

공학적 응용을 위한 로렌츠 카오스 시스템의 전자회로 해석

한상백¹, 조문규¹, 송한정^{1*}
¹인제대학교 나노공학부

Electronic Circuit Analysis of the Lorentz Chaotic System for Engineering Applications

Sang-Baek Han¹, Mun-Kyu Jo¹ and Han-Jung Song^{1*}

¹Dept. of Nano Engineering, Inje University

요약 본 논문에서는 공학적 응용을 위한 로렌츠 카오스 시스템을 연산증폭기, 곱셈기 등을 이용하여 전자회로로 설계하였다. 시간파형, 위상특성 등 여러 가지 카오스 동적특성 등을 PSPICE 모의실험을 통하여 파악하였다. 저항값의 변화를 통하여 카오스 특성을 얻기 위한 최적화 된 회로 파라미터를 구하였으며, 각 저항값의 변화에 따른 시간파형 특성 및 위상 특성을 구하였다.

Abstract In this paper, chaotic circuit of the Lorentz system for engineering applications was implemented using resistor, multipliers, capacitors and operational amplifiers. The implemented Lorentz chaotic system was analysed by PSPICE program. PSPICE simulation results show many kind of chaotic phenomena such time waveforms and phase plots. Meanwhile, according to resistor's variation, we got that Lorentz system show equilibrium state, periodic state and chaotic state.

Key Words : Lorentz System, Chaotic Circuit, Op-amp, Multiplier, PSPICE, Periodic State

1. 서론

최근 카오스 현상에 대한 관심이 집중되면서 이에 대한 많은 연구가 진행되고 있다[1]. 카오스 현상은 '어떤 동적 시스템에서 외부 입력의 작은 섭동이 비선형적 되먹임 과정을 통하여 예측 불가능한 무작위한 특성을 나타내는 정상상태 응답'으로 정의 할 수 있다. 1975년 수리생물학자 R. May가 생물의 개체 수 변동에 대한 수학적 모델을 연구하는 과정에서 카오스 해를 발견한 것을 계기로[2] 이러한 카오스 현상을 이해하기 위한 많은 노력들이 지속적으로 경주되어 왔다[3]. 카오스 현상을 이해 할 수 있는 대표적인 방정식으로 로렌츠 방정식과 추아회로가 있다[4-6]. 추아회로는 저항, 커패시터, 인덕터 및 비선형 저항 등으로 이루어지며, 대표적인 카오스 신호 설계를 위한 하드웨어 형태이다[7].

로렌츠 방정식은 기상학에서 공기의 흐름들을 수학적

으로 모델링한 것으로서 3개의 미분 방정식 형태로 표현된다[8]. 이러한 로렌츠 시스템은 카오스 현상을 이해하는데 대표적으로 활용되고 있다. 최근 이러한 로렌츠 방정식을 추아회로와 같이 하드웨어 설계를 위한 시도가 있어 왔다. 그러나 아직까지 로렌츠 카오스 시스템의 하드웨어 설계에 대한 연구는 미진한 편이다. 특히, 전자회로 설계의 경우 연산증폭기를 이용한 부분적 연구 성과가 몇 개 있을 뿐이다[9].

본 논문에서는, 종래의 연구결과를 토대로 하여, 연산증폭기와 곱셈기를 이용하여 로렌츠 회로를 설계하고 이에 대한 여러 가지 해석을 시도한다. 2장에서는 로렌츠 방정식의 연산증폭기(Op-amp)를 이용해 하드웨어 설계에 대하여 언급한다. 3장에서 로렌츠 회로에 대한 PSPICE 해석을 실시하고 4장에서는 가변저항의 변화에 대하여 로렌츠 회로의 특성 변화를 시간파형과 위상변화를 통하여 살펴본다. 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

본 논문은 IDEC(IC Design Education Center)의 CAD 프로그램 지원 및 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임.(2011-0011698)

*교신저자 : 송한정(hjsong@inje.ac.kr)

접수일 11년 10월 14일

수정일 (1차 11년 12월 12일, 2차 12년 01월 04일)

게재확정일 12년 01월 05일

2. Op-amp 기반 로렌츠 카오스 시스템

카오스 특성을 나타내는 로렌츠 방정식은 아래와 같은 3차원 상 미분 방정식으로 표현된다[10].

