

## 주요면의 만곡에 따른 비근축 회절에 대한 연구

이종웅<sup>†</sup>

청주대학교 레이저광정보공학과  
☎ 360-764 충북 청주시 상당구 대성로 298

(2012년 1월 2일 받음, 2012년 2월 3일 게재 확정)

근축회절 이론에서는 횡배율이 달라도 파장과 수치구경이 같으면 항상 동일하게 회절한다. 하지만 수치구경이 큰 광학계에서는 비근축 회절효과에 의하여 횡배율에 따라 회절 특성이 변화하게 된다. 이 연구에서는 높은 수치구경을 가지는 무수차 광학계에서 나타나는 비근축 회절효과를 주요면의 만곡이라는 관점에서 해석하고, 배율이 다른 무수차 원주곡면경의 결상에서 비근축 회절효과에 의한 MTF의 변화를 살펴보았다.

## A Study for Non-paraxial Diffraction Caused by Curved Principal Planes

Jong Ung Lee<sup>†</sup>

Department of Laser and Optical Information Engineering, Cheongju University,  
298 Daeseong-ro, Sangdang-gu, Cheongju 360-764, Korea

(Received January 2, 2012; Accepted February 3, 2012)

According to the paraxial diffraction theory, diffractions of optical systems which have the same wavelength and numerical aperture are always the same, independent of lateral magnification. But the diffractions for optical systems with different magnifications are varied due to the non-paraxial diffraction effect on the imaging of high NA optics. In this study, the non-paraxial diffraction effect is interpreted as a phenomena caused by curved principal planes. Pupil functions and modulation transfer functions of aplanatic conic mirrors are examined as a function of lateral magnification.

Keywords: Non-paraxial diffraction, Flux conservation, High numerical aperture, Pupil function, Optical transfer function  
OCIS codes: (050.1960) Diffraction theory; (110.2990) Image formation theory; (110.4850) Optical transfer functions

### I. 서 론

수차가 없는 이상적인 광학계의 해상력은 빛의 회절에 의하여 제한된다. 일반적인 광학계의 이론적인 해상력 한계는 균일한 진폭분포를 가진 구면파가 출사동에서 편광에 무관하게 회절하는 것으로 가정하는 근축 스칼라 회절이론을 기반으로 하고 있다. 하지만 sub-micro급의 pattern을 분해하는 NA 0.75 이상의 고해상 광학계가 정밀산업과 생체연구에 활용되기 시작하면서 구면파의 불균일한 진폭분포에 의한 비근축 회절효과와 편광 방향에 따른 회절 특성의 변화도 고려해야만 정확한 상면의 강도분포를 예측할 수 있게 되었다. 이에 따라 광학결상에서 주변광량비의 계산에 사용되던 etendue<sup>[1]</sup>를 회절에 도입한 비근축 회절이론이 mask pattern의 회절상 계산에 사용되기 시작하였다<sup>[2, 3]</sup>. 편광에 따른 회

절특성의 변화는 Maxwell 방정식으로 부터 유도되어 고급 전자기학 교과서에도 소개되어있는 내용이지만<sup>[4]</sup>, 결상이론에서는 sub-micro imaging이 본격화한 1980년대 후반에 도입되기 시작하였다<sup>[5, 6]</sup>. 광학계에서는 다수의 광학면을 지나면서 반복적으로 굴절과 회절이 나타나고 광원과 무반사막의 특성에도 영향을 받기 때문에 광학결상을 실제와 동일하게 해석하는 것은 불가능하며, 모든 회절결상이론은 그 나름대로 타당성있는 가정을 도입하여 회절과 결상을 far-field에서 평면파의 전파와 중첩(동함수의 Fourier 변환)으로 근사하고 있다.

광학계에서 물체측 주요점과 상측 주요점은 횡배율이 +1이 되는 축상 물체점과 이에 대응하는 상점으로 정의되고 있고, 근축광학에서는 물체측 주요점을 물체공간의 좌표원점, 상공간에서는 상측 주요점을 좌표원점으로 사용하고 있다<sup>[7]</sup>.

<sup>†</sup>E-mail: [julee@cju.ac.kr](mailto:julee@cju.ac.kr)

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online.

