

링 보강 원통셸의 고유진동수 최적화에 관한 연구

장진건* · 이영신**† · 양태호**

* 대동공업, ** 충남대학교 기계설계공학과

A Study on the Optimization of the Natural Frequency of a Ring-Stiffened Cylindrical Shell

Jin-Geon Chang*, Young-Shin Lee**† and Tae-Ho Yang**

* DAEDONG Co, LTD

** Dept. of Mechanical Design Engineering, Chungnam Nat'l Univ.

(Received October 5, 2011; Revised December 22, 2011; Accepted December 26, 2011)

Key Words: Cylindrical Shell(원통셸), Ring Stiffened(링보강), Optimization(최적화), Natural Frequency(고유진동수)

초록: 보강 원통셸의 기본 고유 진동수를 최적화하기 위해서, 보강재의 개수를 1 개에서 5 개까지 보강된 원통셸에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 고유 진동수에 대한 최적화를 시뮬레이션하기 위해서 ANSYS 11.0 을 사용하였다. 최적화 방법으로 Subproblem Approximation Method 를 이용하였다. 최적화의 설계 함수로는 T-형 링 보강재의 기하형상이며, 제한 함수로는 보강에 따른 추가 부피가 10 % 이내로 제한하였다. 목적함수는 기본 고유진동수를 최대화하는 것이다. 최적 설계에 대한 성능 지표는 비보강 원통셸과 보강원통셸의 고유진동수와 부피의 비로서 정의하였다. 최적 성능 지표는 3 개의 보강재를 사용한 원통셸에서 나타났다.

Abstract: For the optimization of the fundamental natural frequency of stiffened cylindrical shells, simulations were performed for cylindrical shells that were stiffened with between one and five ring stiffeners. ANSYS 11.0 was used to simulate the optimization for the natural frequency. The Subproblem Approximation Method was applied as the optimization method. The design function of the optimization was the geometry of the T-shaped ring stiffener, and the constraint function was the maximum additional volume, constrained to a 10% increase. The objective function of the optimization was chosen to maximize the fundamental natural frequency. The performance index for optimal design was defined as the ratio of the natural frequency to the volume of the unstiffened and stiffened shells. The optimal performance index was obtained for the shell stiffened with three rings.

1. 서 론

원통셸(cylindrical shell)⁽¹⁾은 기하학적 형상이 가장 간단하고 제작 및 활용의 편리성 때문에 셸 구조 중에서도 가장 응용이 높은 구조이다. 셸 구조물은 다양한 형태의 동적 하중을 받을 수 있는데, 이를 위해 다양한 보강재를 조합한 원통셸⁽²⁾을 적용하게 된다. 또한 이러한 보강 원통셸의 동적 거동이 일어날 때 시간에 따라 하중 형태 및 크기가 바뀌는 진동 특성이 있으며 이로 인해 구조 파괴의 원인이 된다. 이를 위해 구조의 고유진동특성을 규명해야 한다.

Ludwig⁽³⁾ 등은 비대칭 하중을 받는 링보강 고정

원통셸의 동적 응답을 연구하였다. Lee 와 Kim⁽⁴⁾ 은 외팔 복합재료 원통셸의 링과 스트링거의 조합에 의한 진동특성을 보함수 (beam function)과 Rayleigh-Ritz 법을 이용하여 연구하였으며, 보강 링의 편심, 회전관성이 고유진동수에 미치는 영향을 고찰하였다.

Wang⁽⁵⁾은 링 보강 직교 적층 원통셸의 진동해석을 수행하였다. Pan⁽⁶⁾ 등은 링으로 보강되어진 얇은 원통형 셸에 대한 진동해석을 수행하였다. 이영신 등이 보강 원통셸의 최적구조에 대한 연구하였다.⁽⁷⁾ 또한 지금까지의 국내에서 수행된 원통셸 관련 연구의 현황을 리뷰한 논문이 발표되었다.⁽¹⁾

이영신^(8,9) 등은 등급 양방향 진화적 구조 최적화와 십자도 장비의 냉각 특성 최적화 연구를 수행하였다.

Jafri⁽¹⁰⁾ 등은 링보강 원통셸의 자유진동에 대해 실험 및 해석적 연구를 수행하였다.

