

## 랜덤 심볼열과 결정 궤환을 사용한 자력 등화 알고리즘

김남용<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>강원대학교 전자정보통신공학부

# Blind Equalizer Algorithms using Random Symbols and Decision Feedback

Namyong Kim<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>School of Electronics, Info. & Comm. Engineering, Kangwon National University.

**요 약** 결정 궤환 구조를 사용한 비선형 등화기법은 열악한 채널환경에서 발생하는 심각한 심볼간 간섭을 제거하는데 크게 요구되고 있다. 이 논문에서는 정보 이론적 학습방법과 랜덤 심볼에 기본을 두고 개발된 선형 자력 등화 알고리즘에 이 결정 궤환 구조를 적용한다. 제안된 결정 궤환 자력 등화기는 송신 심볼이 가지는 확률밀도함수와 동일한 모양을 갖도록 랜덤 심볼이 생성된다. 이 랜덤 심볼의 확률밀도함수와 등화기 출력이 가지는 확률밀도함수의 차이를 최소화함으로써 제안된 자력 등화 알고리즘은 등화된 출력 신호를 만들어낸다. 시뮬레이션 결과로부터 선형 알고리즘에 비해 향상된 수렴성능 및 오차 성능을 나타냈다

**Abstract** Non-linear equalization techniques using decision feedback structure are highly demanded for cancellation of intersymbol interferences occurred in severe channel environments. In this paper decision feedback structure is applied to the linear blind equalizer algorithm that is based on information theoretic learning and a randomly generated symbol set. At the decision feedback equalizer (DFE) the random symbols are generated to have the same probability density function (PDF) as that of the transmitted symbols. By minimizing difference between the PDF of blind DFE output and that of randomly generated symbols, the proposed DFE algorithm produces equalized output signal. From the simulation results, the proposed method has shown enhanced convergence and error performance compared to its linear counterpart.

**Key Words** : Decision feedback, Blind equalization, PDF, Random symbols, ITL.

### 1. 서론

인터넷 통신, 무선 모바일 네트워크 등 멀티 포인트 통신 방식에는 훈련열이 필요 없는 자력등화 기법이 크게 요구되고 있다 [1,2]. 최근 정보 이론적 학습 방법 (ITL) [3] 이 소개되면서 기존의 상수 모듈러스 값 (constant modulus) 과 출력 전력의 차이를 오차로 하고 성능지수로서 최소자승평균오차 (MSE) 에 기초한 등화 방식에서 탈피하여, 정보 이론적 학습방법에 기반을 두고 출력신호의 엔트로피를 성능지수로 하는 자력 등화 방식들이 제안되었다 [4]. 그러나 이 방식은 출력신호 엔트로피를 최소화하는 과정에 등화기 출력이 영으로 떨어지는 문제점

이 있으며 이를 보상하기 위해 출력신호의 분산을 조절하는 추가적인 비용함수가 필요하였다. 한편 최근 발표된 논문 [5]에서는 이러한 추가적인 비용함수가 필요한 엔트로피 방식과 달리, 자가 발생 랜덤 심볼의 확률밀도함수 (PDF) 와 등화기 출력의 PDF 의 차이를 최소화시키는 방식이 제안되었다.

대부분의 경우 송신단은 특정 변조 방식을 채용하고 통계적 독립이며 동일 분포를 가지는 송신 심볼들을 사용한다. 훈련열이 필요 없는 자력 등화 방식에서는 수신단에서 송신 심볼 값을 알 수 없다. 그러나 사용된 변조 방식을 수신단은 알고 있으므로 송신 심볼들의 확률밀도함수 정보를 이용할 수 있다. 이 경우 수신단은 이 송신

\*교신저자 : 김남용(namyong@kangwon.ac.kr)

접수일 11년 11월 02일

수정일 (1차 11년 12월 26일, 2차 11년 12월 29일)

게재확정일 12년 01월 05일

심볼들의 확률밀도함수와 동일한 형태를 갖도록 랜덤 심볼열을 발생시킬 수 있다. 비록 심볼 값 자체는 다르지만 발생된 심볼들이 가지는 확률밀도함수 형태는 실제 송신되는 심볼들이 가지는 확률밀도함수 형태와 동일하게 된다. 따라서 자력 등화 알고리즘은 가중치를 조절하여 자가 발생 랜덤 심볼들의 확률밀도함수와 등화기 출력신호의 확률밀도함수의 차이를 최소화하여 등화된 출력신호를 만들어낸다.