물체측 주요면과 상측 주요면은 횡배율이 +1이 되는 물체점과 이에 대응하는 상점의 집합이며, 이상적인 광학계에서는 물체측 주요면은 축상 물체점을 곡률중심으로 하고 물체측 주요점을 지나는 구면, 상측 주요면은 상점을 곡률중심으로 하고 상측 주요점을 지나는 구면으로 정의되고 있다<sup>[8]</sup>. 근축 광학에서는 광선의 입사각이 매우 낮기 때문에 구면을 평면으로 근사하고 있지만 실제 광학계에서 주요면은 평면이 아니며, 개구수(numerical aperture, NA)가 큰 광학계 일수록 평면에서 벗어나는 정도가 크다.

이 연구에서는 광축에 대한 회전대칭이 있는 무수차 광학계의 비근축 회절을 주요면의 만곡이라는 관점에서 해석하고자 한다. 지금까지 발표된 대부분의 비근축 회절이론은 광학결상에서 sine 조건을 만족하는 것을 가정하여 진폭분포에서 물체공간의 공간주파수와 상공간의 공간주파수가 횡배율에 선형 비례한다고 보고 있다. 이것은 물체측 주요면이 물체점을 중심으로 하는 구면이고 상측 주요면이 상점을 중심으로 하는 구면인 경우에 해당하며, 이것이 sine 조건의 의미하는 바이다. 반도체 노광장비의 수차를 보정하는 과정에서 sine 조건을 만족시키도록 설계를 해 준다면 위의 가정은 큰 문제가 없을 것이다. 하지만 무수차 광학계라고 하여 주요면이 항상 구면인 것은 아니다.

이 연구에서는 주요면의 만곡과 flux 보존법칙으로부터 비근축 회절을 위한 동함수를 유도하였지만 이를 실제 광학계의 결상에 적용시키기 위해서는 무수차 광학계에서 물체측과 상측의 주요면 형상이 먼저 정의되어야 한다. 하지만 노광장비와 같이 많은 수의 광학소자로 구성된 광학계에서는 비근축 영역에서 주요면의 형상을 정의하는 것 자체도 아직 연구되지 않은 영역이다. 이 때문에 이 연구에서는 주요면이 분명하게 정의되면서 무수차점이 존재하는 원추곡면경을 예로 비근축 회절효과에 대하여 연구하였다. 이 연구와 유사하게 단일면에 의한 비근축 회절을 연구한 논문은 비축 포물면경에서 비근축 회절을 연구한 사례<sup>[9]</sup>와 구면에서의 굴절과 vector 회절을 연구한 사례<sup>[10]</sup>가 있다.

## II. 주요면의 만곡과 동함수

광축에 대한 회전대칭이 있는 무수차 원형개구 광학계에서 그림 1과 같이 굴절률이  $n$ 인 물체공간의 점  $O$ 와 굴절률이  $n'$ 인 상공간의 점  $O'$ 이 결상관계에 있다고 하자. 물체측에서 광축과 수직인 미소면적  $dS$ 에서  $d\Omega$ 로 출사한 복사속(radiant flux)이 상면의 미소면적  $dS'$ 으로 집속된다고 하면, flux 보존법칙은 다음과 같이 표현된다<sup>[11]</sup>.

$$L(\theta) n^2 dS \cos \theta d\Omega = L'(\theta') n'^2 dS' \cos \theta' d\Omega' \quad (1)$$

위의 식에서  $L, L'$ 은 각각 물체공간, 상공간의 복사휘도(irradiance)이다. 무수차 광학계에서 물체점  $O$ 점에서 출사하는 구면파와 상점  $O'$ 으로 수렴하는 구면파를 각각  $U(r), U'(r')$ 라 하면

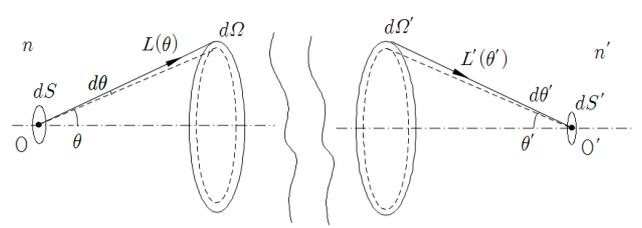


FIG. 1. Propagation of radiant flux in optical imaging.

