 존재한다. 즉 자료집합 안에 변이성이 존재하므로 결과를 예측하거나 모집단에 대한 정보를 추론하기 위해 그 특징을 기술하거나 측정하는 활동이 필요하므로 변이 추론을 하게 된다.

Wild와 Pfannkuch(1999, p.226)는 변이성에 대한

\* 순천향대학교, kes7402@sch.ac.kr

사고는 변이성 인정하기, 변이성 모델링하기, 변이성 설명하고 제어하기, 변이성 고려한 조사 전략 사용하기 이렇게 네 요소가 포함된다고 주장한다. Snee(1990) 역시 이와 유사한 주장을 제시한 바 있다. 선행연구에서 각각의 사고 요소에서 나타나는 학생들의 사고 특징에 대한 조사를 시도하고 있으나, 각 요소들 사이의 관계에 대한 연구를 아직 이루어지지 않고 있다. 본 연구에서는 선행연구에서 제시하는 변이성 사고 요소들 사이의 관계에 대해 살펴본다. 변이성 사고 요소들 사이의 관계에 대한 정보는 변이성 및 변이 추론을 지도하는데 있어, 즉 통계적 사고 지도의 위계 등을 결정하거나 활동과제의 배열을 결정하는 등에 있어 교육적 시사점을 제시해 줄 수 있다.

## II. 이론적 배경

Wild와 Pfannkuch(1999, p.226)는 변이성에 대한 사고는 변이성 인정하기, 변이성 모델링하기, 변이성 설명하고 제어하기, 변이성 고려한 조사 전략 사용하기 이렇게 네 요소가 포함된다고 주장한다. 이에 Reading과 Reid(2004) 외의 연구자들은 Wild와 Pfannkuch(1999)가 제시한 변이성 사고 요소에 대해 좀 더 자세한 기술을 시도하였다. 다음은 선행연구에서 제시하는 변이성 사고 요소에 대한 설명이다.

첫째, 변이성을 인식할 수 있어야 한다. 역사적으로 사회적 현상과 과학적 현상에 존재하는 변이성을 인식하고, 인정하고, 관찰하고, 설명하려 노력했던 사람들에 의해 통계학이 그 토대를 마련할 수 있었으며, 발전할 수 있었다(Pfannkuch & Wild, 2004; Stigler, 2002). 즉 변이성을 인식하는 것은 통계적 사고의 시작이다. 그러나 우리는 태어나면서부터 항상 변화하는 체계 속에 놓여

있어 변이성을 어떠한 특별한 개념으로 인식하지 못한다(Wild & Pfannkuch, 1999, p. 235). 변이성의 존재는 너무 당연한 것이어서 이를 명시적으로 인정하고 구체적으로 언급할 필요성을 느끼지 못한다. 이러한 관습은 학생들이 변이성에 대해 사고하고 추론하는데 어려움을 제공하는 하나의 한 근원이 될 수 있다. Watson(2006)은 학생들이 인지적으로 자료를 처리하는 능력이 발달하는 저학년에서부터 변이성의 존재를 명시적으로 다룰 것을 주장한다(p.21). 즉 변이성을 인식하고 인정하는 사고 및 태도의 개발을 시작으로 변이성을 관찰하고 설명하는 좀 더 고차원적인 변이 추론으로 나아갈 것을 제안한다. Reading과 Reid(2004)에 따르면, 변이성에 대한 인정은 자료 기록의 필요성을 인식하는 형태로 나타날 수 있다.

둘째, 변이성을 설명할 수 있어야 한다. Ko와 Lee(2011), Reading과 Shaughnessy(2004), 그리고 Ben-Zvi(2004)의 연구는 변이성의 원인에 대한 조사는 학생들로 하여금 변이성을 인지하도록 하며, 이후 통계적 활동에 적극적으로 참여하도록 하는데 동기부여가 될 수 있음을 시사한다. Wild와 Pfannkuch(1999)에 따르면 변이성은 모든 체계에 고유하게 내재해 있기도 하며, 또한 측정과 표집 등 자료 수집 과정에서 발생하기도 한다. 그리고 우연에 의해 발생하기도 한다. 즉 변이성의 근원은 매우 다양하다(p.235). 변이성의 원인에 대한 설명은 통계 과정에서 변이성을 예측하고 통제할 수 있는 토대를 제공해 주며, 자료 분석에 대한 올바른 해석을 가능하게 해 준다. 특히 우연을 변이성의 근원으로 인식하는 사고는 확률과 통계 학습에 있어 매우 중요하며, Pfannkuch (2008)는 현재의 우리 지식으로 설명할 수 없는 변이성이 존재함을 인정하고 이것을 의사-우연(quasi-chance) 변이성으로 간주할 수 있도록 지도하는 것이 통계 교육에 반영되어야 한

다고 주장한다. 우연변이성<sup>1)</sup>에 대한 이해는 무작위성 개념에 대한 이해로 이어지는데, 무작위성 개념은 자연현상, 사회현상을 수학적인 안목에서 이해하도록 하며, 이들 현상에 대한 합리적인 해석에 기초하여 판단한다는 것이 무엇을 의미하는지 이해하는 토대가 된다(고은성, 이경화, 2010b).

셋째, 변이성을 제어할 수 있어야 한다. 변이성에 대한 제어는 연구를 설계하고 자료를 수집하는 과정에서 물리적으로(Reading & Reid, 2004, p.38), 그리고 자료를 요약하는 과정에서 통계적으로 이루어진다(Ko & Lee, 2011). 연구를 설계하는 과정에서 우리는 상황을 좀 더 원하는 방향으로 이끌고자 변이성을 제어하고자 하며, 변이성을 요약하는 과정에서 우리는 정확한 예측과 판단을 위해 변이성을 제어하고자 한다. 예를 들면 측정 상황에서 극단적인 값이 나왔을 경우 이러한 변이성을 제어하기 위해 연구의 설계 과정에서 측정방법에 대한 향상을 시도할 수 있으며, 변이성을 요약하는 과정에서 최빈값을 사용하거나 극단적인 값을 제외하고 평균을 구하는 방법을 택할 수 있다.

넷째, 변이성을 모델링할 수 있어야 한다. 산술평균, 중앙값, 최빈값과 같은 중심, 그리고 분산, 표준편차와 같은 산포는 변이성을 모델링하는데 있어 중요한 수치적 요약들이다. Reading과 Reid(2004)에 따르면 변이성을 모델링하기 위해서는 자료 안의 변이성을 표현하기 위해 수치적 요약치나 그래프를 고안하고, 변이성이 미치는 영향을 표현하기 위해 이들을 활용할 수 있어야 한다.

다섯째, 변이성을 고려한 조사 전략을 이용해야 한다. 즉 통계적 표집 조사에서 변이성을 고려해야 한다. 이를 위해서는 표본과 표집분포에 대한 이해를 필요로 한다. 통계적 추정에는 표본이

모집단에 대한 정보를 제공할 수 있다는 기본적인 개념에 기초한다. 그러나 표본이 제공하는 모집단에 대한 정보는 완전한 것이 아니라 대략적인 것이다(Batanero, Godino, Vallecillo, Green, & Homes, 1994, p. 527). 이를 이해하기 위해 표본의 대표성과 표집변이성이라는 서로 상반되면서도 보완적인 개념을 이해할 수 있어야 한다(Rubin, Bruce, & Tenney, 1991, p.314). Lipson(2002)은 표본을 통해 모집단의 특징을 파악하고 예측하는 통계적 추정을 이해하는데 있어 표본 및 모집단과 관련된 개념을 이해하는 것이 매우 중요하다고 주장하고 있으며(p. 1), Pfannkuch(2008) 역시 표본과 모집단 사이의 관계를 이해하기 위해 표본의 대표성, 표집변이성, 표집분포와 같은 여러 개념들의 스키마(schema)를 형성하는 것이 중요하다고 주장한다(p. 3). Saldanha와 Thompson(2002)에 따르면 통계적 표집의 개념은 반복적인 무작위 추출, 변이성, 분포의 개념이 통합된 스키마이다(p. 258).

