

# 수학적 모형화 기법이 GPS 기준점 측량 정확도 표현에 미치는 영향

## Impact of Mathematical Modeling Schemes into Accuracy Representation of GPS Control Surveying

이흥규<sup>1)</sup> · 서완수<sup>2)</sup>

Lee, Hungkyu · Seo, Wansoo

### Abstract

The objective of GPS control surveying is ultimately to determine coordinate sets of control points within targeted accuracy through a series of observations and network adjustments. To this end, it is of equivalent importance for the accuracy of these coordinates to be realistically represented by using an appropriate method. The accuracy representation can be quantitatively made by the variance-covariance matrices of the estimates, of which features are sensitive to the mathematical models used in the adjustment. This paper deals with impact of functional and stochastic modeling techniques into the accuracy representation of the GPS control surveying with a view of gaining background for its standardization. In order to achieve this goal, mathematical theory and procedure of the single-baseline based multi-session adjustment has been rigorously reviewed together with numerical analysis through processing real world data. Based on this study, it was possible to draw a conclusion that weighted-constrained adjustment with the empirical stochastic model was among the best scheme to more realistically describe both of the absolute and relative accuracies of the GPS surveying results.

Keyword : Geodetic Control Point, Network Adjustment, Variance-Covariance Matrix, Accuracy, GPS

### 초 록

GPS 기준점 측량은 관측과 데이터 처리를 통해 측지계에 대한 물리적인 표지의 위치를 목표 정확도 범위 이내로 결정하기 위해 실시하며, 이러한 이유로 측량 정확도를 실제와 유사하게 표현하는 것이 매우 중요한 문제이다. 망조정을 통해 산정되는 기준점 성과의 정확도는 사용되는 수학적 모형에 민감한 영향을 받는 추정좌표의 분산-공분산 행렬에 의해 정량적으로 표현된다. 본 연구는 GPS 망조정에 사용되는 함수모형과 통계모형이 기준점 위치 추정과 정확도 표현에 미치는 영향을 연구하여 향후 정확도 표현의 표준화를 위한 기초자료 확보를 위해 실시하였다. 이를 위하여 단일기선해석 다중세션 망조정 이론과 절차와 방법을 실제 관측데이터 처리를 통한 수치적 분석을 병행한 연구를 수행하였다. 그 결과 절대정확도와 상대정확도를 보다 현실적으로 반영하여 표현하기 위해서는 잔존하는 관측오차의 모형화가 가능한 경험적 통계모형을 사용하는 다점가중제약조정이 GPS 기준점 성과산정을 위한 수학적 모형으로 보다 타당한 것으로 분석되었다.

핵심어 : 측량기준점, 망조정, 분산-공분산행렬, 정확도, GPS

## 1. 서 론

측량 기준점은 물리적 표지와 고시된 측지학적 좌표인 성과(published coordinates)를 기본으로 하며, GPS 기준점 측

량은 수신기와 안테나를 측량표지에 설치하여 인공위성으로부터 수신된 전자파신호의 수치적 처리를 통해 미지점의 좌표를 측지계에 대해 정확히 산정하는 절차와 방법이다. GPS 측량은 각과 거리를 관측하는 전통적 방식에 비

1) 교신저자 · 창원대학교 토목공학과 부교수(E-mail: hkyulee@changwon.ac.kr)

2) 창원대학교 대학원 토목공학과 박사과정(E-mail: wsseo@kcsc.co.kr)

해 높은 작업의 효율성과 정확도로 인해 현재 대부분의 수평기준점 측량을 대체하고 있다. 특히, 최근 들어 이루어진 데이터 처리 알고리즘, 전산기, 통신기술의 발전은 실시간 측량을 가능하게 하였으나, 여전히 가장 높은 정확도의 위치 결정을 위해 후처리 정지측위(post-mission static positioning) 방식을 GPS 측량에 사용하고 있다. 기준점 성과 산정은 다중기선해석에 의한 연속조정(multi-baseline analysis based sequential adjustment)과 단일기선해석을 통한 다중세션 조정(single-baseline based multi-sessions adjustment)을 통해 이루어진다(정광호 & 이흥규, 2011). 다중기선해석은 모든 관측점 데이터를 하나로 수학적 모형화 하여 미지점들의 좌표를 동시에 추정하는 방식이다. 위성기준점(GPS 상시 관측소)과 같이 다양한 시점에 대해 관측이 이루어지는 경우 각각에 대해 기선해석으로 얻어진 정규방정식(normal equation)에 대해 연속적 최소제곱법(sequential least squares)을 적용하기 때문에 수 밀리미터 수준의 정확도로 기준점 좌표의 계산이 가능하여 과학기술용 처리 소프트웨어에서 채택하고 있다. 이에 반해 단일기선해석은 동시에 관측이 이루어진 두 관측점의 데이터를 독립적으로 모형화 하여 지구중심 3차원 직교좌표계에 대한 좌표차이인 기선벡터를 추정한다. 미지점 좌표의 산정은 기선벡터를 관측데이터로 하는 최소제곱법에 의하며 대부분의 상용 소프트웨어에서 사용하는 방식으로 측량표지에 대해 관측을 수행 경우 보편적으로 사용하고 있다.

기준점 측량의 궁극적 목적은 일련의 관측과 데이터 처리를 통해 측지계에 대한 물리적인 표지의 좌표를 목표한 정확도 범위 이내로 결정하는 것이다. 이러한 이유로 기준점 측량에서 좌표를 추정하는 것 이상으로 정확도를 실제와 가깝게 표현하는 것은 매우 중요한 문제이다. 기준점의 위치 정확도는 최소제곱법에 의해 추정된 좌표가 참값에 얼마나 가까운지를 나타내는 척도이나 현실적으로 참값을 알 수 없으며, 특히 과거에는 관측데이터 처리를 위한 전산기 성능 제약으로 인해 정량적 지표를 대신하여 목표 상대정확도를 Class로 구분하고 계층화된 측지망과의 상관관계를 나타내는 Order와 같은 정성적 척도를 사용해 왔다(FGCC, 1984 & 1988; GSD, 1978; ICSM, 2004). 그러나 GPS 측량 기술이 보편화된 1990년에 이후에는 전산기에 의한 관측데이터의 엄격한 수치적 처리가 가능하여 국가 단위 측지망 조정을 통한 성과 산정은 물론 그 정확도를 정량적으로 표현 할 수 있게 되었다. 미국, 캐나다, 오스트레일리아, 뉴질랜드와 같은 국가에서는 측량기준점 성과뿐만 아니라 다양한 국가 공간정보 데이터 및 측위 방식에 대

한 정확도 표현 방법과 절차를 표준화 하여 보다 신뢰적인 기준점 위치정보 제공하고, 정확도를 기준으로 기준점을 관리 할 수 있는 체계를 구축하였다(FGCS, 1998a & b; GSD, 1996; ICSM, 2004; LINZ, 2009a & b). 특히, 주목할 것은 위성 기준점을 통한 측지계에 대한 접근성 향상 및 고정밀 절대측위(PPP)의 활성화와 같은 최신 측량기술의 특성을 반영하여 위치 정확도를 절대정확도(network accuracy)와 상대정확도(local accuracy)로 구분하여 나타내고 있다는 것이다.

우리나라의 경우 “(구)GPS에 의한 기준점 측량 작업규정”을 대체하여 제정된 “삼각점측량 작업규정”과 “공공측량 작업규정”에서 GPS 측량을 거리에 따라 구분하여 관측 작업 절차와 방법 그리고 중복 기선의 교차 및 폐합차에 대한 허용범위를 “정확도 관리표”에 의해 관리하도록 규정되어 있으나 성과산정을 위한 망조정과 정확도의 정량적 표현 방법에 대한 엄격한 절차와 방법을 포함하고 있지 못하고 있는 실정이다(국토지리정보원, 2009 & 2011). 또한, 위성기준점, 통합기준점, 삼각점으로 이루어진 국가 기준점 성과표에서 위성기준점(상대정확도 수평  $\pm 0.5\text{mm}+0.5\text{PPM}$ , 수직  $\pm 5\text{mm}+1\text{PPM}$ )을 제외한 기준점 정확도를 명시하고 있지 못하여 사용자에게 혼란을 야기할 우려가 있다. 이러한 이유들로 인하여 우리나라에서도 측량 기준점을 포함하는 국가 공간정보 데이터의 위치 정확도를 정량적으로 표현 할 수 있는 방법과 절차에 대한 표준화가 필요한 시점에 있다.

