

# 마찰 곡선에 의한 브레이크 소음 영향도 분석

## Effect of Friction Curve on Brake Squeal Propensity

강 재 영\*

Jaeyoung Kang

(2011년 11월 16일 접수 ; 2012년 1월 13일 심사완료)

**Key Words** : Disc Brake(디스크 브레이크), Brake Squeal(브레이크 스켈소음), Brake Pad(브레이크 패드), Friction curve(마찰 곡선)

### ABSTRACT

The brake squeal propensity associated with friction curve is investigated by using the hybrid finite element(FE)-analytical model. The modal analysis of an actual disc and pad is conducted by FE method. Also, the modeling for the accurate contact and disc rotation is analytically achieved. The eigenvalue analysis for the hybrid model provided the squeal dependency on the friction curve. Particularly, some pad modes and the disc torsion mode are shown to be sensitive for the friction curve.

### 1. 서 론

디스크 브레이크 스켈(squeal) 연구는 지속적으로 연구되어 온 분야이다<sup>(1,2)</sup>. 브레이크 스켈 연구에서 스켈이 발생하는 시점을 연구하는 선형해석의 경우 Nack<sup>(3,4)</sup>에 의해 소개되었듯이 유한요소(FE)를 이용하여 정지 디스크와 정지 패드 간 마찰모델에 대한 복소수해석(complex eigenvalue analysis)을 수행하였다. 이후 Bajer<sup>(5,6)</sup> 등은 ABAQUS를 이용하여 마찰접촉모델의 정확도를 높이기 위해 노력하였다. 하지만 유한요소 법에만 의존하다 보니 메카니즘 자체에 대한 근본적인 접근이 불가능하였다. 메카니즘에 대한 근본적인 연구를 위해서 Flint<sup>(7)</sup> 등은 근사화된 빔과 접촉패드를 이용하여 마찰모멘트에 의한 불안정 메카니즘을 연구하였고, Heilig<sup>(8)</sup> 등은 점접촉하는 회전 원판의 불안정성을 연구하였다. Kang<sup>(9-12)</sup> 등은 브레이크 시스템을 면 접촉하는 원판으로 모델링 하였고,

이에 대한 완전해를 제시하였다. 하지만 이 역시 디스크를 원판으로 정의한 모델링 단순화에 의해서 실제 많은 진동모드들이 표현되지 못하였다.

이러한 기존 문제점들을 해결하기 위해서 Kang<sup>(13,14)</sup>은 브레이크 형상 및 모달해석은 유한요소법을 이용하였고, 정확한 마찰 및 디스크 회전모델은 수학적으로 유도하여 이 둘을 병합한 새로운 유한요소-수학모델을 제시하였다. 이를 통해 그 동안 간과되어 온 많은 주요한 스켈 인자들을 연구할 수 있게 되었다.

이 연구에서는 기존에 주로 연구해 온 모드 연성 문제<sup>(3-10)</sup>는 다루지 않는다. 그 보다는 Ouyang<sup>(15)</sup> 등이 제시하였던 마찰 특성에 따라 변하는 진동 모드의 불안정성에 초점을 두어, 마찰 곡선의 기울기가 스켈모드에 미치는 영향도와 디스크 회전속도와 의 연관성을 연구하였다.

### 2. 운동방정식

자동차 디스크 브레이크 모델을 해석하기 위해서 유한요소법(FEM)을 이용한다. 디스크는 Z축을 회전

\* 교신저자; 정회원, 공주대학교 기계자동차공학부  
E-mail : jkang@kongju.ac.kr  
Tel : (041)521-9263

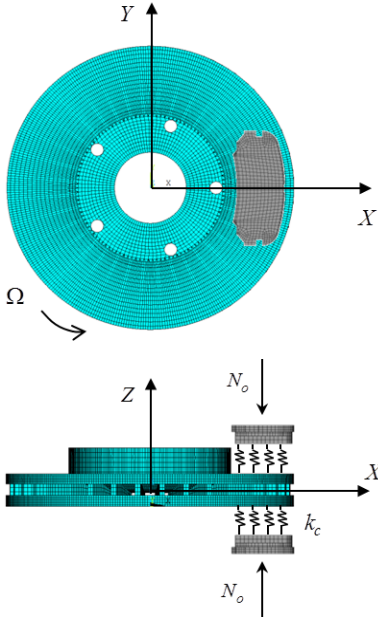


Fig. 1 FE model description of a rotating disc in contact with two stationary pads