† Corresponding Author, leey@cnu.ac.kr

© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

기본 고유진동수는 진동 실험 및 시뮬레이션 결과에서 가장 낮은 진동수를 나타내는 것이 바로 기본고유진동수가 되며, 이 외의 진동수는 기본 고유진동수가 증가를 함에 따라 이와 동시에 증가를 함으로 고차 진동수보다 기본 고유 진동수는 중요한 요소이다.

본 연구에서는 링 보강 원통셀의 기본 고유 진동수를 최대화하는 보강재의 형상과 보강재의 개수를 제시하기 위한 최적화를 수행하였다.

2. 링 보강 원통셀의 고유진동 특성

2.1 개요

상용유한요소 프로그램인 ANSYS 11.0 를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 링 보강재가 4 개인 경우 기존 문헌⁽¹⁰⁾의 실험 결과와 비교, 고찰하였다.

2.2 고유진동 유한요소 해석

2.2.1 유한요소 모델링

4 개 링으로 보강된 원통셀의 형상은 Fig 1 과 같으며, 이 형상에 대한 주요 치수는 Table 1 에 제시하였다.

Table 1 Material properties for a stiffened shell ⁽¹⁰⁾

Features	Dimensions
Shell radius R (mm)	49.75
Shell thickness t (mm)	1.65
Shell length L (mm)	394.5
Rings height dr (mm)	5.33
Rings width br (mm)	3.17
Modulus of elasticity E (GPa)	68.95
Mass density ρ (kg/m ³)	2762
Possion's ratio	0.31

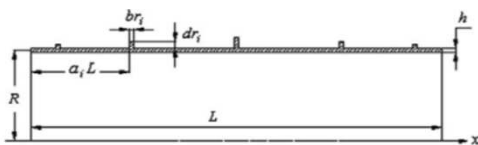


Fig. 1 The ring stiffened cylindrical shell ⁽¹⁰⁾

원통셀은 Shell63 요소를 사용하여 모델링 하였으며, 보강재는 방향성이 있는 Beam188 요소를 사용하였다.

2.2.2 고유진동 해석 결과

일반적인 원통셀의 고정 - 고정조건에서의 모드 형상은 Fig. 2와 같다. m은 원통셀의 길이 방향에 생긴 반파형의 개수를 의미하며, n은 원통셀의 원주 방향에 생긴 반파형의 개수를 의미한다.⁽¹⁾ 최저고유 진동수는 길이 방향 모드(m)가 1인 경우 셀의 중심 변형 진폭이 크고 이때 최저고유진동수가 나타난다.

Table 2에서 볼 수 있듯이 기본고유진동수는 빔 모드 (m)가 1이며, 셀 모드(n)가 2일 때 기본 고유진동수는 326.3 Hz 이다. 이때의 진동실험과 시뮬레이션과의 결과를 비교해 보았을 때 최대오차율은 2 % 를 넘지 않음을 알 수 있었으며, 이를 통해 시뮬레이션의 타당성을 검증 할 수 있었다.

3. 링 보강 원통셀의 진동최적화

3.1 원통셀의 형상 및 재료

보강을 하기 위한 원통셀의 형상은 Fig. 3 과 같은 좌표계를 가진다. 진동최적화를 하기 위한 유한 요소 해석에 사용될 재료의 물성치 형상의 치수에 대한 정보는 Table 3 과 같다.

3.2 보강재 형상

Fig. 4 와 같은 보강재가 원통셀 내부의 원주방향으로

Table 2 Comparison on natural frequency of the stiffened cylindrical shell with free-free edge condition

Mode	M	n	Experiment (Hz) ⁽¹⁰⁾	FEM (Hz)	Difference (%)
		3	920.9	914.89	0.56
		4	1703.4	1715	0.68
		5	2643	2695	1.96

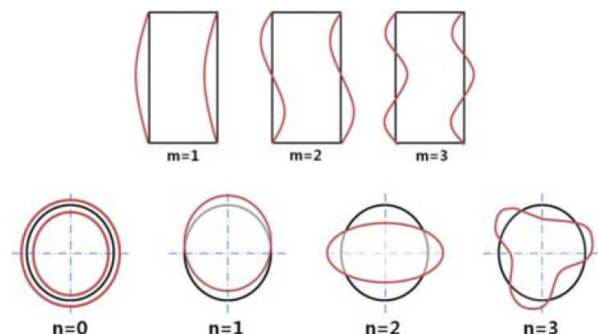


Fig. 2 Typical mode shapes of the cylindrical shell ⁽¹⁰⁾

Table 3 Material properties of the stiffened shell for optimization

Features	Dimensions
Shell radius R (mm)	65.58
Shell thickness h (mm)	1.15
Shell length L (mm)	300.00
Modulus of elasticity E (GPa)	68.95
Mass density ρ (kg/m ³)	2762
Poisson's ratio	0.31