기준점 측량에 비해 상대적으로 정확도가 높지 않은 사진측량 등과 같은 경우 GPS 측량을 실시하여 그 결과를 참값으로 가정한 RMSE(Root Mean Squares Error)의 계산을 통해 정확도를 추론하는 방법을 사용 할 수 있다(FGCS, 1998c). 이에 반해 GPS 정지측량은 그 자체가 현재 보편적으로 사용하는 측량기술 중 가장 정확한 방법이기 때문에 RMSE를 정확도 표현의 지표로 사용하는데 한계가 있다. 이러한 이유로 GPS 측량 정확도는 망조정 과정에서 오차 전파를 통해 계산되는 추정 좌표의 분산-공분산 행렬에 의한 방법을 사용한다(Leick, 2004; Paul & Charles, 2006; Rizos, 1996). 그러나 추정 좌표의 분산-공분산 행렬은 최소제곱추정에 사용되는 수학적 모형과 밀접한 관계를 가진다. 이것은 망조정에 사용하는 수학적 모형에 따라 정확도가 다르게 표현 될 수 있다는 것을 의미하기 때문에 앞서 언급한 바와 같이 세계 각국에서는 측량망의 조정계산 절차와 방법 및 정확도 표현 방법을 표준화 하고 있다.

본 논문에서는 GPS 기준점 측량 성과의 정확도 표현의 표준화를 위한 기초 자료를 확보하기 위하여 망조정에 사

용되는 수학적 모형이 추정 좌표의 정확도 표현에 미치는 영향을 연구하였다. 이를 위하여 100km 이내의 GPS 중·단기선에 주로 사용하는 단일기선 다중세션 망조정의 대표적인 함수모형과 통계모형, 조정 절차와 방법 그리고 정확도 표현 방법을 이론적으로 체계화한 후 “(구)GPS에 의한 기준점측량 작업규정”에 의해 구분된 3등 기준점망 및 시험 관측망에 대해 수학적 모형을 4가지 경우로 조합하여 망조정을 실시하고 그 결과를 분석하였다.

## 2. GPS 단일기선 다중세션 망조정

### 2.1 개요

GPS 기준점 측량 성과산정을 위한 망조정에 사용되는 수학적 모형(mathematical model)은 관측데이터와 미지수 사이의 함수적 관계를 정의하는 함수모형(functional model)과 관측데이터의 불확실성과 상관성을 나타내는 통계모형(stochastic model)으로 이루어진다. 전자는 관측방정식으로 그리고 후자는 분산-공분산 행렬에 의해 수학적으로 표현한다.

망조정에서 미지수의 최적 선형 추정(BLUE: Best Linear Unbiased Estimate)을 위해서는 정확한 함수모형과 현실성(realistic) 있는 통계모형의 사용이 선결되어야 한다. 수학적 모형의 적합성 여부는 최소제곱법에 의해 계산되는 사후 분산(posterior variance)에 대한 통계검정을 통해 이루어진다. 검정이 실패하는 경우 관측데이터에 포함된 과대오차를 규명하여 소거하거나 보다 현실성을 가지도록 분산-공분산 행렬을 수정 할 필요가 있다. 본 절에서는 단일기선 다중세션 망조정에 사용하는 대표적인 수학적 모형과 조정 결과의 통계검정 및 과대오차 점검 절차를 체계적으로 검토하여 요약 하였다.

### 2.2 수학적 모형

#### 2.2.1 함수모형

GPS 단일기선 다중세션 망조정에 사용되는 관측데이터는 기선해석으로부터 얻어지는 두 관측점 사이의 지구중심 3차원 좌표계에 대한 좌표차이인 기선벡터로 기지점 P와 미지점 1에 대해서 다음과 같은 관측방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_1 &= x_P + l_{\Delta x_{P1}} + v_{\Delta x_{P1}} \\ y_1 &= y_P + l_{\Delta y_{P1}} + v_{\Delta y_{P1}} \\ z_1 &= z_P + l_{\Delta z_{P1}} + v_{\Delta z_{P1}} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $x_P, y_P, z_P$ 와  $x_1, y_1, z_1$ 은 관측점 P와 1의 지구중심 3차원 직교좌표이며,  $l_{\Delta x_{P1}}, l_{\Delta y_{P1}}, l_{\Delta z_{P1}}$ 는 와 점 사이의 3차원 직교좌표차이로 기선해석으로부터 얻어지고,  $v_{\Delta x_{P1}}, v_{\Delta y_{P1}}, v_{\Delta z_{P1}}$ 은 각 기선벡터 성분의 잔차(residual)이다.

식(1)을 4개 관측점(P, Q, 1, 2)과 독립기선으로 구성된 GPS 망으로 고려한다면 다음과 같은 행렬식으로 함수모형을 나타낼 수 있으며,

$$AX = L + V \quad (2)$$

식(2)의 계수행렬, 미지벡터, 관측벡터 및 잔차벡터는 식(3)과 같다.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} I & -I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & -I \\ 0 & I & -I & 0 \\ 0 & 0 & I & -I \end{bmatrix}, \\ X &= [dX_P \quad dX_1 \quad dX_Q \quad dX_2]^T, \\ L &= [dL_{\Delta P1} \quad dL_{\Delta P2} \quad dL_{\Delta 1Q} \quad dL_{\Delta 1Q2}]^T, \\ V &= [V_{\Delta L_{P1}} \quad V_{\Delta L_{P2}} \quad V_{\Delta L_{1Q}} \quad V_{\Delta L_{1Q2}}]^T \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, I는 3×3 단위행렬, 0은 3×3 영행렬, 그리고 i와 j를 임의의 관측점이라 할 때  $dX_i, dL_{\Delta ij}, V_{\Delta L_{ij}}$ 는 3×1 벡터로 각각 관측점의 초기좌표와 추정좌표의 차이, 기선해석 벡터와 초기좌표로부터 계산된 기선벡터의 차이 그리고 잔차이다.

식(2)에서 행렬 A의 계수(rank)가 9가 되어 최소제곱추정을 위해 계산되는  $(A^T A)$ 가 비정칙 행렬이 되는 문제가 발생하며 이것을 해결하기 위해서는 최소 1 이상의 기지점이 필요하다. 만약 P점을 기지라 한다면 계수행렬 A의 1~3열 그리고 P와 Q 두 점이 기지라 한다면 1~3열과 7~9열이 제외되어 각각 계수는 9와 6인 최대계수행렬이 되어 최소제곱법에 의해 미지점의 좌표를 추정 할 수 있다. 이 경우 식(4)와 같이 함수모형에서 기지점 좌표가 제외되어 추정을 통해 변하지 않기 때문에 제약조정 혹은 고정조정(constrained or fixed adjustment)이라 한다. 특히, GPS 측량의 경우 1점을 고정하는 경우를 최소제약조정(minimally constrained adjustment)이라 하며, 그 결과에 대한 통계분석을 통해 과대 오차 규명과 수학적 모형에 대한 적합성뿐만 아니라 관측

망의 상대정밀도 평가를 위해 수행한다. 2점 이상을 고정하는 다점제약조정(over constrained adjustment)은 식(3)에서 P와 Q를 기지점으로 고려할 때 식(4)와 같이 나타낼 수 있다. 그러나 다점제약조정의 경우 기지점 좌표의 정확도가 균질하지 않거나 과대오차가 존재하는 경우에 조정 결과가 왜곡될 우려가 있다. 또한, 기지점이 좌표가 불변으로 불확실성이 하위 관측망에 전파되지 못해 최상위 등급의 기준점(측지계)에 대한 정확도를 나타낼 수 없는 문제가 있다.

$$A = \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & -I \\ I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} dX_1 \\ dX_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

제약조정과 함께 식(3)의 행렬계수 부족은 선형독립인 3개 이상의 행을 추가하여 해결할 수 있으며, 이를 위해 1점 이상의 기지점 좌표를 함수모형에서 관측데이터로 사용한다. 이 경우 기지점의 좌표는 미지점과 동시에 추정되며, 초기값과 차이 정도는 통계모형에서 정의하는 불확실성에 좌우되어 가중제약조정(weighted constrained adjustment)이라 한다. 식(3)에서 P와 Q점을 기지점으로 고려할 때 다점가중제약조정에서 계수행렬, 관측벡터 및 잔차벡터는 식(5)로 나타낼 수 있고 미지벡터는 동일하다. 가중제약조정은 기지점 좌표의 정확도가 불균질한 경우에도 그 불확실성이 추정에 반영되어 성과의 왜곡을 최소화할 수 있고, 기지점 좌표의 불확실성이 관측망에 전파되어 측지계에 대한 정확도를 나타낼 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} I & -I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & -I \\ 0 & I & -I & 0 \\ 0 & 0 & I & -I \\ I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix},$$

$$L = [dL_{\Delta P1} \ dL_{\Delta P2} \ dL_{\Delta 1Q} \ dL_{\Delta Q2} \ dL_{X_p} \ dL_{X_q}]^T, \quad (5)$$

$$V = [V_{dL_{\Delta P1}} \ V_{dL_{\Delta P2}} \ V_{dL_{\Delta 1Q}} \ V_{dL_{\Delta Q2}} \ V_{dL_{P1}} \ V_{dL_{P1}}]^T$$

여기서,  $dL_{X_p}$ 와  $dL_{X_q}$  관측점 P, Q의 기지좌표와 초기좌표와의 차이로 동일한 경우는  $3 \times 1$  영벡터가 된다.

