

## 論文

DOI:<http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2012.40.2.108>

## 비선형 칼만 필터 기반의 지형참조항법 성능 비교

목성훈\*, 방효충\*\*, 유명중\*\*\*

A Performance Comparison of Nonlinear Kalman Filtering  
Based Terrain Referenced Navigation

Sunghoon Mok\*, Hyochoong Bang\*\* and Myeongjong Yu\*\*\*

## ABSTRACT

This paper focuses on a performance analysis of TRN among various nonlinear filtering methods. In a TRN research, extended Kalman filter(EKF) is a basic estimation algorithm. In this paper, iterated EKF(IEKF), EKF with stochastic linearization(SL), and unscented Kalman filter(UKF) algorithms are introduced to compare navigation performance with original EKF. In addition to introduced sequential filters, bank of Kalman filters method, which is one of the batch method, is also presented. Finally, by simulating an artificial aircraft mission, EKF with SL was chosen as the most consistent filter in the introduced sequential filters. Also, results suggested that the bank of Kalman filters can be alternative for TRN, when a fast convergence of navigation solution is needed.

## 초 록

본 논문은 비선형 필터 기법에 따른 지형참조항법 성능 분석에 관한 연구를 수행하였다. 지형참조항법에 사용되는 기본 필터에는 확장 칼만 필터(EKF)가 있다. 본 연구는 EKF 원형 외에 반복형 EKF(IEKF), stochastic linearization(SL) 조건이 추가된 EKF-SL과 unscented Kalman Filter(UKF) 알고리즘을 소개한다. 또한, 연속적(sequential) 필터 외에 일괄적(batch) 필터 기법인 칼만 필터 무리(bank of Kalman filters)를 이용한 항법 기술도 비교군으로 추가하고 필터 간 항법 성능을 분석한다. 가상 궤적을 가진 항공기 시뮬레이션을 통해 초기 위치 오차가 클 때도 강건한(robust) 필터로 stochastic linearization EKF가 선정되었으며, 다만 빠른 항법 해의 수렴이 요구될 때에는 칼만 필터 무리를 이용한 일괄적 필터가 효과적 인 것으로 분석되었다.

**Key Words** : Terrain Referenced Navigation(지형 참조 항법), Extended Kalman Filter(확장 칼만 필터), Stochastic Linearization(최소자승법), Unscented Kalman Filter(언센티드 칼만 필터), Bank of Kalman Filters(칼만 필터 무리)

## I. 서 론

† 2011년 10월 27일 접수 ~ 2012년 1월 5일 심사완료

\* 정회원, KAIST 항공우주공학전공 대학원

\*\* 정회원, KAIST 항공우주공학전공

교신저자, E-mail : shmok@ascl.kaist.ac.kr

대전광역시 유성구 대학로 291

\*\*\* 정회원, 국방과학연구소

지형참조항법(terrain referenced navigation)은 격자화된 지형 지도(digital terrain elevation data)와 고도 측정 센서를 사용하여 항공기나 미사일 등의 상태치(state)를 추정하는 연구 분야이다. 항체의 고도 측정 센서(altimeter sensor)에는 크

게 압력 고도계와 전파 고도계가 사용되는데, 특히 전파 고도계(radar altimeter)가 지형참조항법에서는 주요 센서로 사용된다. 한편, 지형참조항법은 단독으로는 잘 사용되지 않는 기술로 관성항법(inertial navigation)과 결합되어 TRN/INS와 같은 보조 항법 형태로 사용된다. 이러한 TRN/INS(이하 지형참조항법)는 GPS/INS와 비슷한 구조로, 평소에는 데이터 획득 주파수가 빠른 관성 센서로 항체를 예측하면서(state prediction) 고도가 측정될 때에는 고도 측정치 값으로 항법해를 보정(state update)한다.

지형참조항법은 GPS 제밍(jamming)으로 인해 절대적인 위치 추정이 불가능할 때 그 효용성이 배가된다. GPS 값을 이용할 수 없을 때도 지형 데이터베이스와 측정치를 비교하여 항체의 상태치를 추정하고 관성센서 오차를 보정할 수 있다. 이러한 지형참조항법은 현재 앞서 말한 미사일과 같은 유도 무기의 종말 단계뿐만 아니라 달 표면 착륙선 항법 등 다양한 분야에서 쓰이고 있다. 선진국에서는 이미 1940년부터 그 필요성을 인식하고 관련 연구를 활발히 수행하고 있으며, 1990년대에는 SAR(Synthetic Aperture Radar) 방식의 고해상도 측정치를 이용한 지형참조항법까지 연구를 확장하고 있다.

지형참조항법의 항법 성능은 크게 지형 데이터베이스의 정밀도 및 해상도, 센서 정밀도, 사용되는 필터에 따라 좌우된다. 본 논문은 필터 알고리즘에 따른 항법 성능을 비교하는 것을 목적으로 한다. 지형참조항법에 사용되는 필터는 먼저 측정치 업데이트 방법에 따라 연속적 방법(sequential filter)과 일괄적 방법(batch filter)로 나눌 수 있다. 연속적 필터 방법은 다시 확장 칼만 필터(extended Kalman filter)[1], 언센티드 칼만 필터(unscented Kalman filter)[2,3], 파티클 필터(particle filter)[4] 등으로 세분화될 수 있고, 일괄적 방법으로는 칼만 필터 무리(bank of Kalman filters)[5,6]를 예로 들 수 있다.

한편, 소개된 필터 알고리즘 중 기본 기법으로 확장 칼만 필터(이하 EKF)를 들 수 있다. EKF는 소개된 방법 중 가장 간단한 구조를 가지고 있지만, 지형참조항법의 측정 방정식에 존재하는 지형 고도 함수의 비선형성으로 인해, 지형참조항법에 적용 시 항법 해가 발산할 수 있는 가능성이 있다. 특히 이러한 현상은 항체 위치 추정 오차가 크고 지형 변화가 심한 지역에서 두드러진다. 현재 이러한 단점을 해결하기 위한 방법으로 원형 EKF가 아닌 약간 변형된 EKF[7]나 언센티드 칼만 필터(이하 UKF) 등이

대체 필터로 연구되고 있다.

본 논문에서는 이러한 원형 EKF의 단점을 해결하기 위해 고안된 세 개의 연속적 필터 기법과 한 개의 일괄적 필터 기법을 소개한다. 연속적 필터로는 반복형 EKF(iterated EKF)[8], stochastic linearization(이하 SL) 조건을 원형 EKF에 추가한 EKF-SL과 마지막으로 UKF를 선택하였다. 그리고 일괄적 필터로는 칼만 필터 무리 기법(이하 BKF)을 사용하였다. 그리고 소개된 총 다섯 개의 비선형 필터 간의 항법 성능을 가상 시뮬레이션을 통해 비교한다.

