대한수학교육학회지 <학교수학> 제 14 권 제 4 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 14, No. 4, 431 ~ 443. Dec. 2012

초등학교 5학년 학생들의 문제 만들기

이 경 미* · 이 광 호** · 이 근 철***

본 연구는 초등학교 5학년 학생들의 문제 만들기 반응분석을 통해 문제해결 능력의 신장을 위한 문제 만들기 학습 지도에 시사점을 제공하는데 목적이 있다. 이를 해결하기 위해 부산 시 소재 281명을 대상으로 질문지를 통한 조사 연구를 실시하였다. 문제만들기는 유형에 따라 학생들의 곤란도가 달랐으며 언어적으로 단순한 문제를 제시하는 경향이 있었으며 식에 알맞은 문제 만들기를 가장 수월하게 해결하였으므로 문제만들기는 식에 알맞은 문제 만들기부터 지도하는 것이 바람직할 것이다.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성과 목적

현대 사회가 빠른 속도로 성장함에 따라 우리에게 필요한 수많은 정보들이 쏟아지고 있다. 21세기를 지식 기반 사회라고 특정을 짓는다면 21세기에 적합한 지식은 단순히 무엇에 대해 아는 것뿐만 아니라, 그것을 바탕으로 무언가를 새롭게 창출해 낼 수 있는 능력을 포함할 것이다. 2009 개정교육과정 총론에서도 교육과정에서 추구하는 인간상으로 '기초 능력의 바탕 위에 새로운 발상과 도전으로 창의성을 발휘하는 사람'을 들고 있는데 이도 같은 맥락에서 이해할 수 있을 것이다(교육과학기술부, 2010a).

국내외 수학 교육에서도 이런 사회적 동향에 따라 문제 해결을 학교 수학의 중요한 지도 내용으로 다루고 있다. 우리나라 수학과 교육과정을 살펴보면 1980년대 이후부터 꾸준히 문제해결능력을 강조해 왔으며, 1990년대 이후부터는 문제해결능력을 비롯한 의사결정능력, 비판적 사고, 창의적 사고 등과 같은 고등사고능력을 포괄하는 수학적 능력의 신장을 강조하고 있다(교육과학기술부, 2008a). 또한, 문제해결을 전 영역에서 지속적으로 지도하도록 하고 있으며 해결과정과 방법, 문제 만들기 활동을 중시하고 있다. 전미수학교사협의회(NCTM)에서도 1980년대부터 문제해결을 강조해오고 있으며 학교 수학을 위한 규준의 하나로 '문제해결로서의 수학'을 들고 있을 뿐만 아니라, 문제해결은 모든 수학 학습의 핵심적인 부분이며 학교 수학의 초석이 되어야 한다고 권고하고 있다(NCTM, 2000).

문제해결능력신장을 위해, 주어진 문제를 수동적으로 다루는 것이 아닌 능동적으로 취급해야 한다는 주장과 함께 문제 만들기의 필요성이 부각되고 있다(정은실, 1995). Polya(1957)의 저서 'How to solve it'에서 문제 만들기가 문제를 해

* 한국교원대학교 대학원, nakbin99@nate.com
** 한국교원대학교, paransol@knue.ac.kr, 교신저자
*** 한국교원대학교 대학원, zun4gil@naver.com

결하는 과정에서 문제를 새롭게 재구성하여 원 문제를 푸는 데 도움을 줄 수 있고, 문제를 해결한 후의 반성 및 검토 과정에서 자신만의 해결 방법을 심화하기 위한 중요한 수단이라고 하였다. 반면에 Brown & Walter(2005)는 그의 저서 'The art of problem posing'에서 문제 만들기의 주체를 학생으로 옮김으로서 학생들이 문제에 대해 더 깊이 이해할 수 있도록 하고, 주어진 문제에서 파생된 새로운 아이디어를 창조하는데 도움을 줄 뿐만 아니라 학생들의 문제해결력 신장 및 수학불안해소에도 도움을 준다고 하였다. 그 외에도 Kilpatrick(1987), Silver(1993)등의 여러 학자들이 학생들이 자신의 문제를 스스로 인식하고 만들어보는 활동이 교육에 있어서 중심이 되어야 한다고 하였다.

국내외 문헌에서 문제 만들기에 관한 연구의 비율이 늘어나는 추세이며, 이와 관련된 연구를 살펴보면 다음과 같다. 학생들은 문제를 직접 만드는 활동을 통해 문제 상황에 대한 사고가 깊어지고 이해력과 분석력이 향상된다. 그래서 문제를 충분히 이해하고 분석하게 되어 문제해결력이 향상되며(고상숙, 전성훈, 2009; 최윤석, 배종수, 2005), 문제 만들기를 통해 수학에 대한 자신감이 생기고 학습활동에 적극 참여하게 되어 수학교과에 대한 태도와 흥미도가 긍정적으로 변화된다는 것을 알 수 있다(송민정, 박종서, 2005).

게다가 2007 개정 교육과정 5학년 규칙성과 문제해결 영역에, 주어진 문제에서 필요한 정보나 부족한 정보를 찾는 내용이 추가된 것처럼 초등수학교육에서 문제만들기의 비중이 갈수록 커지고 그 필요성이 강조되고 있다. 윤선아(2009)의 연구에 따르면 교사들이 실제수업에서는 문제 만들기를 적극적으로 지도하지 않는다고 하였으며, 단순히 주어진 문제와 비슷한 문제로 바꾸어 해결하게 함으로써 특별한 수학적 활동이나 사고가 없는 학습이 이뤄지기도 한다고 하였다.