표본의 대표성은 표본추출 과정이 적절한 방식으로 행해질 때 표본이 모집단과 유사한 특징을 지닐 가능성이 크다는 개념을 반영한다(Batanero et al., 1994, p. 527). 무작위추출(random sampling), 층화추출(stratified random sampling) 등은 표집과정에서 나타날 수 있는 편의를 제거함으로써 모집단을 잘 대표할 수 있는 표본을 추출하기 위한 개념의 발현이다(이외숙, 임용빈, 성내경, 소병수, 2000, pp.488-492). Saldanha와 Thompson(2002)은 표본의 대표성을 이해한다는 것은 표본을 모집단의 부분집합으로 간주하는 것이 아니라 모집단의 준비례적 축소 버전(quasi-proportional, small-scale version)으로 간주할 수 있어야 함을 의미한다고 주장한다(p.257). Watson과 Moritz(2000) 역시 표본에 대한 이해를 위해 무작위 추출의 중요성을 인식할 수 있어야

1) 동전이나 주사위 던지기와 같이 우연(chance)이 결과에 영향을 미치는 상황에서 발생하는 변이성

한다고 언급하며, 또한 표집과정에서 발생하는 편의에 대해 비판적 시각을 갖는 것이 중요하다고 말한다. 표집변이성은 모집단으로부터 추출한 모든 표본들은 서로 다르며, 또한 어느 것도 모집단과 동일하지 않다는 개념을 반영한다 (Franklin & Garfield, 2006, p.348).

이러한 표집변이성은 분포를 통해 인지된다 (Wild, 2006, p.11). 즉 분포는 변이성에 대한 추론을 가능하게 하는 도구가 된다. 표집변이성의 패턴을 인지하고 표집변이성에 대해 추론하기 위해서는 표집분포에 대한 이해가 함께 이루어져야 한다. 표본의 크기가 큰 하나의 표본 집합의 분포, 즉 표본분포(distribution of a sample)는 모집단의 분포와 유사한 경향을 갖는다. 그러나 표집분포는 모집단 분포와 무관하게 결정된다. 선행 연구에 따르면 학생들은 표본분포와 표집분포를 혼동하는 어려움을 가지고 있으며, 표집분포가 모집단 분포와 유사한 형태를 갖는다고 생각하는 경향이 있다(Chance, delMas, & Garfield, 2004).

### III. 연구방법

#### 1. 연구 참여자

<표 III-1>은 연구 참여자에 대한 요약이다. 초

<표 III-1> 연구 참여자

구분	초 5	중 2	합계
일반학급 학생	34명	36명	70명
수학영재학급 학생	31명	29명	60명
합계	65명	65명	130명

2) 무작위 추출법이 연구결과의 일반화를 위해 가장 이상적이지만 본 연구에서는 연구자의 사전지식과 경험, 전문적 식견에 기초한 주관적 판단에 의해 모집단을 대표하리라고 믿는 사례들을 의도적으로 표집하는 비확률적 표집을 활용하며(우정호 외, 2006), 또한 확실성과 유용성을 바탕으로 집단을 표본으로 선정하는 편의표본(convenience sample)을 활용한다(Creswell, 2005).

등학교 5학년의 수학영재학급 학생은 청주시 소재 대학부설 과학영재교육원의 교육생이며 일반학급 학생은 청주시 소재 초등학교에서 선정된 1개 학급의 학생들이다. 중학교 2학년의 수학영재학급 학생은 초등학교 5학년과 동일한 과학영재교육원의 교육생 17명과 서울시 소재 대학부설 과학영재교육원의 교육생 12명으로 구성되어 있다. 중학교 2학년의 일반학급 학생은 서울시장남구 소재 중학교에서 선정된 1개 학급의 학생들이다.2) 초등학교 5학년과 중학교 2학년의 일반학급 학생과 수학영재학급 학생을 연구 대상으로 선정하였다. 이들 집단은 선행학습량, 수학적 사고 수준, 표현 수준 등에서 다양하므로, 통계적 사고에 있어 어떤 수준이 나타나는지 확인하는 데 유용한 정보를 제공할 것으로 가정하였다.

#### 2. 조사 도구

<표 III-2>는 조사 문항에 대한 개요이다. 선행 연구를 바탕으로 먼저 변이성 사고 요소를 변이성 인식, 변이성 설명, 변이성 제어, 변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해로 구분하였다. 이를 조사하기 위해 변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해에 대한 조사 문항을 선행연구에서 발췌하였으며, 변이성 인식, 변이성 설명,

<표 III-2> 조사 문항 개요

조사 내용	문항번호		출처
변이성 인식(측정상황)	1	(1)	개발
		(2)	
		(3)	
변이성 설명(측정상황)	2	(1)	개발
변이성 제어(측정상황)		(2)	
		(3)	Watson(2006)
변이성 인식(우연상황)	3	(1)	개발
		(2)	
		(3)	
변이성 설명(우연상황)	4	(1)	개발
변이성 제어(우연상황)		(2)	
		(3)	
변이성 모델링	5		Reading과 Reid(2004)
표본 이해	6	(1)	Watson과 Moritz(2000)
		(2)	
	7		고은성 · 이경화(2011)
	8	(1)	Watson(2006)
(2)			
표집분포 이해	9		개발
	10	(1)	Chance et al.(2004)
(2)			

변이성 제어에 대한 조사 문항은 자체 개발하여 전문가의 검토를 거쳤다. 변이성 인식, 변이성 설명, 변이성 제어의 경우 측정상황<sup>3)</sup>과 우연상황<sup>4)</sup>을 구분하여 문항을 개발하고 관련된 사고를 조사하였다. 각 조사문항은 선택-기술형, 또는 기술형으로, 선택-기술형의 경우 먼저 가장 적절하다고 판단되는 것을 선택지에서 고른 후 그에 대한 설명을 기술하도록 하였다.

### 3. 자료 수집 및 분석

#### 가. 자료 수집

자료 수집은 두 단계로 이루어졌다. 첫 번째 자료 수집은 설문조사를 통해, 두 번째 자료 수집은 설문조사에 대한 결과를 분석한 이후 면담 조사를 통해 이루어졌다. <표 III-3>은 설문조사와 면담조사 일정을 나타낸다. 먼저 학생들에게 조사 문항을 제시하고 자신의 의견을 기술하도록 하였는데, 조사 시간은 40~60분 정도 소요되었다. 이때 제시한 학생들의 반응을 토대로 1차 분석을 실시하였다. 1차 분석 결과를 이용해 학생들의 사고를 예비적으로 범주화하고, 또한 면담 학생을 선정하였다. 문항에 기술한 학생들의 반응만으로는 어느 범주에 속하는지 구별이 어

3) 속도나 몸무게와 같이 측정도구를 이용하여 자료를 수집하는 상황

4) 동전이나 주사위 던지기과 같이 우연(chance)이 결과에 영향을 미치는 상황에서 자료를 수집하는 상황

<표 III-3> 자료 수집 일정

구분		설문조사	면담조사
일반학급 학생	초 5	2010. 12. 10	2010. 12. 17
	중 2	2010. 12. 16	2010. 12. 22
수학영재학급 학생	초 5	2010. 12. 27	2010. 12. 30
	중 2	2011. 01. 03 2011. 01. 06	2011. 01. 04 2011. 01. 06

려운 학생들이 면담 대상으로 선정되었다. 문항에 대한 학생들의 모든 반응 내용은 워크시트에 정리하였으며, 면담 과정은 모두 녹화 또는 녹음한 후 그 내용을 전사하였다. 학생들의 문항에 대한 반응 내용과 면담을 전사한 내용이 분석 자료로 활용되었다.

나. 자료 분석

자료 분석은 두 단계의 과정을 통해 이루어졌다. 우선 첫 번째 단계에서 본 연구자가 학생들이 사용한 용어나 표현을 바탕으로 학생들의 반응을 범주화 하였다. 이때의 범주들은 기존의 틀을 사용한 것이 아니라 학생들의 반응을 토대로 귀납적인 과정으로 얻어진 결과들이다(Denzin &

Lincoln, 1994; Goetz & LeCompte, 1984). 이러한 결과는 다른 연구자에 의해 타당성을 의뢰하여 일부 수정되었다. 두 번째 단계에서는 다른 연구자와 함께 인지 발달 모델인 SOLO 모델(Biggs & Collis, 1982)을 사용하여 첫 번째 단계에서 얻어진 범주들을 사고 수준의 위계를 고려하여 5개의 수준으로 재범주화하였다(0~4수준).