### 2.2.2 통계모형

GPS 측량망 조정의 관측데이터에 해당하는 기선벡터

성분의 불확실성과 상관성을 나타내는 통계모형은 분산-공분산 행렬로 나타내며, 두 관측점  $i$ 와  $j$  사이의 3차원 직교좌표계에 대한 기선벡터에 대해서는 식(6)과 같은 대칭행렬의 형태를 가진다.

$$Q_{L_{XYZij}} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta x_{ij}}^2 & \sigma_{\Delta x_{ij} \Delta y_{ij}} & \sigma_{\Delta x_{ij} \Delta z_{ij}} \\ \sigma_{\Delta y_{ij} \Delta x_{ij}} & \sigma_{\Delta y_{ij}}^2 & \sigma_{\Delta y_{ij} \Delta z_{ij}} \\ \sigma_{\Delta z_{ij} \Delta x_{ij}} & \sigma_{\Delta z_{ij} \Delta y_{ij}} & \sigma_{\Delta z_{ij}}^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

식(6)의 분산-공분산 행렬은 기선해석 결과로 얻어지는 것으로 기선벡터의 실제 정밀도에 비해 높게 평가되기 때문에 이 행렬을 그대로 사용하여 망조정을 수행하는 경우 추정 결과의 정확도를 실제에 근접하게 나타내는데 한계가 있다(Rizos, 1996; 이영진 등, 2007). 이러한 문제를 일정 부분 보완하기 위하여 반복적인 최소제약조정을 통해 과대오차를 제외한 후 계산하는 사후분산(a posterior variance,  $\sigma_0^2$ )을 기선해석 결과로 얻어진 분산-공분산 행렬에 식(7)~(8)과 같이 scaling 하는 방법을 사용할 수 있다.

$$Q_L = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} Q_{L_{XYZP1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{L_{XYZP2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{L_{XYZ1Q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{L_{XYZQ2}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$Q_L = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} Q_{L_{P1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{L_{P2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{L_{1Q}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{L_{Q2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{L_{Xp}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{L_{Xp}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서,  $Q_{L_{X_p}}$ 와  $Q_{L_{1Q}}$  지구중심 3차원 직교좌표계에 대한 기지점 좌표의 불확실성을 나타내는 분산을 요소로 하는  $3 \times 3$  대칭행렬이다.

사후분산을 scaling하여 통계모형을 수정한 경우에도 기선해석에 사용된 GPS 관측데이터의 수학적 모형에 반영되지 못한 안테나 설치오차 및 대기권 영향과 같이 잔존하는 오차들이 망조정의 모형에 충분히 고려되지 않아 추정 좌표 정확도를 실제와 근접하도록 나타나는데 한계가 있다. 이러한 문제의 최소화를 위해 GPS 상대측량의 기선해석 오차 특성을 반영할 수 있도록 식(9)와 같이 기선벡터의 분산-공분산 행렬의 대각선 성분을 수정하는 경험적 통계

모형화(empirical stochastic modeling) 기법을 적용할 수 있다 (ibid). 그럼에도 불구하고 경험적 기법은 기선장이 오차 증가의 주요한 요인이 되는 100km 내외의 중·단기선이고, 기선장이 균일한 경우에 대해서 적용할 수 있는 한계가 있다. 예를 들어 상대적으로 긴 기선이 땅에 존재하는 경우는 과대오차로 판명되거나 실제에 비해 지나치게 그 정확도가 낮게 평가될 우려가 있다.

$$\begin{aligned} s_N^2 &= (a_N + b_N \cdot L)^2 \\ s_E^2 &= (a_E + b_E \cdot L)^2 \\ s_h^2 &= (a_h + b_h \cdot L)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,  $a$ 는 관측지점에 따른 오차,  $b$ 는 기선장에 따라 증가하는 PPM(Part Per Million) 단위의 오차, 그리고  $L$ 은 기선장이며, 분산-공분산 행렬의 비대각 요소는 기선해석 결과로 얻어지는 분산 공분산 행렬을 지역좌표계(NEh)로 변환하여 다음 식에 의해 재계산할 수 있다(Rizos, 1996; 이영진 등, 2007).

$$\begin{aligned} s_{NE} &= \frac{\sigma_{NE}}{\sigma_N \sigma_E} s_N s_E, \quad s_{Nh} = \frac{\sigma_{NE}}{\sigma_N \sigma_E} s_N s_h, \\ s_{Eh} &= \frac{\sigma_{Eh}}{\sigma_E \sigma_h} s_E s_h \end{aligned} \quad (10)$$

식(9)와 (10)을 사용하여 기선벡터에 대한 분산-공분산 행렬을 재구성할 수 있으며,  $a$ 와  $b$ 의 결정을 위해서는 반복적인 최소제약조정이 필요하다. 각각의 조정에서는  $a$ 와  $b$ 값을 변경하여 분산-공분산 행렬을 재구성하고 수학적 모형 적합성 검사를 통과할 때까지 반복해야 한다.

### 2.3 최소제곱 추정 및 품질점검

GPS 망조정에서 좌표는 앞 절에서 언급된 수학적 모형을 사용하여 정규방정식을 구성하고 최소제곱법을 적용하여 추정한다. 그러나 조정 절차는 모형에 반영되지 않은 과대오차들이 관측데이터에 포함 되어 있을 가능성이 있어 한 번의 조정을 통해 완료할 수 없다. 따라서 망조정을 통한 기준점 좌표 추정은 최소제약조정과 다점제약조정 혹은 다점가중제약조정으로 구분하여 이루어진다.

관측데이터에 잔존하는 과대오차를 해결하기 위해서는 검출, 규명, 소거로 이루어진 DIA(Detection, Identification, Adaptation) 절차를 수행해야 한다(이영성 & 이흥규, 2009). 그러나 측량망은 최소제약조정 단계에서는 실제와 유사

한 통계 모형을 알 수 없기 때문에 실용적으로 규명과 소거 절차만을 적용할 수 있다. 과대오차의 규명은 식(11)의 잔차와 식(12)의 분산-공분산 행렬로 계산되는 정규잔차(normalized residuals) 혹은 표준잔차(standardized residuals)에 대한 통계검정을 통해 이루어진다(이영진 등, 2007). 일반적으로 전자를 정규분포로 가정하는  $w$  검정 그리고 후자를 student-t 분포로 하는  $\tau$  검정이라 한다.

$$\hat{V} = L - A(A^T Q_L^{-1} A)^{-1} A^T Q_L^{-1} L \quad (11)$$

$$Q_{\hat{V}} = Q_L - A(A^T Q_L^{-1} A)^{-1} A^T \quad (12)$$

과대오차 규명을 위한 통계검정은 모든 관측데이터에 대해 계산된  $w_i$  혹은  $\tau_i$  중 가장 큰 값을 가지는 1개에 대해 실시하며, 이것은 통계검정을 위한 가설에 1개의 과대오차만 고려되었기 때문이다(이영성 & 이흥규, 2009). 만약 2개 이상의 과대오차를 포함하고 있는 경우라면 규명된 관측데이터를 순차적으로 제외해 나가는 반복 조정을 수행할 필요가 있다.

앞 절에서 논의한 경험적 통계 모형화 절차는 과대오차에 대한 규명과 소거 절차를 완료한 후에 이루어져야 한다. 결정된 통계모형의 적합성은 식(13)에 의해 계산되는 사후 분산에 대한 통계검정을 통해 판단할 수 있으며, 이것을 수학적 모형에 대한 적합성 검사(model fidelity test)라 한다(Harvey, 1994; Leick, 2004; Rizos, 1996). 이후에 이루어지는 다점제약 혹은 다점가중제약 조정에서 사후분산인자에 대한 모형 적합성 검사를 실시할 필요가 있으며, 이를 통해 기지점 좌표의 통계적 균질성을 평가할 수 있다.

$$\sigma_0^2 = \frac{\hat{V}^T Q_L^{-1} \hat{V}}{f} \quad (13)$$

여기서,  $f$ 는 자유도로 관측데이터 개수가  $m$  그리고 미지수의 개수가  $n$ 이라 한다면  $m-n$ 이다.