한편, 본 연구에서는 국외 연구 결과와 달리 국내의 실제 지형을 사용한 시뮬레이션을 구성하여 국내 환경에 맞는 결과를 도출하고자 하였다. 그리고 알고리즘 측면에서 일반 EKF가 지형참조항법에 적용되었을 때 항법 해가 발산할 수 있는 이유를 적절한 그림과 예들 통해 설명하였다. 또한 다른 선행 연구에서는 지형참조항법에 선택된 바 없는 반복형 EKF를 시험적으로 적용해 보았다.

마지막으로 시뮬레이션 결과의 신빙성을 높이고자 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하고 그 결과를 그래프와 표로 제공하였다. 획득된 결과는 어떤 비선형 필터가 효과적으로 사용될 수 있는지를 미션에 요구되는 항법 성능, 수렴속도, 계산시간 등의 평가 항목으로 나누어 분석하는 데 사용되었다. 그 결과 모든 항목에서 다른 필터에 비해 우월한 필터는 없었지만 각 항목 별로 성능이 좋은 필터들을 발견할 수 있었다. 추후 실제 미션에서는 탑재될 항법 컴퓨터의 성능이나 요구되는 항법 조건에 따라 목적에 맞는 비선형 필터를 선택하여 사용할 수 있을 것으로 예상된다.

본 논문의 순서는 다음과 같다. 2장에서는 본 연구에서 사용한 스트랩다운(strapdown) INS 오차 모델을 소개한다. 3장에서는 지형참조항법 성능 비교에 사용될 필터 다섯 가지를 순서대로 요약한다. 4장에서는 가상 시나리오에 대한 항법 수행 결과를 도출하고 필터 간 성능을 비교한다. 마지막으로 본 논문의 연구를 통해 얻어진 결과를 5장에 요약한다.

## II. 스트랩다운 INS 오차모델 방정식

GPS/INS와 같이 관성 센서(IMU)를 기반으로 하는 항법 방정식은 대부분 추정치와 참값의 오차를 새로운 상태치로 하는 오차 모델(error-state equation)을 사용한다. 즉, 전체 모델

(full-state equation)을 사용하여 추정치를 직접 보정하는 일반적인 직접적 칼만 필터(direct KF)가 아닌 간접적 칼만 필터(indirect KF)를 이용한다. 일반적인 INS 보조 항법에 적용되는 오차 방정식을 요약하면 다음과 같다.

먼저 본 연구에서 사용되는 항체 상태치(state vector)에는 총 15개의 상태값들(state variables)이 있다. 위치, 속도, 자세 벡터 등 총 9개의 변수와 IMU 센서에 포함된 가속도계와 자이로 바이어스 6개가 포함된다. 각각의 상태치를 오차 상태치 형태로 나타내면 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{r} & \delta \mathbf{v} & \delta \boldsymbol{\varepsilon} & \delta \mathbf{f}^b & \delta \boldsymbol{\omega}^b \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

위 식에서 상태치가  $\delta$ 형태로 표기된 이유는 참값과 추정값의 차이, 즉  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{est}} - \mathbf{x}_{\text{true}}$  이기 때문이다. 또한 진한 글씨체로 표기되어 벡터임을 나타낸다.  $\delta \mathbf{r}$ 은 각각 위도, 경도 및 고도 오차,  $\delta \mathbf{v}$ 는 NED(North-East-Downward) 좌표계의 항체 속도 오차,  $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ 는 오일러 각도 오차,  $\delta \mathbf{f}^b, \delta \boldsymbol{\omega}^b$ 는 각각 가속도계와 자이로 센서의 바이어스 추정 오차를 나타낸다.

다음으로 INS 오차 방정식은 다음과 같이 요약된다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (2)$$

$\mathbf{F}, \mathbf{G}$  행렬 성분은 각각 15x15 행렬과 15x6 행렬로 구성된다.  $\mathbf{w}$  벡터는 관성 센서의 가우시안 화이트 잡음(white Gaussian noise)을 표현한다.  $C_b^m$ 은 동체(body) 좌표계에서 항법(navigation) 좌표계로의 좌표변환행렬을 나타낸다. 마지막으로  $\mathbf{F}, \mathbf{G}$  행렬의 각 성분에 대한 자세한 유도 및 설명은 참고문헌에서 자세히 확인할 수 있다[9].

### III. 비선형 칼만 필터 기반 지형참조 항법 설계

본 장에서는 지형참조항법에 적용되는 원형 EKF 형태와 본 논문에서 항법 성능 비교를 위해 사용되는 비선형 칼만 필터 네 가지를 함께 소개한다.

#### 3.1 원형 EKF(original EKF)

본 절에서는 일반적인 원형(original) EKF가 지형참조항법에 적용되는 과정을 소개한다. EKF는 상태 전파와 상태 업데이트로 구분할 수 있

으며, 상태 전파(state propagation)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^- &= (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{k-1}\Delta t)\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ = \Phi_{k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ \\ \hat{\mathbf{P}}_k^- &= \Phi_{k-1}\hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+\Phi_{k-1}^T + \Phi_{k-1}\mathbf{G}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\mathbf{G}_{k-1}^T\Phi_{k-1}^T\Delta t^2 \end{aligned} \quad (3)$$

$\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 는 추정 오차 상태치(estimated error-state), 위첨자  $-, +$ 는 각각 priori, posterior 추정치를 나타낸다.  $\hat{\mathbf{P}}_k^-$ 는 추정 오차 공분산,  $\Phi_{k-1} = \mathbf{I} + \mathbf{F}_{k-1}\Delta t$ 는 STM(State Transition Matrix),  $\mathbf{Q}_{k-1}$ 는 관성센서의 잡음 공분산을 나타낸다.

다음으로 측정치가 들어왔을 때 측정치를 이용한 상태치 업데이트(state update)는 다음과 같은 단계를 갖는다.

