

자계 결합을 이용한 공진체간 무선 전력 전송

모델링 및 특성 분석

이 범 선

경희대학교 전자정보대학
전자·전파공학과

I. 서 론

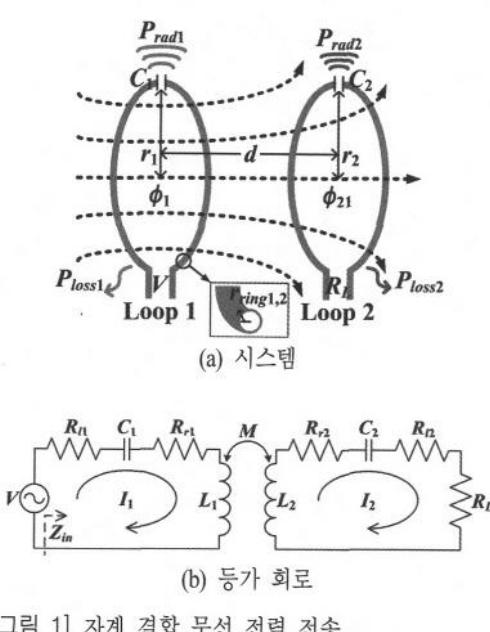
무선 전력 전송 기술이란 기존의 유선을 이용하는 것이 아닌 무선으로 전력을 전송을 하는 기술이다. 물론 현재의 다양한 통신 기술은 무선을 기반으로 하고 있지만, 정보 전달이 목적이어서 송수신 안테나 사이의 전달 전력은 미미한 수준이다. 무선 전력 전송 기술은 1914년 니콜라 테슬라(Nikola Tesla)로부터 처음 그 개념이 제안되었다.^[1] 상용화를 위해 많은 연구들이 진행되었지만, 낮은 효율로 인해 유용한 결과에 이르지 못하였다. 2007년 MIT 물리학과의 마린 솔랴치치(Marin Soljacic) 교수의 연구팀이 각종 전자기기에 전선이 없이 편리하게 전원을 공급하거나 충전할 수 있는 소위 자기 공명(magnetic resonance) 무선 전력 전송 방식을 제시하였다. 공진체로 송수신단에 헬리컬 구조를 사용하였고, 급전과 수전은 루프를 사용하여 자계로 결합이 되도록 한 것이다.^[2] 이 역시 새로운 것이 아니라 많은 주목을 받고 있는 것은 시장이 성숙한 때문일 것이다. 이 외에도 최근에 자계 결합 방식의 무선 전력 전송에 관한 연구들이 매우 활발하게 진행되고^{[3]~[6]} 있으나, 기본적인 문제는 참고문헌 [2]에서 다룬 내용에서 크게 벗어나지 않는다. 전력 전송 문제에는 효율, 송수신 기 구현, 거리 변화나 주위 환경에의 시스템 적응성, 인체 위해 문제 등 다양한 요소들이 존재하나, 역시 전송 효율이 문제의 중심에 있다. 자계 결합 무선 전력 전송 문제의 핵심 원리(효율의 한계를 포함한)는 비교적 간단하다. 오히려 현재의 무선 전력 전송이 저 주파수에서 이루어지면서도 자계 결합과 같은 필

드 해석적 요소(고주파수 분야의 사람들이 주로 사용)를 많이 포함하고 있어 다양한 분야의 연구자들이 사용하는 용어의 차이, 해석 방식의 차이로 인한 혼선이 문제인 듯 보인다. 참고문헌 [2]의 내용에서도 직시한 바 같이 헬리컬 공진체를 루프 구조로 급전한 것은 오직 급전의 편의성을 위한 것이나, 하나의 전형이 되었던 것이 그 단적인 예다. 본고에서는 가장 단순한 것(canonical problem)을 다룬다. 공진체로는 송수신용으로 칩 커패시터를 삽입한 루프를 사용하고, 직접 급전 및 수전하는 시스템을 구성하였다. 이러한 시스템을 무선 전력 전송의 모든 요소가 고려되면서도 이해하기 쉬운 등가 회로로 모델링한 후 제 특성을 분석하였다.

II. 등가 회로로 모델링 및 분석

본 연구에서는 두 개의 공진 루프를 이용한 자계 결합 시스템을 등가 회로로 모델링한 후 시스템의 특성을 분석한다. [그림 1]은 두 공진 루프를 이용한 자계 결합 무선 전력 전송 시스템과 그 등가 회로를 보여준다. 하나의 공진기(또는 공명기)를 같은 고유 주파수를 갖는 공진기에 가까이 하면 소위 공진 현상이 발생한다. 첫 번째 루프(루프 1)에 교류 전압이 인가되면 암페어 법칙에 따른 자속이 발생하고, 이 때 발생하는 자속(magnetic flux) 중 일부가 두 번째 루프(루프 2)를 통과하게 된다. 이 자속은 시간에 따라 변화하므로, 루프 2에 전압이 인가된다(페러레이 법칙). 이 전압으로 루프 2에 전류가 흐르게 되며 이 전류는 다시 자속을 발생시켜 일부 자속이 다시 루프 1을