## 3. 기준점 성과의 정확도 표현

### 3.1 개요

전통적으로 측량과 측지기준점 성과의 정확도는 목표 정확도에 대해 규정된 관측방법과 절차(class) 그리고 상위 기준점과의 계층관계(order)를 사용하는 정성적인 방법과 상대정확도에 의한 정량적인 방법을 병행하여 나타내었다. 최근 GPS로 대표되는 우주 측량 기술과 전산기의 발달은 많은 계산을 필요로 하는 기준점 망조정을 가능하게 하

여 기준점 성과의 정확도를 추정 좌표의 분산-공분산 행렬에 의해 정성적으로 표현하는 것이 가능해 졌다. 분산-공분산 행렬은 식(14)와 같이 관측데이터와 독립적으로 계산되기 때문에 잔존하는 과대오차가 최종 성과계산에서 제외될 때 정확도를 나타내는 지표로 의미를 가진다.

$$Q_{\hat{x}} = (A^T Q_L^{-1} A)^{-1} \quad (14)$$

최근 미국, 캐나다, 오스트레일리아, 뉴질랜드와 같은 국가에서는 다양한 측위방식을 통해 측지계에 대한 접근이 가능한 GPS의 특성을 반영하여 기준점 측량의 정확도를 절대정확도(network accuracy or positional uncertainty)와 상대정확도(local accuracy or uncertainty)로 표준화 하여 나타내고 있다(FGCS, 1998a & b; GSD, 1996; ICSM, 2004; LINZ 2009a & b). 절대정확도는 측지계에 대한 위치 정확도로 최상위 등급의 기준점에 직접 연결되지 않는 경우는 기지점의 불확실성을 포함하기 위해 다점가중제약조정을 실시해야 한다. 상대정확도는 기준점 사이의 추정기선벡터에 대한 정확도를 의미한다. 전통적으로 수평정확도는 오차타원에 의하고 수직의 경우는 오차막대의 크기에 의해 표현하나, 분산-공분산 행렬을 사용하여 이들의 값을 계산했을 때 신뢰수준이 각각 38.4%와 68.3%로 서로 상이하여 95%에 대해 통일하여 나타내는 것이 일반적이다. 특히 오차타원의 경우 장축과 단축 그리고 장축이 경사각으로 나타내어야 하는 복잡성과 GPS 망조정의 경우 그 차이가 크지 않기 때문에 오차원의 반지름에 의해 단순화 하여 나타내는 추세이다(ibid).

### 3.2 절대정확도

GPS 가중제약조정을 통해 얻어 지는 추정 좌표에 대한 분산-공분산 행렬  $Q_{\hat{x}}$ 는 미지수의 개수와 같은 크기를 가지는 정방행렬로 지구중심 3차원 직교좌표에 대해 표현된다. 측량 기준점의 성과는 통상적으로 수평과 수직 성분으로 분리하여 나타내기 때문에 회전행렬을 통해 NEh 좌표계로 변환하여 식(14)의 분산-공분산 행렬에서 관측점 1에 대해 추출 한다면 식(15)와 같은 대칭행렬이 된다. 이 행렬의 대각(분산) 및 비대각(공분산) 성분은 측지계에 대한 추정 좌표의 정확도와 상관성을 나타낸다.

$$Q_{\hat{x}_{1,NE}} = \begin{bmatrix} \sigma_{N_1}^2 & \sigma_{NE_1} & \sigma_{Nh_1} \\ \sigma_{EN_1} & \sigma_{E_1}^2 & \sigma_{Eh_1} \\ \sigma_{hN_1} & \sigma_{hE_1} & \sigma_{h_1}^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

분산과 공분산에 의해 측량 기준점의 수평방향 정확도는 식(16)과 같이 장축과 단축의 크기와 장축의 경사에 의해 절대오차타원(absolute error ellipsoid)으로 나타내며, 이것은 추정 좌표가 타원 내에 있을 확률이 39.4%라는 것의 미한다(GSD, 1996; Harvey, 1994).

$$\begin{aligned} a_1 &= \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_{N_1}^2 + \sigma_{E_1}^2) + W_1} \\ b_1 &= \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_{N_1}^2 + \sigma_{E_1}^2) - W_1} \\ \tan 2\phi_1 &= \frac{2\sigma_{NE_1}}{\sigma_{N_1}^2 - \sigma_{E_1}^2} \\ W_1 &= \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{N_1}^2 - \sigma_{E_1}^2)^2 + \sigma_{NE_1}^2} \end{aligned} \quad (16)$$

수직방향 정확도는 식(15)의  $\sigma_{h_1}$ 에 의해 절대오차막대(absolute error bar)의 길이로 나타내며, 망조정을 통해 계산되는 타원체고가 법선방향(normal line)으로 이 막대 내에 있을 확률이 68.5%라는 것이다. 이와 같이 1 $\sigma$ 에 대해 정확도를 표현하는 경우 신뢰수준이 수평과 수직 방향에서 상이한 문제를 보완하여 95%를 사용한다.

최근 들어 오차타원을 통한 수평위치 표현을 단순화하여 반지름에 의해 정의되는 오차원을 사용하고 있다(FGCS, 1998b; GSD, 1996; ICSM, 2004). 이때 신뢰수준 95%에 대한 오차원의 반지름은 오차타원의 장축에 식(17)과 같이 계수  $K_p$ 를 곱하여 계산된다. 이 계수는 장축과 단축의 비에 종속되며, 1인 경우 계수가 2.45가 되어 신뢰수준 95%에서의 타원의 장축을 반지름으로 하는 원이 된다(Leenhouts, 1985).

$$r_{1,95} = K_p a_1 \quad (17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} K_p &= 1.960790 + 0.004071C + 0.114276C^2 + 0.371625C^3 \\ C_1 &= \frac{b_1}{a_1} \end{aligned} \quad (18)$$

### 3.3 상대정확도

두 측정점 사이의 상대정확도는 상대오차타원(relative error ellipsoid)에 의해 나타내며, 식(14)에서 관측점 1과 2에 대한 분산-공분산 행렬을 식(19)와 같이 추출할 수 있다. 이때 오차타원의 장·단축의 크기 및 장축의 경사각은 식(20)에 의해 계산 된다(GSD, 1996; Harvey, 1994).

$$Q_{\dot{X}_{1,NE}} = \begin{bmatrix} \sigma_{N_1}^2 & \sigma_{NE_1} & \sigma_{Nh_1} & \sigma_{N_1N_2} & \sigma_{N_1E_2} & \sigma_{N_1h_2} \\ \sigma_{EN_1} & \sigma_{E_1}^2 & \sigma_{Eh_1} & \sigma_{E_1N_2} & \sigma_{E_1E_2} & \sigma_{E_1h_2} \\ \sigma_{hN_1} & \sigma_{hE_1} & \sigma_{h_1}^2 & \sigma_{h_1N_2} & \sigma_{h_1E_2} & \sigma_{h_1h_2} \\ \sigma_{N_2N_1} & \sigma_{N_2E_1} & \sigma_{N_2h_1} & \sigma_{N_2}^2 & \sigma_{NE_2} & \sigma_{Nh_2} \\ \sigma_{E_2N_1} & \sigma_{E_2E_1} & \sigma_{E_2h_1} & \sigma_{EN_2} & \sigma_{E_2}^2 & \sigma_{Eh_2} \\ \sigma_{h_2N_1} & \sigma_{h_2E_1} & \sigma_{h_2h_1} & \sigma_{hN_2} & \sigma_{hE_2} & \sigma_{h_2}^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} a_{1,2} &= \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_{\Delta N_{1,2}}^2 + \sigma_{\Delta E_{1,2}}^2)} + W_{1,2} \\ b_{1,2} &= \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_{\Delta N_{1,2}}^2 + \sigma_{\Delta E_{1,2}}^2)} - W_{1,2} \\ \tan 2\phi_{1,2} &= \frac{2\sigma_{\Delta N_{1,2}\Delta E_{1,2}}}{\sigma_{\Delta N_{1,2}}^2 - \sigma_{\Delta E_{1,2}}^2} \\ W_{1,2} &= \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{\Delta N_{1,2}}^2 - \sigma_{\Delta E_{1,2}}^2) + \sigma_{\Delta N_{1,2}\Delta E_{1,2}}^2} \end{aligned} \quad (20)$$

