한 국 통 계 학 회 논 문 집
2012, 19권, 1호, 77–84

DOI: http://dx.doi.org/10.5351/CKSS.2012.19.1.077

반복이 있는 랜덤화 블록 계획법에서 정렬 방법을 이용한 비모수 검정법

이민희[a], 김동재[1,a]

[a]가톨릭대학교 의학통계학과

요 약

반복이 있는 랜덤화 블록 계획법을 검정하는 비모수 검정방법에는 Mack과 Skillings (1980)가 제안한 검정법이 있다. 이 방법은 각 블록의 처리에서 반복된 각 관측값 대신에 반복된 관측값들의 평균을 이용하여 순위를 매기기 때문에 정보의 손실이 있을 수 있다. 본 논문에서는 Hodges와 Lehmann (1962)이 제안한 정렬 방법을 이용하여 새로운 비모수 검정법을 제안한다. 또한 모의실험을 통하여 여러 비모수 검정방법들의 검정력을 비교하였다.

주요용어: 랜덤화 블록 계획법, 비모수, 정렬 방법.

1. 서론

처리가 3개 이상일 때 처리 효과의 차이 유무를 알기 위한 랜덤화 블록 계획법(Randomized block design)은 연구대상을 비슷한 특성을 가진 블록으로 구분한 다음, 무작위로 한 가지의 처리 수준에 한 명의 연구대상을 할당하는 실험 설계법이다. 여기서 처리 수준의 각 블록마다 두 명 이상의 연구대상을 할당하는 경우를 반복이 있는 랜덤화 블록 계획법이라고 한다. 이 때 처리 효과의 차이 유무를 검정하기 위해서는 오차가 서로 독립이고 정규분포 $N(0, \sigma^2)$을 따르는 확률변수라는 가정이 성립한다면 모수적 방법인 분산분석법을 사용하여 처리 효과들이 모두 같다는 귀무가설을 검정할 수 있다. 하지만 오차가 정규분포를 따른다는 가정을 만족하지 않을 경우에는 분산분석법의 사용 시 문제점이 발생한다. 예를 들면 오차가 꼬리가 두터운 분포를 따를 때에는 유의수준 5%에서 검정하기를 원하고 있으나 유의수준을 정확히 관리하기 힘든 문제가 발생할 수 있다. 따라서 모수적 가정을 만족하지 않는 경우에는 제 1종 오류를 제어할 수 있는 비모수적 검정법을 선택해야 한다.

반복이 있는 랜덤화 블록 계획법에서 처리 효과의 차이를 알아보기 위한 검정을 위해 모수적인 방법으로는 분산분석법을 사용하고, 비모수적 방법으로는 각 처리의 효과가 적어도 하나는 다르다는 일반적인 대립가설에 관한 검정법은 Mack과 Skillings (1980)가 제안한 검정법과 Mack (1981)이 제안한 검정법이 있고, 순서대립가설에 관해서는 Skillings와 Wolfe (1977, 1978), Hettmansperger (1975)가 제안한 검정법이 있다. 하지만 Mack과 Skillings (1980)가 제안한 검정법은 각 블록의 반복 관측치의 평균을 이용하여 랜덤화 완전 블록 계획법에서 사용되는 Friedman (1937)의 방법을 적용한 것인데, 이 방법은 각 블록의 처리에서 반복된 각 관측값 대신에 반복된 관측값들의 평균을 이용하여 순위를 매기는 것이다. 따라서 관측치의 평균을 이용하므로 모든 관측의 정보를 이용하지 않아 정보의 손실이 있을 수 있다.