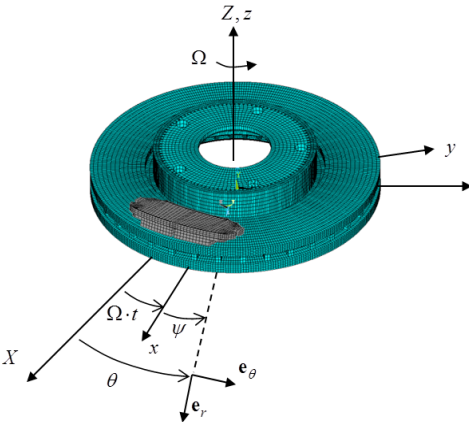


Fig. 2 Description for the coordinate systems and direction vectors

축으로 일정한 속도( $\Omega$ )로 회전하고 있고, 브레이크 패드는 정지상태로 특정위치에 고정되어 있지만 진동이 허용된다. 브레이크 패드를 일정한 하중( $N_o$ )으로 누르면 디스크와 패드간 압력이 발생하는 동시에 마찰력이 발생하게 된다. 이러한 접촉 압력 및 마찰력을 표현하기 위해서 접촉강성(contact stiffness,  $k_c$ )을 Fig. 1과 같이 모델링 한다. 정지하고 있는 패드와 회전하고 있는 디스크 간 접촉 응력을 표현하기 위해서는 좌표계를 통일해야 한다. 이를 위해서 정

지좌표계와 회전좌표계를 Fig. 2와 같이 정의하기로 한다. 즉, 정지좌표계에서 바라보는 회전각도  $\theta$ 를 회전좌표계에서 바라보면  $\psi$ 가 된다. 따라서, 다음과 같은 식을 만족한다.

$$\theta = \Omega t + \psi \quad (1)$$

디스크가 변형이 되었을 때 디스크 임의의 위치에 대한 벡터를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r}_d = (r + \tilde{u}(r, \psi, t))\mathbf{e}_r + \tilde{v}(r, \psi, t)\mathbf{e}_\theta + (z + \tilde{w}(r, \psi, t))\mathbf{e}_z \quad (2)$$

좌표변환을 위해 정지좌표계에 대해서 시간미분을 하면 정지좌표계에서 본 속도벡터를 구할 수 있다.

$$\mathbf{v}_d = \frac{D\mathbf{r}_d}{Dt} \quad (3)$$

여기서

$$\frac{D\tilde{u}(r, \psi, t)}{Dt} = \frac{\partial u(r, \theta, t)}{\partial t} + \Omega \frac{\partial u(r, \theta, t)}{\partial \theta} \quad (4)$$

$$\frac{D\tilde{v}(r, \psi, t)}{Dt} = \frac{\partial v(r, \theta, t)}{\partial t} + \Omega \frac{\partial v(r, \theta, t)}{\partial \theta} \quad (5)$$

$$\frac{D\tilde{w}(r, \psi, t)}{Dt} = \frac{\partial w(r, \theta, t)}{\partial t} + \Omega \frac{\partial w(r, \theta, t)}{\partial \theta} \quad (6)$$

따라서, 디스크와 패드 접촉면에서의 상대속도는 다음과 같이 표현이 된다.

$$\mathbf{v}_{rel} = \mathbf{v}_d(\mathbf{x}_c) - \mathbf{v}_p(\mathbf{x}_c) \quad (7)$$

