

## 정의하기와 이름짓기를 통한 도형의 이해 고찰<sup>1)</sup> -초등학교 4학년 도형 영역을 중심으로-

최수임 · 김성준<sup>2)</sup>

초등학교 4학년 수학은 도형 영역에서 다양한 개념들이 동시에 등장하는 시기로, 특히 삼각형이나 사각형 등과 같은 평면도형의 경우 그 개념이 총체적으로 학습되는 시기이다. 본 연구는 초등학교 4학년 학생들을 대상으로 그들이 학습한 도형 개념들에 대한 이해 정도를 파악하기 위해 '정의하기' 서술형 평가를 실시하고, 또한 그들이 갖고 있는 비형식적인 지식을 살펴보기 위한 '이름짓기'(naming) 서술형 평가를 실시하였다. 이를 통해 학생들이 이해하고 있는 도형의 개념정의와 개념이미지를 분석하고, 각각의 특징 및 반복해서 등장하는 오개념과 그 원인을 분석하여 도형을 학습하고 지도하는 과정에서 생각해볼 유의점을 제안하고 있다. 더불어 학생들의 이름짓기 활동을 통해 도형의 어떤 요소에 가장 먼저 주목하는가를 분석함으로써 이 과정에서 그들이 인식하지 못하거나 빈도가 낮게 나타난 수학적 성질과 개념을 살펴보고 동시에 학교수학에서 도형 학습을 통해 갖게 되는 비형식적 지식을 고찰함으로써 도형 영역의 학습 지도를 위한 개선 방안을 제시하고 있다.

주요용어 : (평면)도형, 정의하기, 서술형 평가, 개념정의, 개념이미지, 이름짓기(naming)

### I. 서론

현장교사들을 대상으로 초등학교 수학에서 학생들의 흥미와 관심이 가장 높은 영역을 물어보면 보통 그 답은 첫 번째가 도형 영역이 된다. 이는 일단 복잡한 계산을 할 필요가 없고 무엇보다 도형이라는 대상이 시각적으로 쉽게 받아들여지기 때문이다. 더불어 도형을 학습할 때에는 칠교나 패턴블록, 지오보드 등과 같이 다양한 교구를 많이 활용하고, 동시에 직접 그려보고 오려보는 등 구체적인 조작 활동을 통해 직접 수업에 참여할 수 있기 때문이다(김성준, 2006). 하지만 학생들의 도형에 대한 이해는 이러한 교사들의 생각과는 다른 양상을 보이는데, 특히 초등학교 4학년의 경우 초등수학에서 다루어지는 도형 영역 전체에서 평면도형과 관련된 종합적인 고찰과 분석을 요구하는데 곧, 도형의 기본 개념에 대한 이해를 비롯하여 도형의 성질과 성질 사이의 관계를 파악해야하는 한 단계 높은 수준에서의 이해를 필요로 한다. 이는 반월의 기하학습수준으로도 설명되는데, 4학년에서의 도형 학습은 기술적

1) 이 논문은 2012년도 부산교육대학교 교육연구원의 지원을 받아 연구되었음

2) 부산토성초등학교(bboddo9@hanamail.net), 부산교육대학교(joonysk@bnue.ac.kr)

수준(2수준)에서 벗어나 이론적 수준(3수준)으로의 수준 도약을 그 바탕에 두고 있으며(김수환 외 7인, 2009), 이러한 수준 상승은 단순히 도형의 성질을 파악하는데 그치지 않고 성질과 성질 사이의 관계를 분석해서 이해할 수 있어야 가능하며, 이것은 결코 쉽게 학습되지 않고 실제 수업에서도 다양한 오개념 등 많은 어려움을 낳고 있다. 이러한 이유로 인해 도형에 대한 학생들의 흥미는 그 이해와 비례하지 않게 된다. 실제로 연구자가 4학년 학생들을 지도하면서 도형의 기본 개념이나 성질에 대해 질문을 해보면, 기본 개념에 대한 이해가 여전히 시각적 수준에서 이루어지고 있거나 또는 대략적으로 알고는 있지만 그 개념을 제대로 설명하지 못하는 경우, 곧 기술적 수준에서의 사고 전개가 원활하게 이루어지지 않는 경우를 종종 보게 된다. 더불어 도형의 기본 개념을 설명하는데 사용되는 용어들이 학생의 이해 수준에 따라 상이하게 나타나고 있음을 경험하게 된다. 한 예로, 수선과 수직에 대한 이해에서, 그 대상이 기하학적 도형인지 아니면 도형 사이의 관계인지를 결정하는 과정은 학생들의 수준에 따라 각기 다르게 나타나고 있음을 알 수 있다(김분영, 2006).

한편 학교수학을 지도하는 과정에서 이름짓기(naming)는 수동적인 학습자의 관점에서 벗어나 학습자의 적극적인 활동을 이끌어내기 위해 방안으로 최근 주목받고 있다(Wall, 2003). 이름짓기를 문제 만들기와 비교하자면, 일방적으로 주어진 문제를 해결하는데서 벗어나 문제 상황을 스스로 설정하여 문제를 직접 만들고 그 결과 문제를 보다 능동적으로 해결할 수 있게 하는 것이 문제 만들기라면 이름짓기는 이와 같은 맥락에서 이해될 수 있을 것이다. 특히 도형의 경우, 학생들의 시각적인 이해에서부터 이름짓기가 이루어지는데, 이로부터 교사들은 학생들이 일차적으로 받아들이는 도형의 요소와 도형을 이해하는 일련의 순서와 관계를 짐작할 수 있으며, 아울러 도형의 기본개념에 대한 이해가 이것과 어느 정도 관련되어 있다는 것을 알 수 있다.

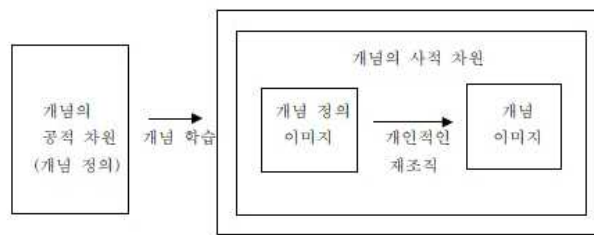
본 연구는 4학년 학생들이 도형 영역을 학습한 이후 각각의 도형에 대한 이름짓기를 통해 수업 시간에 학습한 도형에 대한 이해가 도형의 어느 요소에 집중되어 있는지를 살펴보는 데 그 목적을 둔다. 이와 함께 기본개념에 대한 서술형 평가를 실시함으로써 학생들이 도형의 기본 개념과 성질을 어떻게 이해하고 있는지 살펴보고, 이름짓기 분석 결과를 도형의 기본 개념을 지도하는데 어떻게 활용할 수 있는지 알아보고자 한다. 곧, 학생들이 이해한 내용을 자신의 언어로 풀어서 설명하고 답안을 작성하게 함으로써, 학생들이 잘못 이해하고 있는 개념은 없는지 알아보고, 이러한 결과를 바탕으로 교사들이 4학년 도형 영역을 지도할 때 어떤 부분에 더 관심을 갖고 다루어야 할지 생각해보려고 한다.

본 연구는 먼저 이론적 배경으로 개념이미지와 개념정의, 그리고 이름짓기(naming)에 대해 간략하게 살펴본다. 다음으로 도형 영역에서 등장했던 기본 개념을 학생들이 이해한 수준에서 자유롭게 이름을 짓게 함으로써, 그들의 자발적인(또는 자연스러운) 이해 수준과 교과서를 통해 학습한 이해 수준과의 관련성을 살펴볼 것이다. 그리고 학생들이 기본 개념을 정의하고 이를 기술하게 함으로써 도형의 기본 개념과 성질에 대한 이해의 정도가 어떤 상태에 놓여 있는지를 살펴볼 것이다. 이러한 일련의 과정은 앞서 밝혔듯이, 이름짓기와 정의하기를 통해 학생들이 도형의 기본 개념을 어떻게 이해하는지 살펴보고, 교사들이 도형을 지도하는 과정에서 어떤 부분에 보다 주의를 기울이고 강조해야 할지 그리고 학생들의 이해가 어떤 요소들과 관련되어 있는지를 이해하는데 도움을 줄 것이다.

## II. 이론적 배경

### 1. 개념이미지와 개념정의

개념이란 인간이 지각하고 경험한 개개의 사상에서 특수성은 버리고, 공통적인 속성(혹은 특성)을 기초로 하여 독특한 이름이나 기호로서 불리어질 수 있도록 한 덩어리로 뭉칠 수 있는 총체를 말한다(박성택, 1994). 즉 수학에서 개념이란, 다각형, 함수 또는 좌표값 등과 같은 하나의 아이디어이다. 도형 영역에서 개념은 주로 기하학적인 용어의 정의를 의미한다. 학생들은 기하 개념을 배워야하며, 그들은 점, 선, 면, 평행 그리고 수직과 같은 개념들을 통해 기하를 학습하게 된다. 이와 함께 대상들 사이의 유사점과 차이점을 인식할 수 있어야 한다(전지훈, 2009).



[그림 1] 개념정의와 개념이미지 관계(신성희, 2011)

학생들이 수학적 개념의 공식적인 정의를 배우기 전에 이미 여러 형태로 그 개념과 접한 적이 있고 그에 따라 형성된 복잡한 인지 구조가 학생들의 마음속에 들어와 있다가 그 개념을 상기해서 다루게 되면 그와 함께 불러내어져 의식적으로나 무의식적으로 개념의 의미와 사용법에 영향을 주게 된다. 개념의 심상 외에도 각 개인의 마음속에는 그 개념과 관련된 성질들의 집합이 있을 수 있다. Vinner는 개념과 정신적으로 관련된 모든 성질과 과정 및 심상들로 이뤄진 인지구조를 ‘개념이미지’(concept image)라고 정의하는데 개념이미지는 사람에 따라 다르며 오랜 경험을 통해 형성되며 개인이 새로운 자극을 만나거나 성장함에 따라 변화된다. 그리고 비순화적인 방법으로 개념을 정확히 설명하는 언어적 정의를 ‘개념정의’(concept definition)라고 보았다(노영아, 2007, 재인용).

### 2. 이름짓기(naming)

학교수학에서 학생들은 수학적 엄밀한 정의를 통해서가 아니라 보통 정례와 반례를 통한 예시적(외연적)인 방법으로 도형 개념을 학습한다. 일련의 예를 경험하고 그 성질을 논의함으로써 도형의 어떤 성질이 도형을 정의하는지 학습하게 된다(강문봉 외 18인, 2003). 그러나 이 과정에서 도형의 이름은 절대적이고 수동적으로 학생들에게 주어지고, 그들은 이름을 받아들이고 외우는 데에만 집중하는 것이 일반적이다. 그러나 이름짓기(naming)는 이러한 틀을 대신하여 학생들의 능동적인 참여를 통해 스스로 발견한 도형의 특징을 보여줄 수 있는 하나의 방법이 될 수 있다. 특히 본 연구에서 이름짓기는 도형 영역에서 학습한 개념들이 비형식적인 지식 수준에서 어떤 요소들과 어떤 형태로 결합되어 있는지를 가늠하기 위

해 사용되고 있다. 곧, 이름짓기를 통해 학생들은 각각의 도형에서 어떤 부분에 더 많이 집중하고 있는지, 어떤 맥락과 관계에서 도형에 의미를 부여하고 있는지를 파악할 수 있으며, 이를 통해 다양한 오개념과의 관련성 및 도형 학습지도를 위한 시사점을 찾아볼 수 있을 것이다.