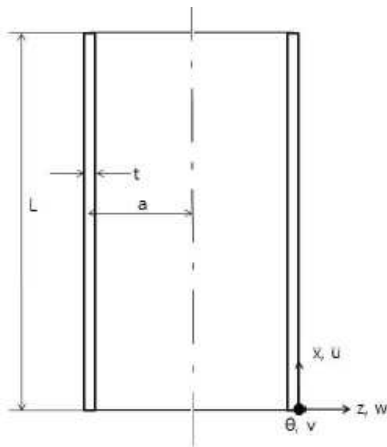


Fig. 3 Geometry and coordinate system of cylindrical shell

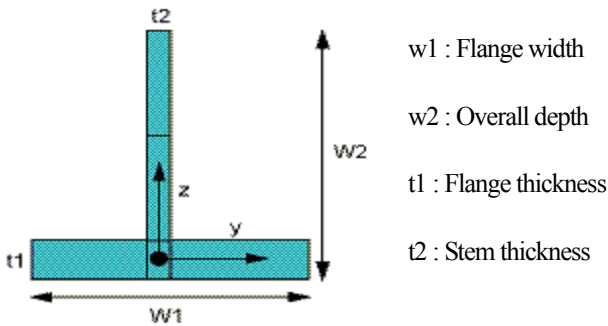


Fig. 4 Dimension for T-stiffener of stiffened cylindrical shell

보강되었다.

사용한 빔요소는 방향성이 있는 BEAM 188 을 사용하였고, w1 은 플랜지의 폭, w2 는 보강재 길이, t1 는 플랜지 두께, t2 는 스템부 두께이다.

총 원주방향 보강재의 개수는 1 개에서 5 개까지 고려하였으며 보강재는 원통셸에 등간격으로 배치하였다.

3.3 최적화 방법

본 연구에서 설계 최적화 목표는 제한 및 제약 조건을 만족하는 범위 내에서의 기본고유진동수를 최대화에 두고 다음과 같은 최적화 방법을 적용하였다. 최적화 방법으로는 Subproblem Approximation Method⁽¹¹⁾를

Table 4 Design optimal function

Optimization methods	Sub-problem approximation method
Object function	Maximize the fundamental natural frequency
Constraint function	Volume of total stiffeners
Design Variable function	Stiffener dimension

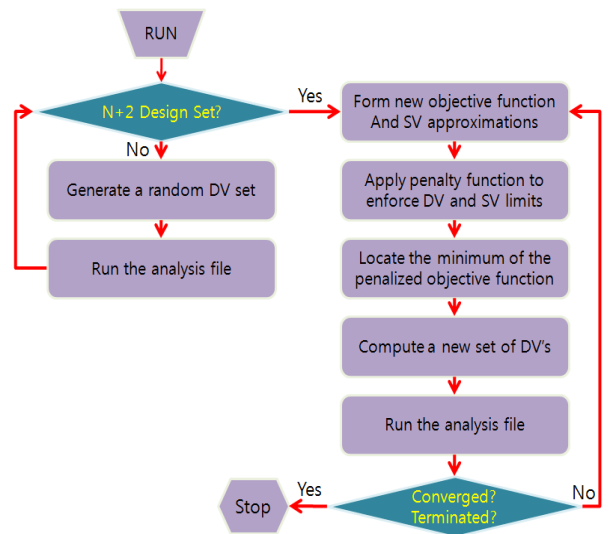


Fig. 5 Diagram for subproblem approximation method

사용하였다. 이 최적화 방법은 여러 근사계산법을 이용하여 목적함수와 상태 변수에 대해 계산하며, 제한 조건을 이용한 수렴방법을 동시에 사용하는 방법이며, 이 근사법에 대한 흐름도는 Fig. 5 와 같다.

위의 최적화 방법은 3 가지의 함수(목적 함수, 제한 함수, 설계 함수)를 기준으로 하고 있으며, 진동 최적화 수행에 대한 함수 설정은 Table 4 와 같다.