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_k &= \hat{\mathbf{y}}_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-) - \mathbf{y}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) \\ \mathbf{K} &= \hat{\mathbf{P}}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k^+ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k) \\ \hat{\mathbf{P}}_k^+ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H}_k)\hat{\mathbf{P}}_k^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}\mathbf{R}_k\mathbf{K}^T \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_k &= \hat{\mathbf{y}}_k - \mathbf{y}_k \\ &= \begin{bmatrix} \hat{h}_k - h_{DB}(\hat{\phi}_k, \hat{\lambda}_k) \\ \hat{h}_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_{\text{radar}} \\ y_{\text{pressure}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} -\frac{\partial h_{DB}}{\partial \phi} & -\frac{\partial h_{DB}}{\partial \lambda} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 12} \\ 0 & 0 & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 12} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$\mathbf{z}_k, \hat{\mathbf{z}}_k$ 는 각각 측정치 오차의 실제값과 추정값을 나타낸다.  $\mathbf{y}_k, \hat{\mathbf{y}}_k$ 는 각각 센서 측정치의 실제값과 추정값을 나타내는데, 전파 고도계와 압력 고도계 총 두 개의 상태 변수로 이루어진다. 위 식에서  $\mathbf{z}_k, \hat{\mathbf{z}}_k$ 는 전체 모델이 아닌 오차 모델의 측정치 벡터임에 주의해야 한다.

다음으로  $\mathbf{H}_k$ 는 측정치 방정식의 편미분인 자코비안(Jacobian) 행렬을 나타낸다.  $\mathbf{H}_k$  행렬 성분에는  $h_{DB}(\phi, \lambda)$ 가 있는데, 이는 해당 위도, 경도 위치에서의 지형 데이터베이스(이하 DB)의 고도값을 돌려주는 함수이다. 지형 DB 고도는 해수면을 기준으로 측정된다.

한편, 본 연구에서는 간접적 칼만 필터의 기법 중 추정 오차 되먹임(feedback) 방법을 적용하였다. 따라서 매 단계(step)에서  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ 는  $\mathbf{0}$  벡터

로 초기화된다. 따라서  $\hat{\mathbf{x}}_k$ 와  $\hat{\mathbf{z}}_k$ 도 0 벡터가 되는 것을 확인할 수 있다.

3.1.1 원형 EKF 기반 지형참조항법 한계

EKF의 모태가 되는 KF는 본래 선형 시스템에 사용되는 필터 기법이다. EKF는 비선형 시스템에 KF 기법을 확장하기 위해 제안된 방법으로 동역학 및 측정 방정식을 선형화하여 사용한다. 그런데 이러한 선형화 모델이 기존의 비선형 모델과 차이가 클 때 항법 해는 발산할 수 있다. 여기서의 발산은 참값과 추정값의 차이인 오차 값이 예상하는 오차 공분산  $\hat{P}_k$  밖으로 벗어나는 것을 말한다.

본 논문의 동역학 및 측정 방정식은 모두 비선형 모델이다. 그런데 지형참조항법에서는 동역학 방정식에 비해 측정 방정식의 선형화로 인한 오차 요인이 크게 발현될 수 있다. 그 이유는 지형 데이터베이스를 선형 모델로 근사하는 것이 불가능하기 때문이다. 실제 지형은 위도나 경도에 따라 선형적으로 증가하거나 감소하지 않고 복잡한 비선형 형태를 보인다. 이 문제에 대한 수식적 해석은 다음과 같이 할 수 있다.

식 (6)의  $H_k$ 를 보면 지형 데이터베이스(이하 DB)의 기울기 값  $(\partial h_{DB} / \partial \phi)$ ,  $(\partial h_{DB} / \partial \lambda)$  이 존재함을 볼 수 있다. 두 항은 각각 위도와 경도에 대한 지형 DB의 기울기를 나타낸다. 원형

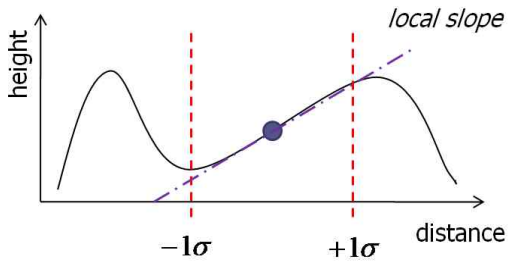


Fig. 1. Local slope in smooth terrain[6]

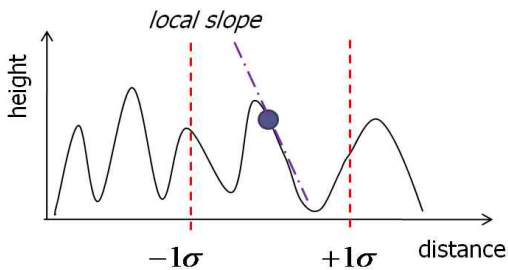


Fig. 2. Local slope in steep terrain[6]

EKF에서는 이 값을 단순히 격자 사이에서의 선형 보간법(linear interpolation)을 통해 계산한다. 즉, 격자 간격이 100m이고 격자의 왼쪽 점 고도가 300m, 오른쪽 점 고도가 350m이면 기울기 값을  $(350-300)/100=0.5$ 로 구한다.

그런데 이러한 선형 보간법을 이용한  $H_k$  행렬 계산은 항체 추정 위치가 정확하지 못할 때 선형화 오차가 크게 나타날 수 있다. 실제 위치  $(\phi, \lambda)$ 와 추정 위치  $(\hat{\phi}, \hat{\lambda})$ 의 오차가 작을 때는 두 위치가 동일 격자 내에 위치할 수 있고, 따라서 지형 기울기를 정확히 추정할 가능성이 높아진다. 하지만 위치 오차가 벌어질수록, 예를 들어 격자 간격이 100m인데, 위치 오차가 100m 이상이라면 서로 다른 격자에 존재하기 때문에 지형 기울기를 정확히 추정할 수 없게 된다. 심지어 기울기의 부호도 반대로 추정할 가능성이 있고, 이러한 이유로 선형 보간법을 이용한  $H_k$  계산은 항법 해의 발산을 야기할 수 있다.

Figure 1과 2는 앞에서 나열한 이론적 내용을 두 가지 가상의 경우로 나누어 설명한다. 그림 각각은 지형 변화가 작은 지형과 큰 지형에서의 지형 DB와 추정 기울기를 도시한다. 두 경우 모두  $1\sigma$  위치 오차 내의 기울기 예상값을 추정 위치 평균값(mean)에서의 선형 보간법을 이용한 기울기로 대표하였다. Fig. 1에서는 지형 변화가 크지 않기 때문에 추정 위치에서의 기울기 값이 위치 오차 범위내의 실제 위치 후보군들에서 나올 수 있는 실제 기울기 후보값들과 큰 차이가 발생하지 않을 것을 예상할 수 있다. 하지만 Fig. 2의 지형은 변화가 심하고 위치 오차 범위 내에서 실제 위치가 가질 수 있는 기울기 후보값들이 다양하다. 따라서 추정 위치에서 구한 기울기와 그에 따라 계산된  $H_k$  행렬 값이 부정확할 가능성이 크다.