<표 III-4>는 표본의 이해에 대한 사고 수준을 평가하기 위한 기준을 설정하기 위해 표본 관련 과제를 해결하는 과정에서 나타나는 학생들의 반응을 두 단계의 분석을 걸쳐 범주화한 것이다. 1단계 분석에서 학생들의 반응은 12개의 범주로 구분되었다. 이러한 1차 분석 결과 학생들의 반응이 표본 개념과 관련이 없는 측면에 주목을

<표 III-4> 표본 관련 과제에 대한 반응의 범주화

1차 분석에 의한 반응 범주	2차 분석에 의한 반응 범주
<ul style="list-style-type: none"> <li>· 표본은 평균 몸무게이다</li> <li>· 표본은 기준이다</li> <li>· 전체를 조사한 것이다</li> </ul>	0수준: 모집단의 일부분이라는 인식 부족
<ul style="list-style-type: none"> <li>· 표본은 몇 명의 학생이다</li> <li>· 표본은 대표가 되는 학생들이다</li> <li>· 표본은 선택된 일부분이다</li> </ul>	1수준: 모집단의 부분집합으로 인식
<ul style="list-style-type: none"> <li>· 전체에서 골고루 뽑혀야 한다</li> <li>· 변질된 모집단에서 추출한 집단은 표본으로 적절하지 않다</li> </ul>	2수준: 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식
<ul style="list-style-type: none"> <li>· 특정 의견을 가진 학생들의 단체 행동이 있을 수 있다</li> <li>· 6학년 학생들이 빠르게 달리기 때문에 6학년의 의견만 반영될 수 있다</li> </ul>	3수준: 편의없는 표본의 중요성 인식
<ul style="list-style-type: none"> <li>· 무작위로 하면 전체와 비슷한 의견을 가지고 있을 것 같다</li> <li>· 제비뽑기 방식은 표본 선정 방식이 완전히 랜덤이다</li> </ul>	4수준: 무작위 추출의 영향 이해

<표 III-5> 변이성 인식에 대한 사고 수준

수준	각 수준에서의 특징
0	변이성의 편재성 인식 부족: 자료가 모두 동일할 것이라 생각함.
1	변이성 인식 불안정: 변이성을 인식은 하지만 상황에 따라 변이성을 인정하지 않음.
2	하나의 실체로써 변이성 인식 부족: 자료집합에 변이성이 존재함을 인식하지만 변이성이 어떠한 경향성을 갖는다고 생각하지 못함.
3	변이성을 하나의 실체로 인식: 변이성을 어떠한 경향성을 갖는 실체로 인식함
4	분포 아이디어로 확장: 자료가 대표값을 중심으로 분포되어 있을 것이라 예측함

<표 III-6> 변이성 설명에 대한 사고 수준

수준	각 수준에서의 특징	
	측정상황	우연상황
0	원인 설명에 대한 이해 부족: 변이성의 원인을 설명하는 것이 무엇을 의미하는지에 대한 이해가 부족함.	
1	원인 인식 미흡: 주어진 조건이 어떻게 변이성의 원인으로 작용하는지 명확하게 인식하지 못하거나, 적절하지 않은 원인을 변이성의 근원으로 제시함.	
2	물리적 원인 제시: 가시적인 물리적 원인을 변이성의 근원으로 제시함.	
3	설명되지 않는 원인을 변이성의 근원으로 인식: 설명이 불가능한 원인을 변이성의 근원으로 인식함.	우연변이성 인식: 우연(chance)을 변이성의 근원으로 인식함
4	설명되지 않는 원인을 의사-우연 변이성으로 간주: 설명되지 않는 원인으로 인한 변이성을 우연변이성과 유사한 것으로 간주함.	분포의 원인에 대한 설명까지 확장: 표본 공간의 특징을 고려하여 변이성의 근원을 설명함으로써 분포의 원인에 대한 설명까지 확장함

하거나, 표본을 단지 모집단의 일부분으로 간주하거나, 표본과 모집단의 관계를 고려하거나, 편의없는 표본의 중요성을 인식하거나, 적절한 표집 방식을 고려하는 등 범주들 사이에 어떠한 구조가 나타남을 확인할 수 있었다.

이러한 12개 범주들은 2단계 분석에서 다시 SOLO 모델에 비추어 위계를 갖는 5개의 범주로 구분되었다. 예를 들면, 1단계에서 표본을 평균 몫무게 또는 기준이 되는 어떤 값으로 간주하거나 전체를 조사하는 것으로 간주하는 학생들은 표본의 부적절한 적절한 측면에 주목하기 때문에 전구조 수준에 해당되어 2단계 분석에서 이를 가장 낮은 위계를 갖는 ‘모집단의 일부분이라는 인식 부족’으로 범주화하였다. 표본을 ‘몇

명의 학생’, ‘대표가 되는 학생들’, ‘선택된 일부분’이라고 간주하는 학생들은 표본으로 선정된 부분에만 주목하기 때문에 단일구조 수준에 해당되어 ‘모집단의 부분집단으로 인식’이라는 범주로 재그룹화되었다. 모집단과 표본 모두를 고려하는 학생은 다중구조 수준에 해당되어 2단계 분석에서 ‘모집단의 준비례적 축소버전으로 인식’으로 범주화되었다. 1단계에서의 나머지 4개 범주들은 모집단, 표본, 편의, 무작위 추출 사이의 관계를 인식하고 있기 때문에 관계적 수준에 해당되는데, 단순히 편의없는 표본의 중요성을 인식하는 학생들은 무작위 추출이 표본에 미치는 영향까지는 이해하지 못하고 있어 통계적 관점에서 서로 다른 수준으로 구분하였다.

<표 III-7> 변이성 제어에 대한 사고 수준

수준	각 수준에서의 특징
0	변이성 제어에 대한 인식 부족: 변이성을 제어하는 것이 무엇인지에 대한 이해가 부족함.
1	물리적 제어 방법 미고려 & 통계적 방법의 부적절한 적용: 자료 수집 과정에서 시도할 수 있는 물리적 제어 방법에 대한 고려가 없으며, 또한 자료 요약 과정에서 통계적 방법을 부적절하게 적용함
2	물리적 제어 방법 미고려 & 통계적 방법의 적절한 적용: 자료 수집 과정에서 시도할 수 있는 물리적 제어 방법에 대한 고려는 없었으나 자료 요약 과정에서 통계적 방법을 적절하게 적용함
3	물리적 제어 방법 고려 & 통계적 방법의 부적절한 적용: 자료 수집 과정에서 시도할 수 있는 물리적 제어 방법을 제시하지만, 자료 요약 과정에서 통계적 방법을 부적절하게 적용함
4	물리적 제어 방법 고려 & 통계적 방법의 적절한 적용: 자료 수집 과정에서 시도할 수 있는 물리적 제어 방법을 제시하며, 또한 자료 요약 과정에서 통계적 방법을 적절하게 적용함

<표 III-8> 변이성 모델링에 대한 사고 수준

수준	각 수준에서의 특징
0	변이성 모델링에 대한 인식 부족: 변이성을 요약하려는 사고가 부족하거나, 자료에 기반하여 변이성을 파악하려는 사고가 부족함
1	극단적인 값에 주목: 두 집합을 비교할 때 극단적인 값만을 고려하여 판단함
2	퍼짐이나 다수의 위치에 주목: 두 집합을 비교할 때 퍼짐이나 다수의 값이 어디에 위치하는지 등에만 주목하여 판단함
3	중심에 주목: 두 집합을 비교할 때 중심만을 고려하여 판단함
4	중심과 퍼짐 모두에 주목: 두 집합을 비교할 때 중심과 퍼짐 모두를 고려하여 판단함

