대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 22 권 제 4 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 22, No. 4, 535~555. Nov 2012

예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정 분석

신 보 미*

이 연구는 예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정을 분석함으로써 맥락 문제에 대한 우리나라 교사들의 교과 내용 지식과 관련된 특징을 살피려는 목적에서 진행되었다. 문헌 검토를 통해 맥락의 의미를 살피고 맥락 문제가 갖추어야 할 조건을 추출하였다. 이렇게 추출된 맥락 문제의 조건에 비추어 선형 계획법을 배경 지식으로 하는 검사 문제를 개발하였으며 검사 결과 분석을 위한 주요 관점을 Illinois Department of Education(2005)의 평가 틀에 기초하여 '수학적 지식', '전략적 지식', '설명 능력'의 범주로 구체화하였다. 이렇게 구체화한 분석 관점과 평가 틀을 활용하여 각 예비 교사의 반응 결과에 점수를 부여한 다음 예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정에서 드러나는 전반적인 경향을 살피고, 각각의 경향이 갖는 시사점을 검사 문제 개발 의도 및 선행 연구 결과에 비추어 분석하였다. 이상의 분석 결과로부터 예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정에서 드러난 특징을 4가지로 요약하였다.

Ⅰ. 서론

Freudenthal은 수학적 활동의 본질이 현상을 수학적 수단으로 정리하고 조직하는 수학화에 있다고 하였다. 이러한 수학화 활동은 현실성이 풍부한 맥락(context) 내에서 그 정리 수단인 수학적 본질을 찾고, 의미를 감지하여 조직하는 과정이다(Freudenthal, 1991). 여러 선행 연구(Treffers, 1987; Gravemeijer & Doorman, 1999; van den Heuvel-Panhuizen, 2005)에 따르면 수학화 활동의 경험은 현실과의 관련성이 적재된 맥락 문제(context problems)를 해결해 보는 과정을 통해 얻을 수 있다.

OECD 학업성취도 국제 비교 연구인 PISA는 수학적 내용, 수학적 과정, 수학적 상황과 맥락이라는 세 가지 요소를 평가 틀로 한다. 김경희 외(2010: 140)가 분석한 PISA 2009 결과에 따르면, 우리나라 학생들은 수학적 내용과 수학적 과정의 관점에서 그리 어렵거나 복잡하지 않지만 일상생활 맥락에 기반하고 있는 문항에 대해서는 다른 문항들에 비해 상대적으로 낮은 정답률을 보였다. 김경희는 이러한 사실이 일상생활 맥락에서 수학을 접하는 상황에 익숙하지 않은 우리나라 학생들의 문제 해결과정에 대한 특징을 보여준다고 설명하였다.

가르치고 배우는 활동은 특정 내용을 매개로 하여 주로 교사에 의해 진행되는 만큼, 학생들의 수학적 이해는 구체적인 수학 내용을 담고 있는 교육과정 및 교과서, 이를 실제 지도하는 교사의 지식이라는 두 가지 측면과 적지 않게 관련될 것으로 보인다(신보미, 2008; 나귀수, 2010; Ball,

* 전남대학교 (bomi0210@jnu.ac.kr)

Lubienski, & Mewborn, 2001). 이에 우리나라 교과서의 맥락 문제가 지닌 특징을 분석한 김민경・박은정・허지연(2012), 김성준・문정화(2006)의 연구는 PISA 2009의 결과와 관련하여 우리나라 교육과정 및 교과서의 특징을 살피는데 의미있는 시사를 준다[1]. 또한, 김민경・민선희・김혜원(2011)은 수학 교육과정을 통해 다루는 맥락 문제에 대해 우리나라 교사들이 보이는 인식의 특징을 분석하였다. 김민경 외(2011)의 연구는, Shulman(1986; 1987)이 교사의 지식으로 분류한, 교과 내용 지식(subject matter knowledge), 교수학적 내용 지식(pedagogical content knowledge), 교육과정 지식(curricular knowledge) 중 맥락 문제와 관련하여 우리나라 교사들의 교육과정 지식에 대한 특징을 확인하는데 도움을 준다.

한편, 여러 연구는 교사의 지식에서 교과 내용 지식[2]의 중요성을 강조하였다. Fennema, & Franke(1992)은 교사의 수학적 지식은 수학교육 전반에 가장 강력한 영향을 미친다고 하였다. Levenson(2012)은 특히 교과 내용 지식과 관련된 교사의 혼돈은 학생들에게 그대로 전달되어 해당 개념에 대해 같은 혼돈을 일으킬 수 있다고 설명하였다. 또한, Ma(2002)는 교과 내용에 대한 교사의 지식은 교수 방법의 결정에도 직접적인 토대가 된다고 지적하였다. Ball, Thames, & Phelps(2008)는 교사의 교과 내용 지식은 교실에서 다루는 과제의 형태를 결정할 뿐만 아니라 수학적 개념을 학생에게 제시하는 방식에도 영향을 미친다고 하였다. Stein, Baxter, & Leinhardt(1990)에 따르면 적절한 수학적 지식을 지닌 교사는 개념적으로 연결된 다양한 표상을 통해 의미있는 수업을 진행하는 경향이 있다. Mapolelo(1999)는 풍부한 내용 지식을 지닌 교사는 교수에 대해 부담감을 덜 갖는 경향이 있다고 설명하였다. 이와 같이 교과 내용 지식이 교사의 지식에 주요한 바탕이 됨에도 불구하고, 맥락 문제에 대한 우리나라 교사들의 교과 내용 지식의 특징을 살핀 선행 연구는 거의 존재하지 않는다.