기본고유진동수의 최대화시키는 것을 목적함수로, 원주방향 보강재인 링의 각각의 치수를 설계 변수로 하였다. 첫 번째 제한 조건으로는 국부 좌굴(local buckling)이 일어나지 않도록 원통셸의 두께(t)보다 내부로 향하는 보강재의 깊이의 10 배를 넘지 않도록 한다. 두 번째 제한 조건으로는 전체 원통셸의 체적 증가량이 10 % 이내가 되도록 하였다.

최적화를 종료하기 위한 수렴 조건으로는 목적 함수와 설계 함수의 변화값이 0.0001 이하로 계산되면 종료되는 조건으로 설정하였다.

주파수응답함수로부터 실험시편의 고유진동 특성인 고유진동수, 모드형상, 감쇠율 등을 여러 가지 기법으로 추출하게 되는데 본 고유진동실험에서는

일자유도기법 (SDOF polynomial technique)을 이용하여 추출하였다.⁽¹⁰⁾

그리고 최적화의 정량적 비교를 위해서 성능 지수 (η : performance index) 를 계산하여 비교하였다.

$$\eta = (f_s/f_u) / (V_s/V_u) \quad (1)$$

성능 지수는 체적증가량 대비 기본고유진동수의 증가량을 수치화를 시킨 무차원 수로 성능 지수가 높을 수록 부피 증가량 대비 진동수의 증가량이 크다는 것을 의미하는 무차원 수이다. 식 (1)에서 f_s , f_u 는 보강 원통셀과 비 보강 원통셀의 기본 고유

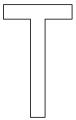
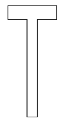



Table 5 Comparison of natural frequency of stiffened shell with various number of stiffeners

Stiffened cylindrical shell									
One ring stiffener		Two ring stiffeners		Three ring stiffeners		Four ring stiffeners		Five ring stiffeners	
Frequency [Hz]	Mode No.	Frequency [Hz]	Mode No.	Frequency [Hz]	Mode No.	Frequency [Hz]	Mode No.	Frequency [Hz]	Mode No.
1970.2	(1,2)	1974.3	(1,2)	1972.5	(1,2)	1957.2	(1,2)	1925.6	(1,2)
2030.9	(2,4)	2701.0	(3,5)	2799.5	(1,3)	2755.8	(1,3)	2610.0	(1,3)
2052.8	(2,5)	2707.8	(1,3)	3161.6	(1,1)	3167.9	(1,1)	3181.6	(1,1)
2234.7	(3,5)	2887.5	(3,4)	3471.2	(2,3)	3430.7	(2,3)	3316.2	(2,3)
2248.9	(3,4)	2985.8	(3,6)	3543.3	(4,5)	3667.0	(2,2)	3671.4	(2,2)
2498.3	(2,3)	3017.5	(2,5)	3604.7	(4,6)	3960.8	(1,4)	4021.8	(1,4)
2560.2	(2,6)	3127.2	(1,5)	3657.3	(1,4)	4185.1	(2,4)	4269.0	(2,4)
2602.1	(1,3)	3158.3	(1,1)	3662.6	(2,2)	4359.4	(5,6)	4411.2	(3,3)
2652.8	(3,6)	3201.6	(4,6)	3725.9	(3,5)	4428.1	(2,5)	7440.2	(3,4)
3044.4	(1,1)	3242.5	(2,4)	3806.0	(2,4)	446.6	(3,5)	4937.0	(1,5)

Table 6 Comparison of increasing rate on volume and fundamental natural frequency of unstiffened/stiffened shell with various number of stiffeners

Classification	Unstiffened	Increasing rates				
		One ring stiffener	Two ring stiffeners	Three ring stiffeners	Four ring stiffeners	Five ring stiffeners
Volume (mm ³)	140827	+ 9.92 %	+ 8.33 %	+ 9.29 %	+ 9.60 %	+ 9.24 %
		154790	152560	153910	154340	153840
Frequency (Hz)	1184.4	+ 66.35 %	+ 66.69 %	+ 66.54 %	+ 65.25 %	+ 62.58 %
		1970.2	1974.3	1972.5	1957.2	1925.6
Performance Index	1.00	1.51	1.51	1.52	1.50	1.48