본 논문에서는 일원배치법에서 사용되는 Kruskal과 Wallis (1952) 방법과 Jonckheere (1954)와 Terpstra (1952) 방법에 Hodges와 Lehmann (1962)이 제안한 정렬 방법을 이용하여 블록 간의 정보를 이

[1] 교신저자: (137-701) 서울 서초구 반포동 505, 가톨릭대학교 의학통계학과, 교수. E-mail: djkim@catholic.ac.kr

용하는 비모수적 검정법을 제안하였다. 또한 제안된 검정법을 기존 비모수 검정법인 Mack과 Skillings (1980) 방법, Mack (1981) 방법, Skillings와 Wolfe (1977, 1978) 방법, 그리고 Hettmansperger (1975) 방법과 모의실험을 통하여 검정력을 비교하였다.

2. 정렬 자료를 이용한 방법

Mack과 Skillings (1980)에서 사용한 반복이 있는 랜덤화 블록 계획법은

$$X_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ijk}, \quad i = 1, \ldots, t;\ j = 1, \ldots, b;\ k = 1, \ldots, n_{ij}$$

이고, 여기서 X_{ijk}는 i번째 처리에서 j번째 블록의 n_{ij}번째 관측의 반응값이고, μ는 전체평균, τ_i는 처리효과, β_j는 블록효과, ϵ_{ijk}는 오차 항이며 오차 항은 동일한 연속분포를 따르는 서로 독립인 확률변수를 가정한다. 블록 간의 정보를 이용하기 위하여 Hodges와 Lehmann (1962)이 제안한 정렬방법을 이용하여 생성된 정렬 자료는

$$X^*_{ijk} = X_{ijk} - \overline{X}_{\cdot j \cdot}$$

이고, 여기서 $\overline{X}_{\cdot j\cdot} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{k=1}^{n_{ij}} X_{ijk} / \sum_{i=1}^{t} n_{ij}$는 각 블록의 효과인 블록평균이다.

2.1. 정렬방법을 이용한 Kruskal과 Wallis 방법

모집단에 대하여 구체적인 분포함수를 가정할 수 없는 경우에 각 처리의 효과가 적어도 하나는 다르다는 일반적인 대립가설을 검정하기 위하여 Kruskal과 Wallis (1952)가 제안한 일원배치모형의 비모수적 방법에 Hodges와 Lehmann (1962)이 제안한 정렬 방법을 적용한 비모수적 방법이다.

각 처리의 효과가 모두 동일하다는 귀무가설과 일반적인 대립가설은 다음과 같다

$$H_0 : [\tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_t] \quad vs. \quad H_1 : [\tau_i\text{들이 모두 같지는 않다}].$$

자료를 정렬시켜 블록효과를 없애 블록 내의 순위가 아닌 자료 전체의 순위를 이용한다. 따라서 $N = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b} n_{ij}$개의 관측 값으로 되어있는 R^*_{ijk}는 전체 자료에서 정렬된 X^*_{ijk}의 혼합 순위이고, 각 처리에서의 순위합 $R_{ij\cdot}$과 평균 순위 $R^*_{i\cdot\cdot}$는 다음과 같다

$$R_{ij\cdot} = \sum_{k=1}^{n_{ij}} R^*_{ijk},$$

$$\overline{R}^*_{i\cdot\cdot} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n_{ij}} R^*_{ijk} \Big/ \sum_{j=1}^{b} n_{ij}.$$

따라서 정렬 자료의 각 처리에서의 평균 순위를 이용한 일반적인 대립가설을 검정하기 위한 검정통계량은

$$H^* = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b} n_{ij}\left(\overline{R}_{i\cdot\cdot} - \frac{N+1}{2}\right)^2 = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b} \frac{R^2_{ij\cdot}}{n_{ij}} - 3(N+1)$$

이고, 표본의 크기가 충분히 클 때 H^*는 귀무가설 하에서 근사적으로 자유도가 $t-1$인 카이제곱분포를 따른다. 이 검정의 기각역은 $\chi^2_{t-1,\alpha}$이며, $\chi^2_{t-1,\alpha}$은 자유도가 $t-1$인 카이제곱분포의 상위 100α 백분위수이다.