문제 만들기에 관한 연구는 문제 만들기와 문제해결력, 수학적 능력과 관련된 효과를 입증하는 연구가 대부분이고 학생들 다수를 대상으로 그 실태를 파악하는 연구가 부족한 실정이다. 따라서 본 연구는 5학년 학생들의 문제 만들기 반응 분석을 통해 그 실태를 조사, 분석하여 문제해결력 신장을 위한 문제 만들기 학습지도에 시사점을 얻고자 한다.

2. 이론적 배경

가. 구성주의

구성주의의 관점에서는 개인이 어떤 특정한 사회 속에서 살아가며, 그들이 속한 사회의 사회적, 문화적, 역사적 배경에 의해 영향을 받는다고 본다. 따라서 개인은 자신만의 고유한 사회적, 문화적, 역사적 경험과 배경을 가지고 있으며 그것을 바탕으로 자신만의 인지 구조를 구성하고 재구성하는 과정을 거쳐 자신에게 의미 있는 형태로 변경해가고 그 결과 지식이 구성된다고 보고 있다. 즉, 구성주의에서는 지식이 어떤 절대적인 진리나 참으로써 존재하는 것이 아니라, 그 개인이 속해있는 사회 구성원들과의 상호작용을 통해 개인의 고유한 인지 구조가 발달해 나가면서 구성되는 것이라고 말한다(강인애, 1997).

구성주의는 국내외 연구자들에 의해 다양한 관점에 따라 분류되고 있다. 하지만 대부분의 연구자들마다 그 기준으로 삼는 것은 개인 인지 구조의 변화와 개인이 속한 사회 구성원들의 상호 작용 중 어느 것을 더 강조하고 있는지 이다(이경화,1999). 그 기준에 따라 구성주의를 구분해보면, 지식의 구성에 있어서 개인의 인지 구조

의 변화에 좀 더 중점을 두는 경우를 인지적 구성주의로, 개인의 인지 구조의 변화보다 개인이 속해있는 사회 구성원들과의 상호작용에 더 중점을 두는 경우를 사회문화적 구성주의라고 구분할 수 있다. 인지적 구성주의는 Piaget의 인지 발달 이론에 근거를 두고 있으며, 인지적 구성주의를 대표하는 학자들로는 Piaget, von Glasersfeld, Fosnot, Cobb등이 있다(강인애, 1997). Piaget의 발생적 인식론에 따르면, 인간의 정신적 인지 과정은 생물학적 과정의 일부이며 지식은 개인의 생물학적 발달의 틀 안에서 동화와 조절을 통해 환경에 적응하는 과정에서 얻어진다고 본다. 즉, 사회, 문화적 요인의 영향보다는 개인의 인지 구조의 변화에 더 초점을 두고 있음을 확인할 수 있다.

구성주의에서는 학생들이 자기 나름대로의 인지 구조를 구성하고 재구성하며 그들 스스로 수학적 지식을 만들어 낸다고 보기 때문에, 학습이 보다 학습자 개개인에게 초점이 맞춰져야 하고 학습자가 보다 능동적으로 학습의 주체가 되어야 함을 중요하게 여긴다. 즉, 구성주의에서의 학습자는 만들어진 지식을 전달받는 지식 수용자가 아니라, 자신의 인지 구조의 변화를 통해 스스로 지식을 구성하는 적극적인 지식 형성자가 되어야 한다.

이러한 관점에서 볼 때, 문제 만들기는 학생들이 스스로 문제를 만들어보는 활동을 통해 학습에 보다 능동적으로 참여하는 학습의 주체자가 될 수 있으며, 자기가 가지고 있는 기존의 지식과 새로운 내용을 연결시킴으로서 인지구조를 발달시킬 수 있다. 따라서 학습이 유의미하기 위해서는 학생들 개개인이 가진 지식의 파악이 중요하며 본 연구의 목적인 학생들의 문제 만들기 반응 분석을 통해 문제해결능력의 신장에 시사점을 얻을 수 있다.

나. 문제 만들기

일상적으로 문제는 교과서에 제시되어 있거나 교사에 의해 제시되며 학생들은 그 문제를 단순히 푸는 역할에 그치는 경우가 많다. 하지만 학생들이 수학의 적극적인 주체가 되어야 함이 강조되면서 문제가 교과서나 교사에게서가 아니라 학생에게서 나와야 한다는 주장과 함께 문제 만들기의 중요성이 대두되고 있다.

문제 해결에 관한 여러 연구에서 문제 만들기에 대해 논의하고 있으며, 그 의미에 대해 언급하고 있다. Polya는 그의 저서 'How to solve it'의 문제 해결 전략 과정에서 두 가지 의미의 문제 만들기를 제시하고 있다(Polya, 1957). 첫 번째는 문제 해결 수립 단계에서 보조 문제로서의 문제 만들기를, 문제 해결을 위한 수단으로 문제 만들기를 사용하는 것이다. 원 문제와 관련된 새로운 문제를 생각하는 것은 원 문제를 해결하는데 도움이 될 만한 것을 이끌어 낼 수 있기 때문에 그것과 관련된 보조 문제로 활용할 수 있다. 이 때 보조 문제를 해결한 결과나 해결 방법, 혹은 결과와 방법 모두를 이용할 수 있을 것이다. 두 번째는 반성 단계에서의 문제 변형이다. 문제 해결에서 중요한 것은 단지 그 문제를 해결하는 것이 아니라, 기존의 알고 있던 지식들과 새롭게 알게 된 것들을 관련지어 새로운 지식을 창조해내는 것이다. 학생들은 문제를 만드는 과정을 통해 자기가 알고 있는 지식들 중에서 제시된 문제와 관련된 요소를 추출하여 연관지을 수 있다. 이 과정을 통해 학생들은 문제를 해결하는 이상의 것을 얻을 수 있을 것이다.