통과해서 유도 전압이 발생한다. 루프 2에 유도된 전압 중 일부가 부하 저항에 걸리게 되며, 이로부터 부하 전력(또는 전송 전력)을 구할 수 있다. 루프 1과 2의 반지름은 각각 r_1, r_2 이며, 링의 반지름은 각각 $r_{ring1,2}$ 이다. V 는 무선 전력 전송 시스템에 인가된 전압 원이고, R_L 은 루프 2의 부하 저항이다. C_1 과 C_2 는 각각의 루프의 공진을 위해 사용되는 칩 커패시터이고, ϕ_1 은 루프 1을 통과하는 자속이고, ϕ_{21} 는 루프 1을 통과하는 자속 중 루프 2를 통과하는 자속이다. P_{loss1} 과 P_{loss2} 는 각각의 루프에서 발생하는 손실전력을이며, P_{rad1} 과 P_{rad2} 는 루프 안테나로서의 방사전력을 나타낸다. 두 루프 사이의 거리는 d 이다. 두 루프의 손실 저항은 각각 R_{l1}, R_{l2} 이며, 방사 저항은 각각 R_{r1}, R_{r2} 이다. 두 루프의 인덕턴스는 L_1 과 L_2 이다. M 은 두 루프사이의 상호 인덕턴스이며, $k(L_1L_2)^{1/2}$ 로 나타낼 수 있고, 이 때 k 는 결합 계수로 $R_L \rightarrow \infty$ (open)인 상태에서 ϕ_{21}/ϕ_1 로 정의되며 r_1, r_2, d 에 따라 결정된다(뒤에 다시 기술). $R_L \rightarrow \infty$ (open)인 상태가 아니면 루프 2에도 전류가 흐르게 되고, 이 전류도 자속을 발



[그림 1] 자계 결합 무선 전력 전송

생하게 되어 ϕ_{21} 만을 온전히 구하기 힘들다. I_1 과 I_2 는 두 루프에 흐르는 전류이다.

사용되는 시스템 사이즈가 파장에 비해 통상 매우 작을 때는, 저주파 회로 이론을 이용하면 좋다. [그림 1] (b)의 등가 회로에서 키르히호프의 전압 법칙(KVL)을 이용하면 위에 언급한 결합 관계를 설명하는 다음과 같이 두 식을 구할 수 있다.

$$\left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) I_1 - j\omega k \sqrt{L_1 L_2} I_2 = V, \quad (1)$$

$$\left(R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) I_2 - j\omega k \sqrt{L_1 L_2} I_1 = 0. \quad (2)$$

이 때, R_l 은 첫 번째 루프의 손실 저항(R_{l1})과 방사 저항(R_{r1})을 합한 값이고, R_2 는 두 번째 루프의 손실 저항(R_{l2})과 방사 저항(R_{r2})을 합한 값이다. 두 루프의 손실 저항과 방사 저항 그리고 self 인덕턴스는 다음과 같이 주어지는데, EM 시뮬레이션이나 실제 측정치와 잘 맞는다.

$$R_{l1,2} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \cdot \frac{r_{1,2}}{r_{ring1,2}}, \quad (3)$$

$$R_{r1,2} = 320\pi^6 \left(\frac{r_{1,2}}{\lambda_0} \right), \quad (4)$$

$$L_{1,2} = \mu_0 r_{1,2} \left[\ln \left(\frac{8r_{1,2}}{r_{ring1,2}} \right) - 1.75 \right]. \quad (5)$$

각각의 루프가 각주파수 (ω_0)에서 공진할 때, 각각의 루프에 흐르는 전류는 식 (1)과 식 (2)로부터 아래와 같이 구할 수 있다.

$$I_1 = \frac{R_2 + R_L}{R_1(R_2 + R_L) + \omega_0^2 k^2 L_1 L_2} V \\ = \frac{V}{R_1} \cdot \frac{1 + \beta_e}{1 + \beta_e + k^2 Q_1 Q_2}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{j\omega_0 k \sqrt{L_1 L_2}}{R_1(R_2 + R_L) + \omega_0^2 k^2 L_1 L_2} V \\ &= \frac{jV}{\sqrt{R_1 R_2}} \cdot \frac{k \sqrt{Q_1 Q_2}}{1 + \beta_e + k^2 Q_1 Q_2}. \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, Q_1 은 첫 번째 루프의 Q-factor($\omega_0 L_1 / R_1$), Q_2 는 두 번째 루프의 Q-factor($\omega_0 L_2 / R_2$), $\beta_e = R_L / R_2$ 이다. 두 개의 루프 제원이 주어졌다고 가정하면 I_1 과 I_2 (또는 효율 등 제 특성)는 결합 계수 k (또는 거리 d)와 부하 저항 R_L 에 따라 결정된다. 몇 가지 관찰을 해보자. 위 식 (6), (7)에서 $k \rightarrow 1$ ($d \rightarrow 0$)일 때, 첫 번째 루프에 흐르는 전류는 최소가 되고, $k \rightarrow 0$ ($d \rightarrow \infty$)일 때, 두 루프는 서로 격리된 상태이므로 $I_1 = V/R_1$, $I_2 = 0$ 가 된다. 또한 $R_L \rightarrow \infty$ 일 때, $k \rightarrow 0$ ($d \rightarrow \infty$)와 마찬가지로 $I_1 = V/R_1$, $I_2 = 0$ 가 되고, $R_L \rightarrow 0$ 일 때, k 와 상관없이 전력 전송은 되지 않는다. 이로부터 최대 전력 전송을 할 수 있는 최적의 부하 저항이 존재함을 확인할 수 있다. 공진주파수 ω_0 에서 입력 전력 P_{in} , 부하에 전달되는 전력 P_L , 전송 효율 η_L 을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_{in} = \frac{1}{2} Re[V I_1^*] = \frac{|V|^2}{2R_1} \frac{1}{1 + (k^2 Q_1 Q_2)/(1 + \beta_e)} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} P_L &= \frac{1}{2} |I_2|^2 R_L = \frac{|V|^2}{2R_1} \cdot \frac{1}{[1 + (k^2 Q_1 Q_2)/(1 + \beta_e)]^2} \cdot \frac{\beta_e k^2 Q_1 Q_2}{(1 + \beta_e)^2} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \eta_L &= \frac{P_{in}}{P_L} = \frac{1}{1 + (1 + \beta_e)/(k^2 Q_1 Q_2)} \cdot \frac{\beta_e}{1 + \beta_e} \\ &= \frac{|S_{21}|^2}{1 - |S_{11}|^2} \end{aligned} \quad (10)$$