<표 III-9> 표집분포의 이해에 대한 사고 수준

수준	각 수준에서의 특징
0	표집변이성 인식 부족: 표집변이성이 존재함을 인식하지 못함. 즉 서로 다른 표본이 동일한 통계량을 갖는다고 생각함.
1	표집변이성 인식: 표집변이성의 존재를 인정함. 즉 서로 다른 표본은 서로 다른 통계량을 갖음을 인식함. 그러나 표본 통계량의 퍼짐에는 주목하지 못함.
2	표본 통계량의 퍼짐에 주목: 표본 통계량의 퍼짐에는 주목하지만 중심에는 주목하지 못함. 그래서 표집분포의 중심이 모집단의 중심과 일치한다는 추론까지 나아가지 못함
3	표본 통계량의 퍼짐과 중심에 주목: 표집분포의 중심과 퍼짐 모두에 주목함. 그러나 표본 크기의 영향은 인식하지 못함
4	표본 크기와 표집변이성의 관계 이해: 표본의 크기와 표집변이성의 관계를 이해함

변이성 인식, 변이성 설명, 변이성 제어, 변이성 모델링, 표집분포의 이해에 대한 범주와 결과는 <표 III-5> ~ <표 III-9>와 같다. 변이성 인식과 변이성 제어 요소의 경우 측정상황과 우연상황

모두에서 동일한 범주로 사고 수준 위계가 구분되었다. 변이성 설명 요소의 경우에는 측정상황과 우연상황에서 다소 다르게 범주가 구분되었다. <표 III-4> ~ <표 III-9>를 이용하여 학생들



<표 III-10> 수준 조사에 대한 채점자간 일치도

구분	변이성 인식	변이성 설명	변이성 제어	변이성 모델링	표본 이해	표집분포 이해
k	.794	.880	.857	.771	.782	.874

각각의 사고 수준을 2인의 연구자가 평가하였다. 학생들 각각의 사고 수준에 대한 평가 결과의 신뢰도를 높이기 위해 2인의 연구자가 채점자간 신뢰도(inter-coder reliability) 검사를 실시하였다(성태제, 2002). <표 III-10>는 2인의 채점자에 의한 사고 수준 조사 결과의 Kappa 계수<sup>5)</sup>이다. 변이성 사고 요소 간의 관계를 탐색하기 위해 AMOS를 사용하여 탐색적 요인분석을 실시하였다(김계수, 2004).

최댓값을 분석한 결과는 <표 IV-1>과 같다.

변이성 사고 요소 간의 관계를 탐색하기 위해 변인들 간의 상관관계를 분석하였다(<표 IV-2> 참조). 분석결과 변이성 인식, 변이성 설명, 변이성 제어 사고 요소에 대하여 변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해 사고 요소의 상관관계가 각각 유사한 것으로 나타났다.

## IV. 연구결과

### 1. 기술통계 및 변인 간 상관관계

변이성 사고 요소 간의 관계를 탐색하기 위해 먼저 변인들의 기술통계치를 조사하였다. 각 변인들의 평균, 표준편차, 최솟값, 최댓값, 가능한

### 2. 1차 연구모형 확인적 요인분석

<표 IV-2>의 상관관계 결과와 세 요소(변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해) 모두 표본을 이용하여 모집단의 정보를 추론하는 사고와 관련이 있다는 사실을 바탕으로 표집의 이해를 세 요소의 잠재변수로 정하고, 연구 모형을 설정하여 측정모형에 대한 확인 요인 분석(confirmatory factor analysis: CFA)을 실시하였다. <표 IV-3>과 <표 IV-4>는 확인 요인 분석 결과

<표 IV-1> 각 변인의 기술 통계치(N=130)

구분	평균	표준편차	최솟값	최댓값	가능한 최댓값
변이성 인식	4.55	1.25	0	8	8*
변이성 설명	4.50	1.05	2	8	8*
변이성 제어	4.15	2.22	0	8	8*
변이성 모델링	2.14	1.10	0	4	4
표본의 이해	1.56	1.11	0	4	4
표집분포의 이해	1.34	0.75	0	4	4

\* 변이성 인식, 설명, 제어 요소는 측정상황과 우연상황에서 조사하여 가능한 최댓값이 8이 됨

5) Kappa 계수는 우연에 의해 두 채점자의 결과가 일치하는 확률을 제거한 것으로, .40~.60이면 '채점자간 신뢰도가 있다', .60~.75이면 '채점자간 신뢰도가 높다', .75 이상이면 '채점자간 신뢰도가 매우 높다'로 분류된다(Fleiss, 1981). 성태제(2002)는 채점자간 신뢰도 추정으로 채점자료에 대한 신뢰성을 인정하는 절대적 기준은 없으나 채점결과가 범주로 부여될 때 Kappa 계수 .75 이상을 제안한다(p.162).

<표 IV-2> 변이성 사고 요소 간 상관분석

구분	변이성 인식	변이성 설명	변이성 제어	변이성 모델링	표본의 이해	표집분포의 이해
변이성 인식	1					
변이성 설명	.271**	1				
변이성 제어	.244**	.237**	1			
변이성 모델링	.237**	0.087	.205*	1		
표본의 이해	.277**	0.143	.222*	0.101	1	
표집분포의 이해	.236**	0.147	.309**	.215*	.347**	1

\*\* p<0.01, \* p<0.05

를 정리한 것이다. 변이성 인식, 변이성 제어, 표본의 이해, 표집분포의 이해는 측정항목의 표준화 요인적재량이 모두 0.5 이상으로 나타났는데, 이는 이들 사고 요소가 변이성에 대한 사고 요소로 타당함을 보여준다(김계수, 2004; Kline, 2010). 세부적인 결과를 제시하면 다음과 같다.

가. 모형 적합도

연구의 모형에 대한 모형 적합도 분석을 실시한 결과 적합도지수 중  $\chi^2$ (카이자승 통계량)=(25.787), df.(자유도)=(21), p값=(0.215), GFI(기초적합도 지수)=(0.957), CFI=(0.954), RMR=(0.052), RMSEA=(0.042)로 나타났다. 그리고 GFI가 0.957, RMSEA가 0.042로 나타나 GFI가 0.95를 넘으며, 또한 RMSEA(근사오차평균자승근)가 .08 이하로 나타나 모형 적합도는 매우 좋은 수준이라고 해석할 수 있다.

나. 확인적 요인분석결과 요인적재치

확인적 요인분석결과 변이성 제어, 변이성 인식, 표본의 이해, 표집분포의 이해에 대해서 개별 변수들과 요인들의 관계는 5% 유의수준에서 모두 통계적으로 유의하게 나타났으며, 모든 t값이 ( $t_{값} = \text{비표준화계수}/\text{표준오차}$ ) 1.965 이상으로 유의한 것으로 나타났다. 그리고 표준화 요인적재량을 분석한 결과 표준화 요인적재량(SRW)은 모든 변수가 0.5 이상으로 나타나 통계적으로 유의하여 집중타당성이 있다고 해석할 수 있다. 변이성 설명과 변이성 모델링 요소는 개념타당도가 낮으나, <표 IV-3>의 모형 적합도 분석에서 알 수 있듯이 확인적 요인분석 전체 적합도가 최고수준에 도달하여 모든 변인이 포함되어도 무방할 것으로 판단되었다. 따라서 두 요소를 변수 구성에 포함하여 1차 모형 검증을 시도하였다.

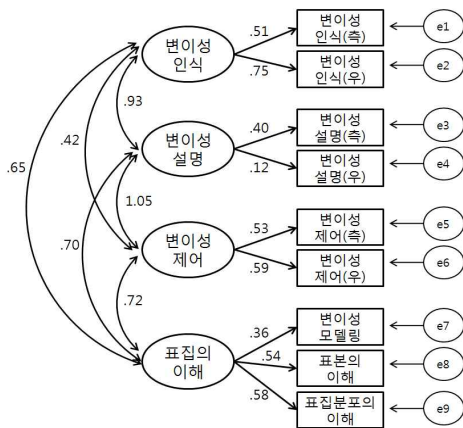
<표 IV-3> 모형 적합도: 확인적 요인분석 모형

Model	$\chi^2$	df	p	RMR	GFI	AGFI	RMSEA	CFI	NFI
기본모형	25.787	21	0.215	0.052	0.957	0.908	0.042	0.954	0.816

<표 IV-4> 확인적 요인분석결과 요인적재치 (1)

잠재변수 및 측정변수		비표준화 계수	표준화 계수	S.E.	C.R.	P
변이성 인식(측)	← 변이성 인식	1	0.514			
변이성 인식(우)	← 변이성 인식	1.069	0.754	0.32	3.342	***
변이성 설명(측)	← 변이성 설명	1	0.396			
변이성 설명(우)	← 변이성 설명	0.288	0.119	0.234	1.229	0.219
변이성 제어(측)	← 변이성 제어	1	0.53			
변이성 제어(우)	← 변이성 제어	1.223	0.592	0.367	3.329	***
변이성 모델링	← 표집의 이해	1	0.355			
표본의 이해	← 표집의 이해	1.525	0.538	0.547	2.79	0.005**
표집분포의 이해	← 표집의 이해	1.113	0.577	0.393	2.833	0.005**

[그림 IV-1]은 확인적 요인분석 모형의 요인적재치 경로계수를 나타낸 것이다.