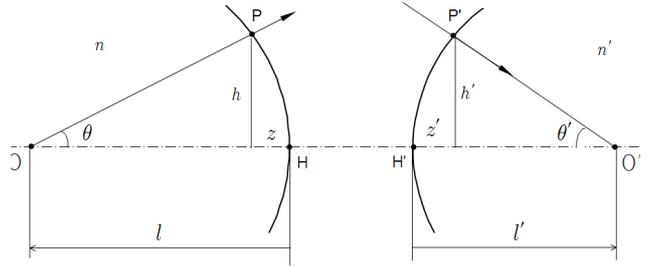


FIG. 2. Curved principal planes of an optical imaging system.

$$U(r) = A(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (2)$$

$$U'(r') = A'(\theta') \frac{e^{ikr'}}{r'} \quad (3)$$

복사휘도  $L, L'$ 은 진폭의 각도분포의 제곱  $|A(\theta)|^2, |A'(\theta')|^2$ 에 대응하는 물리량이며, 식 (3)의 출사파가 출사동을 지날 때의 진폭분포  $A'_p(\theta')$ 는 이 광학계의 동함수(pupil function)가 된다.

다음에는 그림 2에서 물체측 주요면의  $P$ 로 입사한 광파가 상측 주요면의 공액점  $P'$ 에서 출사하여 상점  $O'$ 으로 집속되는 경우를 살펴보자. 주요면의 정의에서 광선이 물체측 주요면에 입사한 높이  $h$ 와 상측 주요면에서 출사하는 높이  $h'$ 는 같다. 그리고  $l$ 과  $l'$ 은 각각 광학계의 물체거리, 상거리이며  $z(h)$ 와  $z'(h')$ 은 물체측, 상측 주요면의 만곡을 나타낸다. 그림 2에서

$$\sin \theta = \frac{h}{\sqrt{(z-l)^2 + h^2}} \quad (4)$$

$$\cos \theta d\theta = \frac{1}{\sqrt{(z-l)^2 + h^2}} \left\{ 1 - \frac{h^2 + h(z-l) \frac{\partial z}{\partial h}}{(z-l)^2 + h^2} \right\} dh \quad (5)$$

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta \quad (6)$$

이며, 광학계의 횡배율을  $m_T$ 라고 하면

$$\frac{l'}{n'} = m_T \frac{l}{n} \quad (7)$$

$$dS' = m_T^2 dS \quad (8)$$

의 관계가 성립한다. 따라서 식 (1)의 flux 보전법칙은

$$\begin{aligned} & \frac{n^2 h L(\theta)}{(z-l)^2 + h^2} \left\{ 1 - \frac{h^2 + h(z-l) \frac{\partial z}{\partial h}}{(z-l)^2 + h^2} \right\} \\ &= \frac{n'^2 h' m_T^2 L'(\theta')}{(z'-l')^2 + h'^2} \left\{ 1 - \frac{h'^2 + h'(z'-l') \frac{\partial z'}{\partial h'}}{(z'-l')^2 + h'^2} \right\} \end{aligned}$$

로 표현할 수 있다. 편의상  $F(h)$ 와  $F'(h')$ 를 다음과 같이 정의하면

$$\begin{aligned} F(h) &= \frac{h}{(z-l)^2 + h^2} \left\{ 1 - \frac{h^2 + h(z-l) \frac{\partial z}{\partial h}}{(z-l)^2 + h^2} \right\} \\ &= \frac{h(z-l) \left\{ (z-l) - h \frac{\partial z}{\partial h} \right\}}{\{(z-l)^2 + h^2\}^2} \end{aligned} \quad (9)$$

$$F'(h') = \frac{h'(z'-l') \left\{ (z'-l') - h' \frac{\partial z'}{\partial h'} \right\}}{\{(z'-l')^2 + h'^2\}^2} \quad (10)$$

상측에서의 복사휘도  $L'(\theta')$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$L'(\theta') = \frac{n^2 F(h)}{n'^2 m_T^2 F'(h')} L(\theta) \quad (11)$$

만약 물체측 주요면과 상측 주요면이 각각 O, O'을 곡률중심으로 하는 구면을 이루고 있다고 하면

$$\sin \theta = -\frac{h}{l}, \quad \sin \theta' = -\frac{h'}{l'}$$

$$\cos \theta d\theta = -\frac{dh}{l}, \quad \cos \theta' d\theta' = -\frac{dh'}{l'}$$