여기서,  $\sigma_{\Delta N_{1,2}}^2$ 는 관측점 1, 2 사이의 남북방향 좌표차에 대한 분산,  $\sigma_{\Delta E_{1,2}}^2$ 는 동서방향 좌표차에 대한 분산, 그리고  $\sigma_{\Delta N_{1,2}\Delta E_{1,2}}$  남북 및 동서 방향의 공분산으로 식(21)에 의해 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta N_{1,2}}^2 &= \sigma_{N_1}^2 + \sigma_{N_2}^2 - 2\sigma_{N_1N_2} \\ \sigma_{\Delta E_{1,2}}^2 &= \sigma_{E_1}^2 + \sigma_{E_2}^2 - 2\sigma_{E_1E_2} \\ \sigma_{\Delta N_{1,2}\Delta E_{1,2}} &= \sigma_{N_1E_1} + \sigma_{N_2E_2} - \sigma_{N_1E_2} - \sigma_{N_2E_1} \end{aligned} \quad (21)$$

상대오차막대(relative error bar)의 크기는 두 관측점 타원체고 차이에 대한 표준편차에 의해 식(22)과 같이 나타난다. 절대정확도와 같이 상대 오차타원과 막대 그리고 오차원의 반지름을 신뢰수준 95%에 대해 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{\Delta h_{1,2}} = \sqrt{\sigma_{h_1}^2 + \sigma_{h_2}^2 - 2\sigma_{h_1h_2}} \quad (22)$$

## 4. 실험 및 결과분석

### 4.1 GPS 3등 기준망 조정

#### 4.1.1 개요

GPS 단일 기선해석 다중세션 망조정을 통한 기준점 성과산정에서 수학적 모형화 기법이 정확도 표현에 미치는 영향을 분석하기 위하여 그림1과 같이 부산-창원지역의 GPS 3등 기준점 관측데이터에 대한 자료처리 하였다. 관측망은 총 66점의 166개 기선으로 구성하였으며, 이 중 2점(HE04, BM01)의 GPS 2등 기준점을 포함하고 평균 기선장은 5.8km 였다. LGO(Leica Geomatics Office)에 의해 중복기선과 자유도를 고려하여 그림1과 같이 3각형 형태의 기선해석을 실시하였다. 중복기선 및 폐합차 점검 그리고 최소제약 조정을 통해 과대오차 검출과 규명 절차를 진행 하였으나, 그림2에 보이는 바와 같이 과대오차로 의심되는 기선벡터는 발견 되지 않았다. 2.2.2절에 설명한 바와 같이 반복적인 최소제약조정 과정에서 잔차 및 사후분산에 대한 분석으로 표1과 같은 통계모형을 결정하였다. 표에서 scaling factor는 과대오차를 충분히 소거한 후에 식(13)을 사용해 계산한 사후분산이다. 이 때 scaling과 경험적 통계모형을 적용한 최소제약조정의 사후분산은 1.000 및 1.027 이었다. 표1의 통계 모형 값들은 LGO 기선해석 결과에 의해 얻어진 것으로 다른 해석 소프트웨어를 사용하는 경우에는 GPS 관측데이터의 통계모형화 기법에 따라서 차이가 있을 수 있다. 이러한 결과를 바탕으로 함수 및 통계모형을 조합하여 망조정을 실시하고, 그 결과를 추정 좌표의 차이, 오차타원의 장·단 축 및 오차원의 반지름 크기를 중심으로 분석하였다.

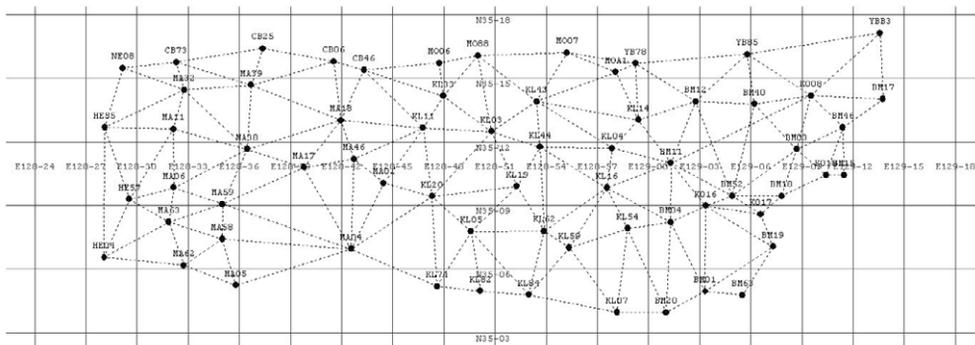


그림 1. 부산-창원지역 GPS 3등 기준점 조정 망도

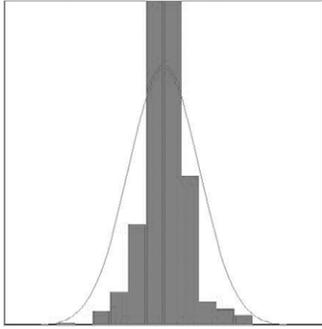


그림 2. 최소제약조정의 표준잔차 히스토그램

4.1.2 결과 분석

최소제약조정 결과를 바탕으로 표2와 같이 함수적 모형을 조합하여 성과산정을 위한 망조정을 실시하였다. 기지점의 제약은 2등 기준점인 HE04와 BM01의 고시좌표에 대해 실시했으며, 가중제약에 사용한 좌표의 불확실성은 2등 기준점 망조정 결과의 평균 정확도(1σ)에 해당하는 수평과 수직방향에서 ±7mm와 ±10mm를 고려하였다(국토지리정보원, 2006).

각기 다른 수학적 모형을 사용하는 4가지 경우에 대한 망조정 결과를 표3에 요약하였다. 표에서 미지수와 관측테

이터 수의 차이는 2등 기준점 좌표에 제약과 가중제약 여부에 따라 발생하나 자유도는 339로 동일하였으며, 사후분산은 1.007~1.147로  $\chi^2$ 검정을 통과하여 적합한 수학적 모형이 조정에 사용되었음을 확인 할 수 있다.

수학적 모형들이 좌표 추정에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 각각의 망조정에서 추정된 관측점 좌표차이의 절대값을 계산하여 표4에 나타내었다. 표에서 CASE A-B는 함수모형, CASE A-C는 통계모형, CASE A-D는 함수 및 통계모형, CASE C-D는 다점가중제약 조정에서 통계모형의 영향을 보여주고 있다. 즉, CASE A-B의 경우가 A-C에 비해 큰 값을 가지고, C-D의 경우가 상대적으로 작은 값을 나타내어 가중제약 여부가 좌표의 추정 자체에 보다 큰 영향을 줄 수 있음을 알 수 있으나, 실제 그 범위는 기지점 좌표의 불확실성에 따라 차이가 있을 수 있다. 이러한 결과는 가중제약된 관측점 좌표가 함수모형에서 관측데이터로 추가되어 재추정 되어 나타났다. 4가지의 경우 중에서 가장 큰 값은 CASE A-D에 나타났으며, 이것은 CASE A와 다른 함수모형과 통계모형이 동시에 사용되었기 때문이다.

추정된 좌표의 차이를 통계적으로 정량화하기 위해서  $\chi^2$ 에 의한 한쪽 꼬리검정을 식(23)에 의해 실시하였다 (Agustan & Featherstone, 2004). 식에서  $n$ 은 관측점 개수로

표 1. 다점고정 및 가중제약 조정을 위한 통계모형

Scaling Factor	Constant		Baseline Dependent	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
132	3mm	6mm	0.4PPM	0.8PPM

표 2. GPS 3등 기준점 망조정에 사용된 수학적 모형

CASE	Functional Model	Stochastic Model
A	Over Constrained (Fixed)	Scaling
B	Over Weighted Constrained	
C	Over Constrained (Fixed)	Empirical Stochastic Modeling
D	Over Weighted Constrained	

표 3. 각 경우에 대한 망조정 결과 요약

CASE	Unknowns	Observations	Posterior variance	$\chi^2$ test
A	192	531	1.147	Passed ( $0.992 < \chi^2 < 1.372$ )
B	198	537	1.007	Passed ( $0.871 < \chi^2 < 1.178$ )
C	192	531	1.124	Passed ( $0.972 < \chi^2 < 1.315$ )
D	198	537	1.039	Passed ( $0.899 < \chi^2 < 1.125$ )

66, s는 표4의 좌표성분의 표본에 대한 표준편차이며, 신뢰 수준 95%와 자유도 65를 고려할 때  $\chi^2$  분포에 대한 임계값은 47.4이다. 임계값 이하가 되는 모집단의 표준편차  $\sigma$ 와 그 때의 통계값을 표5에 정리하였다. 표는 통계적으로 함수모형과 통계모형에 따라 각각 수평과 수직방향에서 3.1mm와 6.3mm 그리고 약 1.5mm와 3mm 이내의 차이를 나타내고 있다.