### 3. 선행연구 고찰

초등학교 수학에서 도형 개념과 관련해서 특히 개념정의와 개념이미지와 관련해서 다양한 연구가 진행되어왔다. 최근에 이루어진 몇몇 연구를 살펴보면, 임승현(2011)은 초등학교 6학년 학생들을 대상으로 도형의 높이 개념에 대한 연구를 통해 높이에 대한 개념이미지를 통해 비형식적 지식을 다루고 있으며, 서은영(2009)은 초등학교 4학년 학생들을 대상으로 van Hiele 이론에 따르는 도형개념의 이해수준을 분석한 바 있다. 또한 도형 영역에서의 오류와 관련해서 배수진(2011)은 도형의 대칭 영역에서 나타나는 오류를 초등학교 6학년 학생들에게서 찾아보았으며, 노영아(2007)는 초등학교 4학년 학생들이 도형 영역에서 갖는 오류와 그 원인에 대한 분석하였으며, 장영은(2003)은 도형영역에서의 문제해결에서 나타나는 오류를 5-6학년 학생들에게서 찾고 그 원인에 대해 논의하였다. 이와 같은 연구들은 초등학교 수학에서 도형 영역의 학습과 지도를 개선하기 위해 이루어졌으며, 같은 맥락에서 이길섭(2004)은 초등학교 기하학습 향상을 위한 지도방안을 개발하고 그 적용에 관한 연구를 실시한 바 있다.

## Ⅲ. 연구방법 및 절차

본 연구는 부산광역시 소재 G초등학교 4학년 학생 25명을 대상으로 이루어졌다.<sup>3)</sup> 검사지 개발은 2011년 10월과 11월 사이에 이루어졌으며, 검사지 투입 및 적용은 12월 2학기가 마무리되는 시점에 실시되었다. 초등학교 수학 4학년 1학기에서 도형 영역에 제시된 약속하기의 개념을 물어보는 문항지와 이러한 도형 개념을 배운 뒤 각각의 도형에 대한 이름짓기를 해 보는 문항지를 함께 개발하여 적용하였다.

먼저 학생들에게 제시한 서술형 평가 문항은 도형 영역의 기본 개념 및 성질의 이해 정도를 파악하기 위한 것으로, 교과서에 제시되어 있는 약속하기 수준의 기본 정의를 묻는 문항으로 구성되었다. 다음으로 제시한 서술형 평가 문항은 그림으로 주어진 도형에 이름을 붙여보고 그 이름을 붙인 이유를 적는 문항으로 구성되었다. 두 유형의 서술형 평가 문항은 4학년 1학기 수학과 교육과정 내용을 분석하여 도형 영역의 기본 개념을 추출하여 작성하였으며, 그 적용은 한 번에 모두 실시하지 않고 문항지별로 4-5차례씩 나누어 실시하였다.

각각의 분석 기준과 방법을 간략하게 소개하면, 기본개념 정의하기 검사에서는 각 개념의 정답 기준은 교과서의 약속하기에 따르고 있으며 약속하기와 정확하게 일치하지 않는 경우에는 그 설명이 약속하기의 맥락에서 벗어나는지 여부를 수학교육학 전공 교사 3인 및 교수 1인과 논의하여 정답 여부를 판단하였다. 이름짓기 검사의 경우 먼저 주어진 도형의 이름을 수업시간에 배운 수학적 정의의 맥락에서 쓰게 한 다음<sup>4)</sup>, 학생 개개인이 지어주고 싶은 이

3) 본 연구는 질적연구방법에 따라 진행된 것이나 연구대상이 25명으로 제한되어 있다는 점에서 연구의 결과를 해석하는 과정에서 일반화하기에는 한계가 있다.

름을 짓고 반드시 그 이유를 함께 기록하도록 하였다. 이를 통해 학생들이 갖고 있는 비형식적인 지식이 어디에서 비롯되는지 그리고 이러한 지식이 어떻게 오개념과 연결되어 있는지를 살펴보고 도형 영역의 학습과 지도를 위한 제안을 이끌어내고 있다.

본 연구는 이러한 두 가지 유형의 서술형 평가 문항을 통해 초등학교 4학년에서 평면도형을 종합적으로 학습하는 동안 도형 영역의 기본 개념에 대한 이해 정도를 파악하고 아울러 이름짓기에서 파악할 수 있는 비형식적인 지식과 오개념을 통해 도형 학습지도에서의 유의점을 살펴보고자 하였다.

#### IV. 도형의 기본개념에 대한 이해 분석

4학년 1학기 도형 영역에서 다루어진 기본개념을 정의하는 문항에서 드러난 정답과 오답의 비율, 그리고 오답에서 드러난 특징을 정리하면 다음 <표1>과 같다.

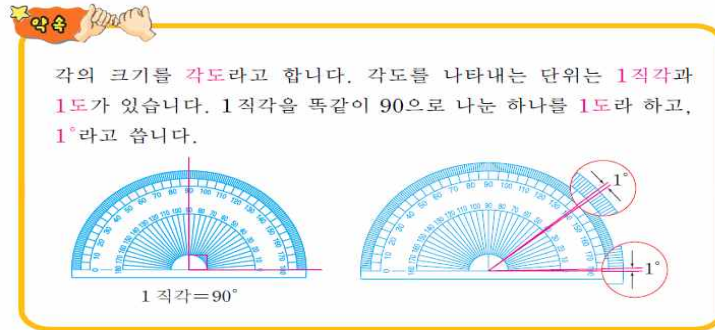
<표1> 4학년 1학기 도형 영역의 기본개념 이해 분석(N=25)

문항 번호	내용	정답	오답	오답 특징
1	각도	12	13	각도가 크기의 개념인 것을 잘 모르고 각과 각도를 헷갈려 함.
2	직각	20	5	꼭짓점이 90도 인 것을 직각으로 이해하고 있거나 뽀족한 것이라고 생각함.
3	1도	10	15	가장 작은 각도가 1도라고 대답함.
4	이등변삼각형	18	7	마주보는 두 변의 길이가 같은 삼각형이라고 대답함.
5	정삼각형	18	7	변과 각의 개수를 잘못 세거나 다른 삼각형의 정의를 씀.
6	예각	22	3	90도 이하인 각이라고 직각의 개념을 포함해 대답함.
7	예각삼각형	8	17	삼각형의 세 각 중에 한각 또는 두 각이 예각이면 예각삼각형이라고 생각함.
8	둔각삼각형	10	15	둔각 자체의 정의를 명확히 하지 못함.

##### 1. 각도, 직각, 1도



각도, 직각, 1도에 대해 교과서에서 제시된 약속하기와 학생들의 정의하기에서 나타난 오답 사례를 통해, 이들 개념에 대한 학생들의 이해를 살펴보고 그 지도 방안에 대해 생각해 보면 다음과 같다.

4) 수학적 정의를 먼저 쓰게 한 이유는 이름짓기를 통해 나타나는 비형식적 지식만을 학생들이 기억하고 강조하지 않기 위해서이다.



[그림 2] 각도, 1직각, 1도의 약속하기

각도는 각의 크기를 말한다. 평면에서 각을 이루기 위해서는 두 선분(또는 직선)이 필요하다. 그리고 두 선분이 벌어진 정도에 해당하는 각의 크기가 각도가 되는 것이다. 학생들은 직각을 각도가 90도인 것으로 이해하고 있지만, 약속하기처럼 각도를 나타내는 단위로 1직각을 언급한 학생은 없었다. 한편 꼭짓점이 90도가 되는 것을 직각이라고 답변한 학생과 도형의 끝에 있는 뾰족한 부분만을 직각이라고 잘못 생각하는 학생들도 있었다(<그림3> 중간). 각도와 관련된 정의하기 가운데 학생들이 가장 어렵게 생각하는 개념은 1도에 관한 것이다. 대부분의 학생들은 1도를 제일 작은 각, 쉽게 그릴 수 없고 흔히 볼 수 없는 각이며 각의 시작으로 생각하고 있었다(<그림3> 아래). 교과서의 약속하기처럼 1직각을 90등분 한 것 중 하나가 1도가 된다고 답변한 학생은 없었으며, 그저 1도는 각도의 최소 단위이거나 또는 그 실체와 상관없이 그냥 주어진 것으로 인식할 뿐, 실제 1도가 무엇을 의미하는지, 1도에 대한 명확한 개념정의를 가지지 못한 것으로 보인다.

1	각도	각이 만나서 각도가 이루어 것 
2	직각	 도형의 끝에 있는 뾰족한 곳에 있는 것을 직각이라고 합니다
3	1도( 1° )	각도 중 제일 작은 각도이다 흔히 나올수 없는 각이고 쉽게 그릴 수 없는 각이다.

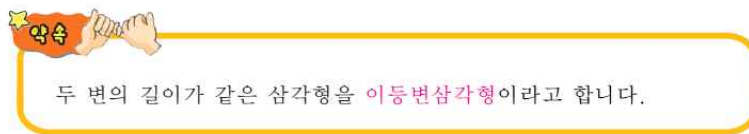
[그림 3] 각도, 직각, 1도에 대한 학생들의 답안 예시

초등학교 수학 4학년 1학기 교사용지도서(2010)에 따르면 각은 하나의 도형이며, ‘두 직선 내지는 두 선분이 만나서 생기는 벌어짐’, ‘선분과 선분이 만나 이루는 도형’ 등과 같이 그 자체를 하나의 대상으로 설명하고 있다. 이러한 각의 크기가 각도이며, 각은 도형 영역에서 나오는 개념인데 비해, 각도는 각의 크기를 뜻하는 것으로 측정 영역에 속하는 개념이다.

도형을 인식하는 것과 도형에서 그 양을 재는 것은 엄밀한 의미에서 보면 다른 사고과정이며, 이는 초등학교 수학에서 기하를 도형과 측정 영역으로 구분하고 있는 이유이기도 하다. 물론 측정의 대상이 되는 것이 도형이고, 그러다보니 많은 학생들이 각과 각도를 구별하지 않고 동일한 개념선상에서 생각할 수 있으나, 이를 지도하는 교사는 두 개념의 차이를 구분하는 동시에 두 개념을 혼동하지 않도록 지도할 필요가 있다. 아울러 교과서에서는 각도를 나타내는 단위로 1직각과 1도를 제시하고 있는데, 학생들은 1직각이 90도인 동시에 각도를 정의하는 하나의 단위가 될 수 있으며, 결국 1도가 1직각과 어떻게 관련되어 나타낼 수 있는지를 이해하는 것이 중요하다. 교사의 입장에서는 1도에 대해 막연하게 가장 작은 각, 그림으로 나타낼 수 없는 각 등의 비형식적인 이해를 보이는 학생들에게 주어진 각의 크기를 1직각과 1도를 이용해서 나타내게 함으로써 각도의 단위로서 1직각과 1도를 비교해 보고 이들 사이의 관계를 통해 각도의 개념을 이끌어낼 수 있도록 지도할 필요가 있다.