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \sigma(y-x) & (1) \\ \frac{dY}{dt} &= x(\rho-z)-y \\ \frac{dZ}{dt} &= xy-\beta z \end{aligned}$$

여기서 X, Y, Z는 계수이고 σ, ρ, β 는 매개변수이다. 식 (1)은 XY, XZ의 곱의 항이 있는 비선형 시스템이다. 위 식을 통해서 적절한 σ, ρ, β 조건하에서 X, Y, Z의 3차원 카오스 신호 생성이 가능하다. 카오스 신호생성을 위한 일반적인 매개 변수 값은 $\sigma=10, \rho=30, \beta=\frac{8}{3}$ 이다.

로렌츠 시스템의 전자회로 설계를 위하여 로렌츠 방정식의 매개변수 규모화가 필요하다.

최종적으로 규모화 된 매개변수는 아래 식과 같다.

$$x = \frac{X}{\sqrt{aR}}, y = \frac{Y}{\sqrt{aR}}, z = \frac{Z}{\sqrt{aR}} \quad (2)$$

식에서 a는 선택되어야 할 규모 인자 파라미터이다. 식 (2)를 적용하여, 정리되는 로렌츠 시스템은 아래 식과 같다.

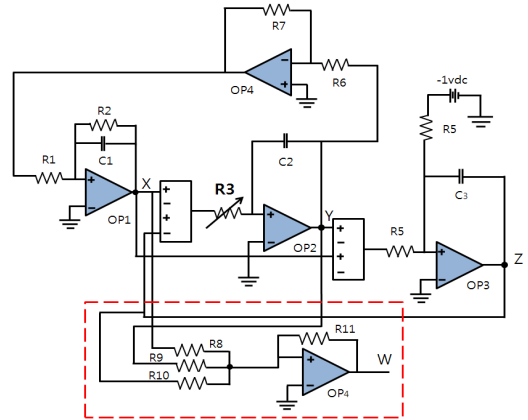
$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\sigma x + \sigma y & (3) \\ \frac{dy}{dt} &= a\rho\left(\frac{1}{a}-z\right)x - y \\ \frac{dz}{dt} &= -\beta z + xy \end{aligned}$$

실제 회로 설계를 위하여 $a = 1/3$ 로 설정한다.

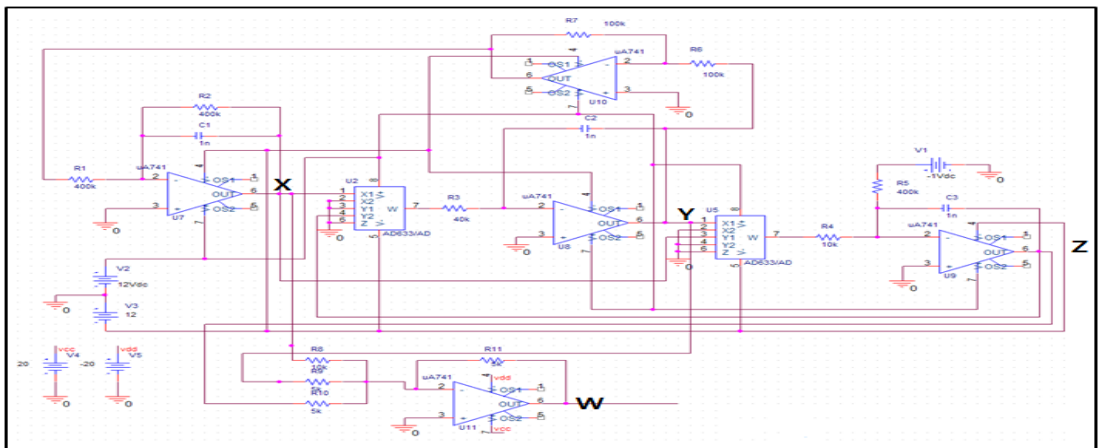
로렌츠 시스템의 하드웨어 설계를 위한 최종적인 상미분 방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\sigma x - \sigma y & (4) \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{\rho}{3}(3-z)x - y \\ \frac{dz}{dt} &= -\beta z + xy \end{aligned}$$

식 (4)를 연산증폭기와 각종 저항, 커패시터 및 곱셈기를 이용하여 하드웨어를 설계하면 그림 1과 같다.