[그림 IV-1] 1차 확인적 요인분석 모형

### 3. 1차 연구모형 구조방정식모형 분석

<표 IV-5> 모형 적합도: 1차 구조방정식 모형

Model	$\chi^2$	df	p	RMR	GFI	AGFI	RMSEA	CFI	NFI
기본모형	25.892	22	0.256	0.052	0.957	0.911	0.037	0.963	0.815

가. 1차 연구모형 적합도

가설 검증을 위한 연구의 1차 모형에 대해 모형 적합도 분석을 실시한 결과 적합도지수 중  $\chi^2=(25.892)$ ,  $df=(22)$ ,  $p값=(0.256)$ ,  $GFI=(0.957)$ ,  $CFI=(0.963)$ ,  $RMR=(0.052)$ ,  $RMSEA=(0.037)$ 로 나타났다. 그리고  $GFI$ 가 0.957,  $RMSEA$ 가 0.037로 나타나  $GFI$ 가 0.95를 넘으며, 또한  $RMSEA$ 가 기준치 .08 이하로 나타나 모형 적합도는 매우 좋은 수준이라고 해석할 수 있다(김계수, 2004; Kline, 2010).

나. 1차 연구모형 가설 검증결과

연구모형적합도 분석에 이어 다음과 같은 가설을 설정한 후 검증한 결과 가설이 기각되어 연구모형의 수정이 필요한 것으로 판단되었다

(<표 IV-6> 참조).

- 가설 1. 변이성 인식이 표집의 이해에 유의한 영향을 미칠 것이다 (기각)
- 가설 2. 변이성 설명이 표집의 이해에 유의한 영향을 미칠 것이다 (기각)
- 가설 3. 변이성 제어가 표집의 이해에 유의한 영향을 미칠 것이다 (기각)

4. 2차 연구모형 확인적 요인분석

1차 연구모형의 경우 적합도가 최고수준에 도달하였으나 가설이 기각되어 연구모형을 수정·보완할 필요가 제기되었다. 이를 위해 1차 확인적 요인분석결과에서 개념타당도가 낮은 2개의 변인,

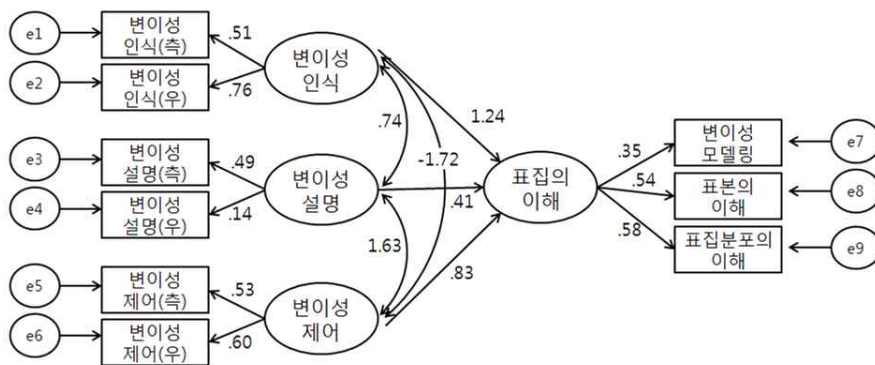
즉 변이성 설명과 변이성 모델링을 제거하여 연구모형을 개선하였다. 연구모형을 개선한 후 2차 확인적 요인분석을 실시한 결과는 다음과 같다.

가. 모형 적합도

연구의 모형에 대한 모형 적합도 분석을 실시한 결과 적합도지수 중  $\chi^2=(14.5)$ ,  $df=(6)$ ,  $p$  값  $= (0.025)$ ,  $GFI=(0.962)$ ,  $CFI=(0.898)$ ,  $RMR=(0.054)$ ,  $RMSEA=(0.105)$ 로 나타났다. 적합도 지수는  $GFI$ 가 0.962,  $RMSEA$ 가 0.852로 나타나  $GFI$ 가 0.95를 넘어 최고수준이나  $RMSEA$ 가 기준치 .08을 약간 넘고 있다. 최소기준인 0.1을 약간 넘는 수준에 머물고 있으며,  $RMR$ 도 0.054로 0.05보다 미세하게 크게 나타나고 있다(김계수, 2004; Kline, 2010).

<표 IV-6> 1차 연구모형 가설 검증결과

잠재변수 및 측정변수	비표준화 계수	표준화 계수	S.E.	C.R.	P
표집의 이해 ← 변이성 설명	-1.828	-1.722	2.599	-0.703	0.482
표집의 이해 ← 변이성 제어	0.917	1.634	0.868	1.056	0.291
표집의 이해 ← 변이성 인식	1.091	1.245	1.159	0.942	0.346



[그림 IV-2] 1차 연구모형

<표 IV-7> 모형 적합도: 확인적 요인분석 모형 (2)

Model	$\chi^2$	df	p	RMR	GFI	AGFI	RMSEA	CFI	NFI
기본모형	14.5	6	0.025	0.054	0.962	0.866	0.105	0.898	0.852

<표 IV-8> 확인적 요인분석결과 요인적재치 (2)

잠재변수 및 측정변수	비표준화 계수	표준화 계수	S.E.	C.R.	P
변이성 제어(측) ← 변이성 제어	1	0.487			
변이성 제어(우) ← 변이성 제어	1.446	0.643	0.541	2.671	0.008**
표본의 이해 ← 표집의 이해	1	0.567			
표집분포의 이해 ← 표집의 이해	0.734	0.612	0.213	3.449	***
변이성 인식(측) ← 변이성 인식	1	0.559			
변이성 인식(우) ← 변이성 인식	0.903	0.693	0.31	2.911	0.004**

<표 IV-9> 모형 적합도: 2차 구조방정식 모형

Model	$\chi^2$	df	p	RMR	GFI	AGFI	RMSEA	CFI	NFI
기본모형	20.484	7	0.005	0.095	0.949	0.848	0.122	0.838	0.791

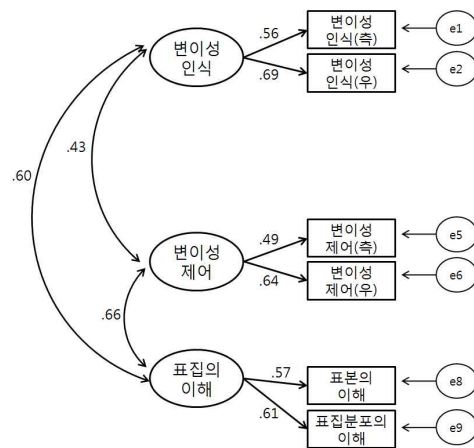
이를 종합하여 판단하면 RMR이나 RMSEA는 임계치보다 약간 크지만, GFI가 최고수준의 적합도를 보이고 있으므로 모형 적합도는 통계적으로 수용가능한 수준이라고 해석할 수 있다.

나. 확인적 요인분석결과 요인적재치

확인적 요인분석결과 변이성 인식, 변이성 제어, 표본의 이해, 표집분포의 이해에 대해 개별 변수들과 요인들의 관계는 5% 유의수준에서 모두 유의하게 나타났으며, 모든 t 값이 (t값 = 비표준화계수/표준오차) 1.965 이상으로 유의적인 것으로 나타나고 있다. 그리고 표준화 요인적재량을 분석한 결과 표준화 요인적재량(SRW)은 대체로 변수들이 0.5 이상으로 나타나 통계적으로 유의(p<.05)하여 집중타당성이 있다고 해석할 수

있다.