2.2. 정렬방법을 이용한 Jonckheere와 Terpstra 방법

반복이 있는 랜덤화 블록 계획법에서 아래와 같은 순서대립가설을 검정하기 위한 비모수 방법인 Jonckheere (1954)와 Terpstra (1952)가 제안한 방법에 Hodges와 Lehmann (1962)이 제안한 정렬 방법을 적용하는 방법이다.

$$H_1 : [\tau_1 \leq \tau_2 \leq \cdots \leq \tau_t, \text{ 적어도 한 개의 부등식이 성립한다}].$$

반복이 있는 랜덤화 블록 계획법에서 자료를 정렬시켜 블록효과를 없앤 모형을 검정하기 위해서 Jonckheere (1954)와 Terpstra (1952)가 제안한 다음의 통계량을 $N = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b} n_{ij}$개의 혼합표본에서 사용한다

$$J = \sum_{u=1}^{v-1}\sum_{v=2}^{t} U_{uv},$$

여기서 U_{uv}은 처리 u와 v의 관측치를 쌍으로 비교하여 u 처리의 관측치가 l 처리의 관측치보다 작은 쌍의 수를 나타내는 만-위트니(Mann-Whitney) U 통계량으로 다음과 같이 나타낼 수 있다 (Mann과 Whitney, 1947)

$$U_{uv} = \sum_{i=1}^{n_{iu}}\sum_{j=1}^{n_{jv}} \psi(X_{iu}, X_{jv}), \quad 1 \leq u < v \leq t, \text{ 여기서 } \psi(a.b) = \begin{cases} 1, & a < b\text{일 경우}, \\ 0, & \text{그 외}. \end{cases}$$

귀무가설 하에서 표준화된 통계량

$$J^* = \frac{J - E_0(J)}{\sqrt{\mathrm{Var}_0(J)}}$$

는 근사적으로 표준정규분포를 따르며 기댓값과 분산은 다음과 같다

$$E_0(J) = \frac{N^2 - \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b} n_{ij}^2}{4},$$

$$\mathrm{Var}_0(J) = \frac{N^2(2N+3) - \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b} n_{ij}^2(2n_{ij}+3)}{72}.$$

따라서 표본의 크기가 충분히 클 때, $J^* \geq z_\alpha$이면 귀무가설을 기각한다. 여기서 z_α는 표준정규분포의 상위 100α 백분위수이다.

3. 모의 실험의 계획 및 결과

일반적으로 반복이 있는 랜덤화 블록 계획법에서의 비모수 검정 방법은 일반 대립가설에 대해서는 Mack과 Skillings (1980) 방법과 Mack (1981) 방법이 있고, 순서 대립가설에 대해서는 Skillings와 Wolfe (1977, 1978) 방법과 Hettmansperger (1975) 방법이 있다. 따라서 논문에서 제시한 2가지 방법과 기존의 4가지 방법의 검정력을 비교하기 위하여 SAS를 이용해 모의실험을 시행하였다. 모집단의 분포로는 대칭분포인 정규분포, 이중지수분포, Cauchy분포와 비대칭분포인 지수분포를 채택하였으며, 정규분포, Cauchy분포, 지수분포의 난수 생성은 SAS의 RANNOR, RANCAU, RANEXP 함수를 사용하였고, 이중지수분포는 RANUNI 함수와 역변환기법을 이용하여 생성하였다. 생성된 난수를 실제 표