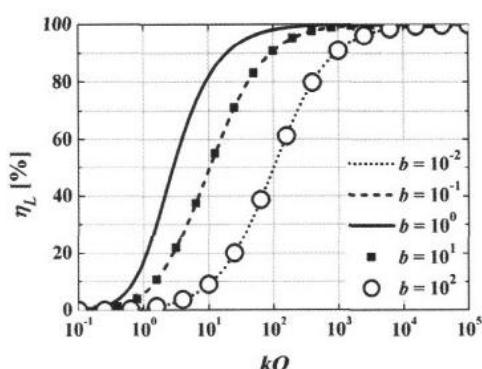
식 (10)에서 S-파라미터는 EM-시뮬레이션 또는 측정 결과로 얻을 수 있다. 회로 크기가 파장보다 매우 작은 저주파 회로 분석에서 반사 계수 투과 계수 개념은 불필요하다. 예를 들면 반사 계수 S_{11} 은 port

1의 기준 임피던스에 따라 크게 또는 작게 결정되는 인위적(artifact)인 것이다. 그럼에도 불구하고 식 (10)에서와 같이 편의상 사용할 수는 있을 것이다.

Q_1, Q_2, k 값이 고정되어 있을 때, 전송 효율(η_L)은 부하($R_L, \beta_e = R_L / R_2$)에 의해 결정된다. $\eta_L'(\beta_e) = 0$ 으로부터, 공진 주파수(ω_0)에서 최대 전송 효율을 갖는 최적의 부하 조건 $\beta_{e,opt0}$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\beta_{e,opt0} = R_{L,opt0}/R_2 = \sqrt{1 + k^2 Q_1 Q_2} \quad (11)$$

[그림 2]는 공진주파수에서 전력 전송 효율(η_L)을 $kQ(Q_1=Q_2=Q$ 라고 가정)의 함수로 그린 것이다. 좀 더 일반적으로 $k\sqrt{Q_1 Q_2}$ 의 함수로 이해하여도 좋다. 여기서 b 는 $b = \beta_e / \beta_{e,opt0} = R_L / R_{L,opt0}$ 로 정의하였고, 사용되는 실제 부하 R_L 과 최대 효율을 갖는 부하 $R_{L,opt0}$ 의 비이다. $R_L = R_{L,opt0}$ 일 때 $b=1$ 이고 이때 최대 효율이 이루어진다. R_L 이 $R_{L,opt0}$ 보다 같은 비로 커지거나 작아질 때 효율은 감소하며 또 그 효율은 같다는 것을 [그림 2]는 보여준다. 예를 들어, $kQ=10$ 일 때, 부하 저항 값에 따라 전송 효율은 최소 10 %에서 ($b=100, 0.01$ 일 때) 최대 80 %까지 ($b=1$) 증가하게 된다. 전송 효율을 최대로 하기 위해서는 보통 Figure of merit 으로 사용되는 kQ 를 크게 하는 것도 중요하지만, 부하 R_L 의 선택도 그에 못지않게 중요하다는 것을 알



[그림 2] kQ 에 따른 무선 전력 전송 효율($b = \beta_e / \beta_{e,opt0}$)

수 있다. 참고로, [그림 2]에서 100 %-효율(%) 부분은 시스템 손실(도체손+유전체손)과 방사 손실로 인한 것이다.

무선 전력 시스템을 등가 회로로 모델링하기 위해서는 관련 회로 파라미터의 추출 방법이 필요하다. [그림 1] (b)에서 R_1, R_2 로 정규화된 입력임피던스 Z_{in1}, Z_{in2} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z_{in1} = \frac{Z_{in1}}{R_1} = 1 + jQ_1 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{(\omega/\omega_0)^2 k^2 Q_1 Q_2}{1 + \beta_e + jQ_2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (12)$$

$$Z_{in2} = \frac{Z_{in2}}{R_2} = 1 + jQ_2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{(\omega/\omega_0)^2 k^2 Q_1 Q_2}{1 + \frac{R_S}{R_1} + jQ_1 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (13)$$

이 때, R_S 는 시스템에 입력되는 전력원 (V)의 저항이다. 식 (10), (12), (13)을 Root-finding 알고리즘을 이용하면 R_1, R_2, k 값을 추출할 수 있다. 시스템의 전송효율($\eta_L = |S_{21}|^2 / (1 + |S_{11}|^2)$)과 공진 주파수에서의 입력임피던스($Z_{in1}(\omega_0), Z_{in2}(\omega_0)$)는 EM-시뮬레이션 또는 측정 결과로 구할 수 있다. 두 루프가 동일할 시($L_1=L_2=L, R_1=R_2=R, R_L=R_S$) 루프의 저항 R 과 결합 계수 k 추출식은 다음과 같이 유도된다.