Schoenfeld는 문제 해결 전략을 분석 → 탐구 → 실행 → 검증의 4단계로 설명하고 각 단계에 필요한 교사의 발문과 학생들의 발견 전략을 제시하고 있다. 분석 단계에서는 문제를 이해하기 위해 그림을 그리거나 문제를 단순화시키는 전

략을 사용하고 탐구 단계에서는 다른 비슷한 문제를 떠올리거나 조금 혹은 많이 수정한 다른 문제를 떠올려 문제를 푸는 방법을 탐구한다. 실행 단계에서는 분석한 탐구 과정을 바탕으로 문제를 해결하고 검증 단계에서는 자신의 해결 방법이 적절한 방법인지, 다른 해결 전략은 없는지 등에 대해 반성하는 과정을 거친다. Schoenfeld는 문제 해결의 4단계 중 분석과 탐구 단계에서의 문제 만들기를 제안하고 있고 분석 단계에서의 제시된 문제의 해결을 돕기 위해 문제를 단순화하는 방법으로의 문제 만들기와 보다 효율적인 문제 해결을 위해 문제를 재구성하는 방법으로의 문제 만들기이다. 또한 탐구 단계에서의 문제 만들기는 문제에 주어진 정보를 추가하거나 부분적으로 수정하는 방법의 '조금 수정하여 문제 만들기'와 문제 해결의 저해요소를 없애거나 주어진 문제 이상의 것을 증명하거나 일반화시키는 등 '크게 수정하여 문제 만들기'의 방법을 설명하고 있다(Schoenfeld,1985; 신현성, 김경희, 1998). Schoenfeld는 문제의 이해를 돕기 위한 방법으로 문제를 단순화하는 방법의 문제 만들기와 문제 해결 방법의 탐구를 돕기 위해 문제를 조금 혹은 크게 수정하는 방법의 문제 만들기를 제안하고 있다.

이와 같이 문제 만들기는 학생들이 스스로 문제를 만들어가는 과정을 의미하는 것으로 문제 해결 과정에서 문제 해결을 돕기 위해 문제를 단순화하거나 비슷한 문제로 바꿔보는 방법의 문제 만들기와 문제를 해결한 후에 기존 지식의 재구성을 통해 더 발전적인 문제를 만들어 보는 방법의 문제 만들기를 포함하는 의미를 가진다고 볼 수 있다.

다. 문제 만들기의 유형

문제 만들기는 제시된 문제를 변경하여 문제를 만드는 방법과 주어진 상황에 맞는 자신만의 새로운 문제를 만드는 방법을 모두 포함한다. 문제 만들기 유형을 분류해 놓은 선행연구를 살펴보면(English, D. L, 1997a), 그림을 보고 문제 만들기, 식에 알맞은 문제 만들기, 자료를 이용하여 문제 만들기, 활동을 통한 문제 만들기, 자유롭게 문제 만들기, 조건을 변경하여 문제 만들기, 결과를 변경하여 문제 만들기, 숫자나 낱말을 고쳐서 문제 만들기, 이질적인 정보를 추가하여 문제 만들기, 해결 절차를 추가하여 문제 만들기 등이 있었다.

본 연구에서는 선행 연구와 교육과정 분석 내용을 종합하여, 문제 만들기의 유형을 그림이나 그래프를 보고 문제 만들기, 식에 알맞은 문제 만들기, 수학 기호를 이용하여 문제 만들기, 자료를 이용하여 문제 만들기, 문제의 조건(숫자, 상황)을 바꿔 새로운 문제 만들기, 문제를 재구성하여 새로운 문제 만들기로 분류하기로 한다.

II. 연구 방법

1. 연구 대상

부산시에 소재한 300개 초등학교를 5개의 교육구청별로 나눈 다음, 각 교육구청별로 단순무작위표집으로 5개 학교를 표집 하였다. 그리고 표집이 된 학교에서 5학년 1개 학급을 추출하여 표본으로 선정하였다. 회수된 설문지를 기준으로 학생 294명을 연구대상으로 하였고 검사에 응답하지 않은 학생 13명은 분석대상에 제외하였다.

2. 연구절차

본 연구는 초등학교 5학년 학생들의 문제 만들기 반응을 분석하는 것을 목적으로 하며, 연구

의 절차는 다음과 같다.

첫째, 문헌 검토를 통해 문제 만들기의 의미와 유형을 제 7차 교육과정과 2007 개정교육과정을 통해 분석하였다.

둘째, 문헌검토를 바탕으로 예비 검사 도구를 작성하였으며, 예비검사결과를 바탕으로 수정, 보완하여 본 검사 도구를 개발하였다.

셋째, 수거된 본 검사지의 내용을 바탕으로 학생들의 문제 만들기 반응을 분석하였고, 문제 만들기 학습지도에 시사점을 도출하였다.

3. 검사도구

문제만들기와 관련된 선행연구, 2007 개정교육과정과 제 7차 교육과정을 분석하여 문제 만들기 유형을 분류하였다. 문헌연구(교육과학기술부, 2008b; 교육과학기술부, 2010b; 교육과학기술부, 2010c; Barlow & Cates, 2006; Silver & Cai, 2005)를 바탕으로 각 유형에 맞는 문항을 선정하여 연구자가 검사 도구를 작성하고 문제 만들기 유형별로 각 1문항씩 총 6문항을 개발하여 학생들이 다양한 문제를 만들 수 있는지 알아보기 위해 각 문항 당 2개 이상의 문제를 만들도록 구성하였다. 본 연구에서 사용한 검사도구의 타당도를 높이기 위하여 전문가 1인과 동료교사들의 검토를 받았으며 예비검사를 실시하여 검사 도구를 수정, 보완하였다.

4. 자료 분석

초등학교 5학년 학생들의 문제 만들기 실태를 알아보기 위해 검사 도구를 통해 학생들의 반응을 알아보았다. 각 문항에 대한 학생들의 반응을 다음의 세 가지 측면에서 분석하였다.