표 1: 반복이 있는 랜덤화 블록 계획법의 모의실험 결과: $\alpha = 0.05$, 처리 수 = 3

Dist.	블록수	T1	T2	T3	H^*	J^*	MS	M	SW	T
Normal	5	0	0	0	0.0504	0.0497	0.0374	0.0467	0.0446	0.0524
		0	0	1	0.7651	0.8214	0.4765	0.3608	0.7738	0.7997
		0	0.5	1	0.2506	0.0460	0.1472	0.1068	0.0418	0.0496
		0	1	1	0.7696	0.8220	0.4763	0.3736	0.7739	0.8019
		0	0.5	1	0.6344	0.8365	0.3803	0.2714	0.7912	0.8110
	10	0	0	0	0.0490	0.0493	0.0429	0.0468	0.0507	0.0472
		0	0	1	0.9767	0.9792	0.8721	0.5611	0.9680	0.9675
		0	0.5	1	0.4716	0.0437	0.3235	0.1354	0.0461	0.0450
		0	1	1	0.9774	0.9792	0.8586	0.5659	0.9677	0.9674
		0	0.5	1	0.9241	0.9818	0.7724	0.4069	0.9708	0.9698
Double Expo-nential	5	0	0	0	0.0442	0.0535	0.0389	0.0537	0.0453	0.0510
		0	0	1	0.9342	0.9413	0.4962	0.6208	0.9302	0.9402
		0	0.5	1	0.4110	0.0595	0.1540	0.2042	0.0550	0.0580
		0	1	1	0.8785	0.9115	0.5360	0.6073	0.8942	0.9164
		0	0.5	1	0.8302	0.9540	0.4325	0.5257	0.9540	0.9539
	10	0	0	0	0.0486	0.0462	0.0434	0.0493	0.0471	0.0433
		0	0	1	0.9994	0.9988	0.9162	0.8684	0.9982	0.9980
		0	0.5	1	0.7447	0.0527	0.3858	0.2937	0.0547	0.0488
		0	1	1	0.9953	0.9949	0.8690	0.8320	0.9939	0.9948
		0	0.5	1	0.9903	0.9988	0.8283	0.7645	0.9990	0.9985
Cauchy	5	0	0	0	0.0520	0.0508	0.0404	0.0487	0.0464	0.0512
		0	0	1	0.1835	0.2646	0.0826	0.1206	0.3562	0.3864
		0	0.5	1	0.0807	0.0491	0.0500	0.0659	0.0456	0.0510
		0	1	1	0.1758	0.2652	0.0735	0.1227	0.3586	0.3863
		0	0.5	1	0.1472	0.2702	0.0661	0.1044	0.3722	0.3965
	10	0	0	0	0.0508	0.0522	0.0318	0.0511	0.0531	0.0500
		0	0	1	0.2833	0.3752	0.1108	0.1738	0.5869	0.5819
		0	0.5	1	0.1058	0.0536	0.0495	0.0748	0.0513	0.0480
		0	1	1	0.2746	0.3761	0.1112	0.1688	0.5886	0.5868
		0	0.5	1	0.2180	0.3832	0.0921	0.1395	0.6075	0.6001
Expo-nential	5	0	0	0	0.0491	0.0495	0.0392	0.0509	0.0503	0.0454
		0	0	1	0.9270	0.9388	0.4926	0.6112	0.9376	0.9264
		0	0.5	1	0.4244	0.0561	0.1651	0.1906	0.0564	0.0531
		0	1	1	0.8809	0.9060	0.5454	0.6016	0.9157	0.8889
		0	0.5	1	0.8319	0.9504	0.4377	0.5178	0.9540	0.9536
	10	0	0	0	0.0508	0.0522	0.0502	0.0502	0.0495	0.0508
		0	0	1	0.9989	0.9984	0.9124	0.8603	0.9978	0.9980
		0	0.5	1	0.7293	0.0584	0.3889	0.2870	0.0536	0.0595
		0	1	1	0.9934	0.9956	0.8734	0.8265	0.9943	0.9922
		0	0.5	1	0.9880	0.9991	0.8256	0.7553	0.9984	0.9986

본으로 간주하고, 계산된 검정통계량이 기각역에 포함되는지를 판단하는 과정을 10,000번 반복하는 Monte Carlo Study를 하였다.