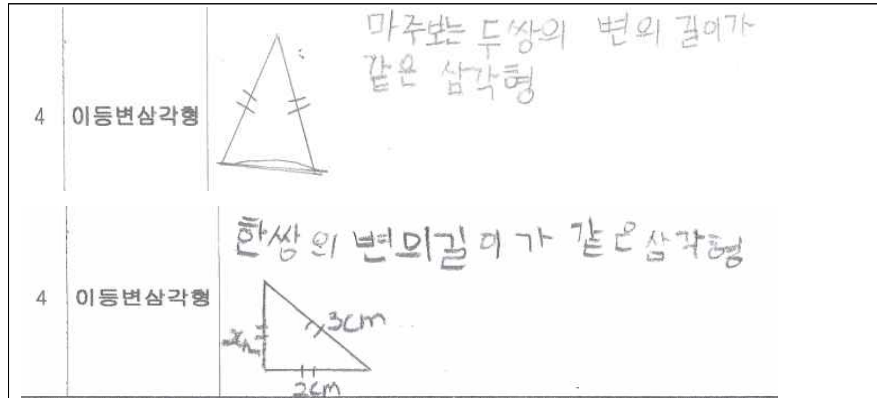
## 2. 이등변삼각형

이등변삼각형은 초등수학 교과서 약속하기에서 다음과 같이 정의되어 있으며, 학생들이 이등변삼각형을 정의한 예시와 이로부터 생각해볼 수 있는 비형식적인 수준에서의 이등변삼각형에 대한 이해를 살펴보면 다음과 같다.



[그림 4] 이등변삼각형의 약속하기

교과서에서 이등변삼각형에 대한 약속하기는 ‘두 변의 길이가 같은 삼각형’으로 되어 있는 반면, 학생들이 정의한 이등변삼각형에서는 교과서 약속하기와 달리 ‘쌍’ 또는 ‘마주보는’에 대한 표현이 두드러졌다. 이를테면, ‘마주보는 두 쌍의 변의 길이가 같은 삼각형’ 또는 ‘마주보는 두 변의 길이가 같은 삼각형’이 이등변삼각형이라고 정의한 학생들이 많았다. 이러한 학생들의 정의는 교사들이 실제 수업에서 교과서와 달리 어떤 부분을 강조하고 있는지 가늠할 수 있게 해준다.



[그림 5] 이등변삼각형에 대한 학생들의 답안 예시

수업시간에 교사들은 두 변의 길이가 같다는 약속하기 이후에 마주보는 두 변 또는 한 쌍의 변이라는 표현을 혼용해서 사용하곤 하는데, 이 과정에서 학생들은 ‘마주보는’이 정확하게(또는 수학적으로) 무엇을 의미하는지 모르는 상태에서 두 변과 한 쌍(또는 두 쌍)을 섞어서 사용하다보니 ‘두 쌍의 변이 같다’(〈그림5〉의 위)는 표현 등이 나오게 된다. 〈그림5〉의 아래 경우에는, 한 쌍의 변의 길이가 같은 삼각형이라는 정의하기는 맞았으나 그림을 보면 모든 변에 대해 같다는 의미의 기호를 사용하고 있으며, 이는 학생들이 알고 있는 것과 이것을 기호로 표현하는 것이 서로 상이한 수준에서 이루어지고 있음을 보여주는 대목이다.

이와 같은 오개념에 대한 지도 방안으로, 먼저 두 개의 변과 두 쌍의 변을 혼용하는 경우 ‘쌍’의 개념을 보다 명확하게 설명해주어야 한다. 더불어 삼각형의 세 변에서 (그냥) 두 변의 길이가 같다는 표현보다 마주보는 두 변의 길이가 같다는 표현을 사용하고 있는데, 평면도형에서 ‘마주본다’는 개념을 사각형과 비교하여 명확히 할 필요가 있다. 또한 이등변삼각형을 대부분 정형화된 동형의 삼각형 곧, 전형적인 형태의 이등변삼각형으로만 표현하는 경향이 있는데, 정삼각형이나 직각이등변삼각형을 포함하여 보다 다양한 형태의 이등변삼각형을 그림으로 나타내는 등 수학적 다양성을 고려한 지도가 필요하다. 한 예로, 이등변삼각형을 보다 유연하게 사고할 수 있도록 학습과정에서 여러 가지 형태의 이등변삼각형을 찾고 그려보는 연습이 병행되면서 그 속에서 두 변의 길이가 같다는 이등변삼각형의 정의를 확인할 수 있을 것이다.

### 3. 정삼각형

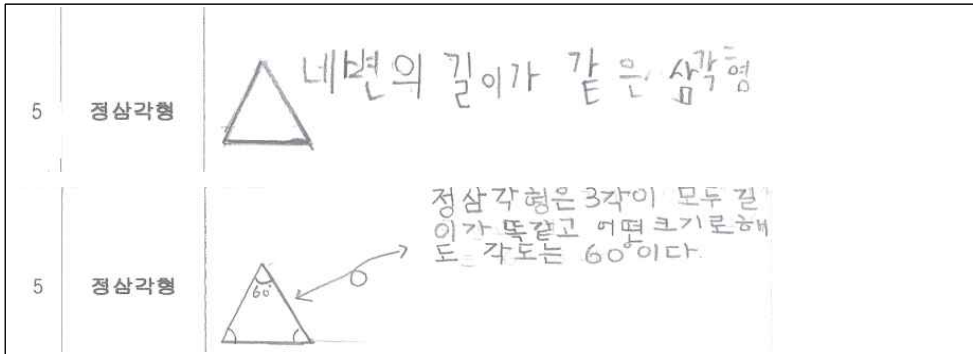
다음 표에서 정삼각형에 대한 교과서 약속하기는 위와 같으며, 서술형 문항에서 학생들의 정의하기에서 나타난 오답의 예시는 아래와 같다. 이러한 오답을 분석해보면 다음과 같다.





세 변의 길이가 같은 삼각형을 **정삼각형**이라고 합니다.

[그림 6] 정삼각형의 약속하기



[그림 7] 정삼각형에 대한 학생들의 답안 예시

주어진 문항은 정삼각형을 그리고 정삼각형을 언어로 정의하는 것이다. 몇몇 오답을 살펴 보면, <그림7>의 위와 같이 정삼각형 모양은 그렸으나 세 변의 길이 대신에 네 변의 길이 라고 설명한 학생이 2명, <그림7>의 아래 경우는 세 각이 모두 길이가 똑같다고 했는데 이 는 각의 크기와 변의 길이를 혼동하고 있으면서 정삼각형의 각도에 초점을 맞추고 있기 때 문이다. 그밖에 직각삼각형과 정삼각형을 혼동하여 직각삼각형의 정의를 쓴 학생이 2명, 정 삼각형을 ‘세 변의 길이가 같은 사각형’으로 쓴 학생이 4명이 있었다.<sup>5)</sup> 정삼각형의 성질을 이용해 개념을 설명하면서 각의 크기가 같다는 표현 대신에 각의 길이가 같다고 표현한 학 생도 2명 있었다.

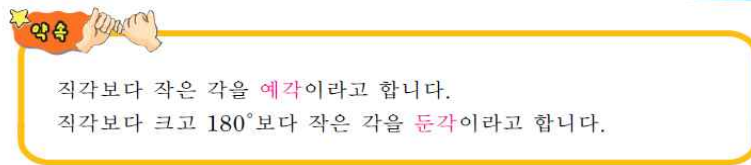
이처럼 학생들이 그림으로 표현하는 삼각형은 정삼각형의 형태이지만, 이를 정의할 때에 는 삼각형과 사각형, 직각삼각형과 정삼각형을 혼동하거나, 각의 크기와 변이 길이를 혼동하 는 경우를 종종 발견하게 되는데, 이러한 현상은 실제 수업 시간에서도 종종 나타나는 현상 이다. 이는 학생들이 갖고 있는 개념이미지를 비형식적으로 표현하는 것과 그 개념을 정확 하게 수학적으로 정의하는 것이 상이한 수준에서 이루어지는 것을 의미하는 것으로, 만약 이렇게 잘못 형성된 개념정의를 또 다른 개념 이룰때면 사각형과 충돌할 때에는 개념이미지 뿐만 아니라 전반적인 도형의 개념 형성에 부정적인 영향을 미칠 수도 있다. 이러한 문제점 을 극복하기 위해서는 학생 스스로 그림으로 표현한 것을 보다 정확하게 설명할 수 있어야 하며 이에 대한 지도가 함께 이루어져야한다. 더불어 작은 크기로 비교되는 대상으로 길이 로 설명되는 것이 아니라는 점 또한 분명히 해야 한다. 시각적으로는 삼각형과 사각형의 구 별은 쉽게 하지만 한편 정의하려고 하는 도형의 구성 요소와 그 개수를 정확하게 구분하지

5) 이 경우는 4학년 2학기에서 삼각형 대신 사각형을 집중적으로 다루고 있는 것과 관련해서 그 원인을 짐작해볼 수 있을 것이다.

못하는 학생들이 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 2학년에서 삼각형을 처음 다룰 때에만 세 변(또는 세 각)을 분명하게 할 것이 아니라 이후에 이등변삼각형이나 정삼각형과 같이 다양한 형태의 삼각형을 다룰 때에도 삼각형의 구성요소인 세 변과 세 각을 일차적으로 강조하고 그런 다음에 이들 삼각형의 정의하기를 통해 그 개념을 명확하게 지도할 필요가 있다.

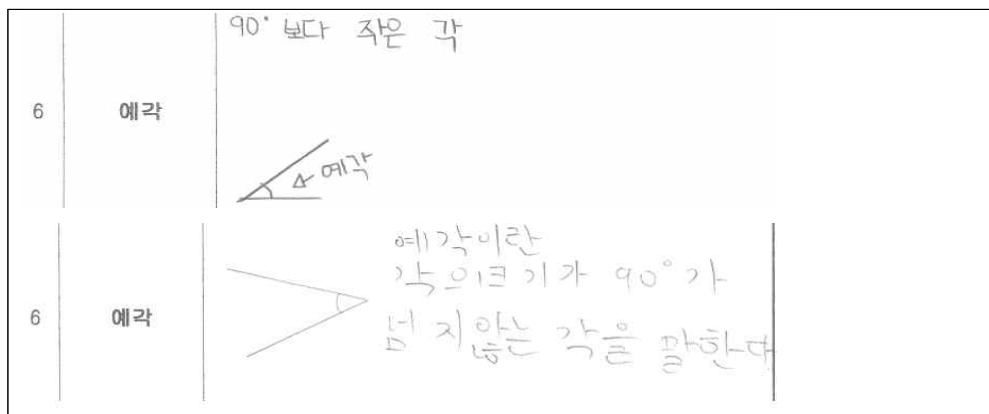
#### 4. 예각, 둔각

다음은 교과서 약속하기에 제시된 예각과 둔각의 정의(위)와 예각과 둔각에 대한 정의하기에서 드러난 오답 사례이다. 이를 통해 학생들의 예각에 대한 개념이미지와 개념정의를 살펴보면 다음과 같다.