이므로, 식 (1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$2\pi n^2 L(\theta) dS \frac{h}{l^2} dh = 2\pi n'^2 L'(\theta') dS' \frac{h'}{l'^2} dh'$$

그리고 광학계의 횡배율과 주요면의 성질에서

$$dS' = m_T^2 dS = \frac{n^2 l'^2}{n'^2 l^2} dS$$

$$h = h'$$

이므로

$$L'(\theta') = L(\theta) \quad (12)$$

가 성립한다. 이것은 주요면이 구면으로 휘어지면 휘도 보존의 법칙이 성립하고, 물체측에서 균일한 휘도분포  $L(\theta) = L_o$ 를 가지면, 상측에서도 균일한 진폭분포를 가지는 구면파가 회절하는 것으로 볼 수 있다. 하지만 주요면이 구면이 아니라면 물체측에서 균일한 구면파가 입사하더라도 상측에는 불균일한 진폭 분포를 가지게 되며 이것이 본 연구에서 고찰하고자 하는 비근축 회절효과이다.

광학결상에서 주요면이 구면이라고 하여 비근축 회절효과가 없어지는 것은 아니다. 만약 물체면에 점광원 1개만 있다고 한다면, 물체공간에서 입사동으로 입사하는 광파는 균일한 복사휘도를 가진다. 따라서 이 경우는 위에서 논의한 바와 같이 출사동에서 회절하는 광파는 균일한 진폭분포를 가지는 동함수로 표현되고 광학계의 NA가 높더라도 비근축 회절효과는 나타나지 않는다. 그러나 반도체 노광의 경우에는 물체 mask 자체가 회절을 일으키므로 입사동으로 입사하는 광파가 균일한 휘도분포를 가질 수 없고, 이에 따라 주요면이 구면을 이루고 있더라도 비근축 회절효과가 발생한다<sup>[2]</sup>.

이 연구에서는 주요면의 만곡에 따른 비근축 회절효과가 광학계의 OTF에 주는 영향을 살펴보고자 한다. 광학계의 OTF는 점광원의 회절상인 점퍼짐함수(point spread function, PSF)의 규격화한 Fourier spectrum이며 동함수의 auto-correlation으로 주어진다. 이 경우라면 물체측에 점광원 1개만 있으므로 입사동으로 입사하는 식 (2)의 구면파는 균일한 진폭 분포  $A_o$ 를 가진다.

$$A(\theta) = A_o = \sqrt{L_o} \quad (13)$$

이것을 식 (11)에 적용하면, 상측에서 회절하는 구면파의 진폭분포  $A'(\theta')$ 은

$$A'(\theta') = \sqrt{L'(\theta')} = A_o \sqrt{\frac{n^2 F(h)}{n'^2 m_T^2 F'(h)}} \quad (14)$$

로 주어지며, 이것이  $\theta'$ 의 함수로 표현된 비근축 회절의 동함수이다( $h = h'$ ).

### III. 타원경에 의한 비근축 회절

이 연구에서 제시한 주요면의 만곡에 따른 비근축 회절효과를 살펴보기 위해서는 물체측, 상측의 주요면이 분명하게 정의될 수 있는 무수차 회절대칭 광학계가 필요하다. 타원경은 이러한 요구사항에 아주 적합한 예이며, 반사면 자체가 비구면인 주요면이 되고 무수차점(aplantic point)이 존재하여 수차의 영향 없이 비근축 회절효과만을 살펴볼 수 있다.

원추곡면의 면함수는 다음의 식 (15)로 주어지며

$$z = \frac{ch^2}{1 + \sqrt{1 - c^2(1+k)h^2}}, \quad h^2 = x^2 + y^2 \quad (15)$$

원추곡면계수  $k$ 에 따라 다음과 같이 분류된다.