첫째, 학생들의 반응을 문제의 완성도 측면에서 살펴보았다. 임문규(2001)의 연구를 바탕으로 (A)완전한 문제, (B)문법적인 오류가 조금 있지만 의미가 이해되는 문제, (C)의미가 이해되지 않거나 틀린 문제, (D)아예 만들지 않았거나 미완성인 문제로 분류하였다.

둘째, 학생들의 반응을 문제의 복잡성 측면에서 살펴보았다. 문제의 복잡성은 다양한 측면에서 분석될 수 있는데 Silver & Cai(2005)의 연구를 참고하여 언어적 복잡성과 수학적 복잡성의 측면에서 살펴보았으며, 언어적 복잡성을 알아보기 위해서 Mayer(1947)와 Silver & Cai(1996)의 연구를 참고하여 학생들과 교사들이 만든 문제의 진술 구조를 과제 제시형(assignment proposition), 비교 제시형(relational proposition), 조건 제시형(conditional proposition)으로 분류하였고 수학적 복잡성을 알아보기 위하여 Marshall(1995)의 분류를 바탕으로 학생들이 만든 문제의 의미 관계수를 살펴보았다. Marshall(1995)은 문제를 변화(change), 집단(group), 비교(compare), 재진술(restate), 다양성(vary)의 5개의 기본적인 의미 관계로 분류하였으며, Silver & Cai(1996)는 Marshall(1995)의 연구를 바탕으로 많은 의미관계가 있는 문제일수록 수학적으로 복잡한 문제라고 하였다.

셋째, 학생들이 만든 문제의 일반적인 반응 유형과 오류 유형, 그에 따른 빈도를 분석하였다.

Ⅲ. 연구결과 및 분석

1. 문제의 완성도 분석

각 유형별로 학생들이 만든 문제의 완성도를 분석한 결과는 다음 <표 Ⅲ-1>과 같다.

위의 <표 Ⅲ-1>과 같이 그래프를 보고 문제 만들기 유형을 제외한 대부분의 유형에서 의미 있는 문제가 차지하는 비중은 60%이하로 낮은

<표 Ⅲ-1> 학생들의 문제의 완성도 분석 결과

유형	A	B	C	D	합계
그래프를 보고 문제 만들기	324(46.5%)	229(32.9%)	121(17.4%)	23(3.3%)	697(100%)
식에 알맞은 문제 만들기	155(25.1%)	86(13.9%)	287(46.5%)	89(14.4%)	617(100%)
수학기호를 이용하여 문제 만들기	192(31.4%)	52(8.5%)	307(50.2%)	60(9.8%)	611(100%)
자료를 이용하여 문제 만들기	111(18.7%)	190(32.0%)	263(44.4%)	29(4.9%)	593(100%)
문제의 조건을 바꿔 새로운 문제 만들기	261(45.4%)	39(6.8%)	230(40.0%)	45(7.8%)	575(100%)
문제를 재구성하여 새로운 문제 만들기	254(42.1%)	108(17.9%)	178(29.5%)	63(10.4%)	603(100%)

비율을 나타냈다. 학생들은 그래프를 보고 문제 만들기 유형에서 79.4%의 의미 있는 문제를 만들었으며 주어진 문제를 재구성하여 새로운 문제를 만드는 유형에서 60%의 의미 있는 문제를 구성하였다. 주어진 문제의 조건을 바꿔 새로운 문제 만들기 유형과 자료를 이용하여 문제 만들기 유형에서 각각 52.5%와 50.8%의 의미 있는 문제를 만들었다. 하지만 식에 알맞은 문제 만들기 유형과 수학기호를 이용하여 문제 만들기 유형에서 각각 39.1%, 39.9%만이 의미 있는 문제로 나타났다.

2. 문제의 복잡성 분석

학생들이 만든 문제의 복잡성을 알아보기 위해, 언어적 복잡성과 수학적 복잡성의 측면에서 알아보았다. 문제의 언어적 복잡성을 살펴보기 위해, 학생들이 만든 문제의 진술 구조에 따라 과제 제시형, 비교 제시형, 조건 제시형으로 분류하였으며 그 결과는 다음 <표 Ⅲ-2>와 같다.

<표 Ⅲ-2> 언어적 복잡성

유형	과제 제시형	비교 제시형	조건 제시형	합계
그래프를 보고 문제 만들기	629(93.3%)	42(6.2%)	3(0.4%)	674(100%)
식에 알맞은 문제 만들기	387(73.3%)	3(0.6%)	138(26.1%)	528(100%)
수학기호를 이용하여 문제 만들기	426(77.3%)	2(0.4%)	123(22.3%)	551(100%)
자료를 이용하여 문제 만들기	440(77.9%)	12(2.1%)	113(20.0%)	565(100%)
문제의 조건을 바꿔 새로운 문제 만들기	499(94.2%)	3(0.6%)	28(5.3%)	530(100%)
문제를 재구성하여 새로운 문제 만들기	491(90.9%)	3(0.6%)	46(8.5%)	540(100%)

위의 <표 Ⅲ-2>를 보면 대부분의 유형에서 과제 제시형 문제가 가장 많이 나타났으며 다음으로 조건 제시형, 비교 제시형 문제의 순으로 나타났다. 그리고 그래프를 보고 문제 만들기, 문제의 조건을 바꿔 새로운 문제 만들기, 문제를 재구성하여 새로운 문제 만들기 유형에서 학생들이 만든 문제의 90%이상이 과제 제시형 문제였으며, 식에 알맞은 문제 만들기, 수학기호를 이용하여 문제 만들기, 자료를 이용하여 문제 만들기 유형에서 조건 제시형 문제가 차지하는 비율이 20%이상이었다. 대부분의 유형에서 비교 제시형 문제가 차지하는 비율이 가장 낮았으며, 1%에 미치지 못 하는 경우가 4개 유형이나 되었다. 이는 문제 만들기의 유형의 특성상, 미지수 값을 묻는 유형의 문제를 많이 만들었기 때문이기도 하지만, 그만큼 학생들이 다양한 문제 유형에 대해 익숙하지 않은 결과로 볼 수 있다.