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \quad (23)$$

정확도 표현에 미치는 수학적 모형의 영향을 분석하기 위해 신뢰수준 95%에 대한 추정좌표의 절대오차타원장·단축 및 오차막대의 크기를 표6에 정리하였다. 가중제약에 의한 함수모형의 영향은 CASE A와 B의 비교에 의해 파악할 수 있으며, 평균적으로 B의 경우가 A에 비해 약 3배 증가되었음을 알 수 있다. 이것은 가중제약 관측점의 불확실성이 추정 좌표 분산-공분산 행렬에 전파된 영향이며, 이러한 차이는 엄밀한 의미에서는 함수모형 뿐만 아니라 가중제약점의 불확실성이 통계모형에 반영되었기 때문이다. 경험적 통계모형을 사용하는 CASE C와 D의 차이는 가중제약의 영향이 상대적으로 작게 나타났으나, 이것은 가중제약 좌표의 불확실성 크기에 따라 달라질 수 있다. 제

약조정에서 통계모형에 대한 영향은 CASE A와 C의 비교를 통해 파악할 수 있으며, 경험적 모형을 사용하는 경우가 scaling 하는 것에 비해 평균적으로 약 2배의 큰 값을 보이고 있다. CASE A가 C에 비하여 정확도가 높게 평가된 것은 실제에 비해 정확도가 극히 높은 것으로 알려진 기선해석 결과로 얻어진 분산-공분산 행렬의 사용에 기인한 것으로 판단된다. 이에 반해 CASE C의 경우 낮게 평가된 정확도는 기선해석 단계에서 모형화 되지 못한 잔존하는 관측 오차를 통계적으로 반영 하도록 분산-공분산 행렬을 수정했기 때문이다.

표5와 6을 비교하면 망조정에 사용되는 수학적 모형이 좌표추정에 비하여 정확도 표현에 더 큰 영향을 준다는 사실을 알 수 있다. 예를 들어, CASE A와 D의 경우 추정좌표는 평균적으로 수평 3mm와 수직 5.6mm의 차이가 있으나 표현되는 정확도(오차타원 장축)는 8.9mm와 15.2mm 차이가 발생하였다. 여기서 주목해야 할 것은 본 연구에서 고려한 4가지 수학적 모형의 조합이 표3에 보인바와 같이 사후 분산에 대한 적합성 검사를 통과했기 때문에 이론적으로 모두 적절한 모형이라는 사실로 실무에서 그 선택은 사용자에 의해 이루어진다. 사용 모형에 따라 나타나는 정확도의 차이가 크게 발생하여 일관성을 유지하고 실제와 근접하게 정확도를 표현할 수 있도록 표준화가 되어야 할 필요성을 인지할 수 있다.

표 4. 각 경우에 대한 망조정 좌표의 차이의 통계값 (단위: mm)

Diff.	Comp.	CASE A-B			CASE A-C			CASE A-D			CASE C-D		
		Mean	Max	Std.	Mean	Max	Std.	Mean	Max	Std.	Mean	Max	Std.
Hor.	N	2.6	4.6	1.4	0.6	2.3	0.5	2.7	5.3	1.9	2.3	4.9	1.4
	E	3.9	6.5	2.2	1.5	3.6	0.9	2.8	5.3	1.5	1.4	2.9	0.8
	2D	4.7	7.8	2.5	1.7	3.6	1.0	4.0	6.6	2.2	2.7	5.7	1.6
Ver.		5.3	8.8	3.0	3.4	8.3	2.1	7.5	6.6	4.8	4.6	9.8	2.7
	3D	7.1	11.8	3.9	3.8	8.7	2.2	8.6	14.7	5.2	5.3	11.3	3.1

표 5. 망조정 좌표의 일치성 평가를 위한 통계검정 결과 (단위: mm)

CASE	Horizontal					Vertical		3D
	N		E		2D	$\sigma$	$\chi^2$	$\sigma$
	$\sigma$	$\chi^2$	$\sigma$	$\chi^2$	$\sigma$			
A-B	1.7	44.1	2.2	46.5	3.1	6.3	46.0	7.0
A-C	0.6	45.1	0.8	36.6	1.0	2.5	45.9	2.7
A-D	2.3	44.4	1.9	40.5	3.0	5.7	46.1	6.4
C-D	1.7	44.1	1.0	41.6	2.0	3.2	46.3	3.8

표 6. 신뢰수준 95%에 대한 절대 오차타원 장·단축과 막대 크기에 대한 통계값 (단위: mm)

CASE	Semi Major Axis				Semi Minor Axis				Error Bar			
	Mean	Std.	Max	Min	Mean	Std.	Max	Min	Mean	Std.	Max	Min
A	3.9	1.1	6.3	1.9	3.1	0.9	4.9	1.6	7.1	2.1	11.6	3.4
B	11.6	0.3	12.3	10.7	10.0	0.2	10.5	9.4	17.8	0.7	19.5	16.0
C	8.1	1.1	11.4	6.0	5.4	0.7	7.5	0.4	15.6	2.0	21.8	11.6
D	12.8	0.7	15.2	10.7	11.6	0.5	12.9	9.7	22.3	1.7	27.3	16.1

표 7. 신뢰수준 95%에 대한 상대 오차타원 장·단축과 막대 크기에 대한 통계값 (단위: mm)

CASE	Semi Major Axis				Semi Minor Axis				Error Bar			
	Mean	Std.	Max	Min	Mean	Std.	Max	Min	Mean	Std.	Max	Min
A	3.6	1.1	6.6	1.6	2.8	0.9	5.2	1.2	6.4	2.2	12.2	2.7
B	3.6	1.2	6.6	1.6	2.9	0.9	5.2	1.2	6.4	2.2	12.2	2.7
C	6.4	0.7	9.4	4.9	4.3	0.5	6.1	3.2	12.4	1.3	17.9	9.5
D	6.4	0.7	9.4	4.9	4.3	0.5	6.1	3.2	12.4	1.3	17.9	9.5

표 8. 신뢰수준 95%에 대한 절대 및 오차원의 반지름에 대한 통계값

CASE	Radius of Station Error Circle				Radius of Relative Error Circle			
	Mean	Std.	Max	Min	Mean	Std.	Max	Min
A	3.6	1.0	5.7	1.8	3.2	1.0	6.0	1.4
B	10.8	0.3	11.5	10.1	3.3	1.1	6.0	1.4
C	6.9	0.9	9.8	5.1	5.6	0.6	8.1	4.3
D	12.2	0.6	14.1	10.2	5.6	0.6	8.1	4.3

표7은 관측점 사이의 상대적 정확도를 나타내는 오차타원의 장·단축 및 막대의 크기를 신뢰수준 95%에 대해 계산하고 그 통계값들을 요약한 것이다. 표의 값들은 기지점의 가중제약 여부가 상대정확도 표현에 미치는 영향은 미약하며, 경험적 통계모델을 사용하는 경우가 scaling하는 것에 비해 그 정확도가 약 2배 정도로 낮게 평가될 수 있음을 보여주고 있다. 이것으로부터 상대정확도 표현은 주로 통계 모형의 영향을 받는다는 사실을 이론과 함께 확인할 수 있다.

본 연구에서 고려한 중·단기선 관측데이터를 사용하여 단일기선해석에 의한 다중세선조정 기법을 사용하는 경우에 대한 결과를 고려할 때, 기지점 좌표의 불확실성과 잔존하는 기선벡터 오차를 모형에 반영할 수 있도록 경험적 통계모형을 사용하는 다점가중제약조정을 GPS 기준점 측량의 성과산정 및 정확도 표현에 적용하는 것이 합리적인 것으로 분석되었다.

오차원의 반지름을 식(17)에 의해 계산하여 그 통계값들을 표8에 요약하였다. 계산된 값들을 표 6과 7의 그것들

과 비교하면 오차타원의 장축과 단축의 크기 중간에 있음을 알 수 있다. 오차타원의 경우 장·단축의 크기와 방향각에 의해 그 정확도가 표현되는 것에 비하여 오차원은 반지름만을 사용하기 때문에 단순하게 표현할 수 있는 장점이 있다. 또한 오차타원의 경우 일반적으로 불량한 조건을 고려하기 위해 장축의 크기로 정확도를 표현하나 장·단축의 크기의 차이가 심한 경우 실제에 비해 극히 낮게 평가될 우려가 있으며, 이것은 오차원의 반지름에 의해 해소할 수 있다. 예를 들어, CASE D의 경우 GPS 3등 기준점 좌표가 신뢰수준 95%를 고려할 때 측지계 최상위 등급인 위성기준점에 대해 수평과 수직방향에서 1.3cm와 2.5cm 정확도로 추정된 것이다. 이것은 추정좌표가 수평에서 반지름 1.3cm인 원의 내부 그리고 수직방향에서 2.5cm 법선방향 막대 내에 있을 확률이 95%라는 것을 의미 한다.