이에 이 연구는 맥락 문제와 관련하여 우리나라 교사들의 교과 내용 지식에 대한 특징을 예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정을 분석함으로써 기술하고자 한다[3]. 우선, 문헌 검토를 통해 맥락의 의미와 맥락 문제가 갖추어야 할 조건을 구체화한 다음 이를 기반으로 검사 문제와 검사 결과 분석 틀을 개발한다. 개발된 검사 문제를 활용하여 지필 검사를 실시하고, 검사 결과 분석 틀을 토대로 예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정에 대한 특징을 살핀다. 이렇게 기술된 분석 결과는 맥락 문제 지도와 관련하여 교사 교육과정의 설계에 간접적인 시사를 줄 수 있다.

Ⅱ. 맥락과 맥락 문제

Wedege(1999)은 교육적인 논의에서 언급되는 맥락의 의미를 '학습 환경(learning environment)'와 '학생에게 제시되는 과제의 특징(characteristic of a task presented to the students)'이라는 두 가지 관점에서 설명하였다. 학습 환경으로서 맥락은 학습이 일어나는 다양한 환경과 학습의 사회적

1) 우리나라 교과서는 미국 교과서에 비해 맥락 문제가 차지하는 비율이 낮으며(김민경・박은정・허지연, 2012), 제시되어 있는 맥락 문제 중에서도 의미있는 수학화의 경험을 얻게 하는 데는 충분치 않은 것들이 있다(김성준・문정화, 2006).

2) 교과 내용 지식은 구체적인 교육 내용 또는 문제 해결 과정을 지도하는데 적절한 표상 또는 지식 및 전략을 사용하는 기법에 대한 지식이다(Shulman, 1987).

3) 교사 양성 과정 중에 있는 예비 교사의 지식은 추후 현장 교사로서의 교사 전문성 수준과 깊은 연관이 있을 것이므로(조완영, 2012), 적지 않은 선행 연구(권성룡, 2012; 이정곤・류희찬, 2011; 고은성・이경화, 2011; 이헌수・박형빈・배강수, 2011; 박교식・권석일, 2011)가 예비 교사를 연구 대상으로 삼아 교사의 지식을 분석하고 있다.

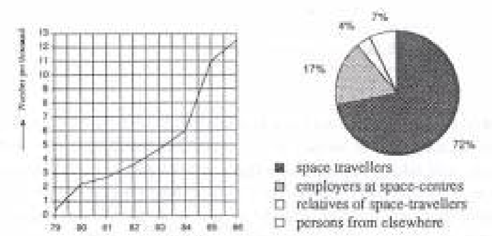
측면을 언급할 때 주로 사용된다. 학생에게 제시되는 과제의 특징으로서 맥락은 학생이 과제를 이해하는데 도움을 주는 단어나 그림, 과제에서 언급되고 있는 상황과 보다 관련된다. '학습 환경'으로서 맥락은 쇼핑센터에서 최적의 상품을 선택하는 상황(Lave, 1988; Säljö & Wyndhamn, 1993)과 같이 수학적인 활동이 일어날 수 있는 전반적이고 거시적인 맥락을 다루며, '학생에게 제시되는 과제의 특징'으로서의 맥락은 교수 상황에서 교수-학습의 매개가 되는 문제의 특징과 같이 맥락의 미시적인 측면을 의미한다고 볼 수 있다. 이 연구는 가르치고 배우는 활동이 의도적으로 진행되는 교수학적 상황에서 맥락이 갖는 의미와 역할, 맥락 문제와 관련된 교사의 교과 내용 지식에 대한 특징을 살피는데 목적이 있다. 이에 이 연구에서의 맥락은 학생들에게 제시되는 과제의 한 특징으로 수학적 정보를 포함하고 있는 현실 상황(van den Heuvel- Panhuizen, 2005)을 이르는 것으로 정의한다. 이하에는 이러한 관점에서 선행 연구를 분석하여 맥락의 의미를 살펴보고 맥락 문제가 갖추어야 할 조건을 알아본다.

Treffers & Goffree(1985)는 과제에서 맥락의 역할을 네 가지 측면에서 설명하였다. 첫째, 학생들은 현실적인 맥락 문제를 통해 자연스럽게 수학에 다가갈 수 있고 이로부터 의미있는 수학적 개념을 형성할 수 있다. 둘째, 맥락 문제는 형식적 연산과 기호, 법칙 등을 재조직하여 수학적 모델을 발전시키는데 기여한다. 셋째, 맥락 문제는 현실 속에 내재되어 있는 수학의 응용성을 보여준다. 넷째, 학생들이 상황 속에서 수학적인 능력을 구체적으로 연습할 수 있도록 한다. 이는 학생들이 맥락 문제를 통해 수평적 수학화와 수직적 수학화[4]를 경험할 수 있으며, 수학적 지식의 응용 가능성을 인식하고 문제 맥락을 수학적으로 조작해봄으로써 자신의 수학적 능력을 단련할 기회를 가질 수 있음을 시사한다.

한편, Meyer, Dekker, & Querelle(2001)는 맥락이 학생들에게 문제 해결을 위한 동기를 부여하며, 수학의 응용 가능성을 보여준다고 하였다. 또한, 맥락은 수학적 지식의 기초가 되며 학생들이 수학을 이해하는데 토대가 된다. 그에 따르면 이러한 맥락이 진정한 의미에서 동기를 부여하고 수학적 이해의 실마리가 되기 위해서는 학생의 현실에 비추어 실제적(real)일 필요가 있다. 이 때, 맥락이 학생의 현실에 비추어 실제적이라는 것은 맥락이 학생이 처한 현재 상황만을 담고 있어야 한다는 의미만은 아니다.

de Lange(1995)은 다음과 같은 문제를 예로 들어 인위적인 맥락도 학생에게 실제적일 수 있으며 수학화의 경험을 제공할 수 있다고 하였다.

21세기에 우주여행이 눈에 띄게 증가함에 따라 우주로부터 새로운 질병이 들어왔다. 다음 그래프는 2079년에서 2086년 사이에 이 질병에 걸린 사람의 수를 나타낸다.