이때  $\mathbf{v}_p$ 는 패드 임의의 점의 속도벡터이고  $\mathbf{x}_c$ 는 접촉점의 위치벡터를 의미하며, 또한 첨자  $d$ 와  $p$ 는 각각 디스크와 패드를 의미한다. 그에 따른 마찰력은 쿨롱의 법칙(Coulomb's law)을 따른다.

$$\mathbf{F}_\mu = -\mu \cdot p \cdot \frac{\mathbf{v}_{rel}}{|\mathbf{v}_{rel}|} \quad (8)$$

$$\mu = \mu_k + (\mu_s - \mu_k)e^{-\alpha|\mathbf{v}_{rel}|} \quad (9)$$

$$p = p_o + k_c \langle \mathbf{u}_{rel}, \mathbf{e}_z \rangle \quad (10)$$

이때 마찰계수는 통상 회전속도에 따라 변하며<sup>(16)</sup>, 마찰곡선의 식으로 표현된다. 또한,  $\mathbf{u}_{rel}$ 는 동일 접촉 노드에서 디스크와 패드 간 상대 변위벡터를 의미한다.

모드가정법(assumed mode method)를 이용하여 운동방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{a}_m} \right] - \frac{\partial L}{\partial a_m} = \sum_{n=1}^{N_n} Q_{mn}(a_n), \quad (11)$$

$$m = 1, \dots, N_d, \quad n = 1, \dots, N_a$$

$$L = T_d + T_p - (U + U_c) \quad (12)$$

$$\mathbf{a} = \{\mathbf{q}_p \quad \mathbf{q}_d\}^T = \{a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_{N_a}\}^T \quad (13)$$

여기서,  $T$ 와  $U_c$ 는 각각 운동에너지와 접촉 강성에너지를 의미하며, 다음과 같이 구할 수 있고,  $N_a (= N_d + 2N_p)$ 는 총 사용된 모드의 개수를 의미한다.

$$T_d = \rho_d \int_{V_d} \langle \mathbf{V}, \mathbf{V} \rangle dV \quad (14)$$

$$T_p = \rho_p \int_{V_p} \langle \mathbf{V}_p, \mathbf{V}_p \rangle dV \quad (15)$$

$$U_c = \frac{k_c}{2} \int_{A_c} \langle \mathbf{u}_{rel}, \mathbf{e}_z \rangle^2 dA \quad (16)$$

또한  $U$ 는 단품 디스크와 두 패드의 강성에너지(strain energy)로써, 모달해석에서 구할 수 있다. 이때 일반화된 힘  $Q_{mn}$ (generalized force)은 다음의 가상일로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta W &= \sum_{n=1}^{N_a} Q_{mn}(q_n) \cdot \delta q_m \\ &= \int_{A_c^+} \left\{ \begin{aligned} &(p(\mathbf{x}_c^+) \mathbf{e}_z + \mathbf{F}_\mu(\mathbf{x}_c^+)) \cdot \delta \mathbf{u}_d(\mathbf{x}_c^+) \\ &- (p(\mathbf{x}_c^+) \mathbf{e}_z + \mathbf{F}_\mu(\mathbf{x}_c^+)) \cdot \delta \mathbf{u}_p(\mathbf{x}_c^+) \end{aligned} \right\} dA \\ &+ \int_{A_c^-} \left\{ \begin{aligned} &(p(\mathbf{x}_c^-) \mathbf{e}_z + \mathbf{F}_\mu(\mathbf{x}_c^-)) \cdot \delta \mathbf{u}_d(\mathbf{x}_c^-) \\ &- (p(\mathbf{x}_c^-) \mathbf{e}_z + \mathbf{F}_\mu(\mathbf{x}_c^-)) \cdot \delta \mathbf{u}_p(\mathbf{x}_c^-) \end{aligned} \right\} dA \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 첨자 +와 -는 각각 상단 접촉부와 하단 접촉부를 의미한다.