문제 만들기 유형 중, 그래프를 보고 문제 만들기와 식에 알맞은 문제 만들기 유형은 특성상 수학적 복잡성을 분석하기 때문에 큰 의미가 없다. 따라서 두 유형을 제외한 나머지 유형에 한하여 수학적 복잡성을 분석하였으며 그 결과는 다음 <표 Ⅲ-3>과 같다.

학생들이 만든 문제의 수학적 복잡성은 주어진 문제에서 나타난 의미 관계수나 식에 사용된 연산의 수에 영향을 받는다. 수학기호를 이용하여 문제 만들기 유형의 경우 주어진 연산기호가 3개였기 때문에 학생들이 만든 문제에서도 3개의 의미관계를 갖는 문제가 가장 많은 것으로 분석할 수 있다. 문제의 조건을 바꾸거나 재구성하여 새로운 문제를 만드는 유형에서도 주어진 문제가 갖는 의미 관계수가 각각 2개, 1개로, 학생들이 만든 문제에서 가장 많이 나타난 의미 관계수와 같은 결과임을 알 수 있었다. 또한, 다른 유형에 비해 자료를 이용하여 문제 만들기 유형에서 학생들이 만든 문제의 수학적 복잡성이 매우 다양하게 나타남을 알 수 있는데, 이는 제시된 문제나 연산에 대한 제한이 거의 없어 학생들이 다양하게 문제를 만들 수 있었기 때문으로 분석할 수 있다.

3. 각 유형별 학생들의 일반적인 반응

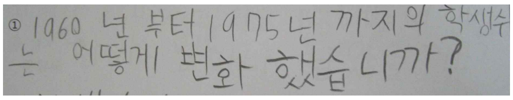
가. 그래프를 보고 문제 만들기

학생들은 그래프를 보고 문제를 만드는 유형에서는 주어진 자료들 사이의 관계를 비교하는 문제를 가장 많이 만들었다. 본 검사에서 사용한 그래프는 꺾은 선 그래프로 연속적으로 변화하는 자료의 모습을 잘 알 수 있는 특성을 가지고 있다. 학생들이 주어진 자료들 사이의 관계를 비교하는 문제, 그 중에서도 최대, 최솟값을 묻거

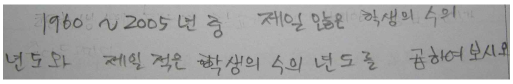
<표 Ⅲ-3> 수학적 복잡성

유형	0	1	2	3	4	5이상	합계
수학기호를 이용하여 문제 만들기	0 (0%)	18 (7.4%)	87 (35.7%)	130 (53.3%)	6 (2.5%)	3 (1.2%)	244 (100%)
자료를 이용하여 문제 만들기	21 (7.0%)	160 (53.2%)	42 (14.0%)	52 (17.3%)	21 (7.0%)	5 (1.7%)	301 (100%)
문제의 조건을 바꿔 새로운 문제 만들기	0 (0.0%)	22 (7.3%)	135 (45.0%)	119 (39.7%)	20 (6.7%)	4 (1.3%)	300 (100%)
문제를 재구성하여 새로운 문제 만들기	3 (0.8%)	251 (69.3%)	86 (3.9%)	14 (3.9%)	3 (0.8%)	5 (1.4%)	362 (100%)

나 변화의 추이를 묻는 문제 등을 많이 만든 것은 꺾은선그래프의 특징을 잘 이해하고 문제를 만든 결과로 분석할 수 있다. 이 유형에서 가장 많이 나타난 오류 유형으로는 그래프의 특정 자료 값들을 의미 없이 합하거나 곱하는 문제유형과 전체기간의 학생 수의 평균을 구하도록 하는 문제유형 등이 있었다.



[그림 Ⅲ-1] 학생들이 만든 문제의 예



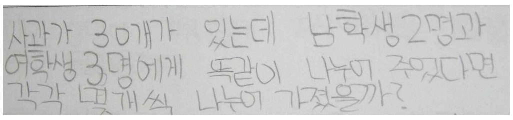
[그림 Ⅲ-2] 학생들의 오류 문제의 예

나. 식에 알맞은 문제 만들기

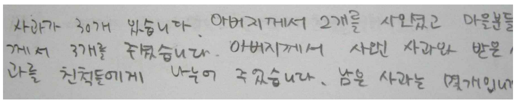
주어진 혼합계산식 '30÷(2+3)=6'에 알맞은 문장제를 만드는 유형에서 학생들이 만든 문제의 98%가 결과 미지수형태의 문제였으며, 초기 값 미지수형태의 문제가 2%, 변화 미지수형태의 문제는 한 문제도 없었다. 이유는 결과 미지수형태의 문제가 가장 익숙한 문제형태였기 때문으로 분석할 수 있다. 하지만 학생들의 사고를 더욱 발전시키기 위해서는 결과 미지수형태뿐만 아니라 초기 값 미지수형태나 변화 미지수형태의 문제도 많이 접해야 한다.

나눗셈측면에서는 학생들이 만든 문제의 70% 이상이 등분제의 의미로 만든 문제였으며, 2문제 이상 의미 있는 문제를 만든 학생들 중 등분제와 포함제의 의미로 각각 1문제씩 만든 학생은 5%에 불과하였다. 학생들에게 나눗셈의 2가지 의미를 모두 이해하고 사용도록 지도할 필요가 있다고 분석할 수 있다.