- 환자의 수에 대한 그래프를 로그모눈종이 (logarithmic paper)위에 그려라.
- 환자의 수가 지수적으로 증가하는 시기는

4) 수평적 수학화는 현실 내의 문제 장면을 형식적인 수학적 처리가 가능하도록 변환하는 것을 의미하고, 수직적 수학화는 수학적으로 세련된 좀 더 높은 수학적 처리를 위하여 관련된 수학 내적 모델을 통합, 조정, 결합하여 조직화하는 것을 의미한다(정영옥, 1997: 33).

언제인가?

- 위에서 구한 시기에 매년 환자수가 증가하는 비율을 소수 첫째짜리까지 구하여라(de Lange, 1995: 17).

de Lange는 위와 같은 문제가 현재부터 거의 1세기 이후 상황을 다루고 있어 학생의 현실에 비추어 꾸며진 맥락으로 보일 수 있지만, 미래 사회 구성원으로서 학생은 얼마든지 이러한 맥락에 처할 수 있으며, 이러한 상황에의 적절한 대처 능력을 지니도록 돕는 것이 수학 교육의 주요한 목표가 되어야 한다고 주장하였다. van den Heuvel-Panhuizen(2005) 또한 맥락이 학생의 현실에 실제적이라는 것은 학생이 이를 실제적이라고 느낄 수 있으며, 그들의 과거와 현재뿐만 아니라 미래 경험에 비추어서도 실제적이라는 의미라고 설명하였다.

Petagilia(1998)도 맥락 문제에서 맥락은 단순히 사실적인 소재의 사용만을 의미하는 것이 아니며, 실제 현실에서 발생 가능한 실질적인 요소가 포함되어야 한다고 설명하였다. 또한, 그는 맥락이 현실과의 실제적인 연관성을 지녀야 할뿐만 아니라 현실에서 수학의 활용 과정까지를 포함하여 문제 해결 과정 전반을 종합하도록 하는 적절한 수준의 복잡성을 지닐 필요가 있다고 지적하였다. Petagilia에 따르면 맥락의 복잡성은 학생들이 새로운 사고 활동을 경험하거나 보다 발전된 인지 능력을 갖도록 하는데 기여한다.

현실에 발생 가능한 실질적인 요소를 포함하는 것과 더불어 맥락은 문제 해결에 본질적인 요소로 작용할 수 있어야 한다(de Lange, 2003). 문제 상황과 밀접하게 관련되면서 본질적인 맥락(relevant and essential context)이 의미있는 수학화 활동을 가능하게 한다. 이러한 본질적인 맥락은 수학화 과정에서 맥락이 차지하는 위치에 따라 다시 1차원 맥락과 2차원 맥락으로 구분할 수 있다. 1차원 맥락과 2차원 맥락 모두에서 맥락은 문제를 해결하고 답을 평가하는데 중요하고 필수적인 역할을 하지만 1차원 맥락에서는 이러한 일련의 과정이 이미 수학화한(premathematize) 문제 맥락에 의해 진행된다. 반면, 2차원 맥락에서는 문제를 해결하고 답을 평가하는 과정에서 순환적인 반성이 일어나며, 이를 통해 맥락의 반복적인 수학화가 이루어진다. de Lange에 따르면 심화된 응답이 가능한 서술형 문제가 2차원 맥락 문제의 한 가지 유형이 될 수 있다.

한편, 장혜원(2002: 486)은 맥락 문제와 상황 문제(situation-problème)가 유사한 개념임을 지적한 바, 장혜원의 연구에 기술된 상황 문제의 특징에 비추어 맥락 문제의 조건을 유추해 볼 수 있다. 그에 따르면 문제의 해법이 즉각적으로 드러나는 정형화된 문제는 상황 문제가 될 수 없다. 즉, 상황 문제에서 기존의 지식은 문제 해결을 시작하는 데는 출발점이 될 수는 있지만 이것이 문제 해결에 필요한 완벽한 지식이 되어서는 안된다. 또한 상황 문제는 문제에 주어진 조건을 산술적 표현, 대수적 표현, 기하적 표현 등으로 변화시킬 수 있는 여지를 지니고 있어야 하며, 이와 같은 표현의 다양한 변화가 문제 해결의 성공 가능성을 높이는 역할을 하여야 한다.

이상에 따라 맥락 문제의 조건을 ‘맥락이 담고 있는 현실 상황의 특징’, ‘문제와 관련된 수학화의 가능성’, ‘문제 해결 과정에서 수학적 표현과 조작의 의미’라는 세 가지 범주에서 <표 Ⅱ-1>과 같이 구체화 할 수 있다.

<표 Ⅱ-1> 맥락 문제의 조건

범주	세부 내용	선행연구
Ⅰ. 현실상황	Ⅰ-1. 학생의 경험에 비추어 실제적인가?	Meyer(2001), de Lange(1995)
	Ⅰ-2. 현실 상황은 문제 해결에 본질적으로 작용하는가?	de Lange(1995)
	Ⅰ-3. 현실 상황의 실질적인 요소를 포함함으로써 다소간의 복잡성을 띠는가?	Petagilia(1998)
	Ⅰ-4. 수학적 지식의 응용 가능성을 인식할 수 있는가?	Treffers & Coffree(1985)
Ⅱ. 수학화	Ⅱ-1. 수평적 수학화와 수직적 수학화를 경험할 수 있는가?	Treffers & Coffree(1985)
	Ⅱ-2. 문제를 해결하고 답을 반성하는 과정에서 맥락의 반복적 수학화가 일어날 수 있는가?	de Lange(2003)
	Ⅱ-3. 문제의 해법에 대한 즉각적인 수학화가 일어나는 것을 제한하는가?	장혜원(2002)
Ⅲ. 수학적 표현 및 조작	Ⅲ-1. 수학적 표현을 다양하게 변화시킴으로써 해결의 실마리를 얻을 수 있는가?	장혜원(2002)
	Ⅲ-2. 수학적 조작을 통해 수학적 능력을 단련할 수 있는 여지를 담고 있는가?	Treffers & Coffree(1985)