한편, Fig. 1과 2를 통해 설명한 동일 위치 오차 범위( $1\sigma$ ) 내의 서로 다른 지형에 대한 설명은 다음 내용으로도 바꿔 말할 수 있다. 같은 지형에 대한 서로 다른 오차 범위를 가질 경우로 볼 수 있는데, 즉 위치 오차가 벌어질수록 지형 기울기를 제대로 추정할 수 없다는 앞선 설명을 뒷받침한다. 본 논문에서는 이와 같은 사실을 이용하여, 동일 지형을 운항하는 항체가 서로 다른 위치 오차 범위를 갖는다고 가정하고 원형 EKF와 다른 필터들의 성능을 비교한다. 본 연구에서는 원형 EKF의 단점을 보완할 수 있는 필터로 SL(stochastic linearization) 조건을 추가한 EKF-SL과 선형화 오차를 줄일 수 있는 UKF 등의 필터를 선택하였다. 각 필터에 대한 설명

은 다음 절부터 이어가도록 한다.

### 3.2 반복형 EKF(Iterated EKF)

반복형 EKF(이하 IEKF)는 상태 전과 후 얻어진 상태치 및 공분산  $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ ,  $\hat{\mathbf{P}}_k^+$ 을 다시 한 번 이용하여  $H_k$  행렬을 계산하고 새로운  $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ ,  $\hat{\mathbf{P}}_k^+$ 을 획득하는 기법을 말한다[10]. 이와 같은 IEKF 기법은 반복적으로(recursive) 수행되어 비선형 측정 모델로 인한 오차를 줄일 수 있는 것으로 알려져 있다. IEKF 수식을 간단히 요약하면 다음과 같다.

먼저, 식 (4)의 마지막 두 방정식은 상태치와 공분산 업데이트 방정식을 나타낸다. 이 때 얻어진  $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ ,  $\hat{\mathbf{P}}_k^+$ 를  $\hat{\mathbf{x}}_{k,0}^+$ ,  $\hat{\mathbf{P}}_{k,0}^+$ 으로 놓고 아래와 같이 반복적으로  $\hat{\mathbf{x}}_{k,n}^+$ ,  $\hat{\mathbf{P}}_{k,n}^+$ 를 업데이트 할 수 있다.

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k,i+1}^+ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_{k,i} (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k,i} - H_{k,i} (\hat{\mathbf{x}}_k^- - \hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+)) \\ \hat{\mathbf{P}}_{k,i+1}^+ &= (I - K_{k,i} H_{k,i}) \hat{\mathbf{P}}_k^- (I - K_{k,i} H_{k,i})^T \\ &\quad + K_{k,i} R_k K_{k,i}^T\end{aligned}\quad (7)$$

### 3.3 EKF-SL(Stochastic Linearization)

EKF-SL은 원형 EKF에 stochastic linearization(이하 SL) 조건을 추가한 필터를 의미한다[1]. 항체 위치 오차 범위가 클 때 발생 가능한 항법해 발산을 막을 수 있는 방법 중 하나로 생각할 수 있다.

앞서 설명한 바와 같이 원형 EKF 기반 지형 참조항법이 발산하는 주요 이유로  $H_k$  행렬의 잘못된 추정을 들 수 있다. 이러한 상황에서 EKF-SL 방법은  $H_k$ 의 행렬 성분인 오차 영역 내 기울기 추정을 최소자승법(least square method)을 통해 계산한다. 이에 추가로 최소자승법을 통해서도 오차 영역 내 지형 변화를 모두 대변할 수는 없기 때문에 추가적인 오차 개념을 나

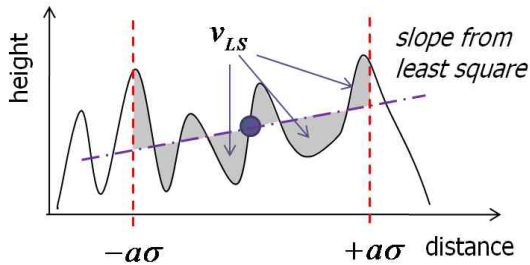


Fig. 3. Stochastic linearization concept[6]

타내는  $\mathbf{v}_{LS}$  변수를 사용한다.

Figure 3은 EKF-SL에서 사용되는 최소자승법을 이용한 기울기 계산 방법을 설명한다. 기존의 격자 외곽 값을 사용한 선형 보간법이 아닌 위치 오차 범위 내의 값들을 대표할 수 있는 기울기를 최소자승법을 통해 선택한다. 또한, 얻어진 추정 기울기에서 벗어나는 지형 오차들의 표준편차를 계산하여  $\mathbf{v}_{LS}$ 의 분산 값을 결정한다.

$$\begin{aligned}z_{\text{radar}} &= \hat{y}_{\text{radar}} - y_{\text{radar}} \\ &= (\hat{h} - h_{DB}(\hat{\phi}, \hat{\lambda})) - (h - h_{DB}(\phi, \lambda) + v_{\text{radar}}) \\ &\quad - \left[ (\hat{h} - h) - \frac{\partial h_{DB}}{\partial \phi} \Big|_{LS} (\hat{\phi} - \phi) - \frac{\partial h_{DB}}{\partial \lambda} \Big|_{LS} (\hat{\lambda} - \lambda) \right. \\ &\quad \left. - v_{\text{radar}} + v_{LS} \right] \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{\partial h_{DB}}{\partial \phi} \Big|_{LS} & -\frac{\partial h_{DB}}{\partial \lambda} \Big|_{LS} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{h} - h \\ \hat{\phi} - \phi \\ \hat{\lambda} - \lambda \end{bmatrix} \\ &\quad + v_{\text{radar}} + v_{LS} \\ &= Hx + v_{\text{radar}} + v_{LS}\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}R_{LS} &= \begin{bmatrix} r_{\text{radar}} + r_{LS} & 0 \\ 0 & r_{\text{press}} \end{bmatrix} \\ K &= \hat{\mathbf{P}}_k^- H_k^T (H_k \hat{\mathbf{P}}_k^- H_k^T + R_{LS})^{-1}\end{aligned}\quad (9)$$

$\mathbf{v}_{\text{radar}}$ 는 전과 고도계의 잡음,  $\mathbf{v}_{LS}$ 는 추정된 기울기에서 벗어나는 지형 고도값들의 표준편차를 계산하여 구한 잡음을 나타낸다.  $r_{LS}$ 는  $\mathbf{v}_{LS}$ 잡음의 분산 값을 나타내며,  $R_{LS}$ 는  $r_{LS}$ 가 포함된 후의 센서 오차 공분산 행렬을 의미한다.