- $k > 0$ , oblate ellipsoid
- $k = 0$ , sphere(구면)
- $0 > k > -1$ , elongated ellipsoid(타원면)
- $k = -1$ , paraboloid(포물면)
- $k < -1$ , hyperboloid(쌍곡면)

그리고 횡배율이  $m_T$ 인 원추곡면경에서 구면수차가 보정되는 조건은

$$k = - \left( \frac{m_T + 1}{m_T - 1} \right)^2 \quad (16)$$

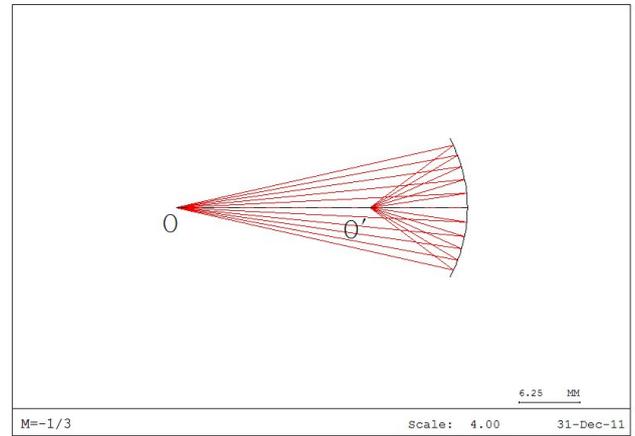
이며,  $0 \geq k > -1$  인 구면경과 타원경에서 실물체점이 실상으로 결상하는 무수차점이 존재한다.

식 (16)에서  $m_T = -1$  이면, 구면경이다. 그리고  $m_T$ 를 -3 과 -1/3으로 하면 수차가 보정되는 원추계수는  $k = -0.25$ 로 같고 물체와 상의 위치만 서로 바뀐 경우가 된다. 그림 3은 곡률반경이 -15 mm, 상측 수치구경이 0.6인 단일 반사경이  $m_T = -1/3$ ,  $m_T = -1$ ,  $m_T = -3$  으로 결상할 때의 광선을 보여주고 있다. 근축회절이론에서는 상측 NA가 같으면 동일한 회절상이 만들어지고 MTF도 동일하다. 하지만 식 (14)의 비근축 회절효과를 적용하면 동함수의 진폭분포가 NA에 따라 변화하며 이에 따라 MTF도 서로 차이가 나게 된다.

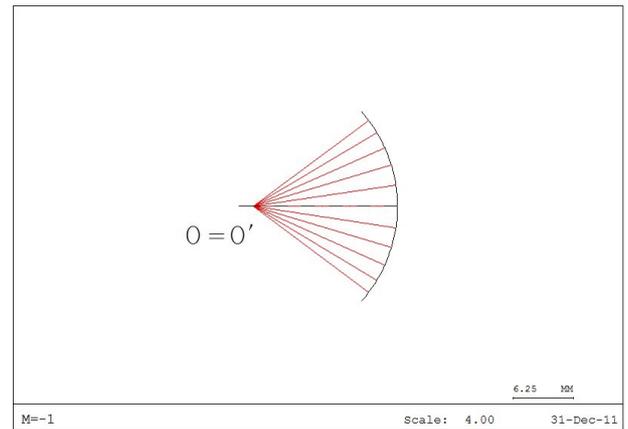
그림 4는 식 (14)에 의하여 계산된 동함수의 진폭변화를 보여주고 있다. 타원경에서 물체를 1/3로 축소 결상하는 (a)의 경우는 회절파의 NA가 증가할수록 진폭이 증가하고 있음을 볼 수 있고, 구면경인 (b)의 경우는 근축 회절과 같이 균일한 진폭분포를 가지고 있다. 타원경으로 3배 확대하여 결상하는 (c)의 경우는 회절파의 NA가 증가할수록 진폭이 감소하고 있고, NA=0.6이 되면 0에 수렴하고 있다. 이것은 그림 3(c)에서 NA가 0.6이 되려면 광선이 90°로 물체점에서 출사하여야 하고, 복사측광학에서 본다면 이 경우는 물체의 투영면적( $dS \cos\theta$ )이 0이 되어 상측으로 전파되는 광파가 없는 것으로도 이해할 수 있다.

그림 5는 NA는 같지만 횡배율이 다른 3가지 결상의 MTF를 보여주고 있다. 이 MTF는 원형개구에서 동함수를 auto-correlation 시켜 계산한 것이며, 공간주파수는 한계공간주파수  $\nu_{\max}$ 가 2가 되도록 규격화 하였다. 이 그림에서 (a)의 경우는 저주파 대역에서는 MTF가 (b)의 경우 보다 약간 작고 고주파 대역에서는 약간 크지만 그 차이는 심하지 않다. 상을 확대 결상하는 (c)의 경우는 저주파 대역의 MTF가 높아지고 고주파 대역에서는 낮아진 것을 볼 수 있다.