Ⅲ. 연구 방법

1. 검사 문제 개발

이 연구는 예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정에 대한 분석을 통해 맥락 문제와 관련하여 교사의 교과 내용 지식의 특징을 살피는데 목적이 있다. 이에 자료 수집을 위해 사용될 검사 문제는 앞서 추출된 맥락 문제의 조건을 최대한 만족하면서도, 배경하는 수학 지식이 학교 교육과정 내용과 밀접하게 관련되는 것으로 Chelst & Edwards(2005)에서 발췌하여 수정하였다. 서술형 문제 한 세트[5]로 구성된 검사 문제[6]는 선형계획법(linear programming)과 관련된 최적화 문제이다. 선형 계획법 문제는 고등학교 1학년 수학의 '부등식의 영역' 단원에서 다루는 [그림 Ⅲ-1]과 같은 실생활 소재 문제와 밀접하게 관련된다[7].

5) 맥락 문제의 조건 Ⅱ-2를 만족하는 2차원 맥락 문제는, 심화된 응답이 가능한 서술형 문제 유형이 될 수 있으며, 한 세트로 구성된 서술형 문제를 통해 학생들의 맥락 문제 해결 능력을 보다 자세히 살필 수 있다(de Lange, 2003: 41).

6) 자세한 내용은 <부록 1>을 참조하기 바란다.

7) 선형 계획법과 관련된 최적화 문제는 수학의 실제적인 응용 가능성을 보여줄 수 있다는 측면에서 학교 수학의 소재로 다루어지고 있으며, 학생들의 이해와 지도 방식에 대한 다양한 교육적 연구가 진행된 바 있다(Stevens & Palocsay, 2004; Brousseau & Gibel, 2005; Baker, 2000; Shama & Dreyfus, 1994; 최지선 외, 2010).

어떤 카페에서 딸기 셔벗과 딸기 주스 한 잔을 만드는 데 드는 딸기와 설탕의 양, 한 잔 팔 때의 이익이 오른쪽 표와 같다. 하루에 사용할 수 있는 딸기와 설탕의 양은 각각 15 kg, 1 kg이다. 하루 동안 딸기 셔벗과 딸기 주스를 판매하여 얻을 수 있는 최대의 이익을 구하여라.

	딸기(g)	설탕(g)	이익(원)
딸기 셔벗	350	30	600
딸기 주스	200	10	300

[그림 Ⅲ-1] '부등식의 영역' 단원에서의 실생활 소재 문제(우정호 외, 2009: 247)

검사 문제가 배경하고 있는 선형 계획법은 현실 상황의 최적화 문제를 합리적으로 해결하기 위한 전략으로, 생산 비용과 관련된 복잡한 조건을 여러 측면에서 고려하여 비용을 최소화하거나 이윤을 극대화하는데 폭넓게 이용된다(이규승, 2001). 이는 선형 계획법 문제 맥락이 실제 상황과 밀접하게 관련되어 문제 해결에 본질적으로 작용하며(Ⅰ-2), 문제 해결을 위한 실질적인 요소를 담고 있어 그 복잡성이 높을 수 있음을(Ⅰ-3) 시사한다. 한편, 선형 계획법 문제는, 우리가 일상생활에서 겪는 최적화 문제 상황과 깊게 관련되는 바(최지선·이경화·김서령, 2010), 문제 해결자가 자신의 미래 경험에 기반하여 문제 맥락을 실제적인 것으로 인식하도록 하는데 용이하다(Ⅰ-1). 또한 선형 계획법 문제를 해결하는 과정에서 문제 해결자는 관련되는 수학적 지식의 응용 가능성을 구체적이고 직접적으로 인식할 수 있다(Ⅰ-4).

한편, Stevens & Palocsay(2004; Shama & Dreyfus, 1994)은 선형 계획법 문제 해결의 실마리는, 언어로 표현된 문제 맥락을 수학적 표현인 대수식으로 변환하고 이를 다시 좌표평면에 기하적으로 나타내는 과정을 통해 얻을 수 있다고 설명하였다. 이에 따르면 선형 계획법 문제는 대수 및 기하의 수학 내적 관련성을 보여주며, 수직적 수학화를 위한 맥락을 제공한다. 즉, 선형 계획법 문제는 맥락 문제의 조건 Ⅱ-1과 Ⅲ-1을 충족한다고 볼 수 있다. 이하에서는 선형 계획법을 배경 지식으로 하는 검사 문제가 맥락 문제와 관련된 그 밖의 조건을 만족하도록 수정하는 과정에서 고려된 사항을 살펴본다.

우선, 문제의 해법이 즉각적으로 드러나는 것을 제한하도록(Ⅱ-3), 검사 문제의 기술 방식을 고등학교 1학년 수학의 '부등식의 영역'에서 다루는 실생활 문제의 기술 방식과는 다르게 하였다. 문제의 조건을 부등식으로 나타내어 이를 좌표평면에 표시하는 전략이 문제 해결에 유용함을 시사하는 고등학교 교육과정의 [그림 Ⅲ-1]과 같은 기술 방식 대신 '숙련 종업원과 비숙련 종업원을 각각 몇 명씩 고용해야 할까?'라고 질문함으로써 검사 문제의 맥락이 '부등식의 영역'과 즉각적으로 연결되지 않도록 하였다.