[그림 1] Op-amp 기반 로렌츠 시스템
[Fig. 1] Op-amp based hardware implementation of lorentz equations



[그림 2] 로렌츠 시스템의 PSPICE 회로도면
[Fig. 2] PSPICE schematic of Lorentz system

3. 로렌츠 시스템의 PSPICE 회로해석

본 논문에서는 그림 1에 나타난 로렌츠 시스템에 대하여 PSPICE를 사용하여 회로해석을 실시하였다. 그림 2는 그림 1의 로렌츠 시스템의 PSPICE해석을 위한 회로도이다. 2장에서 언급한 바와 같이 로렌츠 시스템은 Op-amp, 저항, 곱셈기, 커패시터 등으로 이루어져 있으며, 시간에 대한 X, Y, Z 지점의 출력 전압을 확인하였다.

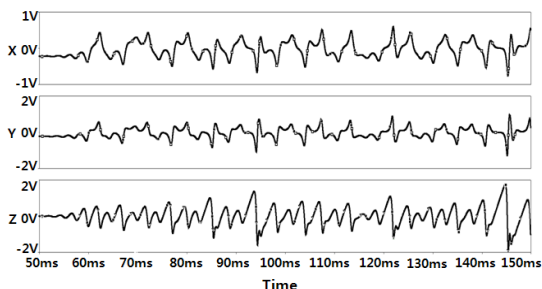
로렌츠 시스템의 회로해석을 위한 전자 부품 리스트는 아래의 표 1에 나타내었다.

[표 1] 로렌츠회로를 위한 부품리스트

[Table 1] Components list for Lorentz circuit

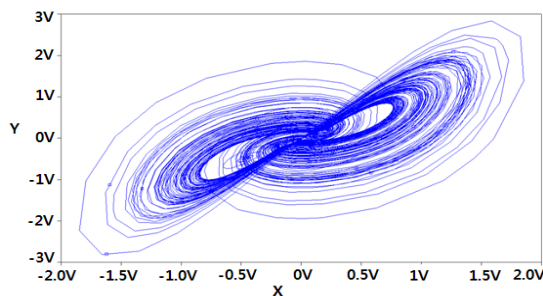
Part name	Value & model name
Resistor	R1=400k Ω , R2=400k Ω R3=100 k Ω , R4=10k Ω , R5=400k Ω R6=100 k Ω , R7=100k Ω R8,R9,R10=20k Ω
Capacitor	C1,C2,C3=1nF
Op-amp	uA741
multiplier	AD633

그림 3은 표 1의 조건 하에서 PSPICE 시뮬레이션을 통하여 시간에 따른 전압의 파형을 본 것이다. X, Y, Z 각 노드의 시간에 따른 전압파형을 나타내고 있으며 그림과 같이 X, Y, Z 노드 모두 출력전압이 불규칙적으로 발생하는 것을 확인 할 수 있다.

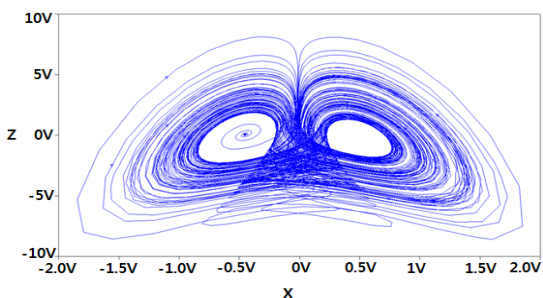


[그림 3] 로렌츠 시스템에서 생성된 카오스 신호
[Fig. 3] Time waveform of the chaotic signals from the Lorentz system.

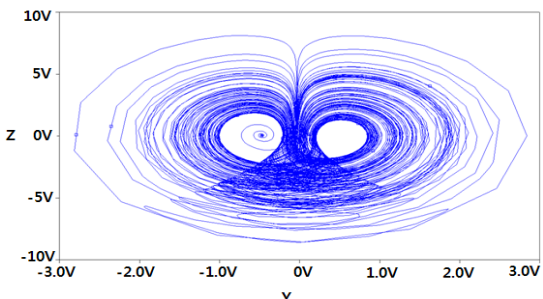
그림 4는 각 노드 전압들에 대한 위상 특성을 나타내고 있다. 그림 4(a), (b), (c)는 PSPICE를 이용하여 X, Y, Z 노드의 불규칙한 출력전압 파형을 2차원적으로 나타내었고, 그림 4(d)는 회로해석으로 구해진 X, Y, Z 노드 전압에 대한 3차원 위상 특성이다. 그림에서 보듯이 카오스 특성을 보이고 있다.