이 논문에서는 열악한 채널환경의 심볼간 간섭 제거성능 향상을 위해, 랜덤 심볼열을 이용한 이 선형구조 자력 등화 알고리즘에 결정 궤환 (DF) 구조를 적용하여 비선형 자력 등화 알고리즘으로 발전시키고, 결정 궤환 적용에 따른 성능 향상을 시뮬레이션을 통해 입증하고 비교 분석하고자 한다.

논문의 구성으로는 2장에서 랜덤 심볼열을 이용한 선형구조 자력 등화 알고리즘을 소개하고 3장에서 결정 궤환 구조를 적용한 비선형 자력 등화 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 논문 [5]와 동일한 시뮬레이션 환경에서 결정 궤환 적용에 따른 성능 향상을 비교 분석하고 5장에서 결론을 맺는다.

## 2. 랜덤 심볼열을 이용한 선형구조 자력 등화 알고리즘

자가 발생 랜덤 심볼을  $\{d_1, d_2, d_3, \dots, d_N\}$  이라고 할 때, 이 심볼들의 확률밀도함수는 파전 방법 (Parzen window estimation method) [6] 에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_d(\xi) \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G_\sigma(\xi - d_i) \quad (1)$$

여기서  $G_\sigma(\cdot)$ 는 평균이 영이고 커널 크기 (kernel size)가  $\sigma$ 인 정규 커널 (Gaussian kernel) 이다.

자가 발생 랜덤 심볼들의 확률밀도함수  $f_d$ 와 등화기 출력신호의 확률밀도함수  $f_y$ 의 차이를 최소화하는 것을 다음 (2) 와 같이 비용함수로 하여 자력 등화 알고리즘이 논문 [5] 에 소개되어 있다.

$$\text{Min}_W \left( \int [f_d(\xi) - f_y(\xi)]^2 d\xi \right) \quad (2)$$

정보 포텐셜 (information potential, IP) [3] 개념을 도입하여 비용함수 (2)를 표현하면 다음과 같다.

$$P = IP(y, y) - 2 \cdot IP(d, y) \quad (3)$$

여기서

$$IP(y, y) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{\sigma\sqrt{2}}(y_j - y_i) \quad (4)$$

$$IP(d, y) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{\sigma\sqrt{2}}(d_j - y_i) \quad (5)$$

선형 횡단 필터 형태의 등화기 출력을  $y_k$ 라고 할 때, 저장된 N개의 출력 신호 점  $\{y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-N+1}\}$ , 자가 발생 랜덤 심볼  $D_N = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ , 그리고 입력 신호점  $X_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N+1}]^T$ 를 사용하여 비용함수 (5)를 최소화하면 다음과 같은 MED (Minimum Euclid Distance) 자력 등화 알고리즘 [5]을 얻을 수 있다.

$$W_{k+1} = W_k - \mu_{MED} \frac{\partial P}{\partial W} \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial W_k} &= \frac{1}{2N^2\sigma^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k (y_j - y_i) \\ &\quad \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(y_j - y_i) \cdot (X_i - X_j) \\ &\quad - \frac{1}{N^2\sigma^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=1}^N (d_j - y_i) \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(d_j - y_i) \cdot X_i \end{aligned} \quad (7)$$