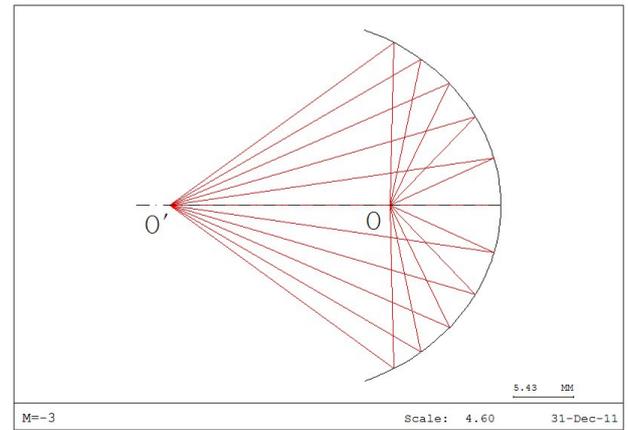
그림 6에는 근축회절에 해당하는 (b)의 경우를 기준으로 한 상대적인 MTF 변화가 나타나 있다. 축소 결상하는 (a)의 경우에는 저주파 대역에서 약 1%의 MTF 감소가 있고, 고주파 대역에서는 약 9% 정도까지 MTF가 증가하는 것을 볼 수



(a)  $m_T = -1/3$ , ellipsoid mirror( $k = -0.25$ )



(b)  $m_T = -1$ , spherical mirror( $k = 0$ )



(c)  $m_T = -3$ , ellipsoid mirror( $k = -0.25$ )

FIG. 3. Ideal imaging of single mirror systems(NA=0.6).

있다. 하지만 고주파 대역에서는 MTF 자체가 낮으므로 그림 5에는 거의 차이가 없는 것처럼 보이고 있다. 반면에 확대 결상하는 (c)의 경우에는 비근축 회절효과가 보다 크게 나타나고 있다. 저주파 대역에서는 약 6.5% 까지 MTF 커지지만 고주파 대역에서는 MTF의 감소가 급격하게 나타나 한계 공간주파수 부근에서는 50% 정도 까지 감소한다. 그리고 동함수로 보면 3가지 경우가 상당한 차이가 있음에도 한계 공간

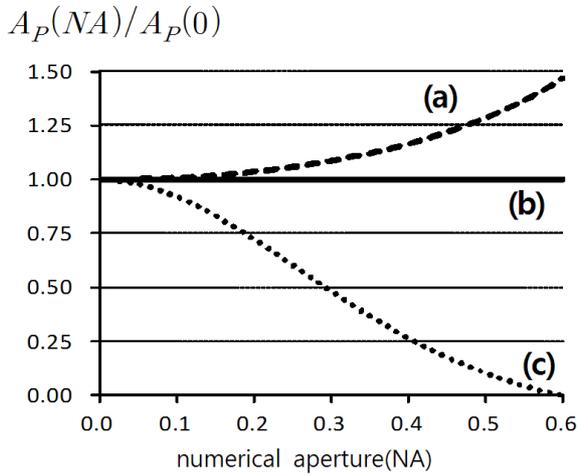


FIG. 4. Non-paraxial pupil functions of the mirror systems (a)  $m_T = -1/3$ , (b)  $m_T = -1$ , (c)  $m_T = -3$ .

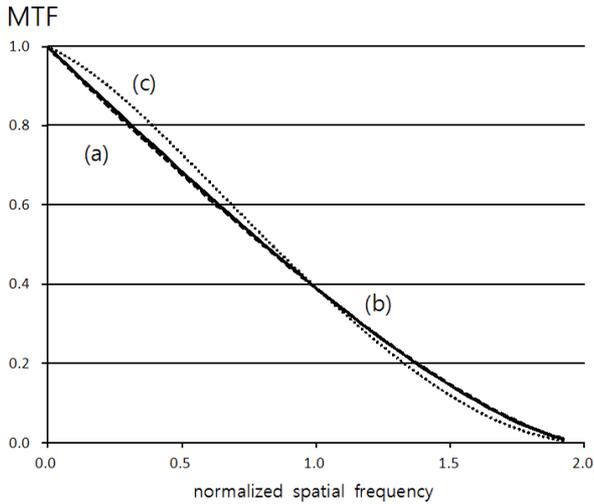


FIG. 5. Modulation transfer functions of the mirror systems, (a)  $m_T = -1/3$ , (b)  $m_T = -1$ , (c)  $m_T = -3$ .