처리의 수는 3개와 5개일 경우를 선택하였고 블록의 수는 5개와 10개일 경우를 비교하였다. 각 처리의 블록 내에서의 반복수는 3번, 유의수준은 0.05로 하고 여러 가지 처리조합에 대하여 검정력을 비교하였다. 각 분포에서의 방법별 검정력의 비교 결과를 처리의 개수가 $t = 3$일 때는 표 1에, 처리의 개수가 $t = 5$일 때는 표 2에 정리하였다.

처리의 개수가 3개일 때의 유의수준이 0.05를 만족하는지를 살펴보면, Mack과 Skillings의 방법은

표 2: 반복이 있는 랜덤화 블록 계획법의 모의실험 결과: $\alpha = 0.05$, 처리 수 = 5

Dist.	블록수	T1	T2	T3	T4	T5	H^*	J^*	MS	M	SW	T
Normal	5	0	0	0	0	0	0.0445	0.0527	0.0461	0.0490	0.0514	0.0525
		0	0	0	0	0.5	0.2136	0.3207	0.1563	0.0943	0.2979	0.3078
		0	0	0.5	0.5	0.5	0.3162	0.5500	0.2349	0.1214	0.5168	0.5374
		0	0.5	0.5	0.5	0	0.3204	0.0470	0.2279	0.1250	0.0446	0.0453
		0	0.5	1	0.5	0	0.6772	0.0408	0.4937	0.2781	0.0379	0.0409
		0.5	0	0	0	0.5	0.3157	0.0462	0.2376	0.1226	0.0466	0.0493
	10	0	0	0	0	0	0.0476	0.0481	0.0472	0.0439	0.0495	0.0510
		0	0	0	0	0.5	0.4313	0.5004	0.3429	0.1124	0.4821	0.4895
		0	0	0.5	0.5	0.5	0.6203	0.8009	0.5059	0.1632	0.7723	0.7806
		0	0.5	0.5	0.5	0	0.6264	0.0424	0.5126	0.1592	0.0450	0.0457
		0	0.5	1	0.5	0	0.9608	0.0362	0.8857	0.4241	0.0377	0.0404
		0.5	0	0	0	0.5	0.6571	0.0420	0.5082	0.1611	0.0430	0.0448
Double Exponential	5	0	0	0	0	0	0.0462	0.0522	0.0483	0.0486	0.0493	0.0495
		0	0	0	0	0.5	0.4120	0.4883	0.1692	0.1672	0.4882	0.4989
		0	0	0.5	0.5	0.5	0.5827	0.7853	0.3001	0.2822	0.7894	0.8012
		0	0.5	0.5	0.5	0	0.5730	0.0647	0.2959	0.2757	0.0634	0.0550
		0	0.5	1	0.5	0	0.9132	0.0601	0.5747	0.5686	0.0575	0.0496
		0.5	0	0	0	0.5	0.5911	0.0232	0.2847	0.2780	0.0182	0.0230
	10	0	0	0	0	0	0.0459	0.0511	0.0447	0.0496	0.0483	0.0495
		0	0	0	0	0.5	0.7649	0.7356	0.3921	0.2461	0.7558	0.7635
		0	0	0.5	0.5	0.5	0.8865	0.9560	0.5923	0.4162	0.9593	0.9666
		0	0.5	0.5	0.5	0	0.8895	0.0602	0.5976	0.4209	0.0642	0.0541
		0	0.5	1	0.5	0	0.9989	0.0559	0.9296	0.8147	0.0577	0.0495
		0.5	0	0	0	0.5	0.9102	0.0214	0.5972	0.4103	0.0181	0.0238
Cauchy	5	0	0	0	0	0	0.0493	0.0555	0.0501	0.0487	0.0532	0.0529
		0	0	0	0	0.5	0.0753	0.1271	0.0596	0.0610	0.1577	0.1602
		0	0	0.5	0.5	0.5	0.1205	0.2335	0.0902	0.0814	0.3841	0.3889
		0	0.5	0.5	0.5	0	0.0848	0.0530	0.0656	0.0692	0.0506	0.0522
		0	0.5	1	0.5	0	0.1395	0.0535	0.0849	0.1030	0.0495	0.0529
		0.5	0	0	0	0.5	0.0838	0.0545	0.0679	0.0667	0.0507	0.0517
	10	0	0	0	0	0	0.0512	0.0481	0.0532	0.0531	0.0493	0.0506
		0	0	0	0	0.5	0.0949	0.1500	0.0751	0.0708	0.2287	0.2322
		0	0	0.5	0.5	0.5	0.1205	0.2335	0.0902	0.0814	0.3889	0.3841
		0	0.5	0.5	0.5	0	0.1183	0.0461	0.0912	0.0828	0.0476	0.0464
		0	0.5	1	0.5	0	0.2240	0.0467	0.1430	0.1347	0.0465	0.0470
		0.5	0	0	0	0.5	0.1182	0.0468	0.0870	0.0802	0.0474	0.0475
Exponential	5	0	0	0	0	0	0.0521	0.0533	0.0449	0.0508	0.0528	0.0543
		0	0	0	0	0.5	0.4105	0.4746	0.1683	0.1678	0.4911	0.4849
		0	0	0.5	0.5	0.5	0.5947	0.7741	0.3006	0.2780	0.7939	0.7864
		0	0.5	0.5	0.5	0	0.5805	0.0651	0.2942	0.2772	0.0579	0.0700
		0	0.5	1	0.5	0	0.9178	0.0609	0.5697	0.5697	0.0529	0.0636
		0.5	0	0	0	0.5	0.5992	0.0229	0.2811	0.2700	0.0251	0.0206
	10	0	0	0	0	0	0.0538	0.0525	0.0507	0.0526	0.0507	0.0487
		0	0	0	0	0.5	0.7724	0.7440	0.4228	0.2497	0.7658	0.7558
		0	0	0.5	0.5	0.5	0.8864	0.9567	0.6074	0.4234	0.9688	0.9628
		0	0.5	0.5	0.5	0	0.8932	0.0653	0.6042	0.4210	0.0561	0.0613
		0	0.5	1	0.5	0	0.9990	0.0601	0.9317	0.8140	0.0506	0.0553
		0.5	0	0	0	0.5	0.9091	0.0238	0.6180	0.4158	0.0265	0.0189