이 유형에서 학생들에게 많이 나타난 오류 유형은 나눗셈 상황을 제대로 이해하지 못하여 나타난 오류로, 나눗셈의 몫이 나타내는 의미를 혼동하여 나머지로 생각한다거나, 나누는 수와 나누어지는 수를 혼동하는 경우가 많았고, 그 외에 (2+3)의 계산결과인 5로 문장제를 만든 경우가 많았다.



[그림 Ⅲ-3] 학생들이 만든 문제의 예

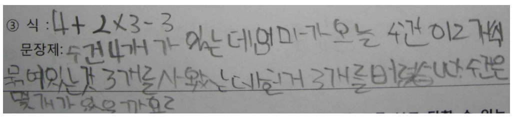


[그림 Ⅲ-4] 학생들의 오류 문제의 예

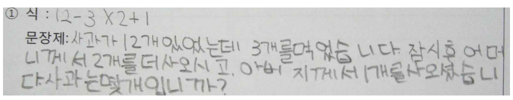
다. 수학기호를 이용하여 문제 만들기

학생들은 곱셈이 덧셈이나 뺄셈의 앞에 위치한 경우 58%의 정답률을 보였으나 곱셈이 덧셈이나 뺄셈 중간, 혹은 덧셈이나 뺄셈 뒤에 위치한 경우 5%의 정답률을 보였다. 이는 혼합계산을 할 때, 곱셈을 먼저 계산한 후 덧셈이나 뺄셈을 해야 함에도 불구하고 연산이 제시되어 있는 순서에 따라 계산을 하기 때문에, 학생들이 혼합계산의 계산순서에 대해 충분히 이해하고 있지 못한 결과로 분석할 수 있다.

이 유형에서 학생들에게 많이 나타난 오류로는 연산개념에 대해 충분히 이해하고 있지 못한 경우로 곱셈을 덧셈의 의미로 문장제를 만드는 등 잘못된 연산 상황을 구성하였으며, 그 외에 차례로 연산을 적용하여 문제를 만드는 오류를 나타냈다.



[그림 Ⅲ-5] 학생들이 만든 문제의 예

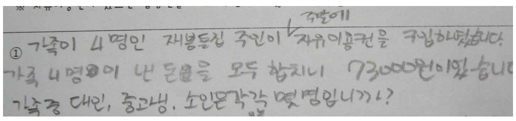


[그림 Ⅲ-6] 학생들의 오류 문제의 예

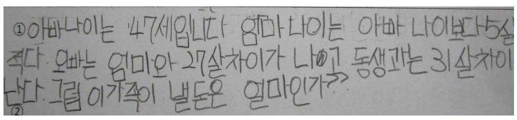
라. 자료를 이용한 문제 만들기

요일, 나이, 티켓의 종류에 따라 각각 금액이 다른 입장요금표를 보고 그에 알맞은 문제를 만드는 유형에서 대부분의 학생들은 여러 상황에서 입장요금의 총액을 묻는 문제를 가장 많이 만들었으며, 그 외에도 입장요금표에 나타난 자료를 보고 답하는 문제, 요금을 비교하는 문제, 입장요금의 총액을 제시하고 조건을 묻는 문제 등을 많이 만들었다. 이는 학생들이 자신에게 익숙한 상황을 문제로 표현한 것으로 학생들이 문제를 만들 때 실생활의 경험을 바탕으로 문제를 만듦을 알 수 있다.

본 유형에서 나타난 학생들의 오류로는 문제를 해결하는데 필요한 정보를 충분히 제공하지 않는 경우가 대부분이었다. 이는 학교수학의 문제해결 영역에서 완전한 문제를 어떤 전략을 사용하여 해결하느냐 하는 것을 가장 많이 다루고 있기 때문에 학생들은 그 문제가 해결하기에 충분한 정보를 제공하고 있는지 또는 혹시 필요하지 않은 정보가 있지는 않은지에 대해 살펴보기 보다는 그 문제를 어떻게 해결하는지에 대해 더 많은 고민을 하기 때문에 나타난 결과로 볼 수 있을 것이다.



[그림 Ⅲ-7] 학생들이 만든 문제의 예

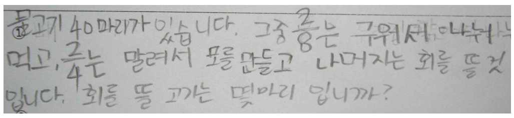


[그림 Ⅲ-8] 학생들의 오류 문제의 예

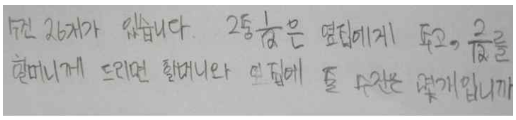
마. 문제의 조건(숫자, 상황)을 바꿔 새로운 문제 만들기

학생들이 만든 문제의 절반 이상이 숫자와 상황을 모두 바꿔 새로운 문제를 만드는 유형이었다. 주어진 문제의 조건을 바꿔 새로운 문제를 만들 때, 가장 쉬운 방법이 숫자나 단어만을 바꿔 만드는 경우이기 때문에 학생들도 그런 방법으로 문제를 많이 만들 것으로 예상되었다. 학생들이 만든 문제 중 75%정도의 문제가 숫자를 바꿔 만든 문제였으며, 60%정도는 상황을 바꿔 만든 문제였다. 즉, 학생들은 상황을 바꾸는 것보다는 숫자를 바꿔 새로운 문제 만들기를 더 선호한다는 것을 알 수 있었다.

이 유형에서 나타난 학생들의 오류로는 문제 상황을 제대로 이해하지 못하여 나타난 오류로, 이산량의 등분할에 대한 개념을 고려하지 않고 문제를 만들거나, 전체와 부분에 대한 개념을 고려하지 않고 문제를 만든 경우가 많았다.