모드가정법을 위하여 디스크와 패드의 변위벡터는 다음과 같이 모드합성(modal expansion form)으로 각각 표현된다.

$$\mathbf{u}_d(\tilde{\mathbf{x}}, t) = \sum_{n=1}^{N_d} \left[ \left\{ \varphi_{r(n)}^d(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{e}_r + \varphi_{\theta(n)}^d(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{e}_\theta + \varphi_{z(n)}^d(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{e}_z \right\} q_n^d(t) \right] \quad (18)$$

$$\mathbf{u}^p(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{N_p} \left[ \left\{ \varphi_{r(n)}^p(\mathbf{x}) \mathbf{e}_r + \varphi_{\theta(n)}^p(\mathbf{x}) \mathbf{e}_\theta + \varphi_{z(n)}^p(\mathbf{x}) \mathbf{e}_z \right\} q_n^p(t) \right] \quad (19)$$

여기서,  $\varphi_{r(n)}, \varphi_{\theta(n)}, \varphi_{z(n)}$ 는 각각  $r, \theta, z$  방향의  $n$  번째 모드형상 함수를 의미한다.

정상슬라이딩상태(steady-sliding)에서 운동방정식을 선형화하면 다음과 같이 매트릭스 형태의 선형 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{a}} + (\mathbf{G} + \mathbf{C})\dot{\mathbf{a}} + (\mathbf{K}_{sym} + \mathbf{K}_{nonsym})\mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (20)$$

이때  $\mathbf{G} (= -\mathbf{G}^T)$ 는 자이로스콕픽 매트릭스이고, 디스크 진동 및 회전에 의해 발생하는 요소이다.  $\mathbf{C} (= \mathbf{C}^T)$ 는 감쇠 매트릭스로 양의 댐핑 뿐만 아니라 마찰곡선의 음의 기울기에 의한 음의 댐핑 요소가 될 수가 있는 이 연구의 주요 요소이다. 대칭 강성 매트릭스  $\mathbf{K}_{sym}$ 는 단품 강성 및 접촉강성에 의한 요소이다. 비대칭 강성 매트릭스  $\mathbf{K}_{nonsym}$ 는 동적 불안정성에 핵심요소로 모드연성을 발생시키는 요소이다. 선형운동방정식 (20)에 대해서 고유치 해석을 하면 복소수해( $\lambda$ )를 구할 수 있다. 이때 복소수해의 실수부( $\text{Re}(\lambda)$ )가 양의 실수이면 불안정해가 된다. 이 연구에서는 특히 마찰 곡선에 의한 감쇠요소를 다루고, 주요 진동모드 별로 마찰곡선에 의해서 스컬영향도가 변하는 특성을 파악하고자 한다.

### 3. 해석결과

선형방정식을 이용하여 복소수해를 구하게 되며, 실수부의 변화로 각 모드의 스컬에 대한 성향을 분석한다. 특히 특정모드의 경우 마찰곡선에 민감하여 동적 불안정성에 큰 영향을 받는 경우가 있다. 이를

살펴보기 위해서 마찰곡선의 음의 기울기가 있는 경우와 없는 경우를 비교하였다. 이 연구에 사용된 설계 인자 값은 다음과 같다. 디스크의 경우  $\rho_d=7150 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (밀도),  $E_d=88.9 \text{ GPa}$ (탄성계수),  $\nu_d=0.285$ (푸아송비) 이고, 패드의 경우  $\rho_p=7820 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $E_d=207 \text{ GPa}$ ,  $\nu_d=0.29$ 이다. 또한, 패드 정하중은  $N_o=2000 \text{ N}$ , 패드 마찰재의 접촉강성은  $0.35 \times 10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}^{-3}$ 라고 둔다. 마찰곡선의 경우 음의 기울기를 가질 때는 Fig. 3에서 보듯이  $\mu_s=0.5$ ,  $\mu_k=0.3$ ,  $\alpha=1.0$ 으로 두고, 속도에 일정하다고 하면  $\Omega=6 \text{ rad/s}$  기준으로  $\mu=0.4034$ 인 상수로 둔다.