Table 7 Comparison of design variable functions of cylindrical shell

Design variable	Unstiffened cylindrical shell	Stiffened cylindrical shell				
	0	one ring stiffener	two ring stiffeners	three ring stiffeners	four ring stiffeners	five ring stiffeners
W ₁ (mm)	0	6.93	4.49	3.49	2.99	1.99
W ₂ (mm)	0	11.48	10.28	9.98	9.48	9.28
t ₁ (mm)	0	1.46	1.29	1.29	1.19	0.89
t ₂ (mm)	0	2.38	0.93	0.69	0.55	0.53
Shape of ring stiffeners	-					

진동수를 나타낸다. 또한, V_s , V_u 는 보강 원통셸과 비보강 원통셸의 체적을 나타낸다.

4. 최적화 시뮬레이션 결과

4.1 다양한 링 보강재를 갖는 원통셸 진동최적화
링 보강재의 개수는 1 개에서 5 개까지 증가를 시키면서 최적화에 관한 해석을 수행하였다.

Table 5 는 링의 개수에 따른 주파수를 나타낸다. Table 6 은 링 보강재 개수를 증가시킴에 따라서 달라지는 체적 증가율과 기본 고유 진동수의 증가율 그리고 식 (1)을 이용하여 성능 지수를 계산하였다. Table 7 은 기본 고유 진동수를 기반으로 하여 링보강 원통셸의 진동 최적화를 수행한 결과이다.

4.2 3개의 링 보강재를 갖는 원통셸 진동최적화
보강재의 보강 특성을 나타내는 성능 지수 중 가장 높은

Table 8 Comparison of natural frequency between unstiffened and optimized stiffened with three stiffener cylindrical shell

No.	Unstiffened		Optimized stiffened	
	Frequency (Hz)	Mode No. (m,n)	Frequency (Hz)	Mode No. (m,n)
1	1184.4	(1,3)	1972.5	(1,2)
2	1195.5	(1,4)	2799.5	(1,3)
3	1643.8	(1,5)	3161.6	(1,1)
4	1827.4	(1,2)	3471.2	(2,3)
5	1949.8	(2,4)	3543.3	(4,5)
6	2028.8	(2,5)	3604.7	(4,6)
7	2323.3	(1,6)	3657.3	(1,4)
8	2487.8	(2,3)	3662.6	(2,2)
9	2539.4	(2,6)	3725.9	(3,5)
10	2732.9	(3,5)	3809.0	(2,4)

(m, n) : Number of axial and circumferential waves

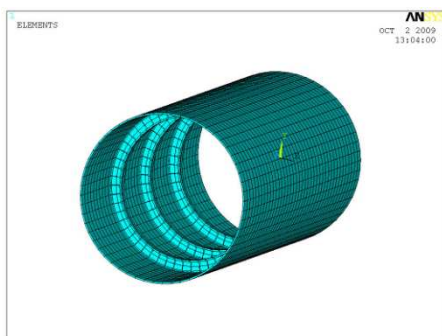


Fig. 6 Modeling with three ring stiffener

경우는 3개의 링 보강재를 이용하여 보강을 한 경우이다. 이 링 보강재를 보강한 모델링은 Fig. 6과 같다.

비보강 원통셸과 링 3 개로 보강한 보강원통셸의 고유진동수의 변화는 Table 8와 같다. 기본 고유 진동수는 증가한 것을 확인할 수 있었다. 3 개의 보강재를 보강한 원통셸의 최적화 수행결과 중량은 9.29 % 증가하였을 때 기본 고유진동수는 66.54 % 증가하였다.(Table 9)

Fig. 7는 비보강 원통셸과 보강 원통셸과의 원주 방향 모드 형상이 고차 모드로 증가에 따른 고유 진동수의 변화를 나타낸 그래프이다. 축방향 모드수가 1 일때, 보강 원통셸과 비보강 원통셸의 고유진동수 변화는 비슷한 경향을 보이는 것을 확인할 수 있다.

기본 고유진동수는 비보강 원통셸의 경우 (1,3)의 경우의 고유진동수이며, 단일 링 보강 원통셸의 경우 (1,2)에서의 고유진동수이다. 각 모드에서의 고유 진동수의 값은 각각 1184.4 Hz, 1972.5 Hz 가 된다. 이 결과를 통해 보강재를 이용하여 보강한 원통셸의 기본 고유진동수가 증가하는 것을 알 수가 있다.