[그림 IV-3]은 확인적 요인분석 모형의 요인적재치 경로계수를 나타낸 것이다.



[그림 IV-3] 2차 확인적 요인분석 모형

5. 2차 연구모형 구조방정식모형 분석

가. 모형 적합도

가설 검증을 위한 연구의 2차 연구모형에 대해 모형 적합도 분석을 실시한 결과 적합도지수 중  $\chi^2=(20.484)$ ,  $df=(7)$ ,  $p값=(0.005)$ ,  $GFI=(0.949)$ ,  $CFI=(0.838)$ ,  $RMR=(0.095)$ ,  $RMSEA=(0.122)$ 로 나타났다. 적합도 지수는 GFI지수를 기준으로 보면 GFI가 0.95에 근접하고, RMSEA가 0.122로 나타나 최소기준인 0.1을 약간 넘는 수준에 머물고 있다(김계수, 2004; Kline, 2010). 이를 종합하여 판단하면 RMR이나 RMSEA는 임계치보다 약간 크지만, GFI가 아주 높은 수준의 적합도를 보이고 있으므로, 2차 연구모형의 모형 적합도는 통계적으로 수용가능한 수준이라고 해석할 수 있다. 이와 같은 결과는 이론모형의 간명성에 기인한 것으로 보인다. 이는 카이제곱 자승치의 확률이 작은 것에서도 잘 알 수 있다. 이순묵(1990)

은 통계적 유의성으로 인해 과학적 중요성을 회생시키는 일이 없도록 해야 한다고 언급하고 있다. 표준부합치인 NFI값을 보면 최악의 경우 0에 가깝고, 최적의 경우 1에 가까우며 본 연구에서는 0.791로 나타나 본 연구모형의 적합도는 80-95% 사이에 머물고 있다고 해석할 수 있다.

나. 2차 연구모형 가설 검증결과

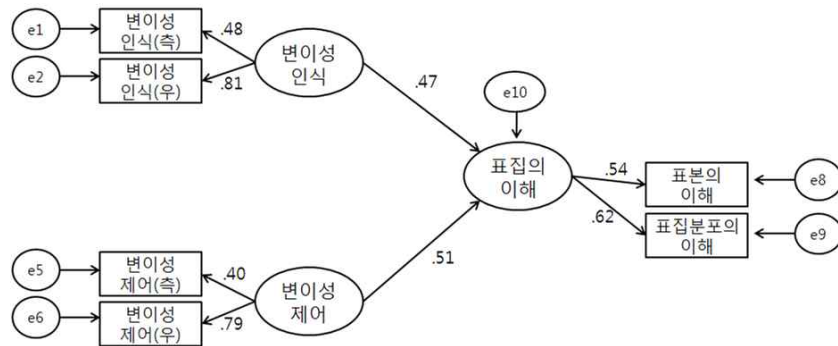
연구모형적합도 분석에 이어 가설을 설정한 후 검증한 결과 다음과 같은 가설이 채택되었다 (<표 IV-10> 참조).

가설 1. 변이성 인식이 표집의 이해에 유의한 영향을 미칠 것이다 (채택)

가설 2. 변이성 제어가 표집의 이해에 유의한 영향을 미칠 것이다 (채택)

<표 IV-10> 2차 연구모형 가설 검증결과

잠재변수 및 측정변수			비표준화 계수	표준화 계수	S.E.	C.R.	P
표집의 이해	←	변이성 인식	0.669	0.469	0.268	2.495	0.013*
표집의 이해	←	변이성 제어	0.587	0.514	0.245	2.393	0.017*



[그림 IV-4] 2차 연구모형

## V. 논의 및 결론

확인적 요인분석을 통해 문헌연구에서 제시하는 6개의 요소들이 변이성 사고 요소로 타당함을 확인하였다. 확인적 요인분석결과 변이성 인식, 변이성 제어, 표본의 이해, 표집분포의 이해는 표준화 요인적재량이 0.5이상으로 나타났다(<표 IV-4> 참조). 즉 이들 4개의 요소는 변이성 사고 요소로 타당한 것으로 나타났다. 또한 모형 적합도 분석(<표 IV-3> 참조)에서 확인적 요인분석 전체 적합도가 최고수준에 도달한 것으로 나타났다는데, 이는 변이성 설명과 변이성 모델링 역시 변이성 사고로 타당함을 보여준다. 이러한 결과는 문헌연구에서 제시하는 6개의 요소들이 변이성 사고 요소로 타당함을 확인시켜 준다. 그리고 변이성과 변이 추론에 대한 지도에서 이러한 6개 요소를 모두 고려하는 것이 필요함을 시사한다.

상관관계 분석결과 변이성 인식, 변이성 설명, 변이성 제어에 대한 변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해의 상관계수가 유사한 것으로 나타났다(<표 IV-2> 참조). 이러한 분석결과와 세 요소(변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해) 모두 표본을 이용하여 모집단의 정보를 추론하는 사고와 관련이 있다는 사실을 바탕으로 표집의 이해를 변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해를 포괄하는 잠재변수로 설정할 수 있었다. 그러나 변이성 인식과 변이성 제어는 표집의 이해에 영향을 미치는 것으로 나타난 반면, 변이성 설명은 표집의 이해에 영향을 미치지 않는 것으로 나타났다([그림 IV-4] 참조). 통계의 궁극적인 목적은 표본을 이용해 모집단의 정보를 추정하는 것이다. 이는 표집의 이해가 통계에서 매우 중요함을 의미한다. 이러한 표집의 이해에 변이성 인식과 변이성 제어가 유의한 영향을 미친다는 본 연구의 결과는 그 동안 교

육과정에서 간과되어 왔던 변이성 인식과 변이성 제어가 어떻게 교육과정에 통합될 수 있는지, 통합되어야 하는지에 대한 연구의 필요성을 제시한다.

그리고 변이성 설명이 표집의 이해에 영향을 미치지 않는 것으로 나타난 반면, 변이성 인식과 변이성 제어는 표집의 이해에 영향을 미치는 것으로 나타났는데, 이러한 결과는 각각의 사고 요소를 위해 필요로 하는 통계적 개념과 관련이 있는 것으로 보인다. 즉 변이성 인식과 변이성 제어 사고를 위해 평균, 최빈값, 분포 등의 통계적 개념을 필요로 하는데, 이들 개념은 표본과 표집분포를 이해하기 위해서도 역시 필요한 개념들이다. 그러나 변이성 설명은 이들 개념보다는 우연변이성에 대한 이해를 필요로 하기 때문에 이러한 결과가 나타난 것으로 보인다.

본 연구에서는 초등학교 5학년과 중학교 2학년의 일반학급 학생들과 수학생재학급 학생들을 대상으로 통계적 사고 요소를 변이성 인식, 변이성 설명, 변이성 제어, 변이성 모델링, 표본의 이해, 표집분포의 이해로 구분하여 각 요소 간의 관계를 조사하였다. 통계적 사고에서 다양한 수준을 기대하기 위해 사고 수준의 차이가 다양한 학생들을 연구대상자로 선정하고자 일부 시도하였으나, 본 연구의 결과를 확인하고 보완하기 위해서는 좀 더 다양한 수준의 학생들을 대상으로 하는 후속 연구가 지속적으로 이루어질 필요가 있다.