$$R_{extracted} = \frac{R_L Z_{in}(\omega_0)(1 - \eta_L)}{R_L + Z_{in}(\omega_0)\eta_L} \quad (14)$$

$$k_{extracted} = \frac{[R_L + Z_{in}(\omega_0)] \sqrt{R_L Z_{in}(\omega_0)\eta_L}}{\omega_0 L [R_L + Z_{in}(\omega_0)\eta_L]} \quad (15)$$

여기서 $Z_m(\omega_0)$ 은 공진 주파수 ω_0 에서의 입력 임피던스로 식 (6)에서 V 를 I_1 으로 나눈 것과 같으며, 통

상 실수 값을 갖는다. 이 추출식은 전반적으로 잘 맞으나 루프 사이에 강한 결합이 발생할 시($k \rightarrow 1$), 공진 주파수 근처에서 입력 리액턴스의 경사가 매우 커서 $Z_m(\omega_0)$ 을 결정할 때 오차가 발생할 수 있어 정확성이 상대적으로 떨어질 수 있다.

식 (12)에서 입력 임피던스의 허수부가 0이 되는 공진 주파수를 구하면, 공진 주파수(ω_0) 이외에 두 개의 근(허근 포함)이 더 존재함을 알 수 있고, 구한 결과는 아래와 같다.

$$\omega_{1,2} = \omega_0 \sqrt{\frac{a \pm \sqrt{a^2 - (1 - k^2)}}{(1 - k^2)}} \quad (16)$$

이 때, a 는 두 번째 루프의 특성을 나타내는 파라미터로써, 다음과 같다.

$$a = 1 - \left(\frac{1 + \beta_e}{\sqrt{2} Q_2} \right)^2 = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R_2 + R_L}{\omega_0 L} \right) = 1 - \frac{1}{2 Q_L^2} \quad (17)$$

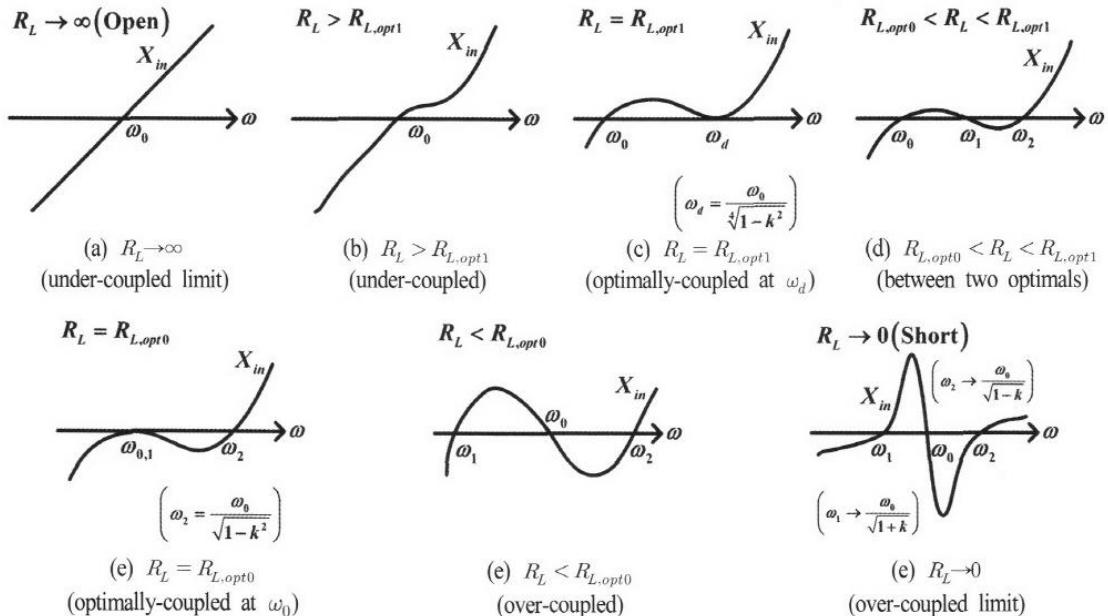
이 때, Q_L 은 두 번째 루프에서 부하를 고려한 Q-factor이다. 식 (17)로 주어진 a 의 값이 $\sqrt{1 - k^2}$ 와 같게 되면, 다시 말해 β_e 가

$$\beta_{e,opt1} = \frac{R_{L,opt1}}{R_2} = Q_2 \sqrt{2(1 - \sqrt{1 - k^2})} - 1 \quad (18)$$

과 같게 되면 식 (16)의 안쪽 루트안의 값이 사라져 식 (16)은 중근(double root)이 된다. 정리하면 $\beta_e = \beta_{e,opt1}$ 일 때, ω_1, ω_2 는 다음과 같이 중근으로 된다.

$$\omega_{1,2} \rightarrow \omega_d = \frac{\omega_0}{\sqrt[4]{1 - k^2}} \quad (19)$$