우선 마찰계수의 회전속도에 대한 변화율이 브레이크 진동모드의 불안정성에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 마찰계수가 상수일 경우와 마찰계수가 회전속도에 따라 변하는 경우를 각각 해석해 보았다. Fig. 4는 마찰계수가 상수일 때의 해석결과로 여러 주파수 및 강성구간에서 스컬이 발생( $\text{Re}(\lambda) > 0$ )할 수 있음을 알 수 있다. Fig. 5는 5400 Hz 대역에서 발생하는 스컬모드를 모드형상과 함께 구체적으로 묘사하였다. 즉, 마찰이 발생하면서 일정 마찰계수 이상으로 증가하면 이 모드는 불안정모드가 됨을 보여주고 있다.

Fig. 6은 마찰계수가 회전속도에 대해 음의 기울기를 가질 때의 해석결과를 보여준다. 이 경우 마찰계수가 상수일 때의 결과보다 훨씬 다양한 구간에서 불안정성이 발생함을 알 수 있다. 특히 특정 주파수 궤적(frequency loci)이 불안정성을 갖게 되는데, 이는 해당 주파수를 갖는 진동모드가 마찰곡선의 음의 기울기에 대해서 민감하게 반응을 하고 있음을 의미한다. Fig. 7은 mode A, B, C, D, E(Fig. 6)에 대해서 음의 기울기에 따른 스컬 성향을 보여주고 있다. 해당 모드들이 모드 음의 기울기가 증가할수록 양의 실수부가 증가하고 있다.

마찰계수의 음의 기울기에 민감한 진동모드를 확인하기 위해서는 해당 모드의 진동모드를 형상화시켜야 한다. 즉, 접촉이 없는 상태( $K=0$ [%])는 디스크 및 패드 단품의 주파수와 그에 상응하는 진동 모드 형상을 의미한다. 이는 단품 모달해석으로 쉽게 구할 수 있다. 하지만, 접촉이 존재하는 경우( $K \neq 0$ [%]) 디스크 및 패드 단품의 고유주파수가 증가하고, 진동모드형상이 왜곡되게 된다. 이를 위해서 Kang<sup>(17)</sup>이 제안한 방식으로 접촉강성에 의해 연성이 되어 있는

시스템의 진동 모드형상을 구현한다.

Fig. 8에서의 진동 모드형상들은 Fig. 6에서 마찰곡선 음의 기울기에 의해서 불안정해진 특정 진동모드의 형상을 보여주고 있다. 모드 A,B(Fig. 8(a)~8(b))는 디스크 모드와 일부 연성된 패드의 강체 모드에 가

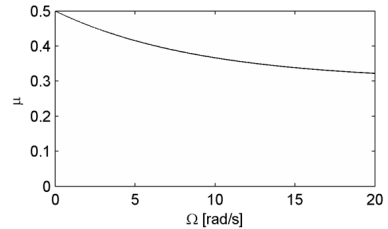


Fig. 3 Friction-velocity curve with negative slope,  $(\mu_s, \mu_k, \alpha) = (0.5, 0.3, 1.0)$

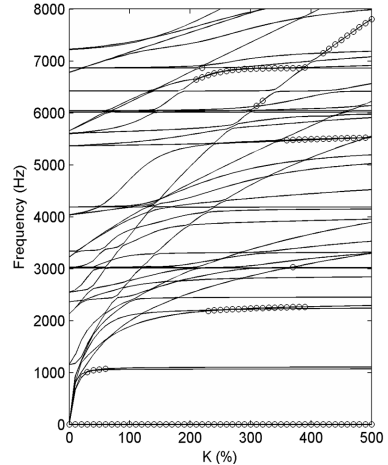


Fig. 4 Frequency loci with respect to contact stiffness  $K=k_c/k_{c,nom} \times 100\%$  for constant  $\mu$ ; dots represents  $\text{Re}(\lambda) > 0$