[그림 Ⅲ-9] 학생들이 만든 문제의 예



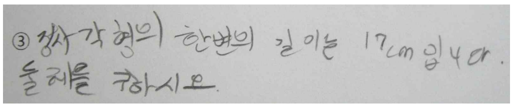
[그림 Ⅲ-10] 학생들의 오류 문제의 예

바. 문제를 재구성하여 새로운 문제 만들기

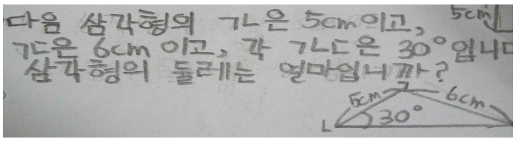
학생들은 크게 주어진 문제의 도형을 변경하거나, 구하려는 것을 변경하여 문제를 재구성하였다. 문제에 제시된 직사각형을 정사각형이나 삼각형, 평행사변형, 마름모 등으로 변경하여 문제를 재구성하였으며, 둘레를 구하라는 문제를 넓이나 부피를 구하게 되거나, 둘레나 넓이를 제시하고 한 변의 길이를 구하도록 하는 문제로 재구성하여 나타내는 유형이 많았다.

이 유형에서 많이 나타난 학생들의 오류로는

문제 해결에 필요한 정보를 문제에 충분히 밝히지 않은 경우와 도형에 대한 이해가 부족하여 나타난 경우로, 삼각형의 둘레를 구하는 문제에 삼각형의 두 변의 길이만 제시한다던지, 사다리꼴의 가로와 세로(높이)의 길이만 제시하고 사다리꼴의 둘레를 구하라고 하는 등의 문제를 만들었으며 세 변의 길이와 다른 삼각형을 제시하면서 정삼각형의 둘레를 구하라는 문제를 내거나 정사각형의 가로, 세로길이를 다르게 제시하고는 정사각형의 둘레를 구하라는 등의 문제를 만들기도 하였다.



[그림 Ⅲ-11] 학생들이 만든 문제의 예



[그림 Ⅲ-12] 학생들의 오류 문제의 예

Ⅳ. 결론 및 논의

본 연구의 결과를 바탕으로 선행 연구와 교과서 분석, 현장에서의 문제 만들기 학습지도와 관련하여 얻는 결론은 다음과 같다.

첫째, 학생들이 만든 문제의 완성도를 분석해 본 결과, 식에 알맞은 문제 만들기와 수학기호를 이용한 문제 만들기를 같은 유형으로 보았을 때, 각 문제 만들기 유형별로 의미 있는 문제가 차지하는 비중이 최대 40%까지 차이가 났다. 즉, 학생들은 문제 만들기 유형에 따라 느끼는 곤란도가 달랐다. 학생들의 문제 만들기 능력을 신장시키기 위해서는 학생들이 보다 쉽게 해결할 수 있는 문제 만들기 유형인, 그래프를 보고 문제 만들기나 문제를 재구성하여 새로운 문제만들기 유형부터 자료를 이용한 문제 만들기 유형이나 수학기호를 이용한 문제 만들기 유형 등 다양한 유형의 문제 만들기를 접하도록 해야 할 것이다.

둘째, 학생들이 만든 문제의 언어적 복잡성을 분석하기 위하여 문제의 진술형태를 살펴본 결과, 학생들은 대부분의 유형에서 전체의 70%가 넘는 문제를 과제 제시형문제로 만들었으며 그 중 3개 유형에서는 과제 제시형 문제가 차지하는 비율이 90%를 넘었다.

Mayer(1947)는 조건 제시형의 문제가 과제 제시형의 문제보다 문제의 진술구조에서 언어적으로 더 복잡하다고 하였다. 이러한 관점에서 볼 때, 우리나라 학생들은 언어적으로 단순한 문제를 많이 만드는 경향이 있었다. 학생들이 만든 문제가 언어적으로 복잡해야 좋은 문제를 만들었다고 볼 수 있는 것은 아니다. 하지만 간단한 문제 만들기를 쉽게 해결하거나 보다 높은 수준의 문제를 만들 수 있는 학생들에게 다양한 진술 형태의 문제나 언어적으로 더 복잡한 문제를 만들어보게 함으로써 다양한 문제유형을 접하게 할 수 있고 학생들의 수학적 능력을 향상시킬 수 있는 방법이 될 수 있을 것이다.

셋째, 문제의 조건을 바꾸거나 재구성하여 새로운 문제를 만들 때, 좀 더 복잡하게 만드는 경우가 많았다. 본 연구에서의 수학적 복잡성은 학생들이 만든 문제 중 의미 있게 만든 문제를 대상으로 분석한 것으로 선행연구와 비슷한 맥락의 결과로 볼 수 있다. 이는 문제만들기가 수업의 전 단계에서 활용될 수 있지만 특히, 문제를 해결한 후 ‘발전’ 단계에서 효과적으로 활용될 수 있으며 학생들에게 주어진 문제보다 수학적으로 더 복잡한 문제를 만들도록 교사가 지도하여 학생들의 수학적 사고를 확장, 발전시킬 수 있는 방안이 될 수 있다.

넷째, 2007 개정교육과정에서 새로이 도입된 수학기호를 이용한 문제 만들기 유형은 학생들

이 스스로 수와 연산기호 및 연산기호의 순서를 정하여 식을 만들고 그 식에 알맞은 문제를 만드는 과정을 통해, 처음에는 다소 어려움을 겪을 수 있지만 결국에는 학생들의 사고력을 신장시킬 수 있는 한 방안이 될 수 있을 것이다. 또한, 학생들은 자신의 수준에 알맞은 수와 연산기호 및 연산기호의 순서를 선택하여 식을 만들 수 있으므로 각 학생들의 수준에 맞는 수준별 수업으로 나아가는 길이 될 것이며, 이는 2007 개정 교육과정의 기본 방향과 일치하는 것이다(교육과학기술부, 2008a). 즉, 수학기호를 이용한 문제 만들기 유형은 학생들 스스로 수와 연산기호를 선택하게 하여 문제를 만들게 함으로써 학생들의 자율성 및 창의성을 보장하고 학생 각각의 수준에 맞는 수준별 수업이 가능하게 하는 2007 개정교육과정에 부합하는 적절한 방법으로 볼 수 있다.