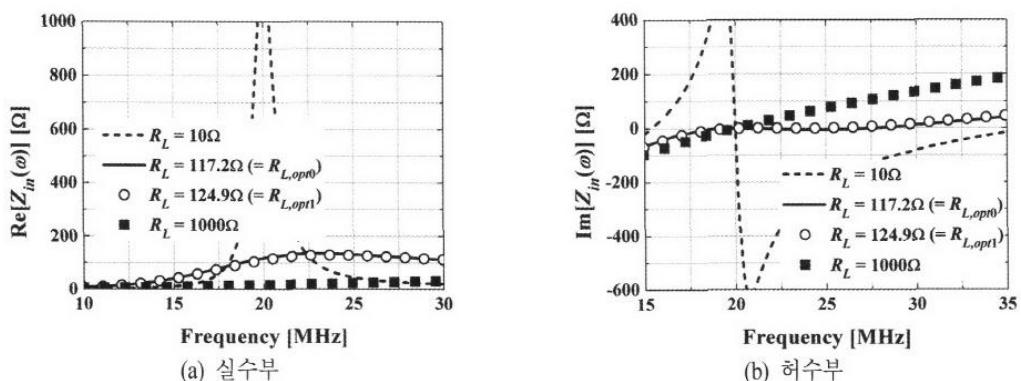
이 중근의 위치는 k 에 따라 다르나, ω_0 보다 높은 쪽에 있다. k 가 대략 0.5 이상에서는 통상 $R_{L,opt1}$ 이 $R_{L,opt0}$ 보다 크다. R_L 에 따른 리액턴스 개형을 [그림 3]에 도시한다.



[그림 3] 부하 조건에 따른 입력 리액턴스 거동

[그림 4] (a), (b)는 두 루프의 제원이 같고, $R=1.67 \Omega$, $L=1.33 \mu\text{H}$, $Q=100$, $k=0.7$ 일 때, 입력 임피던스의 이론값을 실수부와 허수부로 나타낸 것이다. 부하 조건에 따라 입력 임피던스를 나타내었다. R_L 이 최적 부하들보다 커지면 커질수록 루프 2의 구동이 미미하게 된다는 의미에서 이 경우를 under-coupled case로 볼 수 있을 것이다. $R_L=R_{L,opt1}=124.9 \Omega$ 인 경우와

$R_L=R_{L,opt0}=117.2 \Omega$ 인 경우 위의 개형에서 보인 바와 같이 각각 ω_0 와 ω_d 에서 중근을 가져 광대역 특성으로 연결됨을 볼 수 있다. 이때 효율도 최대가 된다. 이러한 특성을 이용하면 복잡 환경에 잘 대처하는 무선 전력 전송 시스템을 설계할 수 있을 것이다. R_L 이 최적 부하들보다 작아지면 작아질수록 루프 2의 구동이 필요 정도보다 과하게 된다는 의미에서 이 경

[그림 4] 입력 임피던스의 이론값($R=1.67 \Omega$, $L=1.33 \mu\text{H}$, $Q=100$, $k=0.7$)

우를 over-coupled case로 볼 수 있다. 최적 부하의 선택은 여러 각도에서 중요하다.

식 (16)을 이용하면 결합 계수 추출식도 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$k_{extracted} = \sqrt{1 - \frac{\left[\sqrt{1 + 2a \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \right)^2} - 1 \right]^2}{\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \right)^4}} \quad (20)$$

식 (20)은 over-coupled case가 되어 세 개의 공진주파수가 존재할 때(소위, 주파수 분할현상이 발생할 때) 유용하게 사용할 수 있다. ω_1 , ω_2 는 EM 시뮬레이션이나 측정 결과로부터 구하여 사용할 수 있다. 이 식의 특징은 어떠한 부하 R_L 을 사용하여도 같은 결합 계수가 추출되어서 편리하다는 것이다. 일반적으로 결합 모드 이론(coupled mode theory)을 이용한 아래와 같은 결합 계수 추출식 [7]이 많이 쓰이고 있으나 주의할 점이 있다.

$$k_{CMT} = \frac{\omega_o^2 - \omega_e^2}{\omega_o^2 + \omega_e^2} \quad (21)$$

여기서, ω_e 는 우수 모드(even mode) 주파수, ω_o 는 기수 모드(odd mode) 주파수이다. 결합 모든 이론을 이용한 추출식은 우수/기수 모드 해석을 통하여 ω_e 와 ω_o 를 구한 후 사용하여야 한다. 혼히, over-coupled case인 경우 나타나는 두 개의 peak 주파수를 이용하기도 하는데, 상당한 오차를 가질 수 있다. 이를 <표 1>에 나타내었다. <표 1>은 회로 시뮬레이터(ADS)를 이용하여 식 (20)과 식 (21)의 결합 계수 추출식의 정확도를 비교한 것이다. <표 1>의 비교에서는 $R_L=50 \Omega$ 을 사용하였다.

이 때, f_1 과 f_2 는 주파수 분할 현상이 나타날 때의 두 공진 주파수이다. 우수/기수 모드 주파수가 아닌 보통 측정 시 관찰되는 두 공진 주파수를 이용하여 식

<표 1> 결합 계수 추출 방법 비교

k (ADS)	f_1, f_2 [MHz]	k (21), (오차)	k (20)
0.9	14.89, 61.63	0.89 (1.11 %)	0.9
0.8	15.35, 43.42	0.78 (2.50 %)	0.8
0.7	15.87, 35.29	0.66 (6.67 %)	0.7
0.6	16.47, 30.37	0.55 (8.33 %)	0.6
0.5	17.17, 16.9	0.42 (16.00 %)	0.5
0.4	18.1, 24.12	0.28 (30.00 %)	0.4
0.3	20.1, 20.87	0.04 (86.67 %)	0.3

(21)을 통해 구해진 결합 계수는 부정확함을 확인할 수 있다. 식 (20)은 식 (17)로 정의되는 a 가 1일 때 ($Q_L \rightarrow \infty$) 식 (21)과 같게 된다는 사실에서 일반적이라고 말할 수 있다.