위와 같이 유도된 EKF-SL은 원형 EKF에 비해  $H_k$ 행렬을 비교적 정확히 추정하게 된다. 또한,  $\mathbf{v}_{LS}$ 값을 사용하기 때문에 원형 EKF보다 센서 측정치를 덜 믿고, 그에 인해 칼만 이득이 작게 계산되며 좀 더 보수적인(conservative) 필터처럼 작용한다. 따라서 EKF-SL을 사용하면 원형 EKF에 비해 필터 수렴은 좀 느리지만 필터 안정성(robustness) 측면을 보완할 수 있다. 또한 기존 필터에서 추가된 최소자승법의 계산 시간은 매우 작기 때문에 원형 EKF와 거의 흡사한 계산 부하(computation load)를 갖는다.

### 3.4 UKF(Unscented KF)

본 절에서는 앞서 설명한 EKF 형태가 아닌

Unscented KF(이하 UKF)에 대해 소개한다. UKF 역시 EKF와 마찬가지로 KF에서 파생되었지만, EKF와 달리 자코비안 행렬  $H_k$ 를 구하지 않고 측정 모델을 선형화하여 사용하지 않는다. UKF는 2차항(2nd order)까지 추정하여 EKF에 비해 실제 항법 해에 가깝게 항체 상태치를 추정할 수 있게 된다. 다만, EKF와 달리 하나의 샘플이 아닌 여러 개의 샘플을 뿌려 계산하므로 계산 시간이 오래 걸린다는 단점이 있다.

UKF 알고리즘의 자세한 유도 및 계산 과정은 참고문헌에서 찾아볼 수 있다[11].

### 3.5 BKF(Bank of Kalman filters)

본 절에서는 칼만 필터 무리를 이용한 Bank of Kalman Filters(이하 BKF)에 대해 요약한다. BKF는 병렬(parallel) 필터 형태의 기법으로 하나의 필터를 사용하여 발산 가능성이 있는 원형 EKF의 단점을 보완하기 위해 만들어졌다. BKF 항법 수행 과정은 Fig. 4와 함께 설명될 수 있다.

먼저 항법 초기에 위치 오차 범위가 크다고 가정한다. 즉, 실제 항체 위치를 정확히 모르고 공분산 값이 크다고 생각한다. 이 때 평균값에서만 샘플을 사용하는 EKF와 달리 BKF는 위치 오차 범위 내에 샘플들을 퍼뜨린다. Fig. 4와 같이 오차 범위를 격자 간격으로 쪼개고 각 격자마다 샘플들이 있다고 놓고 정렬한다. 다음으로 일정시간 동안 전파 고도계 측정치를 획득한 후, 그 측정치를 사용하여 샘플들을 각각 보정한다. 그리고 그 동안의 측정치 실제값  $y_{\text{radar}}$ 와 추정값  $\hat{y}_{\text{radar}}$ 의 차이를 누적하여 더한 값인  $AWRS_j$ (augmented weighted residual square)를 계산한다.

$$AWRS_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{|\hat{y}_{\text{radar}} - y_{\text{radar}}|_i}{H_i P_i H_i^T + R_i} \Big|_{(1,1)} \quad (10)$$

여기서  $j$ 는 샘플의 번호(index)를 나타낸다. 또한  $M$ 은 일정시간 동안 획득한 측정치 수를 의미한다. 또한 (1,1)이란  $H_i P_i H_i^T + R_i$  행렬의 (1,1) 성분을 말한다. 마지막으로 계산된  $AWRS_j$ 가 가장 적은 샘플을 추정치의 초기값 샘플 후보군 중 최적의 샘플이었던 것으로 선택한다.

BKF는 EKF-SL처럼 위치 오차 범위내의 기울기를 최소자승법으로 계산하지 않고, 격자화한 후 각 샘플들로 계산한다. 따라서 추가 잡음  $v_{\text{LS}}$ 를 사용하지 않아 EKF-SL에 비해 항법 해 수렴 시간을 빠르게 할 수 있다. 또한 원형 EKF에 비해 항법 해 발산도 줄일 수 있는 장점이 있다. 하지만 BKF는 일괄적 처리 방법 중 하나이기 때문에 실시간이 요구되는 항법 시스템에 사용할 수 없고, 계산 시간이 오래 걸린다는 단점이 있다. 또한, 지형 변화가 유일하지(unique) 않을 때, 어떤 샘플이 정확한 초기치였는지 알아내기 힘들고 그에 따라 항법 성능이 떨어지게 된다.

## IV. 시뮬레이션 결과

본 장에서는 비선형 필터 간의 지형참조항법 성능을 가상 궤적을 갖는 항체의 시뮬레이션을 통해 비교하였다. 항체가 갖는 초기 위치에 대한 추정 오차 크기에 따라 두 개의 시나리오로 구분하였으며, 자세한 시나리오 구성 및 초기 오차 공분산은 Table 1과 2에서 살펴볼 수 있다.

### 4.1 #1: 초기 위치 오차가 작을 때

본 절에서는 항체의 초기 위치를 비교적 정확히 알고 있을 때 연속적 비선형 필터들을 사용하여 시뮬레이션을 수행한다. EKF, IEKF, EKF-SL, UKF 총 네 개의 필터에 대한 결과를 비교 분석한다. 초기 위치 오차 크기가 DB 격자 간격보다 작기 때문에 BKF의 샘플 후보군은 하나밖에 존재하지 않고, 따라서 BKF의 결과는 EKF와 같고 결과를 따로 분석하지 않았다.

본 연구에서는 전파 고도계 및 압력 고도계의 잡음 기초값(seed number)을 바꿔가며 총 50번의 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 5는 각각 EKF, IEKF, EKF-SL, UKF의 수평면 오차 평균값에 대한 히스토그램을 도시한다. 수평면 오차 평균값은 다음 식과 같이 정의하였다.

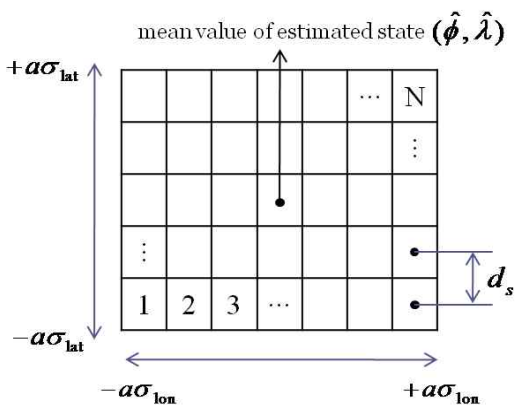


Fig. 4. Bank of Kalman filters concept[6]

Table 1. Simulation conditions

시뮬레이션 환경	
시작 위치	위도 36°, 경도 128°
종료 위치	위도 36.2°, 경도 128°
비행 속도	350km/h
비행 시간	228초
지형DB 격자 간격	3" (≈ 90m)
관성센서(IMU) SF (Sampling Freq.)	100Hz
고도계(전파,압력) SF	1Hz

Table 2. Initial error covariance

초기 오차 공분산(1σ)	
위치 오차	1 : (30m,30m,15m) 2 : (300m,300m,15m)
속도 오차	N(1), E(1), D(2m/s)
오일러각 오차	Roll, Pitch (0.01도), Yaw (0.05도)
가속도바이어스 오차	1mg
자이로바이어스 오차	1deg/hr

$$e_{horizon} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{(\hat{\phi}(t_i) - \phi(t_i))^2 + (\hat{\lambda}(t_i) - \lambda(t_i))^2} \quad (11)$$

N은 시뮬레이션 스텝 Δt를 통해 디지털화된 시간의 최종 시간 인덱스를 나타낸다.  $\hat{\phi}, \phi$ 는 각각 위도 추정치 및 실제값을 표현하며  $\hat{\lambda}, \lambda$ 는 경도 추정치 및 실제값을 나타낸다.