## 3. 결정 궤환 구조를 적용한 비선형 자력 등화 알고리즘

식(8)과 (9)의 선형 자력 등화 알고리즘이 결정 궤환 구조의 비선형 자력 등화 알고리즘으로 확장되기 위해서는 전방 필터 가중치  $W_k^F$ 로 구성되는 전방필터영역 A와 후방 필터 가중치  $W_k^B$ 로 구성되는 후방필터영역 B로 등화기가 구분되며 후방 필터에는 등화기 출력을 판정한 결정 신호  $\hat{d}_k$ 가 되먹임 된다. 따라서 결정 궤환에 의한 등화기 출력 신호  $y_k$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y_k = \sum_{a=0}^{A-1} w_{k,a}^F x_{k-a} + \sum_{b=0}^{B-1} w_{k,b}^B \hat{d}_{k-b-1} \quad (8)$$

여기서

$\{w_{k,0}^F, w_{k,1}^F, w_{k,2}^F, \dots, w_{k,A-1}^F\}$ 는  $W_k^F$ 의 요소들이고,

$\{w_{k,0}^B, w_{k,1}^B, w_{k,2}^B, \dots, w_{k,B-1}^B\}$  는  $W_k^B$  의 요소들이며, 결정 신호  $\{\hat{d}_{k-1}, \hat{d}_{k-2}, \dots, \hat{d}_{k-B}\}$  는  $\hat{D}_{k-1}$  의 요소들로 표현된다.

전후방 가중치 갱신에 기존 알고리즘들은 MSE를 최소화 하거나 SE (Squared Error)를 최소화하도록 하는 갱신 알고리즘들이 개발되었다[7].

이 MSE 기준은 2차 통계적 특성, 즉 오차의 분산 및 전력에 대한 정보만을 활용하고 있다. 한편 가우시안 커널을 기반으로 하여 확률밀도함수의 차이를 최소화시키는 방식은 PDF의 2차 통계적 특성 뿐 아니라 정보 포텐셜 속에 들어있는 모든 차수의 통계적 특성을 활용할 수 있다. 가우시안 커널을 테일러 급수로 풀어써서 정보 포

텐셜을 표현할 경우  $IP(d, y) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n} \sigma^{2n} n!} (d_j - y_i)^{2n}$  로 표현된다. 이 표현에서는 오차의 모든 우수 차수 (2n) 의 통계적 특성을 담고 있음을 알 수 있다. 이 장점을 결정 궤환에 적용할 경우 확률밀도함수의 차이를 최소화시키는 방식이 보다 우수한 성능을 나타낼 것으로 예상할 수 있다.

수렴상수를  $\mu_{MED-DF}$  로 하여 비용함수 최소화 과정을 수행하면 전방 필터 가중치  $W_k^F$  와 후방 필터 가중치  $W_k^B$  는 다음과 같이 분리된 가중치 갱신 식을 가지게 된다.

$$W_{k+1}^F = W_k^F - \mu_{MED-DF} \frac{\partial P}{\partial W^F} \quad (9)$$

$$W_{k+1}^B = W_k^B - \mu_{MED-DF} \frac{\partial P}{\partial W^B} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial W^F} &= \frac{1}{2N^2\sigma^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k (y_j - y_i) \\ &\quad \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(y_j - y_i) \cdot (X_i - X_j) \\ &\quad - \frac{1}{N^2\sigma^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=1}^N (d_j - y_i) \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(d_j - y_i) \cdot X_i \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial W^B} &= \frac{1}{2N^2\sigma^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k (y_j - y_i) \\ &\quad \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(y_j - y_i) \cdot (\hat{D}_{i-1} - \hat{D}_{j-1}) \\ &\quad - \frac{1}{N^2\sigma^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=1}^N (d_j - y_i) \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(d_j - y_i) \cdot \hat{D}_{i-1} \end{aligned} \quad (12)$$