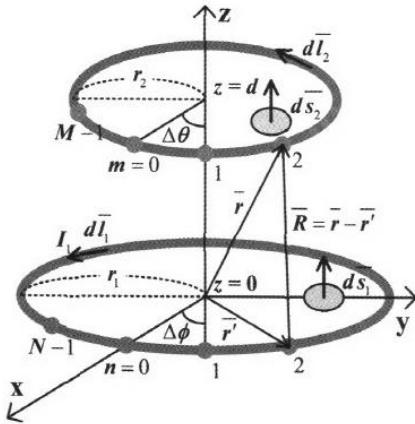
파장에 비해 루프의 크기가 매우 작을 때, 루프 안의 자속이 모두 동일한 것으로 가정하여, 두 루프의 반지름과 두 루프 사이의 거리를 이용하여 결합 계수를 다음과 같이 표현할 수 있다^[8].

$$k_{closed} = \frac{r_1^2 r_2^2}{\sqrt{r_1 r_2} \left(\sqrt{r_1^2 + d^2} \right)^3} \quad (r_1 \geq r_2) \quad (22)$$

식 (22)는 루프 안의 자속이 동일하다는 가정 하에 유도된 식이지만, 실제 파장에 비해 크기가 작더라도 루프 안의 자속이 동일하지 않기 때문에 부정확하다 (Ⅲ장에서 상술한다). 정확한 결합 계수는 루프 1을 통과하는 자속에 대한 루프 2를 통과하는 자속의 비로 다음과 같은 식에 준하여 구하여야 한다.

$$k_{theory} = \frac{\phi_{21}}{\phi_1} = \frac{\int_{S_2} \overline{B}_2 \cdot \overline{ds}_2}{\int_{S_1} \overline{B}_1 \cdot \overline{ds}_1} \quad (23)$$

[그림 5]는 결합 계수의 이론적 값을 유도하기 위한 두 루프 시스템의 개념도이다. 참고문헌 [9]에 근거하여 구체화한다. 첫 번째 루프에 흐르는 전류 I_1



[그림 5] 결합 계수 k 의 이론적인 값을 유도하기 위한 두 루프 시스템

에 의해 발생한 자속이 두 번째 루프를 통과하는 데, 이 자속 ϕ_{21} 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\phi_{21} &= \int_{S_2} \bar{B} \cdot d\bar{S}_2 = \int_{S_2} (\nabla \times \bar{A}) \cdot d\bar{S}_2 = \oint_{l_2} \bar{A} \cdot d\bar{l}_2 \\ &= \oint_{l_2} \left(\frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{l_1} \frac{d\bar{l}_1}{R} \right) \cdot d\bar{l}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{l_2} \oint_{l_1} \frac{d\bar{l}_1 \cdot d\bar{l}_2}{R} \quad (24)\end{aligned}$$

이 때, \bar{B} 는 자속 밀도, \bar{A} 는 magnetic vector potential, $d\bar{S}_2$ 는 S_2 의 미소면적 벡터이며, $d\bar{l}_2$ 는 두 번째 루프의 미소 선 벡터이다. 상호 인덕턴스 M 은 다음과 같이 정의된다.

$$M = \frac{\phi_{21}}{I_2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_2} \oint_{l_1} \frac{d\bar{l}_1 \cdot d\bar{l}_2}{R} = \frac{\phi_{12}}{I_2} \quad (25)$$

루프의 자기 인덕턴스 L_1 은 다음과 같다.

$$L_1 = \frac{\phi_{11}}{I_1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_1} \oint_{l_1} \frac{d\bar{l}_1 \cdot d\bar{l}_1}{R} \quad (26)$$

이 때, l_1 , l_2 는 루프의 두께를 고려한 것으로, 루프의 내부 반경을 따른다($r_1 = r_1 - r_{ring1}$, $r_2 = r_2 - r_{ring2}$). L_2 또한

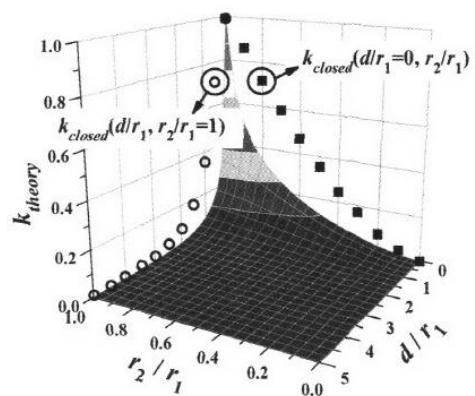
L_1 과 같은 방식으로 구할 수 있다. 이론적인 결합 계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}k_{theory} &= \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \\ &= \frac{\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_2} \oint_{l_1} \frac{d\bar{l}_1 \cdot d\bar{l}_2}{R}}{\sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_1} \oint_{l_1} \frac{d\bar{l}_1 \cdot d\bar{l}_1}{R} \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_2} \oint_{l_2} \frac{d\bar{l}_2 \cdot d\bar{l}_2}{R}}} \quad (27)\end{aligned}$$

식 (27)에서 주어진 이론적인 결합 계수 k_{theory} 를 r_2/r_1 과 d/r_1 의 함수로 그려보면 [그림 6]과 같다. k_{closed} 는 많이 사용되고 있는 식 (22)를 도시한 것인데 3~4배 커서 부정확하다.