더불어 검사 문제에 2번을 추가하여 비숙련 종업원의 임금이 달라지는 새로운 맥락을 고려할 수 있도록 하였다. 학교 수학에서 다루는 최적화 문제는 주어진 조건을 다양하게 변화시켜 그 결과가 초기의 최적 해에 어떤 영향을 미치는지 살피는 맥락은 담고 있지 않은 바, 2번의 문제 맥락을 통해 1번 문제의 조건과 최적 해의 관계를 보다 깊게 살펴볼 수 있도록 하였다. 또한, 문제를 해결하고 답을 반성하는 과정에서 맥락의 반복적 수학화가 일어나도록(Ⅱ-2), 검사 문제에 3번을 추가하였다. 비숙련 종업원의 수에 대한 숙련 종업원의 수의 비가 1:1이 되는 새로운 맥락을 고려하도록 하여, '2명의 비숙련 종업원마다 적어도 1명의 숙련 종업원을 배치하는' 조건 하에 구한 1번의 최적 해가 3번 문제 맥락에서 얻어진다는 사실을 의식적으로 인식하는 재수학화가 일어날 수 있도록 하였다. 한편, 추가된 검사 문제 2번과 3번을 통해 수학적 조작의 기회가 보다 풍부하게 제공될 수 있다(Ⅲ-2).

2. 분석 방법

이 연구에서 살펴보고자 하는 교사의 교과 내용 지식은 구체적인 교육 내용 또는 문제 해결

과정을 지도하는데 적절한 표상 또는 지식 및 전략을 사용하는 기법에 대한 지식으로 정의된다 (Shulman, 1987). 이에 검사 결과 분석을 위한 주요 관점은 '수학적 지식(mathematical knowledge)', '전략적 지식(strategic knowledge)', '설명 능력(explanation)'의 범주로 서술형 문제 평가 틀을 구성한 Illinois Department of Education(2005)[8]에 기초하여 <표 Ⅲ-1>과 같이 개발하였다.

여기서 '수학적 지식'과 '전략적 지식' 범주는 맥락 문제와 관련된 예비 교사의 교과 내용 지식이 지닌 특징을 살펴보는데 직접적으로 기여할 수 있으며, '설명 능력' 범주를 통해서는 예비 교사들이 자신이 아는 것을 얼마나 효과적으로 표현하는지를 알아볼 수 있기 때문에 예비 교사의 교수학적 내용 지식[9]의 특징에 대한 간접적인 시사도 얻을 수 있다.

검사 결과 분석은 수학교육 박사 학위를 소지한 연구자 2명이 각각 <표 Ⅲ-1>의 주요 관점에 비추어 Illinois Department of Education(2005)의 평가 틀에 따라 점수를 부여하는 것으로 시작하였다. 각 연구자가 개별적으로 점수를 부여한 다음에는 이 점수를 바탕으로 연구자간 논의를 거

<표 Ⅲ-1> 분석의 주요 관점

문제 번호	수학적 지식	전략적 지식	설명 능력
1	· 문제 맥락으로부터 최적화 조건을 찾는 문제임을 파악하였는가? · 부등식을 이용하여 주어진 조건을 적절하게 표현하였는가? · 최적화해야 하는 식이 시간당 지불해야 하는 임금액의 합계임을 인식하였는가?	· 문제 맥락에서 주어진 세 가지 조건을 정확하게 인식하였는가? · 부등식의 영역을 좌표평면에 그려서 문제 해결에 이용하였는가?	· 문제 해결 과정에서 각 단계를 진행하는 이유를 분명하게 설명하였는가? · 문자가 의미하는 바를 분명하게 설명하였는가? · 부등식의 영역을 좌표평면에 그릴 때, 필요한 정보를 정확하게 나타내었는가?
2	· 문제 1에서 최적화한 식의 기울기에 문제 맥락이 영향을 주었음을 인식하였는가?	· 문제 1에서 최적화한 식과 기울기의 변화가 크지 않음을 이용하여 문제 해결 전략을 고안하였는가?	· 최적 해가 바뀌지 않는 이유를 정확하게 설명하였는가?
3	· 문제 1에서 구한 최적 해에서 숙련 종업원 수에 대한 비숙련 종업원 수의 비가 1:1이었음을 인식하였는가?	· 문제 1 맥락과의 관련성을 고려하여 문제 해결 전략을 고안하였는가?	· 최적 해가 바뀌지 않는 이유를 정확하게 설명하였는가?

8) 자세한 내용은 <부록 2>을 참조하기 바란다.
9) 교수학적 내용 지식은 교사 자신이 아는 것을 효과적으로 표현하는 능력(안선영 · 방정숙, 2006: 27), 학생들이 특정 내용을 이해할 수 있도록 적절하게 표현하고 구체화하는 방법에 대한 지식(Akkoç, Yesildere, & Özmantar, 2007)을 중요한 요소로 갖는다.

쳐 합의된 점수를 도출하였다. 두 연구자의 평가 결과는 대부분 일치하였으나, 문제 1의 수학적 지식 범주에서 3점 또는 2점을 부여하는 것과 관련하여 차이를 보인 경우가 있었다. 연구자간 논의를 통해 문제 1의 주요 분석 관점이 '최적화 문제임을 인식하는 것', '조건을 부등식으로 표현하는 것', '임금액의 합계를 고려하는 것'과 같이 세 가지 요소로 구성되어 있어 어느 요소를 우선으로 삼느냐에 따라 점수 부여에 차이가 발생함을 확인하였다. 이에 두 연구자는 '최적화 문제임을 인식하는 것'에 가장 우선을 두기로 하고 예비 교사들의 반응 결과에 합의된 점수를 부여하였다.

이하에서는 이렇게 합의된 점수에 기초하여 예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정에서 드러난 전반적인 경향을 살피고, 각각의 경향이 갖는 시사점을 검사 문제 개발의 의도 및 선행 연구 결과에 비추어 구체적으로 기술한다.