[그림 8] 예각, 둔각의 약속하기

예각의 경우 1명을 제외한 모든 학생들이 예각을 ‘90도 보다 작은 각, 넘지 않는 각, 덜 되는 각, 아래인 각, 이하인 각’ 등으로 이해하고 있었다. 주로 예각과 관련해서 학생들은 작다, 넘지 않는다, 덜 된다. 아래, 이하와 같은 개념이미지를 가지고 있으며, 이를 90도와 관련해서 결합시키고 있었다. 둔각은 90도보다 크고 180도보다 작은 각으로, 두 각도 사이의 각으로 기술했다. 다만 이상과 이하, 미만과 초과의 표현은 보다 명확하게 지도할 필요가 있어 보인다.<sup>6)</sup>



[그림 9] 예각에 대한 학생들의 답안 예시

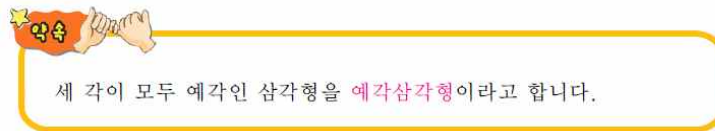
6) 수의 범위는 4학년 2학기 6단원에서 다루어지는데, 본 연구에서 검사지를 통한 실험은 4학년 2학기가 마무리되는 12월에 실시된 것으로 수의 범위를 학습한 이후에 해당한다.

학생들은 둔각과 예각의 개념은 알지만 그 표현에 있어서 미묘한 차이를 보였다. 이를테면, 예각이 90도 보다 작다는 특성은 알고 있으나 2명의 학생은 1도 보다 크고 90도 보다 작은 각이 예각이라고 답을 했는데, 이는 1도가 각의 최소단위로 다루어지면서 각의 시작으로 이해하고 있기 때문으로 보인다. 실제로 각도기의 눈금은 1도 단위로 표시되어 있지만 1도 보다 더 작은 각이 있을 수 있다는 것도 교구의 실습 및 작도를 통해 익힐 수 있어야 하며, 동시에 각도 막대 등의 교구를 활용하여 두 각이 만들어지는 원리를 충분히 익히게 하여 0도 보다 크고 90도 보다 작은 각이 예각임을 알 수 있도록 지도해야 한다.

이것과 마찬가지로 둔각의 경우에도 90도보다 크고 180도보다 작은 각이 둔각이라는 사실은 알고 있으나 이상과 이하 및 초과와 미만의 명확한 의미를 파악하지 못한 채 혼동하는 경우가 종종 있는데, 이를 보완하기 위해서 교사는 각각의 용어에서 비롯되는 차이를 그림과 함께 제시함으로써 둔각의 개념정리가 분명해질 수 있도록 용어 사용에 주의를 기울여야 한다.

### 5. 예각삼각형, 둔각삼각형

예각과 둔각에 이어 각의 크기와 삼각형 개념을 결합한 예각삼각형과 둔각삼각형에 대해 살펴보고자 한다. 먼저 예각삼각형을 교과서 약속하기에서는 다음과 같이 설명하고 있으며, 학생들의 정의하기에서는 다음과 같은 오답들이 나왔다. 이를 중심으로 예각삼각형에 대한 학생들의 이해를 살펴보면 다음과 같다.

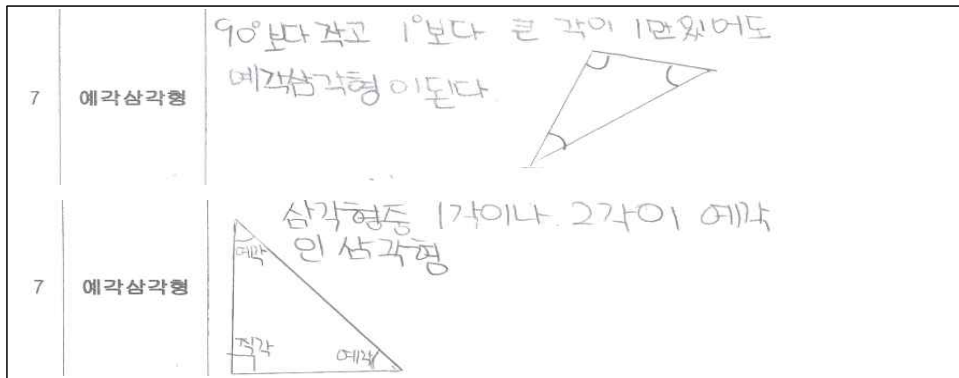


[그림 10] 예각삼각형의 약속하기

세 각이 모두 예각인 삼각형을 예각삼각형이라고 바르게 정의한 학생은 모두 8명이었다. 그밖에 여기서 나타난 몇 가지 오개념을 보면, 삼각형의 세 각 중 한 개 또는 두 개가 예각이면 예각삼각형이라고 설명한 학생이 6명(<그림11>의 위) 그리고 세 각의 크기가 모두 90도 이하인 삼각형이 예각삼각형이라고 대답한 경우가 2명 있었다.

한편 둔각삼각형이나 직각이등변삼각형(<그림11>의 아래)을 그려 놓고 이 가운데 예각인 각을 표시한 후 이것을 예각삼각형이라고 정의한 학생도 3명이나 있었다. 이러한 오개념의 원인으로 생각해볼 수 있는 것은 ‘예각삼각형’이라는 용어에서 ‘예각’과 ‘삼각형’을 따로 분리한 상태에서 예각삼각형을 받아들이기 때문으로 보인다. 곧, 예각이 있는 삼각형, 또는 삼각

형에서 예각이 있거나 하면 그 삼각형은 예각삼각형이 된다고 생각하고 있기에 이와 같은 오개념이 발생한다고 볼 수 있다. 이를 바로잡기 위해서는 삼각형에는 세 각이 있으며 세 각 모두가 예각인 삼각형을 예각삼각형이라고 약속하며, 한 각이 예각인 경우(그림에서 한 각만을 예각으로 표현하고 설명할 경우),<sup>7)</sup> 두 각이 예각인 경우(그림에서 두 개의 각만을 예각으로 표현하고 설명할 경우) 등 다양한 예를 제시함으로써 예각삼각형의 정례와 반례를 학생 스스로 찾아낼 수 있도록 지도해야 한다.



[그림 11] 예각삼각형에 대한 학생들의 답안 예시

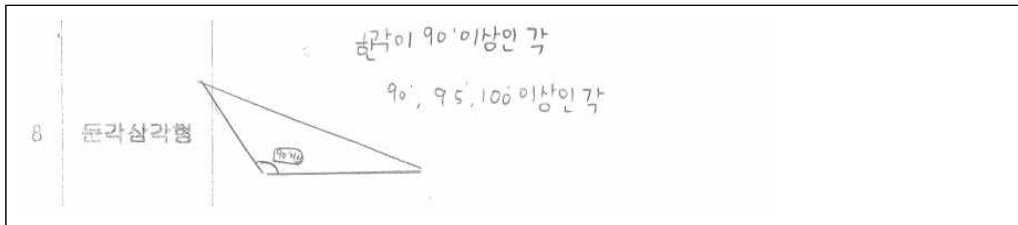
둔각삼각형에 대해서도 예각삼각형과 비슷한 현상을 살펴볼 수 있었지만, 차이점은 예각삼각형이 세 각이 모두 예각인데 비해 둔각삼각형의 경우 한 각이 둔각인 삼각형으로 약속하기 때문에 이러한 각의 개수로 인한 오류는 발견되지 않았다. 다만 <그림13>과 같이 90도를 포함하는 90도 이상이라는 표현과 삼각형의 약속하기임에도 불구하고 여전히 각에 초점을 맞추어 ‘한 각이 90도 이상인 각’으로 정의하는 것에서 알 수 있듯이 둔각이라는 개념과 삼각형이라는 개념 가운데 아무래도 각이라는 용어에 보다 초점을 맞추고 있음을 알 수 있다.



한 각이 둔각인 삼각형을 **둔각삼각형**이라고 합니다.

[그림 12] 둔각삼각형의 약속하기

7) 실제로는 한 각만이 예각인 삼각형은 존재하지 않는다. 그러나 그림으로 표현할 때에는 한 각만을 예각으로 표시하고 이 경우 예각삼각형이 되지 않는 반례를 제시할 수 있으며, 두 각이 예각인 경우에도 예각삼각형이 되지 않는 경우를 설명할 수 있을 것이다.



<그림13> 둔각삼각형에 대한 학생들의 답안 예시

따라서 예각삼각형과 둔각삼각형을 지도할 때에는 직각삼각형과의 관계를 동시에 살펴볼 수 있어야 하며, 또한 예각삼각형(예각+삼각형)인 경우에 예각은 삼각형의 세 각 모두에 대해 성립하는 반면 둔각삼각형(둔각+삼각형)인 경우에는 한 각이 둔각이라는 점을 분명히 함으로써 두 삼각형의 개념을 동시에 다루는 동시에 그 차이점을 확인할 수 있어야 하며 이 과정은 앞서 학습했던 개념들(예각, 둔각, 직각 등)에 대한 지속적인 피드백과 함께 지도할 수 있어야 한다.

## V. 이름짓기(naming) 결과 분석

앞서 도형에 대한 정의하기 활동에 이어 4학년 1학기 도형 영역에서 다루었던 기본 개념 가운데 다음에서는 예각, 둔각, 수직, 평행선, 이등변삼각형, 정삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형에 대한 이름짓기 활동을 별도로 실시한다. 학생들의 반응에서 찾아볼 수 있는 이름과 관련된 수학적 성질, 이로부터 발생하는 오개념<sup>8)</sup> 등을 분석하고 더불어 교사들이 도형 영역에서 생각해볼 수 있는 지도상의 유의점에 대해 생각해본다.

### 1. 예각

아래와 같이 그림으로 주어진 각의 이름을 쓰게 한 다음(정의하기), ‘내가 지어준 이름’을 통해 이름짓기 활동을 하였다. 그리고 각각의 이름에 대한 이유를 생각나는 대로 자유롭게 쓰게 하였다. 이를 통해 학생들이 예각과 관련해서 떠올리는 수학적 성질이 무엇인지 알아보고, 또한 여기서 비롯될 수 있는 비형식적 지식 측면을 생각해봄으로써 예각을 지도할 때 고려해야 할 내용을 살펴보았다. 먼저 이름짓기 활동에서 학생들이 제안한 예각의 이름은 다음과 같다.

8) 본 연구는 이름짓기에서 나타나는 오개념들이 학생들의 개념이미지에서부터 비롯되는 비형식적 지식과 밀접하게 연결되어 있다는 것을 전제로 하고 있으며, 그에 따라 학생들이 붙인 이름과 앞서 개념정의하기 검사에서 오답으로 분류되었던 내용들 간의 관련성을 분석하고 있다.