H^*: 정렬방법을 이용한 Kruskal과 Wallis의 방법; J^*: 정렬방법을 이용한 Jonckheere와 Terpstra의 방법;
MS: Mack과 Skillings의 검정법; M: Mack의 검정법; SW: Skillings와 Wolfe의 검정; T: Hettmansperger의 검정법

모집단의 분포가 지수분포이고 블록이 10개인 경우를 제외하고는 제 1종 오류를 범할 확률 0.04 근방으로 조금 보수적인 검정법임을 알 수 있다. 그 외의 검정방법들은 모두 0.05 근방의 값들을 얻었는데, 이는 제 1종 오류를 제어하는데 문제가 없음을 보여주고 있다. 검정력을 비교해보면 모집단의 분포나 블록의 수와 관계없이 정렬방법을 이용한 Kruskal과 Wallis의 방법은 일반적인 대립가설을 검정하기 위한 다른 두 방법보다 검정력이 높았다. 처리효과들이 순서형일 경우 순서대립가설을 검정하기 위한 검정법을 비교해보면 정규분포에서는 정렬방법을 이용한 Jonckheere와 Terpstra의 방법의 검정력이 가장 높게 나왔으며, 블록이 5개일 때에는 0.82, 블록이 10개일 때에는 0.97 정도로 다른 두 방법과 비교하여 높은 수준의 검정력을 유지하였다. 반면, 이중지수분포에서는 순서대립가설을 검정하기 위한 세 가지 검정법의 검정력의 차이가 크지 않았으며, 검정력이 대체적으로 0.9 이상으로 나타났다. Cauchy분포에서는 블록이 5개일 때에는 Hettmansperger의 방법의 검정력이 0.39 정도로 다른 두 방법보다 높게 나타났으며, 블록이 10개일 때에는 Skillings와 Wolfe의 검정력이 0.6 정도로 높게 나타났다. 정렬방법을 이용한 Jonckheere와 Terpstra의 방법은 블록 수에 관계없이 검정력이 가장 낮게 나타났다. 지수분포에서의 검정력은 이중지수분포와 마찬가지로 검정력이 대체적으로 0.9 이상으로 나타났으며 세 가지 검정법의 차이가 크지 않았다.