Ⅳ. 연구 결과

예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정을 분석하기 위해 **대학교 사범대학 수학교육과 2, 3학년 44명[10]을 대상으로 약 1시간에 걸쳐 지필 검사를 실시하였다. <표 Ⅳ-1>은 예비 교사의 점수별 인원수를 나타낸 것이다. [11]

<표 Ⅳ-1>에 따르면 '수학적 지식', '전략적 지식', '설명 능력'의 각 범주에서 예비 교사들이 가장 많이 받은 점수는 1점이었으며, 이러한 경향은 특히 '수학적 지식'과 '전략적 지식' 범주에서 두드러지게 나타났다. 19명의 예비 교사가 문제 1을 최적화 문제로 파악하지 못하거나, 주어진 조건을 적절히 인식하여 부등식으로 표현함으로써 문제 해결의 전략을 고안하는데 한계를 보였다. 20명의 예비 교사는 문제 2에서 최적화해야 하는 식의 기울기가 변화되었음을 문제 1과 관련하여 인식하는데 제한적이었으며, 19명은 문제 해결 과정에서 의미가 모호하거나 부적절한 전략을 사용하였다. 17명은 문제 3의 맥락

<표 Ⅳ-1> 점수별 인원수(단, M은 수학적 지식, S는 전략적 지식, E는 설명 능력) [11]

점수 \ 번호 / 범주	문제 1			문제 2			문제 3		
	M	S	E	M	S	E	M	S	E
4점	4	8	5	4	5	4	4	4	3
3점	9	7	12	7	6	10	6	6	7
2점	9	6	15	6	5	11	5	8	10
1점	19	19	10	20	19	14	17	11	12
0점	3	4	2	7	9	5	12	15	12

10) 연구대상 44명중 2학년은 23명, 3학년은 21명이었다. 2학년은 모두 이산수학, 고등미적분학1을 이수하였으며, 지필 검사 당시 고등미적분학2를 수강하고 있었다. 또한, 3학년은 모두 이산수학, 고등미적분학1, 고등미적분학2를 이수하였다.
11) 음영 부분은 문항의 범주별로 가장 많은 인원수를 나타낸다.

과 문제 1의 최적 해 사이의 관계를 인식하는데 어려움을 겪었으며, 15명은 문제 해결에 별다른 전략을 사용하지 못하였다.

'수학적 지식'이나 '전략적 지식' 범주에 비하여 '설명 능력' 범주에서는 상대적으로 많은 예비 교사가 3점이나 2점을 받았다. 그러나 15명이라는 적지 않은 예비 교사가 문제 1번을 해결하는 과정에서 문자가 의미하는 바를 분명하게 기술하지 않거나 부등식의 영역을 좌표평면에 나타낼 때 필요한 정보를 표시하지 않았다. 많은 예비 교사들이 문제 2와 문제 3에서 최적 해가 바뀌지 않는 이유를 설명하는데 한계를 보였으며, 특히 12명의 예비 교사는 문제 3의 해결 과정에 대해 어떤 설명도 제시하지 않았다.

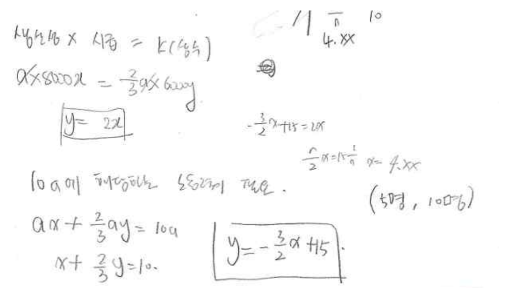
다음은 각 문제를 해결하는 과정에서 드러난 이상과 같은 전반적인 특징이 갖는 시사점을 해당 문제의 개발 의도와 선행 연구 결과에 비추어 구체적으로 살펴본다.

1. 문제 1 해결 과정에서 드러난 특징

문제 1은 주어진 세 가지 조건 하에서 시간당 지불해야 하는 임금 총액이 최소가 되도록 숙련 종업원 수와 비숙련 종업원 수를 정하는 맥락으로, 다음과 같이 수평적 수학화를 진행할 수 있다.

> 숙련 종업원 수 x, 비숙련 종업원 수 y가 $2x \geq y$, $y \geq 4$, $x+\frac{2}{3}y \geq 10$을 만족할 때, $8000x+6000y$의 값이 최소가 되도록 하는 x, y의 값을 구하여라.

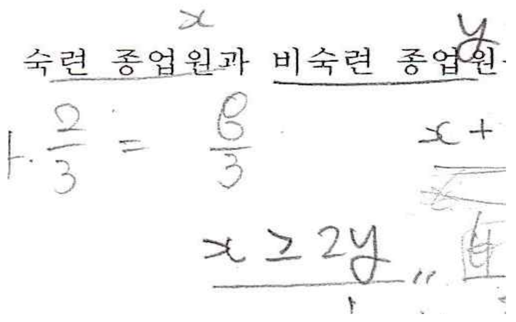
그러나 많은 예비 교사들이 문제 맥락을 위와 같이 조직하는데 한계를 보였다. 15명의 예비 교사는 시간당 지불해야 하는 임금 총액을 고려하지 않은 채 [그림 Ⅳ-1]과 같이 문제에 주어진 조건의 일부만을 대수적으로 형식화하여 연립방정식을 세운 후 이를 풀어 숙련 종업원의 수와 비숙련 종업원의 수를 구하였다.



[그림 Ⅳ-1] 문제 1에 대한 예비 교사 응답 사례(1)

많은 예비 교사들이 [그림 Ⅳ-1]에서처럼 '2명의 비숙련 종업원마다 적어도 1명의 숙련 종업원을 배치'한다는 의미를 '2명의 비숙련 종업원마다 1명의 숙련 종업원을 배치'한다는 것으로 이해하여 주어진 조건을 $2x=y$로 수학화하였다. 또한, '매 시간마다 최소 숙련 종업원 10명에 상응하는 노동력이 필요하다'는 조건을 '매 시간마다 숙련 종업원 10명에 상응하는 노동력이 필요하다'로 이해하여 $x+\frac{2}{3}y \geq 10$ 대신 $x+\frac{2}{3}y=10$을 사용하여 문제 해결을 시도하였다. Dombrovskaia & Guzmán(2006)은 많은 대학생들이 선형 계획법 문제를 다룰 때 언어적 이해와 관련된 실수를 보인다고 지적한 바, 특히 이 연구에 참여한 예비 교사들은 문제에 주어진 조건 중 '적어도'나 '최소한'과 같은 용어를 간과함으로써 문제 맥락을 적절히 수학화하는데 어려움을 겪었다.