시뮬레이션 결과 Fig. 5에서 비선형 필터 간의 성능이 모두 비슷한 것을 볼 수 있다. 몬테카를로 시스템의 모든 잡음에서 항법 해가 발

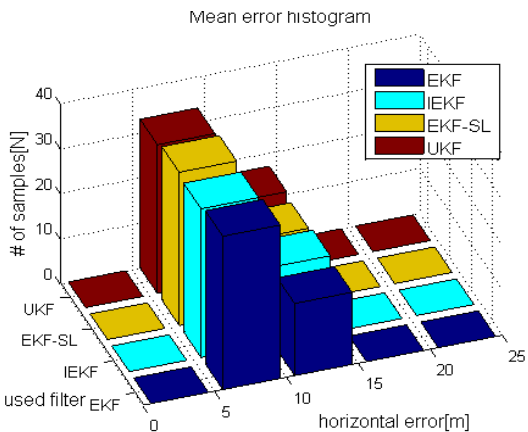


Fig. 5. S1: Horizontal error histogram

Table 3. S1: Number of samples in each error interval

Error Width [m]	Filter Methods (N=50)			
	EKF	IEKF	EKF-SL	UKF
0-5	0	0	0	0
5-10	0	0	0	0
10-15	34	33	34	33
15-20	16	17	16	17
20-25	0	0	0	0

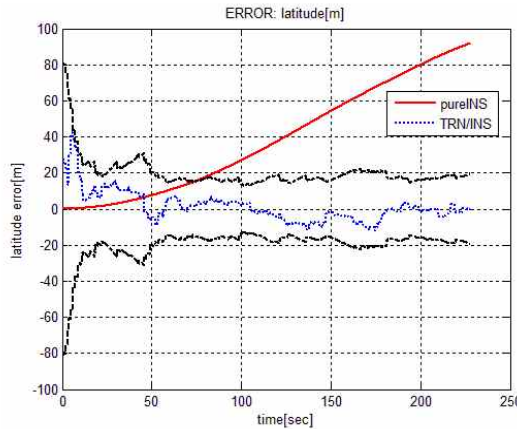


Fig. 6. S1: EKF latitude error history

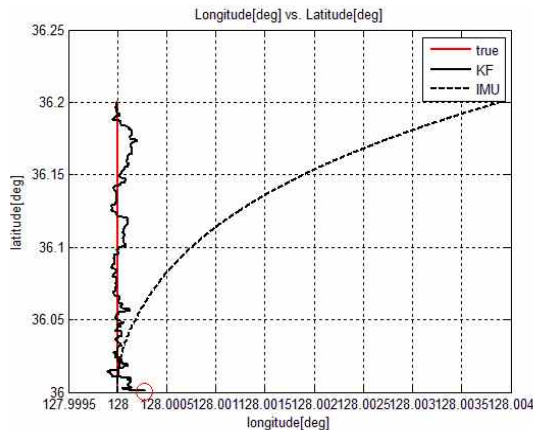


Fig. 7. S1: EKF longitude vs. latitude

산하는 결과는 보이지 않고 수렴하였으며 수평면 오차 평균값의 분포도 비슷하게 나타났다. 이는 항체에 대한 초기 위치 추정값이 정확하여 지형 경사도의 실제값과 추정값의 차이가 거의 없기 때문인 것으로 판단된다. 또한, EKF와 EKF-SL은 몬테카를로 시뮬레이션의 각 샘플들이 갖는 오차 값이 정확히 일치하는데, 이는 시뮬

레이션이 수행되는 동안 SL(stochastic linearization)이 요구되는 경우가 발생하지 않았기 때문이다.

Figure 6은 EKF 필터의 몬테카를로 시뮬레이션 중에서 임의로 선택한 샘플의 시간에 따른 위도 오차 그림이다. Fig. 7은 경도-위도 평면에서 항체의 실제 궤적과 추정 궤적 및 INS 순수항법 궤적을 도시한다. Fig. 6 및 7에서 초기 위치 오차가 작을 때는 지형참조항법 적용 시 가장 간단한 원형 EKF로도 오차 발산 없이 항체의 위치를 추정할 수 있음을 확인할 수 있다.

**4.2 #2: 초기 위치 오차가 클 때**

본 절에서는 시나리오 1과 달리 항체 초기 위치에 대한 정보가 불확실할 경우에 대해 수행된 항법 시뮬레이션 결과를 살펴본다. 시나리오 2에서는 연속적 필터 네 가지 외에 일괄적 필터인 BKF도 추가하고 항법 성능을 비교한다. 이번 시뮬레이션도 전파 고도계 및 압력 고도계의 기

**Table 4. S2: Number of samples in each error interval**

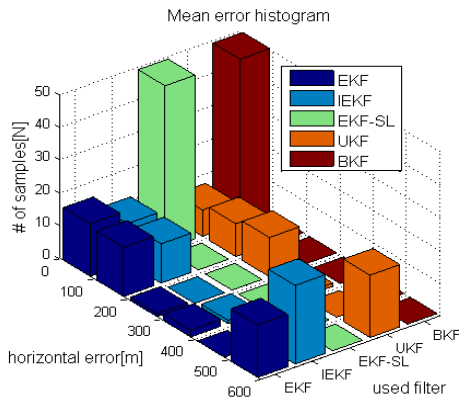
Error Width [m]	Filter Methods (N=50)				
	EKF	IEKF	EKF-SL	UKF	BKF
0-100	16	13	50	9	50
100-200	15	11	0	9	0
200-300	1	0	0	12	0
300-400	2	1	0	1	0
400-500	0	1	0	0	0
0-500	34	26	50	31	50
>500	16	24	0	19	0

초값을 바꿔가며 50번의 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였다.