## 참고문헌

- 고은성, 이경화 (2010a). 변이성과 변이 추론의 지도를 위한 지식. **수학교육학연구**, 20(4), 221-239.
- 고은성, 이경화 (2010b). 예비교사들의 무작위성

- 개념 이해 조사. **학교수학**, 12(4). 455-471.
- 고은성, 이경화 (2011). 예비교사들의 통계적 표집에 대한 이해. **수학교육학연구**, 21(1), 17-32.
- 김계수 (2004). **AMOS 구조방정식 모형분석**. 서울: 한나래.
- 성태제 (2002). **타당도와 신뢰도**. 서울: 학지사.
- 우정호, 정영옥, 박경미, 이경화, 김남희, 나귀수, 임재훈 (2006). **수학교육학 연구방법론**. 서울: 경문사.
- 이순목 (1990). **공변량구조분석**. 서울: 성원사.
- 이외숙, 임용빈, 성내경, 소병수 (2000). **통계학 입문** (제2판). 서울: 경문사.
- Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R., & Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527 - 545.
- Ben-Zvi, D. (2004). Reasoning about variability in comparing distributions. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 42-63.
- Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The Solo Taxonomy*. Academic Press, New York.
- Chance, B., delMas, R., & Garfield, J. (2004). Reasoning about sampling distributions. In D. Ben-Zvi and J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 295-324). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Creswell, J. W. (2005). **연구설계: 정성연구, 정량연구 및 혼합연구에 대한 실제적인 접근**. (강운수, 고상숙, 권오남, 류희찬, 박만구, 방정숙, 이증권, 정인철, 황우형 공역). 서울: 교우사. (영어 원작은 2003년 출판)
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (1994). *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Fleiss, J. L. (1981). *Statistical methods for rates and proportion*. New York: Wiley.
- Franklin, C. A. & Garfield, J. B. (2006). The GAISE project: Developing statistics education guidelines for grades Pre-K-12 and college courses. In G. F. Burrill & P. C. Elliott (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance: Sixty-eight yearbook* (pp.345-375). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Goetz, J. P. & LeCompte, M. D. (1984). *Ethnography and qualitative design in educational research*. Orlando, FL: Academic Press.
- Kline, R. B. (2010). **구조방정식모형: 원리와 적용** (이현숙, 김수진, 전수현 역). 서울: 학지사 (원저 2005 출판).
- Ko, E.-S. & Lee, K.-H. (2011). Are mathematically talented elementary students also talented in statistics?. In B. Sriraman & K.-H. Lee, *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp.29-43). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Lipson, K. (2002). The role of computer based technology in developing understanding of the sampling distribution. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the 6th International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM] Voorburg, The Netherlands: International Statistics Institute.
- Pfannkuch, M. (2008). Building sampling concepts for statistical inference: *A case study*, paper presented at the ICME 2008 TSG. Monterrey, Mexico.
- Pfannkuch, M. & Wild, C. J. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and*



- thinking* (pp.17-46). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Reading, C. & Reid, J. (2004). *Consideration of variation: A model for curriculum development*, paper presented at the IASE 2004 Roundtable. Lund, Sweden.
- Reading, C. & Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp.201-226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Rubin, A., Bruce, B., & Tenney, Y. (1991). Learning about sampling: trouble at the core of statistics. In D. Vere-Jones (ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 314-319). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Saldanha, L. & Thompson, P. (2002). Conceptions of sample and their relationship to statistical inference. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 257-270.
- Snee, R. D. (1990). Statistical thinking and its contribution to total quality. *The American Statistician*, 44(2), 116-121.
- Stigler, S. M. (2002). **통계학의 역사**. (조재근 역). 서울: 한길사. (영어 원작은 1986년 출판)
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Watson, J. M. & Moritz, J. B. (2000). Developing concepts of sampling. *Journal of Research in Mathematics Education*, 31(1), 44-70.
- Wild, C. (2006). The concept of distribution. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 10-26.
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

# The Relationships among Components of Thinking related to Statistical Variability

Ko, Eun Sung (Soonchunhyang University)

This study distinguished thinking related to statistical variability into six components - the noticing of variability, the explanation of variability, the control of variability, the modeling of variability, the understanding of samples, and the understanding of sampling distribution and investigated the relationships among the thinking components. This study found that this distinction of thinking components related to statistical variability is reasonable. The results showed that each correlation coefficient of the modeling of variability, the understanding of samples, and the understanding of sampling distribution with regard to the noticing of variability, the explanation of variability, and the control of variability is similar. Based on this results, new variable, the understanding of sampling, has been drawn. The results also showed that while the noticing of variability and the control of variability influence the understanding of sampling, the explanation of variability does not influence it.

Key words : statistical variability(통계적 변이성), thinking components related to variability(변이성 관련 사고 요소), relationships among the components(요소 간의 관계)

논문접수 : 2012. 11. 8

논문수정 : 2012. 12. 3

심사완료 : 2012. 12. 14

[부록] 조사도구

[문제 1] 민수네 학급은 과학시간에 건전지로 이동하는 조립 자동차를 만들었습니다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 민수는 조립 자동차의 빠르기를 알고 싶어 자동차가 30m를 직선 이동하는데 걸리는 시간을 측정하였더니 20초가 나왔습니다. 다시 한번 측정한다면 어떤 결과가 나올 것이라 예상하는지 고르고, 그 이유를 설명하시오.

- ① 같은 결과가 나올 것 같다.
- ② 비슷하지만 다른 결과가 나올 것 같다. 예를 들면 \_\_\_\_\_
- ③ 전혀 다른 결과가 나올 것 같다. 예를 들면 \_\_\_\_\_

**그렇게 생각하는 이유:**

(2) 이 조립 자동차의 빠르기를 알기 위해 어떻게 하는 것이 좋다고 생각하는지 고르고, 그 이유를 설명하시오.

- ① 매번 결과가 같게 나올 것이므로 20초가 자동차의 빠르기이다.
- ② 여러 번 측정을 한 후 그 결과들을 이용하여 빠르기를 결정한다.
- ③ 측정할 때마다 결과가 다르게 나오기 때문에 자동차의 빠르기를 알 수 없다.

**그렇게 생각하는 이유:**

(3) 조립 자동차가 30m 가는데 걸리는 시간을 6번 측정한다면 어떤 결과가 나올 것이라 예상하는지 고르시오.

- ① 20초, 20초, 20초, 20초, 20초, 20초                      ② 18초, 20초, 21초, 19초, 17초, 22초
- ③ 12초, 25초, 20초, 7초, 30초, 20초

**그렇게 생각하는 이유:**

[문제 2] 과학 시간에 9명의 학생이 건전지로 이동하는 하나의 조립 자동차를 이용해 100m 가는데 걸리는 시간을 측정한 결과 다음과 같은 값을 얻었다고 합니다. 다음 물음에 답하시오.

61	60	63	102	62	61	60	61	60	(단위: 초)
----	----	----	-----	----	----	----	----	----	---------

(1) 9명 학생의 측정 결과가 다양합니다. 왜 이런 결과가 나왔다고 생각하는지 다음에서 있는대로 모두 고르시오.

- ① 도착하는 순간에 정확하게 초시계를 읽는 것이 어렵기 때문이다
- ② 측정은 운에 영향을 받기 때문이다
- ③ 다양한 이유 중 설명을 할 수 없는 이유가 존재하기 때문이다
- ④ 기타: \_\_\_\_\_

**그렇게 생각하는 이유:**

(2) 조립 자동차의 빠르기를 좀더 정확하게 구할 수 있는 방법에는 어떠한 것이 있는지 자신의 의견을 쓰시오.

(3) 조립 자동차의 빠르기는 얼마라고 생각합니까? 왜 그렇게 생각하는지 자신의 의견을 쓰시오.

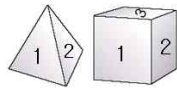
[문제 3] 영희가 주사위 놀이를 하였습니다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 한 개의 주사위를 24번 던진 후 1의 눈이 나온 횟수를 조사하니 6번이었습니다. 영희가 다시 주사위를 24번 던진 후 1의 눈이 나온 횟수를 조사하면 어떤 결과가 나올 것이라 예상하는지 고르시오.

- ① 같은 결과가 나올 것 같다.
- ② 비슷하지만 다른 결과가 나올 것 같다. 예를 들면 \_\_\_\_\_
- ③ 전혀 다른 결과가 나올 것 같다. 예를 들면 \_\_\_\_\_

**그렇게 생각하는 이유:**

(2) 위에서 영희가 던진 주사위가 정4면체(각 면에 1부터 4까지 쓰여 있다)와 정6면체(각 면에 1부터 6까지 쓰여 있다) 모양 중 어떤 것인지 알아보기 위해 어떻게 하는 것이 좋다고 생각하는지 고르시오.