한편, 4명의 예비 교사는 '2명의 비숙련 종업원마다 적어도 1명의 숙련 종업원을 배치'한다는 조건을 [그림 Ⅳ-2]와 같이 나타내었다.



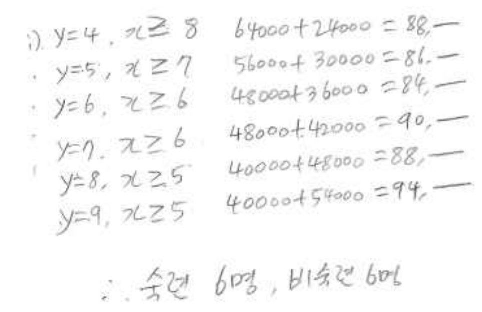
[그림 Ⅳ-2] 문제 1에 대한 예비 교사 응답 사례(2)

Stevens & Palocsay(2004)는 '학생 6명당 1명의 교수가 있다'를 수학적으로 표현하도록 하였을 때 공학을 전공하는 대학생 중 37%가 $6s = p$ (단, s 는 학생의 수, p 는 교수의 수)와 같은 오류를 범하였다고 지적하였다. 그는 언어적으로 기술된 단어의 순서를 대수적 표현에 그대로 대응시키는 이러한 실수는 문장제를 다룰 때 나타나는 전형적인 오류라고 설명하였다. Stevens & Palocsay(2004)에 비해 상대적으로 적은 수이기는 하지만, 이 연구에 참여한 예비 교사도 같은 오류를 보였다.

그러나 [그림 Ⅳ-2]와 같은 오류는 비숙련 종업원의 업무 수행 과정을 적절히 도우면서도 많은 임금을 주어야 하는 숙련 종업원의 수를 가능한 적게 뽑고자 하는 문제 맥락의 의미를 충분히 '이해'하지 못하고, 그 조건의 표면적인 기술 방식만을 형식적으로 다룬데서 비롯되었다고 볼 수 있다. 2명의 비숙련 종업원마다 '적어도' 1명의 숙련 종업원을 배치하는 문제 맥락에는 숙련 종업원의 수가 비숙련 종업원의 수보다는 많지 않도록 하려는 실제적인 의미가 담겨 있기 때문이다.

Schoenfeld(1991)는 문제 맥락의 실제적 측면을 무시한 채 연산의 조작적인 적용만으로 문제를 해결하려는 특징을 '이해의 정지(suspension of sense-making)' 현상으로 명명한 바, [그림 Ⅳ-2]와 같은 해결 과정을 보인 예비 교사들의 오류 역시 이에 해당한다고 볼 수 있다. Lithner(2003; Verschaffel, Greer, & de Corte, 2000)에 따르면 대학생들 또한 문제 해결을 위한 추론 과정에서 '이해의 정지'와 같은 특징을 보인 경우가 적지 않았다. 이 연구에 참여한 예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정 및 선행 연구 결과에 비추어 볼 때, 교사 교육과정의 교수학적 상황 전반에 걸쳐 실제적인 문제 맥락을 의미적으로 해석하여 다루어 보는 경험이 보다 충분히 제공될 필요가 있다.

한편, 문제 해결 전략과 관련하여 8명의 예비 교사는 문제 해결을 위해 부등식의 영역을 이용하였다. 13명의 예비 교사는 [그림 Ⅳ-3]과 같이 구체적인 값을 일일이 대입하여 문제를 해결하는 전략을 사용하였다.



[그림 Ⅳ-3] 문제 1에 대한 예비 교사 응답 사례(3)

[그림 Ⅳ-3]과 같은 문제 해결 전략은 Brousseau & Gibel(2005)에서 초등학교 5학년이 선형 계획법 문제를 해결하려고 시도할 때 사용한 방법과 다르지 않다. 고등학교 교육과정에서 이미 부등식의 영역과 관련된 실생활 문제를 다룬 경험을 가지고 있으며, 형식화된 수학을 대학에서 전공하고 있는 예비 교사들의 문제 해결 전략이 초등학생의 비형식적이고 직관적인 문제 해결 과정과 다르지 않은 점에 대해 다양한 논

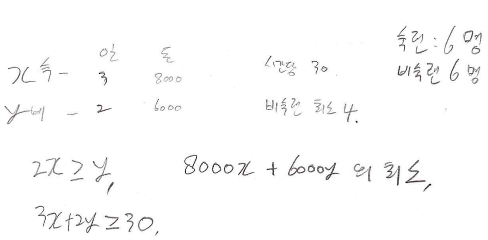
의가 있을 수 있다.

Jurdak(2006)은 고등학생들이 실생활 상황 문제를 해결할 때 지수함수와 같이 수학적으로 형식화된 도구보다는 구체적인 값을 대입하고 그 결과를 일일이 확인하는 방식을 택하였다고 설명하였다. 그는 실생활 맥락 문제를 해결할 때 주로 어떤 방법을 사용하는지 묻는 질문에 대하여 많은 학생들이 다음과 같이 답하였다고 하였다.

> “실제 상황에서는 풀기 쉽고 빠른 방법을 사용한다.”
> “실생활에서는 주로 머릿속으로 계산한다.”(Jurdak, 2006: 295)

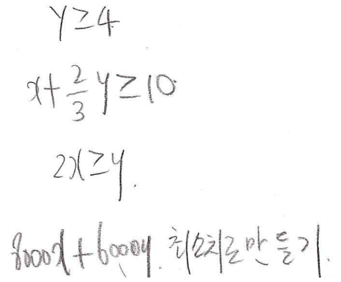
Jurdak(2006)와 이 연구에 참여한 예비 교사들의 문제 해결 전략을 고려할 때, 실생활 맥락 문제를 해결하는 과정에서 사용되는 비형식적인 도구나 직관적인 문제 해결 전략이 지닌 의미와 가치를 살펴보는 후속연구가 필요할 것으로 보인다.