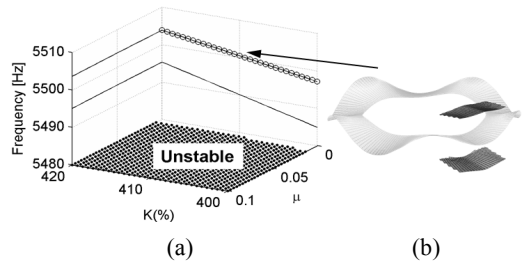


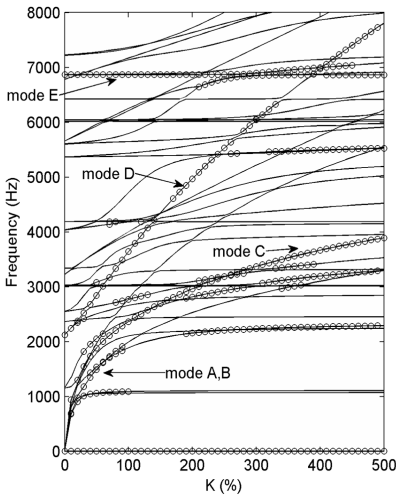
Fig. 5 Scheme of modal instability around 5500 Hz in Fig. 4, (a) 3D plot( $\mu, K, \text{Hz}$ ), (b) unstable modeshape

잡고, 모드 C,D(Fig. 8(c)~8(d))는 디스크 모드와 일부 연성된 패드의 굽힘 모드에 가깝다. 그리고 모드 E(Fig. 8(e))는 디스크의 비틀림 모드에 가깝다. 따라서, 패드의 진동모드와 디스크의 비틀림 모드가 마찰계수의 음의 기울기에 의해 스컬이 쉽게 발생할 수 있는 소지가 있음을 예측할 수 있다.

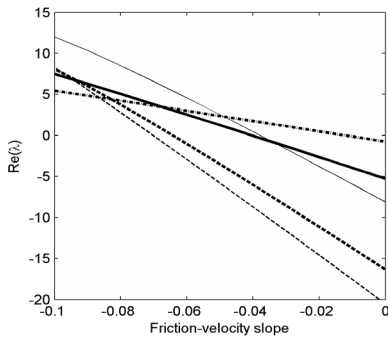
마찰곡선에 민감한 진동모드를 보다 더 깊이 살펴보기 위해서, 회전속도에 대한 해당 모드의 스컬 성향을 해석하였다. Fig. 9와 Fig. 10은 모드 A,B의 회전속도에 대한 스컬성향을 보여주는데, 마찰계수가 상수일 때는 속도가 감소할수록 스컬성향이 감소

함을 보인다. 반면에 음의 기울기를 갖는 마찰곡선의 경우 속도가 감소할수록 스컬성향이 증가하다가  $\Omega=5 \text{ rad/s}$  부근에서 다시 감소함을 알 수 있다. 모드 C와 모드 D 역시 Fig. 11과 Fig. 12에서 보듯이 마찰계수가 상수일 때 속도감소에 따라 스컬성향은 감소하지만, 마찰곡선일 때 속도감소에 따라 스컬성향이 증가하다가  $\Omega=5 \text{ rad/s}$  부근에서 감소하게 된다. Fig. 13은 모드 E의 속도에 대한 스컬성향을 보여준다. 즉, 디스크 비틀림 모드의 경우 마찰계수가 상수일 때는 스컬성향이 큰 변화가 없지만, 마찰곡선의 경우 속도감소에 따라 스컬성향이 증가함을 알 수 있다.

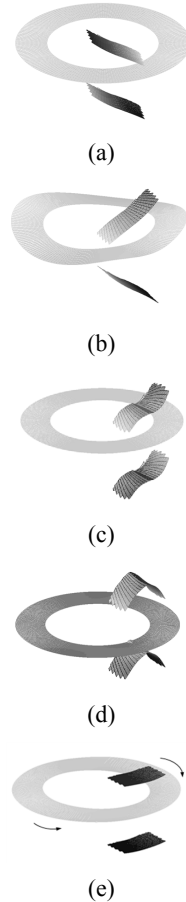
따라서, 스컬 성향은 마찰곡선에 크게 좌우되며 이에 민감한 진동모드들을 설계 단계에서 파악하는