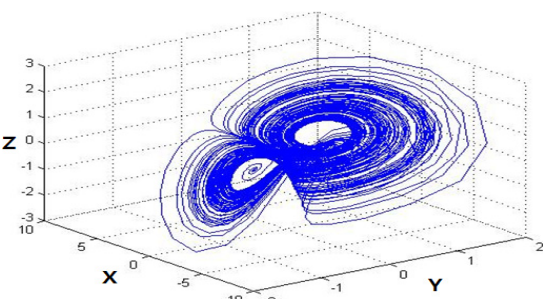
(a) (x, y) phase plot



(b) (x, z) phase plot



(c) (y, z) phase plot



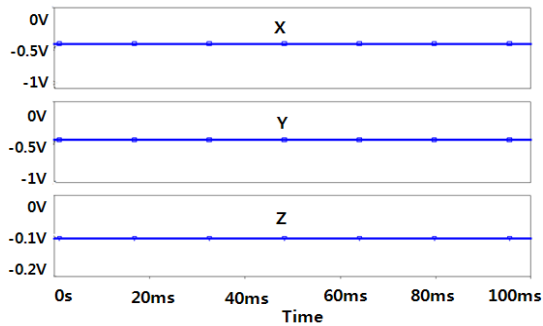
(d) (x, y, z) phase plot

[그림 4] 생성된 카오스 신호의 위상 특성
[Fig. 4] Phase plots of the Lorentz system.

4. 저항 변화에 따른 로렌츠 시스템의 카오스 특성 변화

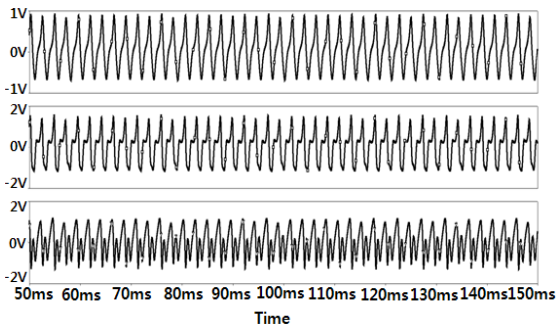
본 논문에서는 카오스 시스템의 저항변화에 따른 특성 변화를 보고자 하였다. 노드 X와 Y 사이에 있는 저항 R_3 를 가변시켜 카오스 특성변화를 관찰하고자 한다.

그림 5는 R_3 가 100Ω일 때의 시간 파형을 본 것이다. X, Y, Z 노드의 시간에 따른 전압파형을 나타낸다. 이 경우 그림과 같이 X, Y, Z 노드 모두 출력전압이 평형상태로 발생하는 것을 확인 할 수 있다.

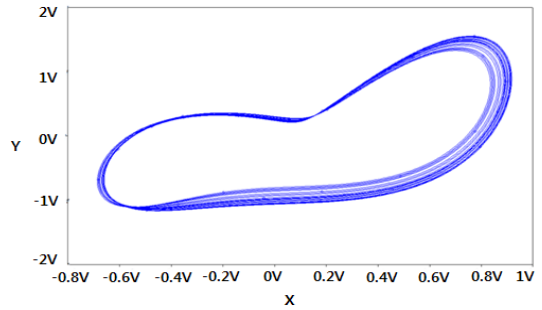


[그림 5] $R_3 = 100 \Omega$ 일 때 시간파형 (평형상태)
[Fig. 5] Time waveform of the Lorentz system in condition of $R_3=100 \Omega$ (equilibrium state)

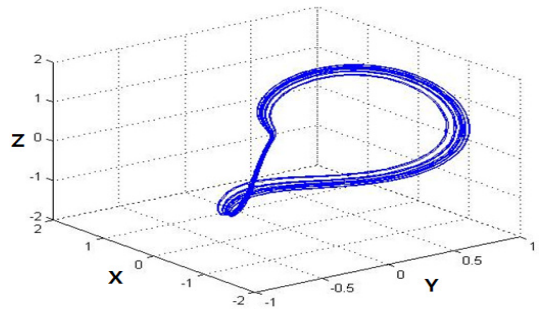
그림 6은 R_3 가 10.4 kΩ일 때의 시간 파형과 위상 특성을 본 것이다. X, Y, Z 노드의 시간에 따른 전압파형을 나타내고 있다. 이 경우에는 그림과 같이 X, Y, Z 노드 모두 출력전압이 2주기, 3주기, 5주기 등 주기적 상태로 발생하는 것을 확인 할 수 있다.