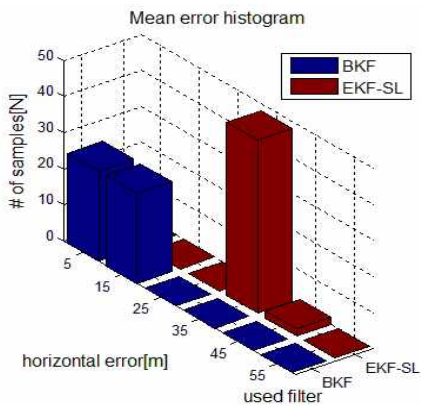
Figure 8은 각각 EKF, IEKF, EKF-SL, UKF, BKF를 사용한 항법의 수평면 오차 평균값을 도시한다. 먼저 그림에서 원형 EKF를 사용한 때의 수평면 오차 값을 살펴보면 시나리오 1에서와 많은 변화가 생긴 것을 볼 수 있다. 수평면 오차가 500m 이상을 발산으로 판단하고 히스토그램을 나타냈는데, 샘플 중 최대 8,000m의 수평 오차값을 갖는 경우도 있을 정도로 발산할 때가 있었다. 필터를 이용한 지형참조항법 보정이 제대로 이루어질 경우에는, 즉 지형 기울기가 잘 추정되었을 때는 수평면 오차가 200m 이하를 만족하는 항법 성능을 나타낼 수 있었다. 하지만 샘플의 잡음에 따라 랜덤한 분포에서 기울기의 오보정으로 인한 발산도 상당 부분 있음을 확인하였다.

다음으로 그림에서 EKF를 단순히 반복하는 IEKF와 2차 지형 함수까지만 추정할 수 있는 UKF 역시 항법 해가 발산함을 볼 수 있다. 한편, 그림에서 EKF-SL을 사용한 지형참조항법은 50개의 랜덤 잡음에서 항법 해가 모두 발산하지 않은 것을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 9에서 수평면 오차 평균값이 30-40m 구간 안에 모두 위치할 것을 볼 수 있는데, 이는 수평면 오차 값을 구할 때 크게 영향을 미치는 초기 오차가 동일하기 때문인 것으로 판단된다. 미션 후반부에 항법 해가 수렴한 이후의 위치 오차는 초기 오차에 비해 값이 현저히 작고, 수평면 오차 계산에 큰 영향을 끼치지 않게 된다. Fig. 10 및 11은 EKF-SL을 사용한 지형참조항법의 시간에 따른 위도 오차와 경도-위도 궤적을 도시한다.

마지막으로 Fig. 8과 9에서 BKF를 사용한 지형참조항법의 수평면 오차 평균값을 볼 수 있다. EKF-SL과 마찬가지로 항법 해 발산이 없는



**Fig. 8. S2: Horizontal error histogram**



**Fig. 9. S2: Horizontal error histogram (BKF, EKF-SL detailed view)**



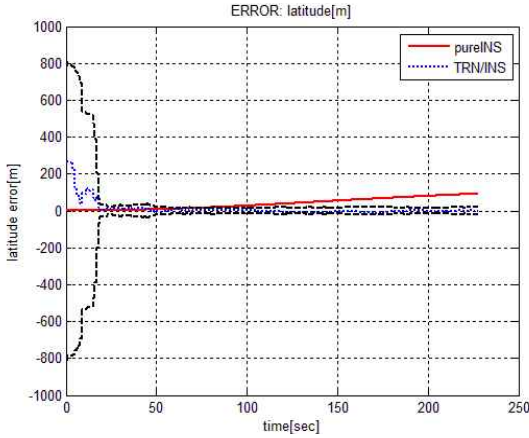


Fig. 10. S2: EKF-SL latitude error history

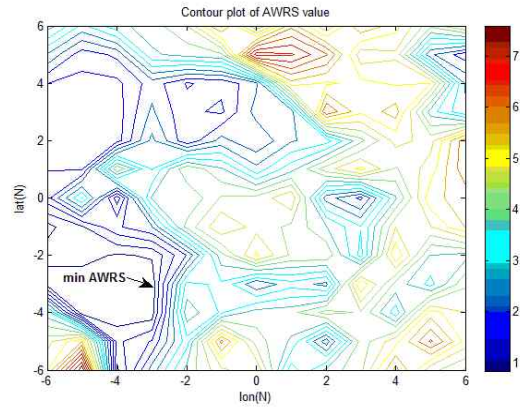


Fig. 12. S2: BKF contour of AWRS

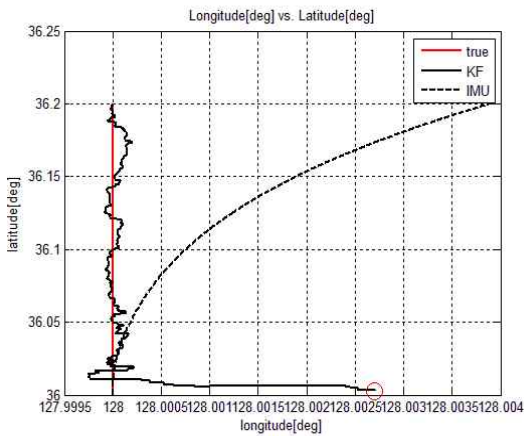


Fig. 11. S2: EKF-SL longitude vs. latitude

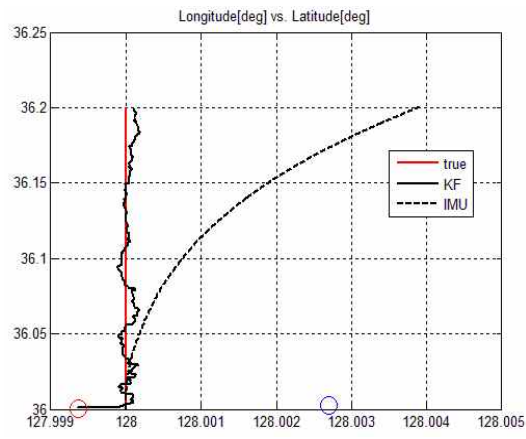


Fig. 13. S2: BKF longitude vs. latitude

것을 확인할 수 있다. 또한, 항법 성능이 EKF-SL보다 더 뛰어난 것을 볼 수 있다. 이는 BKF가 EKF-SL과 달리 일괄적 처리 방법을 갖기 때문인 것으로 판단된다. 일정시간 동안 측정치를 누적한 후, 초기 위치 샘플 후보군 중 AWRS가 제일 작은 샘플을 선택한 후 공분산을 줄인 채로 나중 위치를 추정하기 때문에 미션 초기의 위치 추정 오차를 크게 줄일 수 있다.