처리의 개수가 5개일 때의 유의수준은 정렬방법을 이용한 Kruskal과 Wallis의 방법에서 블록의 수가 5개일 때 0.046 정도로 약간 낮게 나타났고, Hettmansperger의 방법에서 블록의 수가 5개일 때 0.054 정도로 약간 높게 나타났으며, 그 외의 경우에는 세 가지 분포에서 유의수준의 값이 모두 0.05 근방의 값들을 얻었다. 검정력을 비교해보면 일반적인 대립가설을 검정하기 위한 검정법들 중 정렬방법을 이용한 Kruskal과 Wallis의 방법이 모집단의 분포나 블록의 수와 관계없이 가장 높게 나타났다. 순서대립가설을 검정하기 위한 검정법들을 비교해보면 정규분포에서는 블록의 수가 5인 경우와 10인 경우 모두 처리효과의 조합이 순서형일 경우에 정렬방법을 이용한 Jonckheere와 Terpstra의 검정법의 검정력이 다른 두 방법보다 높게 나타났다. 이중지수분포에서는 Hettmansperger의 방법이 가장 높은 검정력을 갖는 것으로 나타났지만 다른 두 방법과의 차이가 크지 않았고, 정렬방법을 이용한 Jonckheere와 Terpstra의 검정법과 Skillings와 Wolfe의 방법의 검정력이 비슷하게 나타났다. 모집단이 Cauchy분포를 따를 때에는 Skillings와 Wolfe의 방법과 Hettmansperger의 방법의 검정력이 비슷한 수준으로, 정렬방법을 이용한 Jonckheere와 Terpstra의 검정법보다 높은 검정력을 보였다. 지수분포에서는 Skillings와 Wolfe의 방법이 약간 높은 검정력을 보였으나 세 가지 검정법이 크게 차이를 보이지 않았다.

4. 결론 및 고찰

본 논문에서는 반복이 있는 랜덤화 블록 계획법에서의 정렬방법을 이용한 검정방법들을 대립가설의 형태에 따라 제안하고 모의실험을 통하여 비교해 보았다. 일반대립가설에 대한 검정법은 모집단의 분포와 블록의 수에 관계없이 Mack과 Skillings (1980)의 방법과 Mack (1981)의 방법보다 정렬방법을 이용한 Kruskal과 Wallis의 방법의 검정력이 항상 높게 나타남을 알 수 있었다. 따라서 일반적인 분포뿐만 아니라 꼬리가 두터운 분포, 그리고 대칭분포뿐 아니라 비대칭 분포에서도 정렬방법을 이용한 Kruskal과 Wallis의 방법을 사용하는 것이 더 효율적이라고 말할 수 있다. 순서대립가설에 대해서는 모집단이 정규분포일 경우에는 처리와 블록의 수에 관계없이 정렬방법을 이용한 Jonckheere와 Terpstra의 방법의 검정력이 높게 나타났으나 이중지수분포에서는 처리와 블록의 개수가 작을수록 정렬방법을 이용한 Jonckheere와 Terpstra의 검정력이 높다는 것을 알 수 있으며, 처리와 블록의 개수가 많아질수록 Hettmansperter (1975)의 검정방법이 다른 두 방법보다 좋다는 것을 알 수 있다. 또한 Cauchy분포에서는 처리와 블록의 수에 관계없이 전체적으로 Hettmansperger (1975) 방법의 검정력이 가장 좋게 나타나 꼬리가 두꺼운 분포인 경우에는 순서대립가설을 검정할 때에는 Hettmansperger (1975)의 검정