III. 시뮬레이션 결과

EM 시뮬레이터를 이용하여 구리($\sigma = 5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$)로 이루어진 루프를 설계하였다. 루프는 칩 커파시터를 이용하여 20 MHz에서 공진하도록 설계되었다. 루프의 반지름은 각각 5 cm와 25 cm이고, 링의 반지름은 각각 0.1 cm, 0.5 cm이다. <표 2>에 설계된 루프의 반지름과 링의 반지름 그리고 손실 저항, 방사 저항, 인덕턴스를 나타내었다. 손실 저항과 방사 저항,



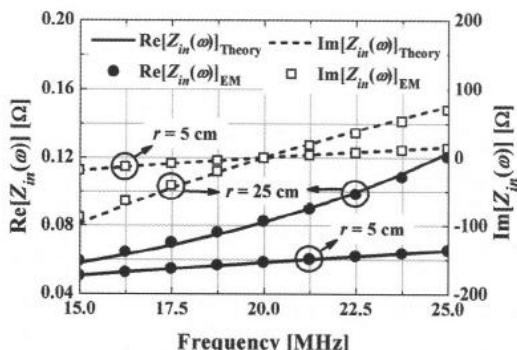
[그림 6] 이론적으로 정확히 계산된 결합 계수 k_{theory} ; k_{closed} 는 많이 사용되고 있는 식 (22)를 그린 것인데 3~4배 커서 부정확함

<표 2> 설계된 루프 파라미터

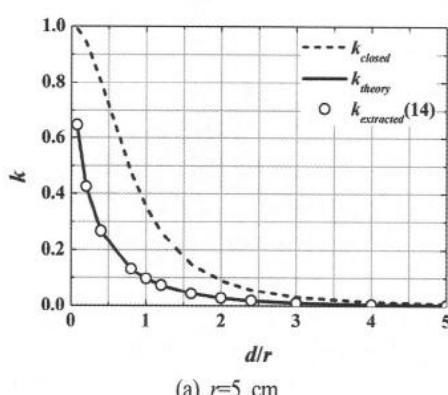
	r/r_{ring} [cm]	R_l [Ω]	R_r [Ω]	$R=R_l+R_r$ [Ω]	L [μH]
Theory	5/0.1	0.058	$38\ \mu$	0.058	0.267
		0.059	$41\ \mu$	0.059	0.252
Theory	25/0.5	0.058	0.024	0.082	1.333
		0.058	0.025	0.083	1.321

인덕턴스는 이론값은 각각 식 (3), (4), (5)를 이용하여 구하였다. [그림 7]은 단일 루프의 입력 임피던스를 보여준다. 이론값과 EM 시뮬레이션을 통해 구한 값이 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

[그림 8]에서는 동일한 두 루프($R_l=R_2=R$, $L_1=L_2=L$,



[그림 7] 단일 루프의 입력 임피던스

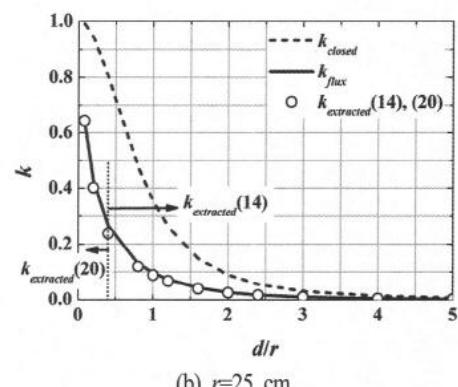


(a) $r=5\text{ cm}$

$C_1=C_2=C$ (<표 2> 참고)에 대하여 결합 계수들을 비교하였다. 식 (15), (20)으로 주어진 결합 계수 추출식 $k_{extracted}$, 일반적으로 많이 사용하는 식 (22)로 주어진 k_{closed} , 이론적 식 (27)로 표현된 k_{theory} 를 두 루프사이의 거리와 루프의 반지름의 비(d/r)의 함수로 그려 비교하였다. [그림 8] (a)는 $r=5\text{ cm}$ 인 경우이고, [그림 9] (b)는 $r=25\text{ cm}$ 인 경우이다. 식 (22)로 주어진 k_{closed} 를 제외하고는 본고에서 제시하는 이론식과 추출식이 잘 일치함을 볼 수 있다.