(a) x,y,z, time waveform



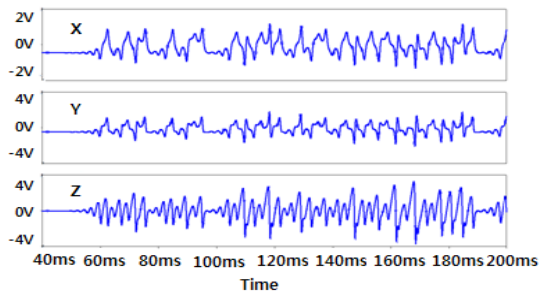
(b) (x-y) phase plot



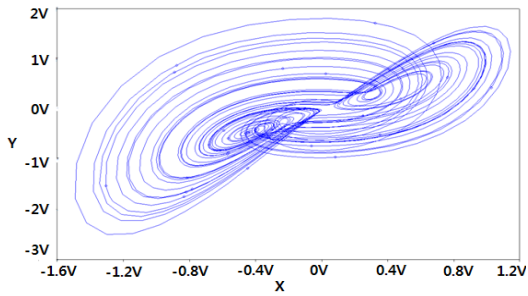
(c) (x, y, z) phase plot

[그림 6] $R_3 = 10.4 \text{ k}\Omega$ 일 때 위상특성 (주기상태)
[Fig. 6] Phase plots of the Lorentz system in condition of $R_3 = 10.4 \text{ k}\Omega$ (periodic state)

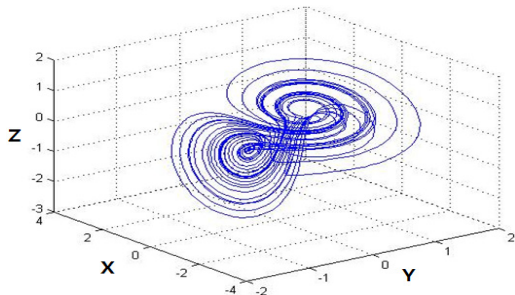
그림 7은 R_3 가 40 kΩ일 때의 시간 파형을 본 것이다. 이 경우, 그림에서 보듯이 새로운 카오스신호가 형성되는 것을 알 수 있다. 그림 7(a)는 카오스 특성의 시간파형이고, 그림 7(b)는 노드 X와 Y의 위상특성으로 카오스신호를 보이고 있다. 그림 7(c)는 X, Y, Z 노드 전압의 3차원 위상특성이다.



(a) (x, y, z) time waveform

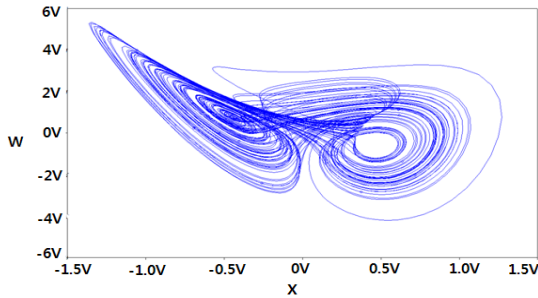


(b) (x, y) phase plot

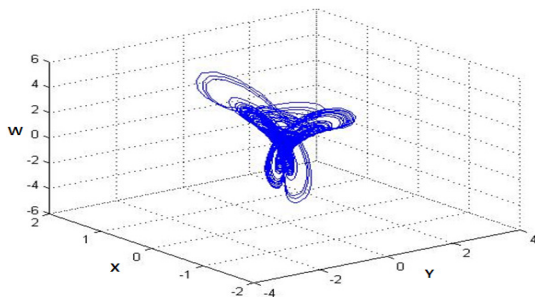


(c) (x, y, z) phase plot

[그림 7] $R3 = 40 \text{ k}\Omega$ 일 때 위상특성(카오스상태)
 [Fig. 7] Phase plots of the Lorenz system in condition of $R3 = 40 \text{ k}\Omega$ (chaotic state)



(a) (x, w) phase plot



(b) (x, y, w) phase plot

[그림 8] $R3 = 40 \text{ k}\Omega$ 일 때 가산기가 추가된 로렌츠시스템의 위상특성
 [Fig. 8] Phase plots of the Lorenz system with adder ($R3 = 40 \text{ k}\Omega$)

한편, 그림 8은 그림 1에 보이듯이 X, Y, Z 전압에 대한 가산회로를 추가하여 카오스 특성을 보았다.