이 결정 궤환 (DF) 구조의 MED 알고리즘을 이 논문

에서는 DF-MED 로 칭하기로 한다. 한편, 가중치 요소에 대한 갱신방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W_{k+1,p}^F &= w_{k,p}^F - \frac{\mu_{MED-DF}}{2N^2\sigma^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k (y_j - y_i) \\ &\quad \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(y_j - y_i) \cdot [x_{i-p} - x_{j-p}] \\ &\quad - \frac{1}{N^2\sigma^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=1}^N (d_j - y_i) \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(d_j - y_i) \cdot x_{i-p} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} W_{k+1,p}^B &= w_{k,p}^B - \frac{\mu_{MED-DF}}{2N^2\sigma^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k (y_j - y_i) \\ &\quad \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(y_j - y_i) \cdot [\hat{d}_{i+q} - \hat{d}_{j+q}] \\ &\quad - \frac{1}{N^2\sigma^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=1}^N (d_j - y_i) \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(d_j - y_i) \cdot \hat{d}_{i+q} \end{aligned} \quad (14)$$

자력 등화 DF-MED 에 사용된 랜덤발생 심볼열의 조건은 선형 MED 에서와 같이, 발생방식에 관계없이 오직 송신 심볼의 확률밀도함수 형태를 가지도록 발생하기만 하면 된다.

#### 4. 시뮬레이션 결과 및 성능비교

이 장에서는 논문 [5]와 동일한 시뮬레이션 환경에서 랜덤 심볼열을 이용한 이 선형구조 자력 등화 알고리즘 (MED)와 이 논문에서 제안한 결정 궤환 구조의 비선형 자력 등화 알고리즘 DF-MED 의 성능을, 자승평균 오차 값 (mean squared error, MSE)와 오차의 확률분포로 비교 분석한다.

송신 심볼로는 4 레벨의 랜덤 심볼  $\{\pm 3, \pm 1\}$  이 채널을 통해 전송되며 이 채널모델의 임펄스 응답  $h_i$  는 다음과 같다[7].

$$h_i = \frac{1}{2} \{1 + \cos[2\pi(i-2)/BW]\}, \quad i=1,2,3 \quad (15)$$

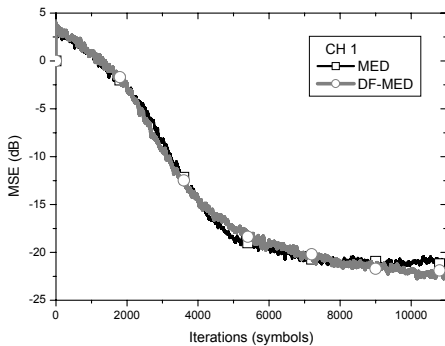
채널 대역폭을 결정하는 인자  $BW$  는 등화기 입력신호에 대한 상관행렬의 고유치 분포비 (eigenvalue spread ratio, ESR)과 직결되며  $BW=3.1$  (ESR=11.12)일 때의 채널 모델을 CH1,  $BW=3.3$  (ESR=21.71)일 때의 경우를 CH2로 한다. 선형 알고리즘 MED 의 가중치 수는 11로 하였고 비선형 알고리즘 DF-MED 는 전방 가중치 7개와 후방 가중치 4개로 실험하였다. 수렴속도를 비교하기 위

해 신호대 잡음비 (SNR) 을 30 dB로 하였고, 데이터 블록 크기  $N = 20$ , 커널 크기는  $\sigma = 0.6$ , 그리고 수렴상수  $\mu_{MED}$  와  $\mu_{MED-DF}$  는 공히 0.005를 채택하였다. 이 인자들 값은 각 알고리즘이 최저의 정상상태 자승평균오차 (minimum MSE, MMSE) 를 나타낼 때 선택된 인자들이다.

랜덤 심볼열의  $D_N = \{d_1, d_2, \dots, d_j, \dots, d_N\}$  발생방법도 논문 [5] 와 동일하게 다음 규칙에 따라 발생시켰다.