정4면체      정6면체

- ① 매번 결과가 같게 나올 것이므로 정4면체 모양이다.
- ② 24번씩 던지는 실험을 여러 번 실시한 후 그 결과를 이용하여 결정한다.
- ③ 던질 때마다 결과가 다르게 나오기 때문에 알 수 없다.

**그렇게 생각하는 이유:**

(3) 8명의 학생이 정6면체 주사위를 30번씩 던진 후 1의 눈이 나온 횟수를 조사하면 어떠한 결과가 나올 것이라 예상하는지 고르시오.

- ① 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5      ② 7, 3, 6, 4, 6, 3, 4, 7      ③ 2, 6, 5, 1, 5, 8, 4, 9

**그렇게 생각하는 이유:**

[문제 4] 쉬는 시간에 영희는 친구들과 윷가락 던지기 놀이를 하였습니다. 다음은 10명의 학생이 그림과 같은 윷가락 1개를 각각 20회씩 던진 후 등 부분이 위로 올라온 횟수를 조사한 것입니다. 다음 물음에 답하시오.

8	13	15	13	14	14	15	12	14	11
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(1) 10명의 결과가 다양합니다. 왜 이런 결과가 나왔다고 생각하는지 다음에서 있는대로 모두 고르시오.

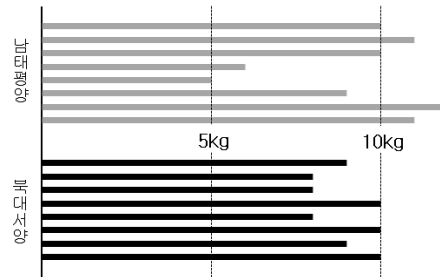
- ① 학생들마다 윷을 던지는 힘, 던진 높이가 다르기 때문이다.
- ② 윷을 던지는 것은 운에 영향을 받기 때문이다.
- ③ 다양한 이유 중 설명을 할 수 없는 이유가 존재하기 때문이다.
- ④ 기타: \_\_\_\_\_

**그렇게 생각하는 이유:**

(2) 등 부분이 올라올 확률을 좀더 정확하게 구할 수 있는 방법에는 어떠한 것이 있는지 자신의 의견을 쓰시오.

(3) 자신이 위의 윷가락 1개를 20번 던진다면 등 부분이 몇 번 위로 올라올 것이라 생각하는가? 그렇게 생각하는 이유를 쓰시오.

[문제 5] 다음 그래프는 남태평양과 북대서양에서 8개월 자란 참치 8마리의 무게를 각각 측정하여 나타낸 것입니다.



두 지역에 사는 참치의 무게에 차이가 있다고 생각합니까?

- ① 남태평양의 참치가 무겁다.
- ② 북대서양의 참치가 무겁다.
- ③ 두 지역에 사는 참치의 무게는 차이가 없다.

**그렇게 생각하는 이유:**

[문제 6] TV에서 아나운서가 “연구자들이 우리나라에 살고 있는 5학년 학생들의 몸무게를 알아보기 위해 우리나라에 살고 있는 5학년 학생들의 표본을 대상으로 조사했습니다.”라고 말하였습니다.

- (1) 이 문장에서 표본이라는 단어가 의미하는 것은 무엇이라고 생각합니까?
- (2) 연구자들이 우리나라에 살고 있는 5학년 학생 전체를 조사하는 대신 5학년 학생들의 표본을 조사한 이유가 무엇이라고 생각합니까?

[문제 7] 주머니에 흰 구슬과 검정 구슬이 모두 80개 들어 있습니다(단, 흰 구슬과 검정 구슬의 개수는 알지 못합니다). 영희와 철수는 주머니에 흰 구슬과 검정 구슬이 몇 개씩 들어있는지 알아보기 위해 다음과 같은 방법으로 조사를 하였습니다.



- 영희: 80개의 구슬을 골고루 섞은 후 20개의 구슬을 꺼내어 조사
- 철수: 영희가 꺼내고 남은 60개의 구슬을 골고루 섞은 후 20개의 구슬을 꺼내어 조사

각 학생이 꺼낸 구슬이 표본으로 적절한지 판단하고, 이유를 설명하시오.

학생	적합성 여부	그렇게 생각하는 이유
영희가 꺼낸 구슬 20개	적합하다( )	
철수가 꺼낸 구슬 20개	적합하다( )	

[문제 8] A초등학교에서는 가을소풍 장소를 결정하기 위해 학생들의 의견을 조사하였습니다. 다음 각 방법이 적절하다고 생각되는지 판단하시오.(학생 수는 각 학년별로 100명씩 전체 600명이라고 한다)

- (1) 조사 부스를 설치하여 참여를 원하는 학생을 대상으로 선착순으로 60명 조사하였습니다. 이 방법에 대해 어떻게 생각하는지 다음 중에서 고르고, 이유를 설명하시오.
  - ① 좋은 방법이다
  - ② 좋은 방법이 아니다

**그렇게 생각하는 이유:**

(2) 600명 학생의 이름이 각각 적힌 종이를 상자에 넣고 그 중 60개를 뽑아 그 학생들의 의견을 조사하였습니다. 이 방법에 대해 어떻게 생각하는지 다음 중에서 고르고, 이유를 설명하십시오.

- ① 좋은 방법이다
- ② 좋은 방법이 아니다

**그렇게 생각하는 이유:**

[문제 9] 통계청에서 한 가구당 평균 몇 명의 가족이 함께 살고 있는지 정보를 원했다. 그래서 A조사원이 무작위로 1000 가구를 선정하여 조사하였더니 4명이었다. 다음 물음에 답하십시오.

(1) B조사원이 한 번 더 무작위로 1000 가구를 선정하여 조사한다면 어떤 결과가 나올 것이라 예상하는가?

- ① A조사원과 동일한 결과가 나올 것 같다.
- ② 비슷하지만 다른 결과가 나올 것 같다.
- ③ 전혀 다른 결과가 나올 것 같다.

**그렇게 생각하는 이유:**

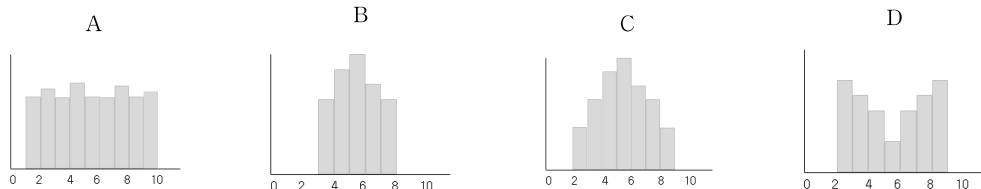
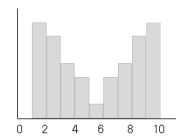
(2) 한 가구당 평균 몇 명의 가족이 함께 살고 있는지 알아보기 위해 어떻게 하는 것이 좋다고 생각하는가?

- ① 처음 1000 가구를 조사했을 때 나온 4명이 한 가구당 함께 사는 가족의 인원수이다.
- ② 1000 가구씩 조사를 여러 번 실시한 후 그 결과를 이용하여 알아본다.
- ③ 1000 가구씩 조사할 때마다 결과가 다르게 나오기 때문에 알 수 없다.

**그렇게 생각하는 이유:**

[문제 10] 오른쪽 그래프는 우리나라 중학교 전체 학생들을 대상으로 필통에 들어있는 볼펜의 개수를 조사하여 나타낸 것입니다 (단, 가로축은 볼펜의 개수, 세로축은 학생 수를 나타냅니다). 다음 물음에 답하십시오.

우리나라 중학생 전체



(1) 우리나라 중학생 4명씩을 여러 번 뽑아 평균을 구한 후 그 결과를 그래프로 나타내면 어떠한 모양과 비슷하겠는지 그래프 A~D 중에서 고르고, 이유를 설명하십시오.

- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D

**그렇게 생각하는 이유:**

(2) 우리나라 중학생 25명씩을 여러 번 뽑아 평균을 구한 후 그 결과를 그래프로 나타내면 어떠한 모양과 비슷하겠는지 그래프 A~D 중에서 고르고, 이유를 설명하십시오.

- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D

**그렇게 생각하는 이유:**