**Fig. 6** Frequency loci with respect to contact stiffness  $K=k_c/k_{c,nom} \times 100\%$  for negative-sloped  $\mu$  (Fig. 3); dot represents  $\text{Re}(\lambda) > 0, \Omega=6 \text{ rad/s}$



**Fig. 7** Real part loci with respect to the negative-slope in Fig. 6, solid: mode A, thick solid: mode B, dot: mode C, thick dot: mode D, double dot: mode E



**Fig. 8** Mode shapes at squeal frequencies of Fig. 6, (a) modes 46,47, (b) modes 64,65, (c) modes 23,24, (d) modes 32,33

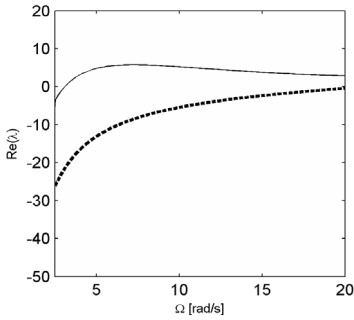


Fig. 9 Squeal propensity of modes A with respect to the speed; solid: negative-sloped friction curve, dot: constant  $\mu$

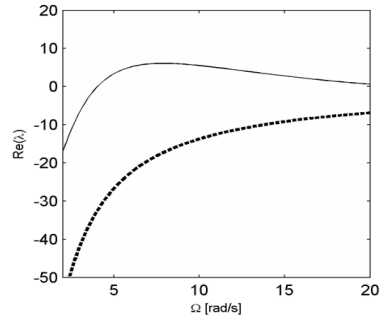


Fig. 12 Squeal propensity of mode D with respect to the speed; solid: negative-sloped friction curve, dot: constant  $\mu$

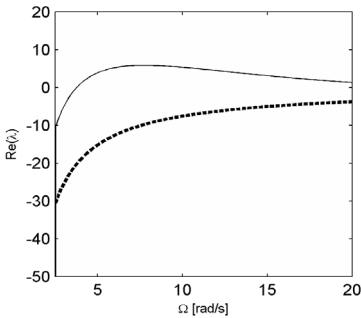


Fig. 10 Squeal propensity of modes B with respect to the speed; solid: negative-sloped friction curve, dot: constant  $\mu$

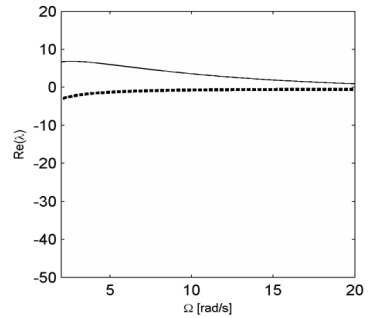


Fig. 13 Squeal propensity of mode E with respect to the speed; solid: negative-sloped friction curve, dot: constant  $\mu$

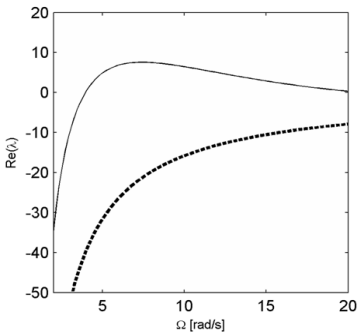


Fig. 11 Squeal propensity of mode C with respect to the speed; solid: negative-sloped friction curve, dot: constant  $\mu$

#### 4. 결 론

이 연구에서는 기존에 연구되어 온 모드연성 매카니즘 대신 마찰곡선에 따른 스켈소음의 중요성을 제시하였다. 모드연성 해석은 현재 보편적으로 수행되고 있으나, 이에 비해서 마찰곡선의 중요성은 널리 인지되지 못하고 있다. 이는 모드연성이 주요 매카니즘이기 때문이기도 하지만, 회전하는 브레이크 시스템을 모델링하기가 까다로운 이유도 있다.