Fig. 8 은 3 개 링 보강재에 대한 최적화의 수행 결과로써, 목적함수인 기본고유진동수의 수렴 특성을 보여준다. Fig. 9 은 보강재에 대한 네 개의 설계변수의 수렴 특성을 보여준다.

Table 9 Comparison of natural frequency and volume of a cylindrical shell with three ring stiffener to unstiffened shell

Classification	Unstiffened	Optimized stiffened	Diference	Incresing rate
Volume (mm ³)	140827	153910	13083	+9.29%
Frequency (Hz)	1184.4	1972.5	788.1	+66.54%

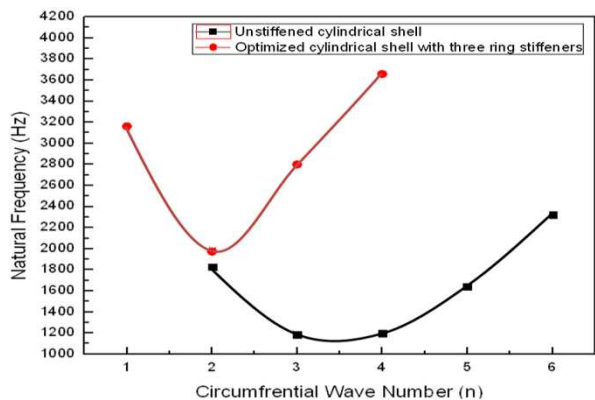


Fig. 7 Natural Frequencies of the stiffened cylindrical shell with three ring stiffener

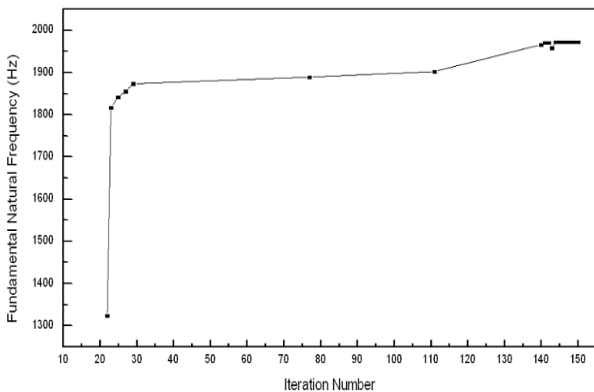


Fig. 8 Fundamental natural frequency with various iteration for stiffened cylindrical shell by three ring stiffener

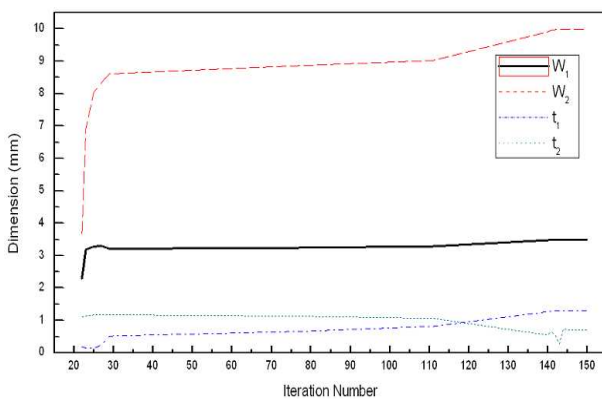


Fig. 9 Dimensions of design variables with various iteration for stiffened cylindrical shell by three ring stiffener

5. 고찰

5.1 링 보강재 수에 따른 고유진동특성 고찰

기본 고유진동수는 가장 낮은 고유 진동수를 의미한다. 고차 모드에서의 고유진동수는 가장 작은 고유진동수 보다 크기 때문에 가장 낮은 고유 진동수를 찾는 것이 중요하다.

링의 각각의 개수에 대한 고유진동수의 해석 결과 링 보강재 개수가 증가 할 수록 기본 고유진동수가 줄어드는 것을 알 수가 있다.

하지만 대체적으로 기본 고유 진동수는 다섯 가지 경우 빔(beam) 모드와 셸(shell)모드가 (1,2) 일 때 발생됨을 확인하였다.