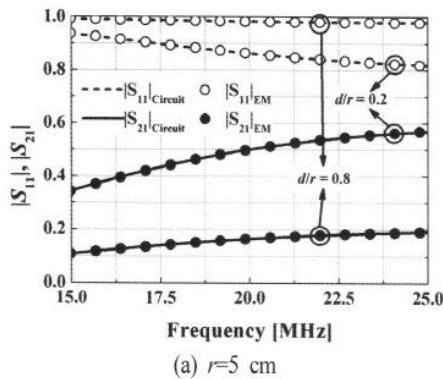
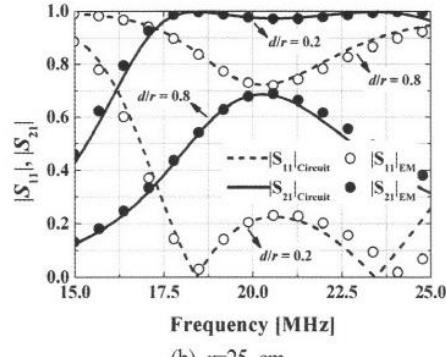
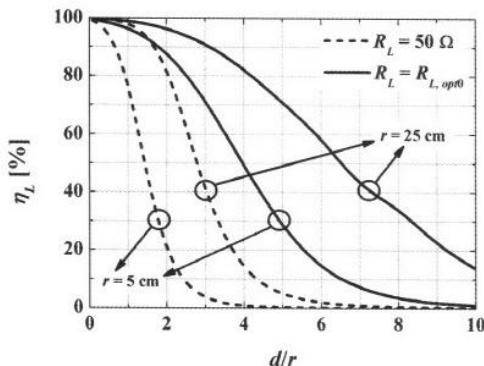
[그림 9] (a), (b)에서는 반지름이 각각 5 cm, 25 cm인 두 루프를 이용하였을 때의 회로와 EM 시뮬레이션에서의 S-파라미터를 보여준다. 이 때, 부하 저항은 50 Ω이고, d/r 은 각각 0.2, 0.8이다. EM 시뮬레이션에서 구한 결합 계수를 회로 시뮬레이션에 넣어 결과를 비교하였다. [그림 9] (a)에서 거리에 따른 결합 계수는 각각 0.53($d/r=0.2$ 일 때), 0.16($d/r=0.8$ 일 때)이고, [그림 9] (b)에서는 각각 0.40($d/r=0.2$ 일 때), 0.12($d/r=0.8$ 일 때)이다. [그림 8] (a), (b)에서 확인할 수 있듯이 회로와 EM 시뮬레이션의 결과가 매우 유사하여 제시한 회로 모델이 실제의 전송 시스템을 잘 반영한 것으로 판단할 수 있다.

[그림 10]은 EM 시뮬레이션을 통해 구한, 부하 저항이 $R_L=50\text{ }\Omega$ 과 최대 효율 조건($R_L=R_{L,loop}$) 식 (11)을



(b) $r=25\text{ cm}$

[그림 8] d/r 에 따른 결합 계수

(a) $r=5 \text{ cm}$ (b) $r=25 \text{ cm}$ [그림 9] S-파라미터($R_L=50 \Omega$)

[그림 10] 무선 전력 전송 효율

가질 때 20 MHz에서 d/r 의 함수로 본 무선 전력 전송 효율이다. 부하 저항이 최대 효율 조건을 만족하면 거리가 멀어지더라도 상대적으로 높은 효율을 가지는 것을 확인할 수 있다.

IV. 결 론

본 연구에서는 두 공진 루프를 이용한 자계 결합 무선 전력 전송 시스템을 관련된 모든 요소를 고려하여 회로적으로 모델링하고 분석하였다. 실제 환경에서 효과적으로 사용할 수 있는 결합 계수 추출식을 유도하였으며, 이를 EM-시뮬레이션 결과를 이용하여 검증하였다. 제안된 결합 계수 추출식은 결합 모

드 이론을 이용한 계산 방법에 비해 정확하고 편리하게 사용될 수 있다. 또한 자계 결합에 의한 커플링과 더불어 부하에 의한 커플링도 함께 고려하여 전체 시스템의 결합 체계를 분류하였다. 제안된 등가회로에 필요한 요소들은 EM-시뮬레이션이나 측정을 통해 모두 추출할 수 있도록 하였고, 제안된 추출식들은 또 제시된 이론식들과도 매우 잘 일치하였다. 무선 전력 전송 문제를 이해하기에 충분한 물리적 통찰력을 제공하였다고 본다.

참 고 문 헌

- [1] N. Tesla, U.S. patent 1,119,732, 1914.
- [2] A. Kurs, A. Karalis, R. Moffatt, J. D. Joannopoulos, P. Fisher and M. Soljacic, "Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances", *Science*, vol. 317, pp. 83-86, Jul. 2007.
- [3] Chunlai Yu, Rengui Lu, Yinhua Mao, Litao Ren, and Chunbo Zhu, "Research on the model of magnetic-resonance based wireless energy transfer system", *Vehicle Power and Propulsion Conference 2009*, pp. 414-418, Sep. 2009.
- [4] I. Awai, T. Komori, "A simple and versatile design method of resonator-coupled wireless power transfer

- system", *Proc. ICCCAS 2010*, Jul. 2010.
- [5] Gunyoung Kim, Younkwon Jung and Bomson Lee, "Wireless power transmission between two metamaterial-inspired loops at 300 MHz", *Journal of Electromagnetic Engineering and Science*, vol. 10, no. 4, pp. 219-223, Dec. 2010.
- [6] Chungju Kim, Bomson Lee "Analysis of magnetic coupled wireless power transmissions considering radiation loss", *Journal of Electromagnetic Engineering and Science*, vol. 11, no. 3, pp. 156- 160, Nov. 2011.
- [7] J. Hong, M. J. Lancaster, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*, Wiley & Sons., 2001.
- [8] K. Finkenzeller, *RFID Handbook, Fundamentals and Applications in Contactless Smart Cards and Identification*, 2nd edition, John Wiley & Sons, 2003, ch. 4.
- [9] http://en.wikipedia.org/wiki/Mutual_inductance#Coupled_inductors

≡ 필자소개 ≡

이 범 선



1982년 2월: 서울대학교 전기공학과 (공학사)
1991년 5월: 미국 네브래스카 주립대 전자공학과 (공학석사)
1995년 5월: 미국 네브래스카 주립대 전자공학과 (공학박사)
1995년 9월~현재: 경희대학교 전자전파

공학과 교수

2012년 1월~현재: 한국전자파학회 총무 상임이사
[주 관심분야] Microwave Antenna, Metamaterials, RF Identification(RFID) Tags, Microwave Passive Devices, Wireless Power Transmission 등