후배각(90도보다 작아서), 저체중각, 소형각, 90도 미만각, 자라지 못한 각, 예리한 각, 발전하지 못한 각, 막내각, 꼬마각, 90도의 후배, 90도의 동생, 90도 이하각, 뽀족한 각, 부하삼각형, 꼬맹이삼각형 등		
1		<p>▶내가 지어준 이름 - 발전못한 각</p> <p>▶이유 - 이 각은 아직 발전을 못해 90°를 못넘기기 때문에 아직은 발전못한 삼각형이다</p>
1		<p>▶내가 지어준 이름 - 꼬마 각</p> <p>▶이유 - 각이 90° 이상라서 꼬마각이다.</p>

<그림14> 예각에 대한 학생들의 이름짓기 예시

이름짓기 활동에서 알 수 있는 부분은 예각하면 90도를 넘지 못한다는 수학적 성질이 먼저 학생들에게 떠오른다는 사실이다. 그런데 이러한 이미지는 ‘작다’ 또는 ‘불완전하다’는 이미지와도 직접적으로 관련되어 있음을 위의 결과에서 알 수 있다.



곧, ‘90도 보다 작다’는 예각의 개념정의에서부터 예각에 대한 이름짓기가 가능하지만(90도 미만각, 90도 이하각, 90도의 후배, 90도의 동생), 또 다른 한편에선 이러한 이미지가 불완전하다는 인상을 심어줄 수도 있다(자라지 못한 각, 발전하지 못한 각). 그리고 경우에 따라서는 비교 대상인 90도가 중요한 것이 아니라 ‘예각은 (그저) 작다’라는 데에만 초점이 맞추어지기도 한다. 그래서 ‘작은 각은 예각이다’라는 식의 이름들을 붙이게 되는데, 예를 들어 꼬마각, 막내각, 소형각 등은 이러한 개념이미지와 관련되어 있다. 한편 또 다른 특징은 예각이라는 이름에서부터 또는 시각적 이미지에서부터 영향을 받는 것으로, 예리한 각, 뽀족한 각 등의 이름이 있다. 하지만 이 경우에도 각이 90도보다 작다는 것을 이름짓기의 이유로 제시하고 있다는 점에서, 학생들의 예각에 대한 개념정의만큼은 분명하다는 사실을 알 수 있다.

한편 이름짓기에서 드러난 오개념으로, 예각을 부하삼각형, 꼬맹이삼각형, 90도보다 작은 삼각형이라고 이름을 지은 학생들이 3명 있었다. 이는 (학생들의 관점에서) 각을 도형으로 인식하지 못한 상태에서 그래서 다소 불완전한 각보다 완전한 형태를 갖는 삼각형을 선호하기 때문에 나타나는 현상으로 이해될 수 있으며, 예각을 예각삼각형과 동일시하여 각의 이름이 아닌 삼각형의 개념으로 이해하고 있기 때문이다. 이에 대한 지도방안으로는 삼각형은 세 변과 세 각으로 이루어져 있다는 사실을 재차 확인하고 예각의 그림에는 세 변과 세 각이 없다는 점을 확인하게 하여 예각과 예각삼각형의 차이를 이해할 수 있도록 예각삼각형 지도 이전에만 예각을 다룰 것이 아니라 그 후에도 다시 한 번 예각을 예각삼각형과 비교하여 설명하는 것이 필요하다. 그리고 90도 이하인 각으로 이름을 지은 학생이 2명 있었는데

(특히 학생들이 이유를 기술하는 대목에서는 '90도 이하'라는 표현이 더 많이 나왔다), 90도 이하일 경우 직각도 포함된다는 사실을 확인할 수 있도록 이상과 이하의 용어 사용 및 예각과 직각의 차이점에 대해서도 분명하게 설명할 필요가 있다.

## 2. 둔각

일반적으로 둔각의 이름짓기 활동은 예각과 대비되는 그래서 예각과는 반대되는 개념으로 이름들이 붙여지고 있음을 알 수 있다. 이름짓기 활동에서 제시된 둔각의 이름을 정리하고 학생들이 사용한 수학적 성질과 여기서 이끌어낼 수 있는 지도 방안을 살펴보면 다음과 같다.

선배각, 90도 넘는 각, 비만각(각의 크기가 너무 커서), 90도 초과인 각, 큰 것, 둔한각, 형님각, 부모삼각형, 큼지막한 각, 90도의 형, 늙은 각, 노인 각, 형님삼각형, 발전한 각, 첫째각 등	
2 	▶내가 지어준 이름 - 형님각 ▶이유 - 90° 보다 크기가 큰 각이어서
2 	▶내가 지어준 이름 - 큼지막한 각. ▶이유 ⇒ 예각, 직각, 둔각 중에서 둔각이 가장 크기 때문에 큼지막한 각이라고 했다.

[그림 15] 둔각에 대한 학생들의 이름짓기 예시

먼저 둔각의 이름짓기에서 알 수 있는 특징은 둔각이 90도보다 크면서 동시에 180도보다 작음에도 불구하고 90도보다 크다는 한쪽 측면에만 초점이 맞추어진다는 점이다. 이러한 경향은 초등학교 수학에서 다루어지는 각도의 범위가 제한적이고 그러다보니 굳이 180도보다 작다는 부분은 강조되지 않아도 된다고 생각하기 때문이다. 또 다른 원인으로 삼각형과 같은 볼록다각형에서 주로 각도가 다루어지다보니 상한으로 180도를 다루지 않고 특히 둔각 삼각형에서 둔각이 삼각형과 동시에 다루어질 경우에는 삼각형의 내각의 합이 180도이고 이로 인해 굳이 180도보다 작다는 언급이 필요없다고 암묵적으로 이해하기 때문에 나타나는 현상이다.

학생들 답변에서 둔각을 90도와 비교해서 더 크다는 것을 강조한 이름으로는 90도 넘는 각, 90도 초과인 각, 90도의 형 등이 있지만, 예각의 이름짓기에서 제시된 것과 대치되는 시

각에서 크다는 점에 초점이 맞춘 이름(큼지막한 각, 형님각, 노인각, 늙은 각 등)과 둔각이라는 이름의 뉘앙스에서 비롯된 이름(둔한 각) 등이 있었다. 이처럼 많은 학생들은 예각에서 지은 이름과 대치되는 이름들을 붙였는데, 이를테면 후배각↔선배각, 저체중각↔비만각, 막내각↔형님각 등도 이에 해당한다. 이는 예각과 둔각을 동시에 약속하는 과정에서 학생들은 둔각을 예각과 반대되는 개념으로 받아들이고 있기 때문으로 보인다. 한편 예각과 둔각의 이름짓기에서 수학 외적인 상황으로 가족과 관련된 용어들이 가장 많이 등장하는데, 이는 ‘작다’와 ‘크다’를 연상할 때 우선적으로 떠오르는 이미지 또는 실생활의 요소가 가족 관계에서부터 비롯되기 때문으로 보인다. 또한 예각에서와 같이, 둔각을 부모삼각형이나 형님삼각형으로 이름을 지은 학생들이 있었는데, 이는 둔각을 삼각형의 개념으로 생각했기 때문이며 각과 삼각형의 차이점을 각과 꼭짓점, 변 등 도형의 구성 요소부터 명확히 지도할 필요가 있음을 보여주는 대목이다. 예각의 경우에는 90도 이하인 각으로 이름을 붙이거나 또는 그 이유를 90도 이하라고 답한 학생들이 있었으나 이에 비해 둔각의 경우는 90도 이상이라고 답한 학생은 없었다. 다만 앞서 기술했듯이, 90도 보다 크다는 성질을 이용하여 이름을 붙였지만 180도보다 작다는 점이 이름짓기에서 등장하지 않았는데, 따라서 둔각의 학습-지도에서 무조건 90도보다 크다는 부분에만 초점을 맞출 것이 아니라 각의 크기의 범위를 명확히 제시할 필요가 있다.

### 3. 수직

수직에 대한 이름짓기 활동 내용을 정리하면 다음과 같다.

<p>중간(180도의 중간이라서), 90도의 만남, 적당한 것(90도가 넘지도 않고 작지도 않고 적당해서), 네 직각 수직, 직각선분, 만나서 직각선, 90도 합, 방사각형(방의 모서리는 90도라서) 등</p>	
	<p>▶내가 지어준 이름 - 직각선분 ▶이유 - 선분을 이어 직각 이모꼴이 들어간 것이어서</p>
	<p>▶내가 지어준 이름 - 방사각형 ▶이유 - 방의 모서리는 90°이다 그래서 방인 것 같다</p>

[그림 16] 수직에 대한 학생들의 이름짓기 예시



수직에서 가장 많이 등장하는 용어는 ‘90도’, ‘직각’이었으며(90도의 만남, 직각선분 등), 수직에 대한 학생들의 개념이미지를 짐작할 수 있는 이름으로는 90도가 0도와 180도의 중간이라는 의미에서 비롯된 ‘중간’, 90도가 넘지도 않고 부족하지도 않다고 해서 ‘적당한 것’ 등이 있었다. 이는 학생들이 각도를 학습하면서 예각과 둔각을 서로 반대되는 개념으로 받아들이는 반면, 교과서에서 제시된 바대로 직각은 이들 사이를 구분하는 기준이 되는 것으로 해석하고 있음을 보여주는 대목이다. 이와 함께 학생들은 수직이라는 개념을 두 선분의 위치 관계(도형 측면)로 파악하기 보다는 각도(측정 측면)에 초점을 맞추고 있음을 알 수 있다. 이는 교사들이 수직을 지도하는 동안 직각이라는 부분을 우선해서 강조하고 있으며, 그 결과 많은 학생들이 수직과 직각을 동일시하여 같은 맥락에서 수직 개념을 인식하고 있음을 보여주는 대목이다.

이에 비해 수학적으로 수직은 직각과는 구분되어야 할 개념으로, 직각이 각의 크기를 나타낸다면 이에 비해 수직은 직각(또는 90도)을 이루는 선분(또는 직선)의 위치 관계를 나타내는 것이다. 곧, 수직에서 우선되어야 하는 것이 선분과 선분 사이의 위치관계이며 이러한 위치관계 가운데 한 가지 경우가 바로 직각이고 이때의 위치 관계를 수직이라는 점을 교사가 분명하게 인식하고 있어야 하며, 이러한 관점에서 수직이라는 개념을 학생들에게 지도할 수 있어야 한다.