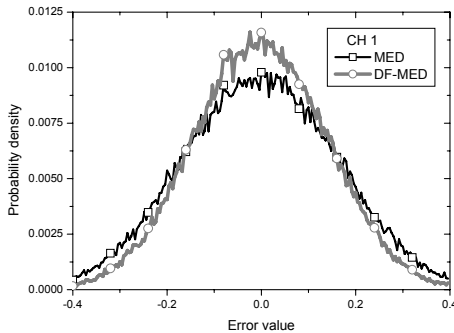
$$d_j = \begin{cases} +3: j = 1, 2, 3, \dots, N/4. \\ +1: j = N/4 + 1, N/4 + 2, \dots, N/2. \\ -1: j = N/2 + 1, N/2 + 2, \dots, 3N/4. \\ -3: j = 3N/4 + 1, 3N/4 + 2, \dots, N. \end{cases} \quad (16)$$

ESR=11.12의 채널 모델 CH1에서의 자승평균오차에 대한 수렴 곡선을 그림 1에 나타냈다.



[그림 1] 채널 모델 CH1에서의 자승평균오차에 대한 수렴 곡선

[Fig. 1] MSE convergence for the channel model CH1



[그림 2] 채널 모델 CH1에서 오차신호의 확률분포

[Fig. 2] Error distribution for the channel model CH1

ESR 값이 작은 CH1 에서는 MED 알고리즘과 DF-MED 알고리즘이 수렴속도 면에서 큰 차이를 보이고 있지는 않다. 그러나 정상상태에서는 MED 가 -21 dB 에 머무르는 동안 DF-MED 는 이 보다 약 2 dB 낮은 -23 dB 값을 유지하고 있다. 그림 2의 정상상태 오차의 확률분포를 보면 그 성능 차이가 확연히 나타난다.

MED 알고리즘의 오차 값들이 만든 종 모양 분포곡선보다 DF-MED 알고리즘의 오차 값들이 만든 확률분포곡선이 더 좁고 오차 값 0 에서 더 높이 솟아있다. 이것은 DF-MED 알고리즘이 만드는 오차 값들이 0 이 될 확률이 훨씬 높다는 것을 의미한다.

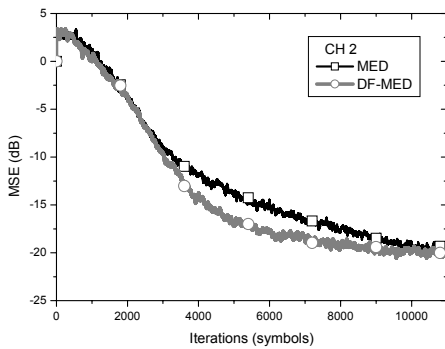
한편, 그림 3에 나타난 바와 같이 ESR 이 큰 CH2 에서는 DF-MED 알고리즘이 더 빠른 수렴속도를 보이고 있다. MED 알고리즘이 11000 샘플을 넘어야 수렴에 이르는 반면 DF-MED 알고리즘은 8000 샘플 정도에서 수렴을 보이고 있다. 두 알고리즘 모두 -20 dB 이하의 정상상태 오차를 보이고 있으며 DF-MED 알고리즘이 약 1 dB 정도 향상된 정상상태 오차 성능을 보이고 있다. 그림 4에 보이듯이 정상상태의 오차 확률분포 곡선에서도 DF-MED 알고리즘이 오차 값 0에 약간 더 집중된 것을 알 수 있다.

요약하면 ESR 변화에 두 알고리즘 모두 크게 민감하지 않은 것을 알 수 있으며 비선형 결정 궤환에 의한 성능향상이, 낮은 ESR 값에서는 두드러지게 나타났다. 그러나 높은 ESR 값에서는 비록 결정 궤환에 의한 성능향상을 어느 정도 보이지만 그 차이가 크지 못한 것은 랜덤 심볼을 이용한 MED 알고리즘 자체의 성능 한계인 것으로 보인다.