Figure 12는 샘플들의 AWRS 값 등고선도를 나타낸다. 본 논문에서는 총 시뮬레이션 시간인 228초 중 10개의 샘플값을 사용하는 10초 동안 residual값을 누적하여 AWRS를 계산하였다. 이후 BKF는 AWRS 값에서 Fig. 13에 표기된 바와 같이 가장 낮은 AWRS 값을 갖는 샘플을 선택한다. 다음으로 10초 이후 나머지 시뮬레이션 시간 동안에서는 선택된 샘플의 초기치를 이용하여 실시간으로 항법을 수행한다. Fig. 13은 본

시뮬레이션 조건에서 수행된 BKF의 시뮬레이션 궤적을 나타낸다. 그림의 오른쪽 파란색 동그라미는 초기 위치 추정치를 나타내고, 왼쪽 빨간색 동그라미는 최소 AWRS 값을 갖는 샘플의 초기 위치 추정치를 나타낸다.

### V. 결 론

본 논문에서는 관성센서항법을 보조할 수 있는 지형참조항법에 대한 연구를 수행하였다. 항법에 적용할 수 있는 여러 가지 비선형 필터 중 EKF, IEKF, EKF-SL, UKF, BKF를 선택하였으며 가상 시나리오에 대해 항법 성능을 비교하였다. 항체의 초기 위치 오차에 따라 시나리오를 구분하고 각각에 대한 시뮬레이션을 수행하고 결과를 분석하였다.

첫 번째로 초기 위치 오차가 작을 때 북쪽 직선 노선을 가진 항체에 대한 가상 궤적을 설정

하고 연속적 필터를 각각 탑재하였다고 가정 후 항법 시뮬레이션을 수행하였다. 그 결과, 모든 연속적 필터에서 항법 해가 수렴하고 필터 성능도 거의 동일한 것을 확인할 수 있었다. 이는 초기 위치 오차가 작을 때 위치 오차 범위 내에서 선형화를 통해 추정된 지형 경사도가 실제 경사도를 정확히 추정할 수 있기 때문인 것으로 분석된다.

두 번째로 항체의 초기 위치 오차가 클 때에 대해 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였다. 위치 오차가 커지게 되면 그 범위 안의 지형을 선형화 모델로 가정하기가 힘들게 되는데, 이로 인해 첫 번째 시나리오에 비해 항법 성능이 크게 저하된다. 특히, 단순한 선형화 외의 방법을 사용하지 않는 EKF와 IEKF는 발산 확률이 다른 필터에 비해 높았다. UKF는 측정 방정식을 2차까지 추정하지만 지형 변화의 비선형성은 2차 다항식으로도 근사하기 쉽지 않은 지형이 많아 발산할 때가 꽤 있었으며, 계산 시간도 EKF에 비해 오래 걸렸다. EKF-SL은 구조가 간단하면서도 최소자승법과 가상 센서 오차를 추가하여 보다 강건한 위치 해를 주는 것으로 확인되었다. 마지막으로 BKF는 EKF와 같은 수렴 시간을 보이지만 일괄적 필터 방법이기 때문에 실시간으로 해를 내 줄 수 없고 계산 시간도 연속적 필터에 비해 오래 걸렸다.

본 논문의 지형참조항법 성능 비교 결과를 참고할 때, 초기 항체 위치 오차나 요구되는 항법 성능 및 수렴시간 등에 따라 사용되어야 하는 필터가 달라져야 함을 볼 수 있다. 예를 들어, 미션 초기에 항체 위치 오차를 정확히 알 때는 EKF와 같은 단순한 필터를 사용해도 항법 해를 잘 추정할 수 있고 계산 구조도 간단하여 실제 시스템에 탑재하기 쉬울 것으로 예상할 수 있다. 하지만 초기 위치 오차가 크다면 EKF-SL이나 BKF와 같은 필터 기법을 사용하여 항법 성능을 더 강건하게 유지할 수 있다. 또한, 항체에 탑재된 항법 컴퓨터 성능이나 요구되는 위치 수렴 시간에 따라 EKF-SL과 BKF 사이에서도 필요한 필터 기법을 선택하여 사용할 수 있다.

마지막으로, 현재 연구 결과를 종합하고 추가적인 연구를 통해 미션 수행 지역과 여러 가지 변수에 따라 필터 기법을 융합하거나 선택하여 지형참조항법의 성능을 최대화하는 기술도 개발할 수 있을 것으로 판단된다.

## 후 기

본 연구는 방위사업청/국방과학연구소 09'작

수 기초연구사업 '지능형 데이터베이스 기반 항법 기술' 사업 과제의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

## 참고 문헌

- 1) Larry, D. H. and Ronald, D. A., "Nonlinear Kalman Filtering Techniques for Terrain-Aided Navigation," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 28, No. 3, 1983, pp. 315~323.
- 2) Metzger, J., Wisotzky, K., Wendel, J., and Trommer G. F., "Sigma-Point Filter for Terrain Referenced Navigation," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, San Francisco, California, 2005.
- 3) 목성훈, 방효충, "Unscented Kalman Filter 기반의 지형참조항법 성능 분석," *춘계 항공우주학회*, Apr., 2011.
- 4) Bergman, N., Ljung, L., and Gustafsson F., "Point-Mass Filter and Carmer-Rao Bound for Terrain-Aided Navigation," *Conference on Decision & Control*, December, 1997.
- 5) 성장기, 유해성, 유기정, 정승환, 윤국진, "지형참조항법을 위한 칼만 필터 배열의 부필터 패치 및 선택 알고리즘," *춘계 항공우주학회*, Apr., 2011.
- 6) Sunghoon, M., Mooncheon, C., and Hyochoong, B., "Performance Comparison of Nonlinear Estimation Techniques in Terrain Referenced Navigation," *11th International Conference on Control, Automation and System*, Oct., 2011.
- 7) Jeff, H., "HELI/SITAN: A Terrain Referenced Navigation Algorithm for Helicopter," *IEEE Position, Location and Navigation Symposium*, Vol. 20, No. 23, 1990, pp. 616~625.
- 8) 목성훈, 조수장, 방효충, "고차 EKF 기반의 지형참조항법 성능 분석," *추계 항공우주학회*, Nov., 2011.
- 9) Titterton, D. H. and Weston, J. L., *Strapdown Inertial Navigation Technology*, The Institution of Electrical Engineers, 2004, pp. 17~58.
- 10) Simon, D., *Optimal State Estimation*, Wiley-Interscience, 2006, 410~417.
- 11) Julier, S., J. and Uhlmann, J., K., "A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems," *International Symposium on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, Orlando, Florida. 1997.