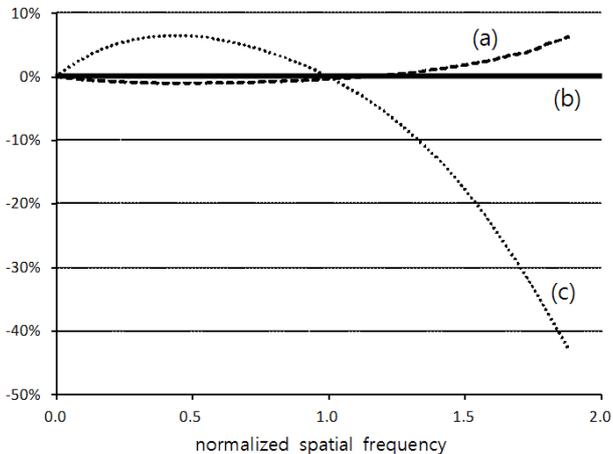


FIG. 6. Relative changes of MTF respect to the non-paraxial case, (a)  $m_T = -1/3$ , (b)  $m_T = -1$ , (c)  $m_T = -3$ .

주파수의 1/2인 중간 주파수에서는 비근축 회절효과가 나타나고 있지 않음을 볼 수 있다.

#### IV. 결 론

상면에서 균일한 진폭분포를 가진 구면파가 회절하는 것으로 근사하는 근축회절 이론에서는 파장과 NA가 같으면 광학계의 배율과 무관하게 항상 동일한 회절이 일어나고, MTF도 같다. 하지만 NA가 큰 광학계에서는 입사동으로 균일한 진폭 분포를 가진 구면파가 입사하는 경우에도 출사동에서 출사하는 구면파의 진폭은 균일하지 않으며, 이에 따른 비근축 회절효과가 발생한다. 이 연구에서는 주요면의 정의와 flux 보존법칙을 결합하여 비근축 회절효과가 고려된 동함수를 해석적으로 계산할 수 있는 방법을 제시하였고, 이를 이용하여 무수차 타원경의 결상에서 동일한 NA를 가지는 경우에도 비근축 회절효과에 의하여 회절 특성이 달라짐을 보였다.

#### 감사의 글

이 논문은 2010학년도에 청주대학교 학술연구소가 지원한 특별연구조성비(특별연구과제)에 의해 연구되었습니다.

#### References

1. H. Gross, *Handbook of Optical Systems*, vol. I. (Wiley-VCH Verlag GmbH & Co., Weinheim, Germany, 2005), Chapter 6.
2. D. C. Cole, E. Barouch, U. Hollerbach, and S. A. Orszag, "Deviation and simulation of higher numerical aperture scalar aerial images," *Jpn. J. Appl. Phys.* **31**, 4110-4119 (1992).
3. J. E. Harvey, C. L. Vernold, A. Krywonos, and P. L. Thompson, "Diffracted radiance: a fundamental quantity in nonparaxial scalar diffraction theory," *Appl. Opt.* **38**, 6469-6481 (1999).
4. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2nd ed. (John & Wiley & Sons Inc., New York, USA, 1975), pp. 432-438.
5. C. J. R. Sheppard and H. J. Matthews, "Imaging in high-aperture optical systems," *J. Opt. Soc. Am. A* **4**, 1354-1360 (1987).
6. M. Mansuripur, "Certain computational aspects of vector diffraction problems," *J. Opt. Soc. Am. A* **6**, 786-805 (1989).
7. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th ed. (Cambridge Univ. Press, 2003, Cambridge), pp. 160-166.
8. W. J. Smith, *Modern Optical Engineering*, 4th ed. (McGraw-Hill, New York, USA, 2003), Chapter 2.
9. P. Arguijo, M. S. Scholl, and G. Paez, "Diffraction patterns formed by an off-axis paraboloid surface," *Appl. Opt.* **40**, 2909-2916 (2001).
10. S. Guha and G. D. Gillen, "Vector diffraction theory of refraction of light by a spherical surface," *J. Opt. Soc. Am. B* **24**, 1-8 (2007).