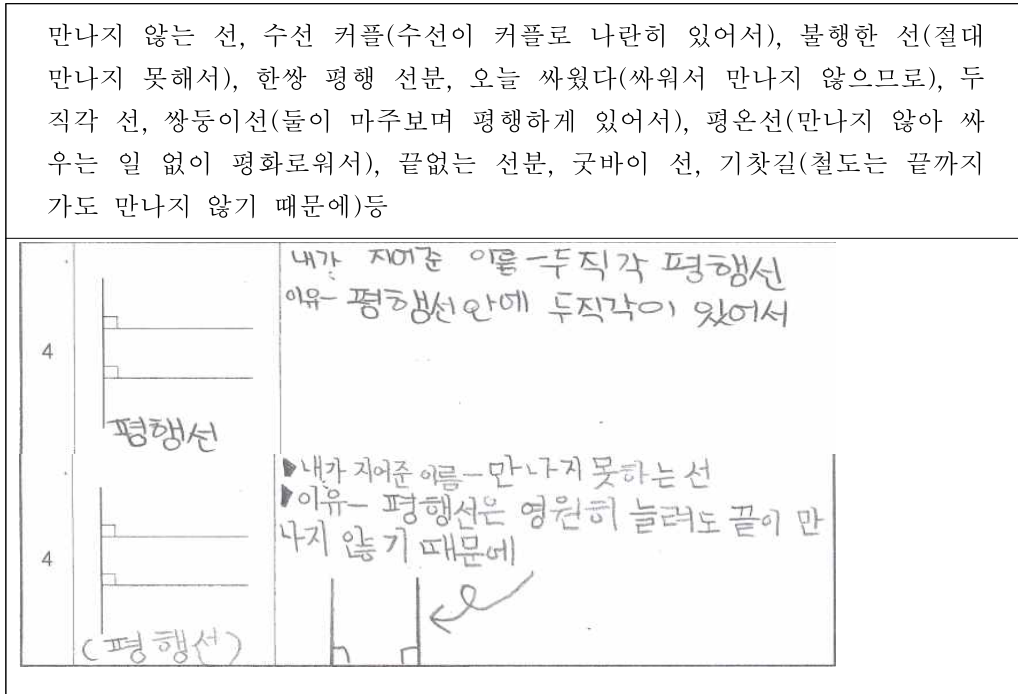
#### 4. 평행선

평행선에 대한 이름짓기 활동은 다른 도형들과 달리 여러 가지 비수학적 상황들이 등장한다. 이러한 이름들은 평행선은 ‘만나지 않는다’라는 개념이미지에서부터 비롯된 것으로, 학생들이 제시한 평행선의 이름짓기 결과를 살펴보면 다음과 같다.

수학적인 성질을 충분히 반영하여 이름짓기를 한 학생들은 한 직선에 수직인 두 직선은 서로 만나지 않고 평행하다는 점에 초점을 맞추어 평행선에 이름을 붙였다(수선 커플, 두 직각 선 등). 이에 비해 평행선은 서로 만나지 않는다는 사실을 특히 중요하게 생각한 경우는 기차길, 굿바이선, 만나지 않는 선 등의 이름에서 이러한 생각을 읽을 수 있다. 특히 평행선의 경우, 다른 도형에서와 달리 감성적인 측면에 호소하는 그래서 감정 표현들이 많았는데, 이를테면 오늘 싸웠다, 불행한 선, 평온선 등이 이에 해당한다.

평행선의 지도에서 중요한 부분은 수직과 같이 두 직선의 위치관계에 초점을 맞추어야 한다는 점이다. 그러나 이름짓기에서 알 수 있듯이 일부 학생들은 평행선을 다룰 때 두 직선을 대상으로 생각하기보다는 그저 만나지 않는다는 성질에만 집중하고 있으며, 이 경우 평행선이 어떻게 만들어지는지에 대한 설명을 할 수 없게 된다. 그 결과 평행선을 작도하는 과정은 만나지 않는다는 평행선의 성질로 인해 쉽게 잊게 된다. 끝없는 선분, 굿바이 선과 같은 이름은 두 개의 직선에서 비롯된 위치관계가 아니라 주어진 직선 그 자체에서 보이는 것에서부터 이름을 붙인 것으로, 비록 학생들이 그 이유를 만나지 않기 때문이라고 한다 하

더라도, 실제에서는 평행선을 두 직선의 위치관계로 파악하지 못하고 있음을 알 수 있는 대목이다.





[그림 17] 평행선에 대한 학생들의 이름짓기 예시

한편 앞서 예각과 둔각에서 각을 삼각형의 이름으로 부르는 경우가 있었는데, 이와 비슷하게 평행선에 대한 이름으로 사각형을 쓰는 학생들이 있었는데(못 만나는 사각형, 두번 마주보는 사각형 등), 이러한 사실은 앞서와 마찬가지로 학생들이 생각하는 도형의 개념이 다각형과 같은 평면도형 곧, 닫힌 상태에서 이루어진 완전한 형태에만 국한되어 형성되어 있기 때문이다. 이러한 경우를 대비해서 사각형 단원을 지도할 때 평행선은 두 직선의 위치관계인데 비해 평행사변형과 같은 사각형은 4개의 선분과 4개의 각으로 이루어진 도형이라는 점을 두 직선의 위치관계인 평행선과 비교하여 재차 확인하는 과정이 필요해 보인다.

## 5. 이등변삼각형

이등변삼각형에 대한 이름짓기 활동을 분석하면 다음과 같다.

<p>남매삼각형(남매처럼 길이가 같아서), 외톨이삼각형(다른 변의 길이가 1개 있어서), 언제나 똑같은 삼각형, 2번 같아 삼각형, 두 개씩 삼각형(두 변의 길이와 두각의 크기가 같아서), 쌍둥이삼각형, 이등삼각형, 두변길이삼각형, 두변삼각형, 닭은꼴삼각형, 마주보는 변 삼각형, 짝수변 삼각형 등</p>		
1	 (이등변삼각형)	<p>▶내가 지어준 이름 - 외톨이 삼각형                  ▶이유 - 이 도형에는 다른 크기의 각이 한개 다른 변의 길이 1개 있어서 외톨이 삼각형이라고 이름을 지었습니다.</p>
1	 (이등변삼각형)	<p>▶내가 지어준 이름 - 짝수변 삼각형                  ▶이유 - 두 변의 길이가 같고 눈자리가 각각 두이기 때문</p>

[그림 18] 이등변삼각형에 대한 학생들의 이름짓기 예시

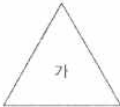

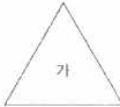
이등변삼각형의 경우 학생들은 이름 자체에서 비롯된 개념이미지를 이용하여 이름을 붙이거나 또는 여기에서 비롯된 이미지를 사용하였다. 이를테면, 이등변삼각형과 같은 의미에서 그 이름이 반복되는 이름짓기의 예로는 2번 같아 삼각형, 두 변 길이 삼각형, 두 변삼각형 등이 있으며, 이를 확장한 이미지를 사용한 경우는 두 변과 두 각이 각각 같다는 성질을 반영한 이름짓기의 예로 두 개씩 삼각형, 외톨이 삼각형(한 변과 한 각만이 다르다는 의미에서) 등이 있다.

이에 비해 언제나 똑같은 삼각형, 쌍둥이 삼각형, 닭은꼴 삼각형 등의 이름은 '두 변의 길이가 같다'라는 이등변삼각형의 약속하기에서 지나치게 '같다'라는 사실만을 강조한 것으로, 이처럼 '같다'라는 부분에만 집중할 경우 정삼각형이나 합동 및 닮음의 개념과 혼란을 야기할 수 있다. 한 예로 두 변의 길이가 같고 두 각의 크기가 같다는 성질을 활용해서 닭은꼴 삼각형이라고 이름을 지은 학생의 경우, 모든 이등변삼각형을 닭은꼴로 오해할 수 있는데, 이러한 오개념은 이후 도형의 닮음을 학습하는 과정에서 또 다른 오개념으로 연장될 수 있기에 주의해야 하는 대목이다. 또한 '마주보는 변 삼각형'이라는 이름에서, 학생들이 생각하는 '마주본다'라는 개념이 길이가 같은 변이 우선하고 그렇지 않은 경우는 변과 변이 마주보는 것이 아니라고 생각하는 점에도 주목할 필요가 있다. 도형에서 '마주본다'라는 개념은 변의 길이와 무관한 개념임에도 불구하고, 이등변삼각형의 학습 과정에서 '마주본다'라는 개념이 길이가 같은 변 사이의 관계로 고착될 수 있기 때문이다. 이처럼 학생들이 갖고 있는 비형식적인 개념은 이름짓기를 통해 파악할 수 있는 특징이며, 이러한 요소들은 도형 영역에서 각각의 개념을 지도하는 과정에서 세밀하게 반영되어야 한다.

## 6. 정삼각형

정삼각형의 이미지는 일반적으로 바르고 완벽한 것으로 받아들여지고 있는데, 이름짓기 활동에서 제시된 이름들은 이러한 사실을 보다 분명하게 확인시켜준다.

이들테면, 똑같은 삼각형, 똑바른 삼각형, 완벽한 삼각형 등의 이름은 학생들이 정삼각형을 바라볼 때 시각적으로 받는 인상이 무엇에 맞추어져 있는가를 잘 보여주고 있다. 정삼각형은 세 변의 길이가 같은 삼각형이다. 그리고 세 변의 길이와 세 각의 크기가 같다는 성질을 가지고 있다. 그래서 학생들은 정삼각형이 아주 까다롭고 완벽한 삼각형이라는 인상을 가지고 있으며 이름 또한 완벽한 삼각형이나 똑바른 삼각형으로 붙인 것을 알 수 있다. 이러한 학생들의 인식은 대왕삼각형(가장 높은 단계에 있는 삼각형), 오호! 삼각형(모든 성질을 만족하는 놀라운 삼각형)과 같은 이름에서 조금 더 과장되어 나타나기도 한다.

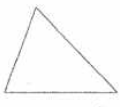
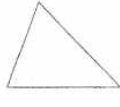
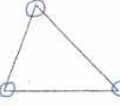
모두삼각형(세 변의 길이와 세 각의 크기가 모두 같아서), 똑같은삼각형, 세 쌍둥이삼각형, 똑바른삼각형, 60도삼각형, 같은삼각형, 닳은꼴삼각형, 한마음삼각형, 삼형제삼각형, 한각 60도삼각형, 오호! 삼각형, 대왕삼각형(조건을 갖추어야 하는 것이 많아서 대왕임), 피라미드삼각형, 완벽한삼각형		
2		▶내가 지어준 이름 - 60°삼각형 ▶이유 - 왜냐하면 모든 각도가 60°이고 아무리 크게 만들어도 각도는 무조건 60°이기 때문에
2		▶내가 지어준 이름 - 오호! 삼각형 ▶이유 - 세 변의 길이가 같고 세 각의 크기도 같은 오호!란 말이 튀어나와서
2		▶내가 지어준 이름 - 완벽한삼각형 ▶이유 - 세 변의 길이가 같고 세 각의 크기도 같아서 완벽한삼각형이야

[그림 19] 정삼각형에 대한 학생들의 이름짓기 예시

또한 정삼각형의 성질들을 반영한 이름으로는 모두삼각형, 삼형제 삼각형, 세 쌍둥이 삼각형 등이 있는데, 특이한 점은 정삼각형의 경우 이등변삼각형과 달리 '세 변의 길이가 같다'는 약속하기에서부터 비롯된 이름이 없었다는 점이다. 오히려 각에 초점을 맞춘 이름으로 60도 삼각형, 한 각 60도 삼각형 등이 있다. 정삼각형을 60도 삼각형이라고 한 경우 모든 정삼각형에 적용되는 성질이라는 점에서 특징적이다. 이에 비해, 한 각 60도 삼각형의 경우는 역시 정삼각형의 각에 초점을 맞춘 것으로, 사실은 한 각만을 말하는 것이 아니라 모든 각을 말하고자 한 것으로 학생들이 정삼각형을 바라보는 관점이 이등변삼각형과는 달리 세 변의 길이보다 세 각의 크기에 맞추어져 있음을 알 수 있다.