그림 8은 X, Y, Z 전압 신호의 가산회로에 대한 출력 결과로서 또 다른 카오스 특성을 보이고 있다.

5. 결론

로렌츠 방정식으로 표현되는 카오스 시스템을 연산증폭기(Op-amp), 저항, 커패시터 및 곱셈기를 이용하여, 가산회로를 추가한 수정된 로렌츠 카오스 시스템을 설계하였다. 설계한 로렌츠 카오스 시스템에 대하여 PSPICE 시뮬레이터를 사용하여 시간파형, 위상특성 등 여러 가지 카오스 특성을 분석하였다. 또한 저항 값의 변화를 통하여 카오스 특성을 얻기 위한 최적화 된 회로 파라미터를 구하였으며, 각 저항 값의 변화에 따른 시간파형 특성 및 위상 특성을 분석하였다. 본 연구에서 해석된 카오스 연구는 향후, 로렌츠 시스템의 하드웨어 설계 및 이를 이용한 각종 응용연구에 유용하게 사용될 것으로 사료된다.

References

- [1] T. S. Parker and L. O. Chua, "Chaos: A Tutorial for Engineers" Proc. IEEE vol. 75, no. 8, pp. 982-1008. 1987.
- [2] R. May, "Simple mathematical models with very complicated dynamics, Nature", vol. 261 pp. 459-476, 1976.
- [3] Francis C. Moon, *Chaotic Vibrations : An Introduction for Applied Scientists and Engineers*, John Wiley & SONS, 1992.
- [4] R.Tokunaga, M.Komuro, T. Matsumoto, and L. O. Chua, "'Lorenz attractor' from an electrical circuit with uncoupled continuous piecewise linear resistor," *Int. J. Circ. Theory Appl.* 17(1), 71-85, 1989.
- [5] G. O. Zhong and F. Ayrom, "Experimental confirmation of chaos from Chua's circuit", *Int. J. Circuit Theory and Applications*, vol. 13, no. 1, pp. 93-98, 1985.
- [6] L. Kocarev, K. S. Halle, K. Eckert and L. O. Chua, "Experimental Demonstration of Secure Communication via Chaotic Synchronization" *Int.J. Bifurcation and Chaos*, vol. 2, no. 3, pp. 709-713, 1992.
- [7] Jonathan N. Blakely, Michael B. Eskridge, and Ned J. Corron, "High-frequency chaotic Lorenz circuit," *Proc. IEEE SoutheastCon 2008*, 69-74, 2008.

- [8] K.M Cuomo and A.V.Oppenheim, "Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to communications", IEEE Trans. Circuits Syst. II 40(10), 626-633, 1993.
- [9] I. Pehlivan and Y. Uyaroglu, "Simplified chaotic diffusionless Lorenz attractor and its application to secure communication systems", IEEE Commun. Vol. 1, NO. 5. October 2007.
- [10] Jonathan N. Blakely, Michael B. Eskridge, and Ned J. Corron. "A simple Lorenz circuit and its radio frequency implementation", Chaos 17(2), 023112, 2007.

한 상 백(Sang-Baek Han)

[준회원]



- 2006년 3월 ~ 현재 : 인제대학교 나노공학부 (학부과정)

<관심분야>

반도체, 회로설계, 소자

조 문 규(Mun-Kyu Jo)

[준회원]



- 2007년 3월 ~ 현재 : 인제대학교 나노공학부 (학부과정)

<관심분야>

반도체, 회로설계, 소자

송 한 정(Han-Jung Song)

[정회원]



- 1986년 2월 : 한양대학교 전자공학과(공학사)
- 1988년 2월 : 한양대학교 전자공학과(공학석사)
- 2000년 2월 : 한양대학교 전자공학과(공학박사)
- 2004년 3월 ~ 현재 : 인제대학교 나노공학부 부교수

<관심분야>

반도체 소자 신뢰성 및 회로설계