## 5. 결론

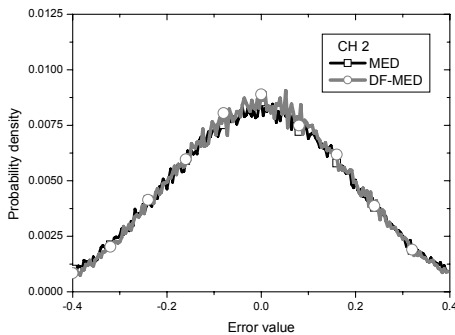
열악한 채널환경에서 발생하는 심각한 심볼간 간섭을 제거하는데 선형 구조의 등화 기법보다 결정 궤환 구조를 사용한 비선형 등화기법이 크게 요구되고 있다. 이에 이 논문에서는 정보 이론적 학습방법과 랜덤 심볼을 이용한 선형 자력 등화 알고리즘에 결정 궤환 구조를 적용하고 성능을 비교 분석하였다. 수신단의 랜덤 심볼은 송신 심볼이 가지는 확률밀도함수와 동일한 모양을 갖도록 생성된다. 제안된 결정 궤환 자력 등화 알고리즘은 출력이 가지는 확률밀도함수와 랜덤 심볼의 확률밀도함수의 차이를 최소화하도록 결정 궤환 자력 등화기 가중치를 갱신한다. 두 가지 다른 고유치 분포비의 채널환경에 대한 시뮬레이션에서 자승평균 오차값의 수렴곡선과 오차 확률밀도분포를 비교한 결과, 수렴속도와 정상상태 오차

모든 면에서 결정 궤환 구조에 의한 성능향상을 관찰할 수 있었다. 고유치 분포비 변화에 선형, 비선형 알고리즘 모두 크게 민감하지 않은 장점을 유지하고 있으며 낮은 고유치 분포비 값에서 비선형 결정 궤환에 의한 성능향상이 두드러지게 나타났다. 높은 고유치 분포비 값에서는 결정 궤환에 의한 성능향상을 보이나 그 향상 정도가 크지 못하게 나타났으며 이것은 랜덤 심볼을 이용한 MED 알고리즘 자체의 한계인 것으로 보인다. 따라서 앞으로 MED 알고리즘의 문제점을 보완하고 여기에 결정 궤환 구조를 적용하는 연구가 필요하다.



[그림 3] 채널 모델 CH2에서의 자승평균오차에 대한 수렴 곡선

[Fig. 3] MSE convergence for the channel model CH2



[그림 4] 채널 모델 CH2에서 오차신호의 확률분포

[Fig. 4] Error distribution for the channel model CH2

## References

[1] L. Garth, "A dynamic convergence analysis of blind equalization algorithms," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. 49, pp. 624-634, April, 2001.  
 [2] F. Mazzenga, "Channel estimation and equalization for

M-QAM transmission with a hidden pilot sequence," *IEEE Trans. on Broadcasting*, Vol. 46, pp. 170-176, June, 2000.

[3] J. Principe, D. Xu and J. Fisher, *Information Theoretic Learning*, in: S. Haykin, *Unsupervised Adaptive Filtering*, Wiley, New York, Vol. I, pp. 265-319, 2000.  
 [4] D. Erdogmus, K. Hild, M. Lazaro, I. Santamaria, and J. Principe, "Aaptive Blind Deconvolution of Linear Channels Using Renyi's Entropy with Parzen Estimation," *IEEE. Trans. on Signal Processing*, Vol. 52, pp. 1489-1498, June, 2004.  
 [5] N. Kim and L. Yang, "A New Criterion of Information Theoretic Optimization and Application to Blind Channel Equalization," *Journal of Korean Society for Internet Information*, Vol. 10, No. 1, pp. 11-17, Feb. 2009.  
 [6] E. Parzen, "On the estimation of a probability density function and the mode," *Ann. Math. Stat.* Vol.33, p. 1065, 1962.  
 [7] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, Upper Saddle River, 4th edition, 2001.

김 남 용(Namyong Kim)

[정회원]



- 1988년 2월 : 연세대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)
- 1991년 2월 : 연세대학교 대학원 전자공학과 (공학박사)
- 1992년 3월 ~ 1998년 2월 : 관동대학교 전자통신공학과 부교수
- 1998년 3월 ~ 현재 : 강원대학교 공학대학 전자정보통신공학부 교수

<관심분야>

Adaptive Equalization, RBFN, Odour Sensing Systems