## 7. 예각삼각형

예각삼각형의 이름짓기 활동은 앞서 살펴본 예각과 직접적으로 관련되어 있는데, 학생들이 사용한 예각삼각형에 대한 이미지를 이름짓기에서 살펴보면 다음과 같다.

막내삼각형, 모든각예각삼각형, 90도가 아닌 삼각형, 직각이 안된 삼각형, 꼬맹이삼각형, 꼬마삼각형, 90도를 안넘는 삼각형, 좁은각삼각형(세각이 좁은각이라서), 작은삼각형, 예리한삼각형, 각이 작은 삼각형, 세각변형, 소심한삼각형, 나약한삼각형 등	
3  (예각삼각형)	▶내가 지어준 이름 - 좁은각삼각형 ▶이유 - 삼각형의 세각이 모두 예각(좁은각)이라서
3  (예각삼각형)	▶내가 지어준 이름 - 소심한 삼각형 ▶이유 - 세각이 모두 다르고 꼭 소심해서 각을 넘히지도 못하고 소심해서 변의 길이도 다 맞지 않아 소심하다고 생각했다
3  (예각삼각형)	▶내가 지어준 이름 - 90° 넘기는 삼각형. ▶이유 - 이 삼각형은 세 각 모두 예각이다. 예각은 90°를 넘기지 못한다. 그러므로 이 삼각형의 각에는 90°를 넘기지 못하는 각이 3개나 있다.

[그림 20] 예각삼각형에 대한 학생들의 이름짓기 예시

예각삼각형은 앞서 제시한 예각에 대한 이름짓기 활동과 삼각형이라는 평면도형의 이름이 결합한 것으로 이해해야하나, 여기서 등장하는 이름들은 주로 예각 및 그 성질에만 맞추어져 있음을 알 수 있다. 이를테면, 예각의 이름짓기에서 제시된 예리한 각의 이름은 여기서 예리한 삼각형으로, 막내각은 막내삼각형으로, 꼬마각은 꼬맹이삼각형 등으로 나타나고 있다. 이 과정에서 삼각형이라는 평면도형 그 자체에 초점을 맞춘 이름짓기는 찾아볼 수 없었는데, 이는 이등변삼각형, 정삼각형에서도 동일하게 나타나는 현상으로, 학생들에게 삼각형은 하나의 독립된 대상으로 더 이상 다른 이름이 붙여질 수 없는 고정된 형태의 것으로 인식되고 있기 때문으로 보인다. 이러한 현상은 결국 두 가지 이상의 도형이 결합된 도형의 이름짓기의 경우 가변적인 요소와 비가변적인 요소가 어떻게 구분되고 있는지를 보여주는 대목이다.

한편 각의 크기를 강조한 이름으로는 90도가 아닌 삼각형, 90도를 안 넘는 삼각형, 90도 못 넘기는 삼각형 등의 이름으로 90도가 아니거나 90도 보다 작다는 데서부터 삼각형의 이름을 붙인 경우가 많았다. 학생들은 수학시간에 배운 것처럼 삼각형의 종류를 구분할 때 각을 중심으로 (세 각이 모두)90도보다 작은 삼각형, (한 각이)90도가 있는 삼각형, (한 각이)90도가 넘는 삼각형으로 삼각형을 분류하고, 이들 각각에 대해 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형으로 기억하고 있음을 알 수 있다.

특히 이름짓기를 통해 알 수 있는 사실은 학생들의 이러한 삼각형에 대한 이해가 각을 중심으로 한 서열, 또는 일종의 순서 관계로 매겨져 있다는 점이다. 한 예로, 막내삼각형은 예각삼각형의 이름으로, 직각삼각형은 둘째삼각형, 그리고 둔각삼각형은 첫째삼각형(또는 형님삼각형)이라고 이름을 붙이는 경우를 발견할 수 있다. 이와 함께 학생들은 90도를 넘지 못하는 각을 가진 삼각형이라는 생각에서 예각삼각형을 소심하다, 작다, 나약하다라는 이미지로 받아들이고 있는데, 이러한 이름으로부터 각의 크기에서 비롯된 이미지가 일련의 감정적인 단계에서 힘의 서열과도 관련되어 있음을 알 수 있다.

## 8. 둔각삼각형

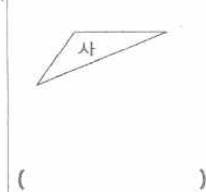
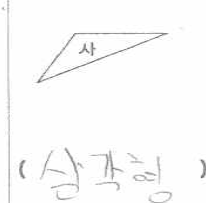
둔각삼각형의 이름짓기 활동은 예각과 둔각이 대비선상에 놓이는 것과 마찬가지로 예각삼각형과는 대치되는 지점에 놓여 있다. 다음은 둔각삼각형에 대한 이름짓기 활동의 결과이며 이로부터 학생들의 둔각삼각형에 대한 이미지를 읽을 수 있다.

학생들은 삼각형의 세 각 중 한각이 둔각이 있다는 성질을 이용하고 있으며, 이는 둔각삼각형을 올바른 개념정의를 통해 이해하고 있음을 뜻한다. 그러나 이와 달리 갈매기삼각형 등과 같이 단순히 시각적인 이미지에서부터 둔각삼각형의 이름을 지은 것 또한 찾아볼 수 있다.

둔각삼각형은 삼각형의 세 각 중 한각이 둔각인 삼각형을 말한다. 둔각은 90도보다 크고 180도보다 작은 각을 말하는데, 학생들은 둔각에 대해 크다, 어른스럽다, 첫째, 외롭다, 혼자다 등의 이미지를 갖고 있으며, 이러한 둔각에 대한 이미지가 그대로 둔각삼각형의 이름짓기 활동에서 나타나고 있음을 알 수 있다. 한 예로, 둔각에 초점을 맞춘 경우 붙여진 이름으로는 한 명만 썬 삼각형, 큰 각 삼각형, 넓은 각 삼각형, 한 각만 90도 넘긴 삼각형 등이 있었다. 특이한 것으로는 둔각과 동시에 다른 두 각을 동시에 고려한 이름으로는 작은

각 큰 각 삼각형, 크고 작은 삼각형 등이 있었다.

한 명만 쉰 삼각형(한각만 90도를 넘어서), 큰 각 삼각형, 넓은 각 삼각형(둔각을 넓은 각으로 봄), 한 각만 90도 넘긴 삼각형, 왕각삼각형, 첫째삼각형(둔각이 제일 커서 첫째로 생각함), 늪은 삼각형, 갈매기삼각형(둔각이 있어 삼각형 모양이 갈매기 같아서), 작은 각 큰 각 삼각형, 크고 작은 삼각형(둔각과 예각이 모두 있어서), 둔한삼각형, 외로운삼각형(둔각이 단 1개밖에 없어서), 어른각삼각형등

 <p>4 ( )</p>	<p>▶내가 지어준 이름 - 30° 삼각형 ▶이유 - 30°인각이 2개가 있어서 30°삼각형이다</p>
 <p>4 (삼각형)</p>	<p>▶내가 지어준 이름 - 할아버지 삼각형 ▶이유 - 길이가 제일 길어서</p>

[그림 21] 둔각삼각형에 대한 학생들의 이름짓기 예시

그러나 위의 첫 번째 예시에서와 같이 30도 삼각형은 둔각삼각형의 이름짓기를 할 때 둔각이 아닌 나머지 특정한 두 각에만 초점을 맞추어 이름짓기를 한 것으로, 이처럼 특수한 경우에 해당하는 둔각삼각형을 일컫는 이름도 있었다. 두 번째 예시는 예각삼각형과 둔각삼각형 모두 각의 크기에만 초점을 맞추어서 이름짓기 활동이 이루어진 반면, 둔각삼각형에서 할아버지 삼각형의 이름에 대한 이유를 살펴보면 길이가 제일 길다는 이유를 제시했는데 이 경우는 각에 대한 이미지에서부터 이름을 붙인 것이 아니라 시각적으로 먼저 부각되는 가장 긴 변을 보고 이름을 붙인 것이다. 이러한 사실로부터 이들 두 학생은 둔각삼각형에 대한 개념정의를 바르게 형성하지 못했다고 볼 수 있는데, 이처럼 이름짓기 활동의 자료들은 학생들을 대상으로 도형에 대한 바른 개념 형성을 비롯하여 도형을 지도할 때 활용될 수 있을 것이다.

## VI. 결론 및 요약

본 연구는 초등학교 4학년 1학기 수학 가운데 도형 영역을 중심으로 각 도형의 개념을 어떤 상태에서 이해하고 있는지를 파악하기 위한 것으로, 먼저 약속하기에 제시된 기본 개념을 서술하는 평가를 통해 초등학교 4학년 학생들의 평면도형에 대한 개념정의 이해 정도를 파악하고, 다음으로 도형의 어떠한 특성에 초점을 맞추어 이름짓기 활동을 하며 이를 통해 각각의 개념을 지도할 때 학습지도상의 유의점을 이끌어내고자 하였다.

이를 위해 먼저 초등학교 4학년 1학기에 제시되어 있는 도형 영역의 기본 개념을 분석하고 교과서 약속하기 수준의 기본 개념에 대해 서술할 수 있는 서술형 평가 문항을 제작하였다. 그리고 학생들이 도형을 접하면서 떠올리게 되는 개념에 대한 이미지를 분석하기 위해 도형의 이름을 짓는 서술형평가 문항을 제작하였다. 본 연구는 검사지 결과 분석을 통해 먼저 도형의 기본 개념에 대한 이해 정도를 파악하였고, 특징적이며 반복적인 오답인 경우 그 원인을 분석하여 교수 학습 방법의 시사점을 생각해보고자 하였다. 또한 학생들은 도형의 이름짓기 활동을 할 때 어떤 수학적 특성에 초점을 맞추는가를 분석함으로써 학생들이 찾지 못하거나 빈도가 낮게 분석된 수학적 성질이나 개념에 대해 알아봄으로써 도형 수업의 지도 방안에 대해 살펴보았다. 이러한 면에서 본 연구는 선행연구와 비교했을 때, 두 가지 점에서 그 의의를 생각해볼 수 있다. 먼저 연구의 방향이 이름짓기에서 정의하기로 진행되는 것이 아니라 정의하기에서부터 이름짓기로 나아간다는 점이다. 이는 형식적 개념을 일단 규정한 다음에 비형식적 지식을 탐구했다는 점에서 기존의 연구와 차이를 보이며, 이 과정에서 학생들의 도형 개념에 대한 인식을 살펴보고 있다. 다음으로 정의하기에서 나타난 오개념을 이름짓기에서 학생들이 지어놓은 이름에서부터 개념이미지를 분석하고 비형식적 지식을 관련시킴으로써 그 원인을 보다 명확하게 분석하고 있다. 이로부터 도형 영역의 학습 지도와 관련된 개선 방안을 제시하고 있다는 점에서 연구의 차별성을 기하고 있다.