다섯째, 2007 개정교육과정 5학년 규칙성과 문제해결영역에, 주어진 문제에서 필요한 정보나 부족한 정보를 찾는 내용이 추가된 것은 본 연구의 결과에 비춰볼 때 학생들과 교사들이 간과할 수 있는 부분을 보완해 줄 수 있는 효과적인 개정 방향이라고 볼 수 있다. 관련 내용을 학습한 후 충분히 이해하는지에 대한 확인으로 문제 만들기를 활용할 수 있을 것이다.

여섯째, 학생들은 각 문제 만들기 유형별로 자신이 만들 수 있는 문제를 2개 이상 만들었고 그 반응을 대상으로 문제의 완성도와 복잡성, 학생들이 만든 일반적인 문제의 유형, 문제에서 나타난 오류 유형을 분석해 본 결과 학생들의 수학적 개념 이해 정도 및 오류 유형을 알 수 있었다. 문제 만들기는 충분한 수학적 개념이 뒷받침 되어야 하며, 그렇지 않으면 미완성 문제나 틀린 문제를 만들면 된다. 그런 점에 있어 문제 만들기는 단순한 개념을 묻는 문제나 단답형 문제에서는 알아내기 힘든, 학생들의 수학적 이해 정도 및 오류를 깊게 알아볼 수 있는 한 방법이 될 것이다.

참 고 문 헌

강인애(1997). **왜 구성주의인가**. 서울문음사.

고상숙, 전성훈(2009). 방정식의 문제 만들기 활동에서 문제구조를 중심으로 문제해결에 관한 연구. **수학교육논문집, 23**(1), 109-128.

교육과학기술부(2008a). **초등학교 교육과정 해설(Ⅳ)** - 수학, 과학, 실과. 서울: 대한교과서주식회사.

교육과학기술부(2008b). **수학 5-가**. 서울:(주)두산.

교육과학기술부(2010a). **2009 개정교육과정 총론**.

교육과학기술부(2010b). **수학 4-1**. 서울: 두산동아.

교육과학기술부(2010c). **수학 4-2**. 서울: 두산동아.

송민정, 박종서(2005). 문제 만들기 프로그램 개발, 적용이 수학 학업 성취도 및 태도, 흥미도에 미치는 영향. **한국초등수학교육학회지, 9**(1), 1-18.

신현성, 김경희(1998). **수학적 문제 해결**. 서울 경문사.

우정호 역(2005). **어떻게 풀 것인가: 수학적 사고 방법**. 서울: 천재교육.

윤선아(2009). **초등수학에서 문제만들기 활동 지도의 개선 방안**. 서울교육대학교 석사학위논문.

이경화1999). 수학교육과 구성주의. **수학교육학연구, 9**(1), 51-80.

임문규(2001). 제 7차 교육과정에 따른 초등학교 1,2학년 수학 교재의 문제 만들기 내용 분석 및 학생들의 실태 조사. **학교수학, 3**(2), 295-324.

전평국, 방정숙 공역(1995). **수학적 문제 설정에 관하여**. 청주교육대학교 과학교육연구소 논문집, 16.

정은실(1995). **폴리아의 수학적 발견술 연구**. 서울대학교 박사학위논문.

최윤석, 배종수(2004). 초등 수학에서 문제 만들

기를 적용한 수업이 수학적 문제 해결력 및 태도에 미치는 효과. **한국초등수학교육학회지, 8**(1), 23-43.

Barlow, A. T., & Cates, J. M. (2006). The impact of problem posing on elementary teachers's beliefs about mathematics and mathematics teaching. *School Science and Mathematics, 106*(2), 64-73.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005). *The art of problem-posing(3rd ed.).* Hilsdalem, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

English, D. L. (1997). Promoting a problem- posing classroom. *Teaching Children Mathematics, 4*(3), 172-179.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problem come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp. 123-147). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mashall, S. P. (1995). *Schemas in problem solving.* NY: Cambridge University Press.

Mayer, E. R. (1947). Educational psychology: A *cognitive approach.* Boston: Little & Toronto: Brown and company.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: The Author.

Polya, G. (1957). *How to solve it.* NY: Double day.

Silver, E. A. (1993). *On mathematical problem posing.* PME Proceedings of the Seventeenth International Conference, 1.

Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education, 27.*

Silver, E. A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics, 12*(3).

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* San Diego, CA: Academic Press, Inc.

The Analysis of the 5th Graders' Responses on Problem Posing

Lee, Kyong Mi (Graduate School of Korea National University of Education)
Lee, Kwang Ho (Korea National University of Education)
Lee, Keun Cheol (Graduate School of Korea National University of Education)

The purpose of the research is to offering an implication about problem posing instruction for improving problem solving ability through 5th grade elementary school students' responses on problem posing. For the purpose a survey was implemented to 281 students at Busan urban area.

There was a difference between the students' completeness in terms of problem posing types. They tended to make more simple problems linguistically rather than complicated problems and made problems for the equation easily. At first for the problem posing, students need to be taught to learn for making appropriate problems about an equation.

Key Words : Problem posing(문제만들기), elementary school student(초등학생)

논문접수 : 2012. 10. 6
논문수정 : 2012. 12. 3
심사완료 : 2012. 12. 14