법을 사용하는 것이 좋을 것으로 기대된다. 지수분포의 경우에는 세 가지 검정법의 검정력에 큰 차이가 없는 것으로 나타나 비대칭 분포에서는 제시된 방법의 기존의 방법보다 검정력이 떨어지지 않는다는 것을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서 제시한 정렬방법을 이용한 Jonckheere와 Terpstra의 방법의 검정법은 정규분포 또는 표본수가 작은 이중지수분포에서는 적합하고 비대칭 분포에서도 기존의 방법과 비교하여 검정력이 떨어지지 않지만, 꼬리가 두꺼운 분포에서는 검정력이 낮다는 단점이 있다. 그리고 일반대립가설을 검정할 때에는 정렬방법을 이용한 Kruskal과 Wallis의 검정법이 가장 효율적이지만 미지의 블록 효과가 존재하기 때문에 비모수방법의 장점인 분포 무관의 성질을 유지하면서 블록간의 정보를 추출해 내는 것은 쉽지 않다는 문제가 있다.

참고 문헌

Friedman, M. (1937). The use of ranks to avoid the assumption of normality implicit in the analysis of variance, *Journal of the American Statistical Association*, **32**, 675–701.

Hettmansperger, T. P. (1975). Non-parametric inference for ordered alternatives in a randomized block design, *Psychometrika*, **40**, 53–62.

Hodges, J. L. and Lehmann, E. L. (1962). Rank methods for combination of independent experiments in analysis of variance, *The annals of Mathematical Statistics*, **33**, 482–497.

Jonckheere, A. R. (1954). A distribution-free *k*-sample test against ordered alternatives, *Biometrika*, **41**, 133–145.

Kruskal, W. H. and Wallis, W. A. (1952). Use of ranks in one-criterion variance analysis, *Journal of the American Statistical Association*, **47**, 583–621.

Mack, G. A. (1981). A quick and easy distribution-free test for main effxcts in a two-factor ANOVA, *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, **10**, 571–591.

Mack, G. A. and Skillings, J. H. (1980). A Friedman-type rank test for main effects in a two-factor ANOVA, *Journal of the American Statistical Association*, **75**, 947–951.

Mann, H. B. and Whitney, D. R. (1947). On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other, *Annals of Mathematical Statistics*, **18**, 50–60.

Skillings, J. H. and Wolfe, D. A. (1977). Testing for ordered alternatives by combining independent distribution-free block statistics, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, **6**, 1453–1463.

Skillings, J. H. and Wolfe, D. A. (1978). Distribution-free tests for ordered alternatives in a randomized block design, *Journal of the American Statistical Association*, **73**, 427–431.

Terpstra, T. J. (1952). The asymptotic normality and consistency of kendall's test against trend, when ties are present in one ranking, *Indagationes Mathematicae*, **14**, 327–333.

2011년 10월 접수; 2011년 11월 수정; 2011년 11월 채택

Nonparametric Method Using an Alignment Method in a Randomized Block Design with Replications

Minhee Lee[a], Dongjae Kim[1,a]

[a]Department of Biostatistics, Catholic University

Abstract

Mack and Skillings (1980) proposed a typical nonparametric method in a randomized block design with replications. However, this method may lose information because of the use of average observations instead of individual observations. In this paper, we proposed a nonparametric method that employed an aligned method suggested by Hodges and Lehmann (1962) under a randomized block design with replications. In addition, the comparative results of a Monte Carlo power study are presented.

Keywords: Alignment method, nonparametric, randomized block design.

[1] Corresponding author: Professor, Department of Biostatistics, The Catholic University of Korea, Seoul 137-701, Korea.
E-mail: djkim@catholic.ac.kr