본 연구에서 도형 영역의 기본 개념에 대한 이해의 정도를 분석한 결과는 다음과 같다.

첫째, 내용에 따라 차이는 있겠지만 도형 영역의 기본 개념에 대한 이해도는 비교적 높게 나타났다. 다만 학습자가 이해한 수학적 개념이 간결하고 명료하게 진술되지 못하고 그 내용이 불분명하거나 애매한 기술이 다소 있었다. 둘째, 상위개념과 하위개념이 바람직하게 연결되지 못한 경우가 많았다. 삼각형의 개념에 대해 물어보는 문항에 단순히 '~한 것'이라고 정의한 것이 많았다. 예를 들어 정삼각형의 정의를 물어보는 질문에 '세 변의 길이가 같은 삼각형'이라고 설명해야 하지만 많은 경우 '세 변의 길이가 같다' 또는 '세 변의 길이가 같은 것'이라고 상위개념과 하위개념을 구분하여 이해하지 못한 채 단순한 성질만을 나열한 대답이 많았다. 셋째, 선분, 직선, 각, 길이 등 기초적인 용어에 대한 명확한 이해가 부족하여 '길이가 평행하다', '변이 직각이다' 등과 같이 쓴 사례들을 발견할 수 있었다. 또한 각과 각도, 직각과 수직, 수직과 수선, 평행과 평행선 등 유사한 개념 사이의 관계를 혼동하는 경우가 많았다. 작은 도형 영역에서 나오는 개념으로 한 점에서 그은 두 직선으로 이루어진 도형을 말하며, 각도는 각의 크기를 뜻하는 것으로 측정 영역에서 이해되어야 하는 개념이다. 그리고 수직과 평행은 두 직선 사이의 위치관계를 나타내는 개념이고, 수선은 수직관계에 있을 때 한 직선에 대한 다른 직선을 의미한다. 평행선은 평행 관계에 있을 때의 두 직선을 의미하는 것이다. 하지만 이런 차이를 완전히 이해하지 못한 채 단편적으로 학습하다보니 두 개념을 혼동하는 경우가 자주 나타났다. 넷째, 수학적 개념을 정의하면서 수학적 용어를 사용하지



못하고 일상용어를 사용해서 설명하는 경우를 자주 볼 수 있는데, 이를테면 예각을 작은 각, 정삼각형을 바른 삼각형으로 정의하는 경우가 이에 해당한다.

다음으로 도형의 이름짓기 활동은 다음과 같이 요약해서 정리할 수 있다.

첫째, 학생들이 도형을 접하면서 떠올리는 개념에 대한 이미지는 그 정의와 차이를 보이는데, 보통 학생들은 가지고 있기를 기대하는 정의보다는 각각의 개념이미지로 도형을 받아들이게 된다. 그 결과 개념정의와 이미지가 일치하지 않은 상태에서 이 두 가지가 학습자의 머리에 공존하게 되며 오개념이 발생하는 원인이 되기도 한다. 둘째, 이름짓기를 통해 학생들의 비형식적인 개념을 파악할 수 있는데, 예를 들어 둔각을 ‘큰 형님각’으로 나타낸 경우는 각의 크기에 따른 순위나 계급 관계를 연상하고 있다는 사실을, 평행선을 ‘견우와 직녀선’으로 나타낸 경우는 만나지 않는다라는 것을 학생들이 어떻게 이해하고 표현하는가를 엿볼 수 있는 대목이다. 또한 정삼각형을 ‘60도 삼각형’으로 이름 붙인 것처럼 도형이 가지고 있는 수학적 성질이나 그 도형의 정의를 이용해서 그 도형을 이해하고 있다는 사실 또한 알 수 있다.

본 연구는 이러한 두 가지 유형의 서술형 평가 문항 분석을 통해 다음과 같은 수업에서의 시사점을 얻을 수 있었다.

첫째, 선분과 직선, 각과 길이 등과 같은 도형의 기초적인 개념과 용어에 대한 이해를 명확하게 한 다음 도형을 지도해야 한다. 이는 3학년에서 배운 도형의 기초적인 학습 내용에 대한 분석과 그에 따른 후속 조치가 함께 있을 때 4학년에서 배우는 여러 가지 평면도형의 개념도 명확히 형성될 수 있기 때문이다. 아울러 ‘마주보는’, ‘쌍’ 등의 용어는 도형에 대한 개념 수업을 할 때 교사가 정례와 반례를 통해 분명하게 설명해야 한다. 둘째, 교사의 교수 용어가 명확해야 한다. 이름짓기 활동이나 도형의 개념을 적어놓은 경우를 보면 교사가 수업 시간에 사용하는 용어가 그대로 반영되는 것을 볼 수 있다. 교사의 경우에는 수업 시간에 학습자가 보다 더 잘 이해할 수 있도록 쉽고 재미있게 설명하기 위해 일상적인 용어를 사용할 수도 있겠지만 그로 인해 학습자들은 도형의 기본 개념에 대한 자기만의 이미지를 만들어내고 그것은 자칫 오개념으로 연결될 수 있다는 점에 유의해야 한다. 셋째, 자신이 이해하고 있는 것을 여러 가지 방법으로 표현하고 정리해 볼 수 있는 기회를 제공해야 한다. 서술형평가를 통해서 기존의 객관식 평가를 통해서 알 수 없었던 학습자의 기본 개념에 대한 이해 정도, 도형에 대한 인식이 어떤 이미지와 관련되어 있는지에 대한 정보를 얻을 수 있다. 학습자들은 자신이 도형을 막연하게 이해하고 있었지만 그것을 자신들의 언어로 표현해 볼 수 있는 기회는 가지지 못하는 것이 사실이다. 따라서 자신이 이해하고 있는 개념을 표현해 볼 수 있는 기회를 제공하고, 단 이것이 시험이라는 부담스러운 방법이 아니라 발표나 수학노트 등과 같이 학습자의 입장에서는 쉽고 편하게 생각할 수 있는 방법으로 이루어지고 교사는 그에 따른 피드백을 통해 개념을 바르게 형성할 수 있도록 해야 한다. 넷째, 수학책과 수학의힘책에 제시되어 있는 도형의 이미지는 정형화되어 있고 제한적인 것이 많으므로, 교사는 수업시간에 다양한 형태의 도형을 제시하여 개념이 제한적인 시각적 이미지로 고착되는 것을 막아야 한다. 처음 개념을 지도할 때에는 정례와 반례의 비율을 일정 부분 고려하여 기본 개념을 확실하게 지도를 하되, 일단 기본 개념이 명확해지면 교과서에 제시되어 있는 도형이 아닌 다양한 형태의 도형을 제시함으로써 보다 유연한 사고를 할 수 있도록 해야 한다. 마지막으로, 길이와 각의 정확하지 못한 측정이 도형의 기본 개념 형성을 어렵게 만들기 때문에 자와 각도기의 올바른 사용법, 모눈종이를 이용한 학습법 등 기하학습을 위한 기초를 다질 수 있어야 한다. 도형의 기본 개념에 대한 이해도를 높이기 위해 활동 중심

의 수업을 구현하되 적합한 교구 및 작도의 실습을 고려해볼 필요가 있다. 물론 이러한 활동 중심의 학습은 학습 내용의 정리 및 반복적인 용어 사용을 통해 학습자가 개념의 내면화를 이룰 수 있도록 그리고 개념정의와 개념이미지를 유기적으로 결합하여 이를 활용할 수 있도록 지도해야 할 것이다.

## 참고문헌

- 강문봉 외 18인 (2003). 초등 수학 학습지도의 이해, 양서원.
- 교육과학기술부 (2010). 수학 4-1 교사용 지도서, 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2010). 수학 4-1 익힘책, 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2010). 수학 4-1, 두산동아(주).
- 김분영(2006). 초등수학 도형 영역의 지도 내용 계열 분석. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김성준 (2006). “예비초등교사를 대상으로 한 놀이수학 수업의 실행”. 한국학교수학회논문지 제9권 제4호, 575-595.
- 김수환 외 7인 (2009). 초등학교 수학과 교재연구, 동명사.
- 김수환 외 7인 (2009). 초등학교 수학교육론, 동명사.
- 노영아 (2007). 도형 영역의 오류 유형과 원인 분석에 관한 연구 - 초등학교 4학년을 중심으로. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 박성택 (1994). 수학교육, 동명사.
- 배수진 (2011). 도형의 대칭 영역에서 나타나는 초등학교 학생들의 오류 사례 조사. 청주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 서은영 (2009). van Hiele 이론에 근거한 기하적 사고 수준 분석과 도형 지도에 관한 연구: 초등학교 4학년을 대상으로. 진주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 신성희 (2011). 분수와 나눗셈에 대한 초등학교 수학의 개념이미지 분석. 제주대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이길섭 (2004). 초등학교 기하학습 향상을 위한 지도방안의 개발과 적용에 관한 연구. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 임승현 (2011). 초등학교 6학년 학생들의 도형의 높이 개념 이해에 대한 연구. 청주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 장영은 (2003). 도형과 관련된 문제해결과정에서 초등학생의 오류 유형과 원인 분석 연구. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 전지훈 (2009). 중학교 3학년 학생들의 도형 영역에서의 수학적 언어 수준 비교 연구. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Wall, Edward Stanley., Making Sense: Listening, remembering, and facilitating in the elementary mathematics classroom, University of Michigan.

## A Study on Defining and Naming of the Figures in the Elementary Mathematics - focusing to 4th grade Geometric Domains -

Choi, Su Im · Kim, Sung Joon<sup>9)</sup>

### Abstract

This research is a study on student's understanding fundamental conception of mathematical curriculum, especially in geometry domain. The goal of researching is to analyze student's wrong conception about that domain and get the mathematical teaching method.

We developed various questions of descriptive assessment. Then we set up the term, procedure of research for the understanding student's knowledge of geometry. And we figured out the student's understanding extent through analysing questions of descriptive assessment in geometry.

In this research, we concluded that most of students are having difficulty with defining the fundamental conception of mathematics, especially in geometry. Almost all the students defined the fundamental conceptions of mathematics obscurely and sometimes even missed indispensable properties. Prior to this study, we couldn't identify this problem. Here are some suggestions. First, take time to reflect on your previous mathematics method. And then compile some well-selected questions of descriptive assessment that tell us more about student's understanding in geometry.

Key words : Defining, Naming, Geometrical Figures, Descriptive Assessment

---

9) To-Sung Elementary School(bboddo9@hanmail.net)  
Busan National University of Education(joonysk@bnue.ac.kr)