하지만 스켈 소음을 명확히 예측하고 분석하기 위해서는 정확한 마찰접촉모델과 회전 디스크-패드 간 마찰연성모델을 구축하여야 한다. 이 연구는 정확히 정의된 마찰소음모델을 이용하여 마찰 곡선 및 회전속도에 따라 스켈 소음이 크게 영향을 받고 있음을 보여주었다.

이러한 결과들을 바탕으로 차후에 마찰곡선에 대한 환경영향도 및 그에 따른 스켈 현상을 연구 할 예정이다.

것이 매우 중요하다. 왜냐하면 마찰재의 마찰곡선은 환경조건이나 마모 정도에 따라 크게 변하기 때문에 장착 초기에는 소음이 없는 브레이크 시스템이더라도 마찰곡선이 악화되면서 민감한 진동모드로부터 스켈 소음이 발생할 수 있기 때문이다.

## 후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2011-0025765)

## 참 고 문 헌

- (1) Kinkaid, N. M., O'Reilly, O. M., Papadopoulos, P., 2003, Automotive Disc Brake Squeal, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 267, pp. 105~166.
- (2) Ouyang, H., Nack, W., Yuan, Y. and Chen, F., 2005, Numerical Analysis of Automotive Disc Brake Squeal: a Review, *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, Vol. 1, pp. 207~231.
- (3) Nack, W. and Joshi, A. M., 1995, Friction Induced Vibration: Brake Moan, Technical Report, 951095, SAE, Warrendale, PA.
- (4) Nack, W., 2000, Brake Squeal Analysis by Finite Elements, *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 23, pp. 263~275.
- (5) Bajer, A., Belskyl, V. and Zeng, L., 2003, Combining a Nonlinear Static Analysis and Complex Eigenvalue Extraction in Brake Squeal Simulation, 2003-01-3349, SAE, Warrendale, PA.
- (6) Bajer, A., Belskyl, V. and Kung, S., 2004, The Influence of Friction-Induced Damping and Nonlinear Effects on Brake Squeal Analysis, 2004-01-2794, SAE, Warrendale, PA.
- (7) Flint, J. and Hulten, J., 2002, Lining-deformation-induced Modal Coupling as Squeal Generator in a Distributed Parameter Disc Brake Model, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 254, pp. 1~21.
- (8) Heilig, J. and Wauer, J., 2003, Stability of a Nonlinear Brake System at High Operating Speeds, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 34, pp. 235~247.
- (9) Kang, J., Krousgrill, C. M. and Sadeghi, F., 2008, Dynamic Instability of a Thin Circular Plate with Friction Interface and Its Application to Disc Brake Squeal, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 316, pp. 164~179.
- (10) Kang, J., Krousgrill, C. M. and Sadeghi, F., 2009, Analytical Formulation of Mode-coupling Instability in Disc-pad Coupled System, *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 51, pp. 52~63.
- (11) Kang, J., Krousgrill, C. M. and Sadeghi, F., 2009, Comprehensive Stability Analysis of Disc Brake: Gyroscopic, Negative Slope and Mode-coupling Instability, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, pp. 387~407.
- (12) Kang, J., Krousgrill, C. M., Sadeghi, F., 2009, Wave Pattern Motion and Stick-slip Limit Cycle Oscillation of a Disc Brake, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 325, pp. 552~564.
- (13) Kang, J., 2009, Squeal Analysis of Gyroscopic Disc Brake System based on Finite Element Method, *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 51, pp. 284~294.
- (14) Kang, J., 2009, Linear Stability Analysis of a Rotating Disc Brake for Squeal Noise, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 19, pp. 1092~1098.
- (15) Ouyang, H. and Mottershead, J. E., 2001, A Bounded Region of Disc-brake Vibration Instability, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 123, pp. 543~545.
- (16) Kang, J. and Choi, S., 2007, Brake Dynamometer Model Predicting Brake Torque Variation due to Disc Thickness Variation, *Journal of Automobile Engineering*, Vol. 221, pp. 49~55.
- (17) Kang, J., 2010, Mode Shape Variation of Disc Brake with Respect to Contact Stiffness Variation, *Transactions of KSAE*, Vol. 18, pp. 127~132.