## 4.2 시험 관측망 조정

### 4.2.1 개요

3등 망조정에 대한 분석 결과를 반영하여 GPS 시험망 관

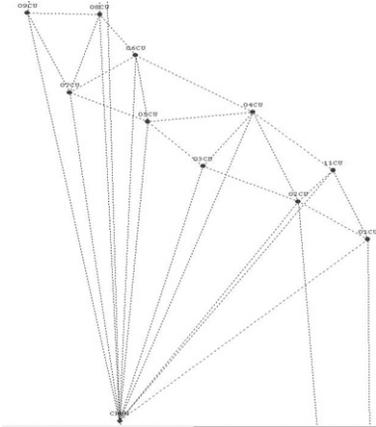


그림 3. GPS 관측 및 조정 망도

측을 그림3과 같이 실시하고, LGO 기선해석을 통해 얻어진 기선벡터와 분산-공분산 행렬을 사용하여 CASED의 수학적 모형을 적용하여 조정을 실시하였다. 추정좌표 분산-공분산 행렬에 의해 평가한 절대정확도의 타당성 여부를 인근에 위치한 위성기준점(CHWN)과의 방사형 기선해석 결과와 비교하여 판단하고자 하였다.

공공측량 작업규정(국토지리정보원, 2011) 중 GPS에 의한 1급 기준점 측량 규정을 준용하여 수신시간 1시간에 대해 7 세션에 걸쳐 3등 GPS 기준점 2점(CB06, MA18)을 포함 총 13점을 정지측량 기법에 의해 관측하였다. 방송궤도를 이용하여 기선해석을 실시하고 표9와 같이 각 세션의 중복기선 교차 점검 결과 09CU-10CU 기선이 공공측량 작업 규정에서의 허용범위(25mm)를 초과하는 것으로 나타났다. 이와 함께 표10의 환폐합차 점검 결과를 반영 10CU의 관측 데이터를 과대오차로 판정하여 조정에 제외하였다.

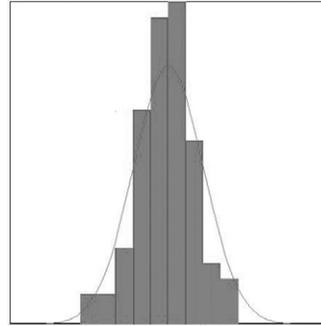


그림 4. 정규화 잔차의 히스토그램(84개)

CB06점을 고정하는 최소제약조정 결과의 정규잔차에 대해  $\tau$  검정을 사용하는 과대오차 규명절차를 적용한 결과 05CU-06CU 기선이 9.295로 임계값 3.423을 초과하여 관측데이터에서 제외시켰다. 그림4는 과대오차를 제거한 84개의 정규잔차의 히스토그램을 도시한 것이다. 또한 2.2.2 절의 경험적 모형화 절차에 따라 분산-공분산 행렬 수정을 위한  $a$ 와  $b$ 값을 수평과 수직성분에 대하여 4mm+2PPM과 8mm+4PPM으로 결정하였다. 수정된 통계모형을 사용한 최소제약조정의 사후분산은 1.191로 모형 적합성 검사를 통과하였다.

4.2.2 결과 분석

CB06과 MA18에 대한 가중제약조정 결과를 표11에 요약하였다. 두 기지점 좌표의 불확실성( $\sigma$ )은 앞선 3등 GPS 관측망 다점가중제약조정 결과를 사용했으며, CB06의 경우 남북, 동서, 높이 방향에서  $\pm 6\text{mm}$ ,  $\pm 5\text{mm}$ ,  $\pm 13\text{mm}$ 를 그리고 MA18에서 수평성분은 동일하고, 높이 방향은  $\pm$

표 9. 중복 기선벡터 요소의 교차 점검 결과(단위: m)

Station 1	Station 2	Differences of Baseline Vectors				Tolerance
		$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	3D	
01CU	02CU	15	0.017	0.005	0.023	0.025
02CU	04CU	0.003	0.007	0.009	0.012	
03CU	04CU	0.008	0.002	0.003	0.009	
05CU	06CU	0.008	0.017	0.008	0.021	
07CU	08CU	0.008	0.002	0.008	0.012	
08CU	09CU	0.003	0.006	0.000	0.006	
09CU	10CU	0.022	0.028	0.024	0.043	
Statistics	Mean	0.007	0.009	0.006	0.014	Except for Baseline 09-10
	Std.	0.005	0.007	0.004	0.007	

표 10. 기선벡터 요소의 환폐합차 점검 결과(단위: m)

Loop	Misclosure				Length	Tolerance
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	3D		
04CU-11CU-02CU	0.021	0.024	0.007	0.033	666.519	0.043
04CU-06CU-05CU	0.006	0.009	0.010	0.015	759.155	
07CU-06CU-08CU	0.005	0.002	0.004	0.006	580.860	
05CU-06CU-07CU	0.003	0.008	0.005	0.009	587.156	
02CU-11CU-01CU	0.006	0.015	0.002	0.016	540.083	
04CU-02CU-03CU	0.003	0.007	0.002	0.008	729.930	
07CU-08CU-09CU	0.005	0.003	0.005	0.007	668.821	
05CU-04CU-03CU	0.000	0.011	0.002	0.011	623.257	
02CU-01CU-MA18	0.008	0.009	0.003	0.012	5,727.184	
08CU-09CU-CB06	0.000	0.003	0.002	0.004	3,862.472	
Mean	0.004	0.005	0.002	0.006	1,328.114	
Std.	0.006	0.007	0.003	0.008	1,805.532	

표 11. 다점구속 방식의 조정 결과 요약

Weighted Constrained Stations	CB06(창원24), MA18(마산318)
No. of Stations	12
No. of Unknowns	36
No. of Observations	84
Degree of Freedom	48
Empirical Stochastic Modeling	Horizontal: 4mm+2PPM, Vertical: 8mm+4PPM
Posterior variance	1.169
Result of $\chi^2$ test on the variance	Passed (Critical Range: $0.813 < \chi^2 < 1.824$ )

표 12. 방사형 처리결과와의 좌표 차이 및 신뢰수준 95%에 대한 정확도(단위: mm)

ID	Coordinate Differences			Absolute Accuracy	
	$\Delta N$	$\Delta E$	$\Delta h$	Hor.	Ver.
01CU	2.6	7.5	7.2	17.0	32.0
02CU	1.2	7.4	7.9	17.0	32.0
03CU	2.5	8.3	5.4	17.0	33.0
04CU	3.0	8.9	9.4	17.0	32.0
05CU	3.3	10.7	8.6	17.0	32.0
06CU	2.9	13.7	15.6	17.0	32.0
07CU	3.0	10.1	6.9	16.0	32.0
08CU	0.9	11.6	12.4	16.0	31.0
09CU	1.9	10.6	11.9	16.0	31.0
11CU	0.5	7.7	16.1	17.0	33.0
Mean	2.18	9.65	10.14	Mean	
RMSE	3.2	11.0	18.0	16.70	32.00
Accuracy	17.3				

표 13. 신뢰수준 95%에 대한 상대 정확도의 통계값 (단위: mm)

Radius of Error Circle				Error Bar			
Mean	Std.	Max	Min	Mean	Std.	Max	Min
6.4	0.7	9.4	4.9	12.4	1.3	17.9	9.5

15mm를 고려하였다.

망조정을 통해 추정된 10점의 좌표를 신뢰수준 95%를 사용하여 위성기준점에 대한 절대정확도를 표현하기 위해 오차원 반지름과 오차막대의 크기를 계산하여 표12의 5~6 열에 나타내었다. 그 정확도는 평균적으로 수평과 수직방향에서 1.7cm와 3.2cm 수준임을 보여주고 있다. 이와 함께 상대정확도 평가 결과의 통계값들을 표13에 요약하였다.