5.2 링 보강 체적에 따른 고유진동수 특성 고찰

비보강 원통셸을 기준으로, 체적의 증가량과 기본고유진동수의 증가량은 Table 8 과 같다. 2 개의 링 보강재로 보강한 원통셸의 체적 증가율에 비해서 고유 진동수가 증가를 하였다. 하지만 정량적 비교를 위한 성능 지수를 보면 3 개의 링 보강재로 보강된 원통셸이

가장 좋은 성능지수를 가지는 것을 확인할 수가 있다.

6. 결 론

링보강원통셸의 보강재의 형상에 따른 기본고유진동수를 최대화하는 최적화를 수행하여 아래와 같은 결론을 얻었다.

(1) 링 보강재의 결합위치에 따라 중량 증가비 대비 기본고유진동수의 비인 성능함수 가 다르게 나왔으며, 원주방향 보강재의 개수에 따른 영향에 있어서 1개부터 4개까지의 보강재를 보강하였을 때의 성능지수는 대등소이 하였으며, 5개 이상의 보강재가 결합되었을 때부터는 성능이 떨어지는 것을 확인하였다.

(2) 원통셸의 진동 최적화를 위해서 3개의 링 보강재를 이용한 경우가 다른 보강재 개수에 비해서 성능이 뛰어나다. 이때, 보강 원통셸의 중량은 9.2 % 증가하였으며, 기본고유진동수는 66.5 % 증가하여 성능지수는 1.52 에 도달하였다.

(3) 링 보강재의 개수의 증가는 강성을 증가시키는 적절한 방법이 아니며, 링 보강재의 개수는 3개가 가장 좋은 보강 효과를 보이며, Table 9에서 제시한 보강재 형상을 보강하는 것이 좋은 결과를 나타낸다.

후 기

본 논문은 한국연구재단 2011년도 일반 연구자지원 지역대학 우수과학자 지원사업 (과제번호 : 2011-0013524)의 지원을 받았으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Lee, Y. S., 2009, "Review on the Cylindrical Shell Research," *Transactions of the KSME A*, Vol. 33, No. 1, pp. 1~26
- (2) Lee, Y. S., Yang, M. S., Kim, H. S. and Kim, J. H., 2002, "A Study on the Free Vibration of the Joined Cylindrical-Spherical Shell Structures," *Computers & Structures*, Vol. 80, No.27-30, pp. 2405~2414.
- (3) Ludwig A. and Krieg R., 1977, "Dynamic Response of a Clamped/Ring Stiffened Circular Cylindrical Shell under Non-Axisymmetric Loading," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 43, No. 2, pp. 437~453.
- (4) Lee, Y. S. and Kim, Y. W., 1998, "Vibration Analysis of the Rotating Composite Cylindrical Shells with Orthogonal Stiffeners," *Computers & Structures*, Vol. 69, No. 2, pp. 271~281
- (5) Wang, R. T. and Lin, Z. X., 2006, "Vibration Analysis of Ring-stiffened Cross-ply Laminated Cylindrical Shells,"

- Journal of Sound and Vibration*, Vol. 295, No. 3-5, pp. 964-987.
- (6) Pan, Z., Li, X. and Ma, J., 2008, "A Study on Free Vibration of a Ring-stiffened Thin Circular Cylindrical Shell with Arbitrary Boundary Conditions," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 314, pp. 330-342.
- (7) Lee, Y. S. and Kim, D. W., 1989, "A Study on the Optimization of the Stiffened Cylindrical Shell," *Transactions of the KSME A*, Vol. 13, No. 2, pp. 205-212.
- (8) Lee, Y.S., Ryu, C.H., Myung, C.M., 2001, "A Study on the Ranked Bidirectional Evolutionary Structural Optimization," *Transactions of the KSME A*, Vol. 25, No. 9, pp.1444-1451
- (9) Lee, J.H., Lee, Y.S., Lee, Y.H., Lim, H.K. and Lee, S.J., 2010, "A Study on the Geometric Design Parameters for Optimization of Cooling Device in the Magnetocardiogram System," *Transactions of the KSME A*, Vol. 34, No. 2, pp.153-160
- (10) Jafari, A. A. and Bagheri, 2006, "Free Vibration of Non-Uniformly Ring Stiffened Cylindrical Shells using Analytical, Experimental and Numerical Methods," *Thin - Walled Structures*, Vol.44, pp.82-90.
- (11) SASI, 1992, "ANSYS Uses Manual," Swanson Analysis System Inc., Houston, Vol. 3.