경험적 통계모형과 가중제약조정에 의한 GPS 기준점측량의 절대정확도 표현 타당성을 점검하기 위해 그림3에 보인 바와 같이 인근에 위치한 위성기준점 CHWN에 대한 방사형 기선해석을 실시하여 조정좌표와 차이를 표12의 4~6열에 나타내었다. 기선해석에서 기선장은 700~900m에 달하지 않은 초단기선으로 RMSE에 의해 위성기준점에 대한 정확도 평가가 가능하다. 수평방향의 RMSEN와 RMSEE를 산술평균하여 오차원의 반지름으로 근사화 할 수 있으나, 이 경우 수평위치 정확도의 신뢰수준은 39.35%이다(Greenwalt & Schultz, 1968). 신뢰수준 95%에 대해 나타내기 위해서 오차원의 반지름에 2.45 그리고 오차막대의 크기에 1.96을 scaling하면 방사형 기선해석을 통해 평가할 수 있는 관측점 좌표의 정확도는 수평은 1.7cm 그리고 수직의 경우는 3.5cm 이다. 이것은 망조정 결과를 통해 평가된 절대정확도와 비교 할 때 동등한 수준이다.

## 6. 결론

본 논문에서는 GPS 기준점 측량 정확도 표현 표준화에 필요한 기초 자료를 확보하기 위하여 망조정에 사용되는 함수모형과 통계모형이 좌표추정과 정확도 표현에 미치는 영향을 연구하였다. 이를 위하여 GPS 망조정 이론과 절차와 방법을 체계적으로 검토하고, 3등 기준망 및 시험망 관측데이터 처리와 조정을 통해 수치적 분석을 실시하였으며, 그 내용과 결과를 다음과 같이 요약할 수 있다.

첫째, GPS 단일기선 다중세션 망조정에 사용되는 대표적인 함수 모형화 기법인 제약조정과 가중제약조정 그리고 scaling과 경험적 통계 모형화 기법을 포함하는 망조정의 세부적 방법과 절차에 대해 이론적 연구를 수행하여 결과를 정리하여 체계화하였다. 또한 추정좌표의 분산-공분

산 행렬에 기반하여 오차 원과 막대를 사용하는 정확도 표현 방법을 수학적 모형화 기법과 연계하여 고찰하였다.

둘째, GPS 망조정에 의한 기준점 성과산정에서 가중제약 여부가 좌표 추정 및 절대정확도 표현에 가장 큰 영향을 미치는 요인임을 확인 할 수 있었다. 이것은 기지점 좌표와 그 불확실성이 함수 및 통계모형에 각각 반영된 결과이기 때문이다. 경험적 절차에 의한 통계모형은 가중제약에 비해 제약조정의 절대정확도 표현에 더 큰 영향을 보였다. 또한 수학적 모형화 기법은 좌표추정 보다 정확도 표현에 상대적으로 더 큰 영향이 있어 산정된 성과 정확도를 일관적이며 현실성 있도록 나타내기 위한 표준화의 중요성을 인식 할 수 있었다.

셋째, 상대정확도 표현에서 기지점 좌표의 가중제약 여부가 의미 있는 차이를 발생시키지 않았으나 통계모형에 대해서는 절대정확도의 경우에서와 같이 현격하여 기선해석에서 모형화하지 못한 오차를 반영시켜 실제에 가까운 정확도를 나타내기 위해 분산-공분산행렬의 수정이 필요함을 확인 할 수 있었다.

넷째, 본 연구에서 고려한 중·단기선 관측데이터를 사용하여 단일기선해석에 의한 다중세션조정 기법을 적용하는 경우를 종합 할 때, 기지점 좌표의 불확실성과 기선벡터 잔존 오차를 반영 할 수 있도록 경험적 통계모형을 사용하는 다점가중제약조정을 GPS 기준점 측량의 성과산정 및 정확도 표현에 적용하는 것이 합리적인 것으로 판단 할 수 있었다. 또한, 정확도는 신뢰수준 95%에 대한 오차원 반지름과 막대의 크기로 나타 낼 수 있으며, 이에 대한 타당성은 시험 관측 데이터에 대한 망조정 결과인 분산-공분산행렬로 부터 평가된 절대정확도와 위성기준점에 의한 방사형 기선해석 결과와 비교하여 수치적으로 확인 할 수 있었다.

끝으로 본 연구의 결과는 향후 정확도를 기준으로 하는 국가기준점 및 측량 성과관리와 사용자의 편의성 증대를 위한 GPS 기준점 측량 망조정 절차와 방법 혹은 정확도 표현의 표준화를 위한 기초 자료로 활용 가능 할 것으로 사료 된다. 그러나 본 연구는 기선장이 10km 이내로 구성된 관측망과 LGO에 의해 해석한 결과를 사용하여 수행 한 것으로 향후 다양한 소프트웨어와 기선장에 대한 통계모형화

방안에 대한 연구의 수행이 필요 할 것이다.

### 감사의 글

이 논문은 2011~2012년도 창원대학교 연구비에 의하여 수행되었으며 연구비 지원에 사의를 표합니다.

### 참고문헌

이경성, 이흥규 (2009), 관측데이터 처리의 품질제어를 통한 GPS 측위의 신뢰성 향상, 대한토목학회 논문집, 제29권, 제1D호, pp. 319-327.

이영진, 정광호, 이흥규, 권찬오, 송준호, 조준래, 남기범, 차상헌 (2007), GPS 망조정에 의한 3등 측지기준점의 세계 측지계 성과산정, 한국측량학회지, 제25권, 제5호, pp. 437-449.

이영진, 이흥규, 정광호, 이준혁 (2007), GPS 망조정에 의한 2등측지기준점의 세계측지계 성과산정, 한국측량학회지, 제25권, 제5호, pp. 451-463.

정광호, 이흥규 (2011), GPS 측지망 조정을 통한 국가기준점 성과의 산정 체계에 관한 연구, 한국측량학회지, 제29권, 제4호, pp. 367-380.

국토지리정보원 (2006), 국가기준점 망조정에 관한 연구, 연구보고서, 국토해양부 국토지리정보원, p. 450.

국토지리정보원 (2009), 삼각점측량 작업규정(제정), 국토해양부 국토지리정보원, p. 8.

국토지리정보원 (2011), 공공측량 작업(개정), 국토해양부 국토지리정보원, p. 154.

Agustan, Featherstone, W.E. (2004), Reprocessing the Western Australian Statefix GPS network using commercial software, 3rd FIG Regional Conference, Jakarta, Indonesia, 3-7 October.

FGCC(Federal Geodetic Committee) (1984), *Standards and specification for geodetic control networks*, National Geodetic Survey, Maryland, USA, p. 29.

FGCC(Federal Geodetic Committee) (1988), *Geometric geodetic accuracy standards and specifications for using GPS relative positioning*, National Geodetic Survey, Maryland, USA, p. 48.

FGCS(Federal Geodetic Control Subcommittee) (1998a), *Positioning accuracy standards Part 1: Reporting methodology*, U.S. Geological Survey, Virginia, USA, p. 12.

FGCS(Federal Geodetic Control Subcommittee) (1998b), *Positioning accuracy standards Part 2: Standard for geodetic networks*, U.S. Geological Survey, Virginia, USA, p. 9.

FGCS(Federal Geodetic Control Subcommittee) (1998c), *Positioning accuracy standards Part 3: National standard for spatial data accuracy*, U.S. Geological Survey, Virginia, USA, p. 28.

GSD(Geodetic Survey Division) (1978), *Specification and recommendations for control surveys and survey markers*, Canada Centre for Remote Sensing, Ottawa, Ontario, Canada, p. 60.

GSD(Geodetic Survey Division) (1996), *Accuracy standards for positioning*, Geomatics Canada, Ottawa, Ontario, Canada, p. 28.

Greenwalt, C.R., Schultz, M.E. (1968), *Principles and error theory and cartographic applications*, ACIC Technical Report No. 96, St. Louis, Mo., Aeronautical Chart and Information Center, U.S. Air Force, p. 89.

Harvey, B.R. (1994), *Practical least squares and statistics for surveyors*, School of Geomatic Engineering, The University of New South Wales, Sydney, Australia, p. 319.

ICSM(Inter-Governmental Committee on Surveying and Mapping) (2004), *Standards and practices for control surveys*, Canberra, Australia, p. 90.

Leenhouts, P.P. (1985), On the computation of bi-normal radial error, *Journal of Navigation*, Vol. 32, No. 1, pp. 16-28.

Leick, A. (2004), *GPS satellite surveying*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, p. 435.

LINZ (Land Information New Zealand) (2009a), *Standard for tiers, class, and orders of LINZ data*, Office of the Surveyor-General, New Zealand, p. 9.

LINZ (Land Information New Zealand) (2009b), *Standard for the geospatial accuracy framework*, Office of the Surveyor-General, New Zealand, p. 8.

Paul, R.W., Charles, D.G. (2006), *Adjustment and computation: Spatial data analysis*, 4th Edition, John Wiley & Sons, Inc., p. 611.

Rizos, C. (1996), *Principle and practice of GPS surveying*, School of Surveying & Spatial Information Systems, The University of New South Wales, Sydney, Australia, p. 555.