많은 예비 교사는 문제 1의 해결 과정에서 각 단계를 설명하는데 제한적인 능력을 보였다. 25명의 예비 교사는 자신이 무엇을 하였으며 왜 그렇게 하였는지를 분명하게 설명하지 않았으며, 정답을 정확하게 찾은 경우조차도 [그림 Ⅳ-4]와 같이 정답에 이르게 된 과정이나 이유를 기술하지 않은 예가 적지 않았다.



[그림 Ⅳ-4] 문제 1에 대한 예비 교사 응답 사례(4)

15명의 예비 교사는 문제 해결 과정에서 문자가 의미하는 바를 분명하게 명시하지 않거나 부등식의 영역을 좌표평면에 그릴 때 필요한 정보를 표시하지 않았다. 이 중에서 3명의 예비 교사는 문제 맥락에서 주어진 세 가지 조건을 정확하게 파악하여 구해야 하는 것을 대수적으로 적절하게 표현하였으면서도 [그림 Ⅳ-5]와 같이 자신이 사용하고 있는 문자가 무엇을 의미하는지 구체적으로 설명하지 않았다.



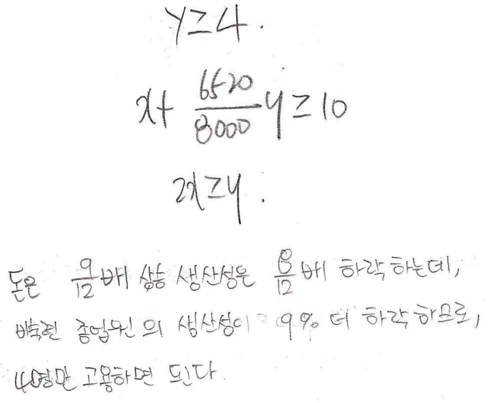
[그림 Ⅳ-5] 문제 1에 대한 예비 교사 응답 사례(5)

2. 문제 2와 문제 3 해결 과정 분석

예비 교사들은 문제 2의 맥락에서 비숙련 종업원의 시간당 임금을 6,520원으로 인상하는 것이 시간당 임금 총액을 변화시킨다는 것을 인식하였다. 11명의 예비 교사는 시간당 임금 총액을 $8000x+6000y$에서 $8000x+6250y$으로 바꾸어 명시적으로 기술함으로써 이러한 변화를 설명하였다. 이들 중 4명은 $8000x+6000y$과 $8000x+6250y$을 각각 $8000x+6000y=w_1$과 $8000x+6250y=w_2$으로 표현한 다음 이들의 기울기를 비교하여 문제 2의 최적 해 역시 문제 1에서 구한 최적 해와 다르지 않음을 설명하였다. 20명의 예비 교사는 문제 2의 맥락을 문제 1에서 최적화 한 식의 기울기와 관련시켜 해석하지 않았다. 이들은 문제 1에 기초하여 문제

2를 조직하기보다는 문제 2를 새롭게 주어진 문제 맥락으로 인식하여 문제를 해결하려고 시도하였다.

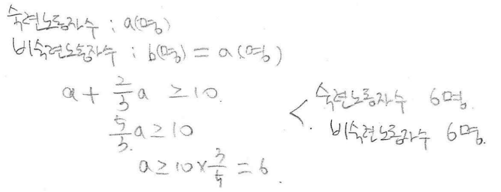
문제 해결의 전략적 지식과 관련하여 5명의 예비 교사는 문제 2에서 최적화해야 하는 식의 기울기가 문제 1에서 다루었던 식의 기울기와 크게 다르지 않음을 보일 때, 문제 1에서 그렸던 좌표평면과 부등식의 영역, $8000x+6000y=k$의 그래프를 이용하였다. 그러나 19명의 예비 교사는 이러한 고려 없이, 주어진 조건의 변화를 [그림 Ⅳ-6]에서 위에 있는 그림과 같이 잘못 인식하여 문제 해결을 시도하거나, [그림 Ⅳ-6]에서 아래에 있는 그림과 같이 의미를 알 수 없는 모호한 전략을 사용하였다.



[그림 Ⅳ-6] 문제 2에 대한 예비 교사 응답 사례(1,2)

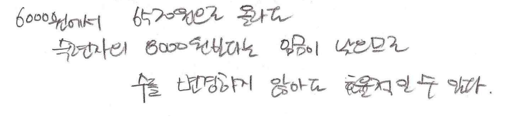
학교 수학에서는 주어진 조건을 새롭게 변화시켜 그 결과가 초기의 최적 해에 미치는 영향을 고려하는 문제 2와 같은 맥락이 다루어지지 않는 바, 이상의 결과에 따르면 예비 교사들은 즉각적인 수학화를 제한한 낯선 문제 맥락에 적절히 적응하는데 어려움을 겪는다고 볼 수 있다.

문제 3은 비숙련 종업원의 수에 대한 숙련 종업원의 수의 비가 1:1이 되는 새로운 맥락을 제시함으로써, 문제 1의 최적 해가 3번 맥락에서 얻어진다는 사실을 의식적으로 인식하도록 하여 반복적인 수학화의 경험을 제공하기 위해 개발되었다. 그러나 1번 문제에서 정답을 구한 13명의 예비 교사 중 단지 4명만이 문제 1의 해결 과정과 답을 반성하는 반복적 수학화 과정을 통해 두 문제 맥락의 관계를 살피는 모습을 보여주었다. 문제 1에서 정답을 구하였지만 두 문제 맥락 사이의 관계를 제대로 인식하지 못한 예비 교사들은 문제 3에서 주어진 새로운 조건을 대수적으로 다시 조직하여 [그림 Ⅳ-7]과 같이 정답을 구하려는 전략을 시도하였다.



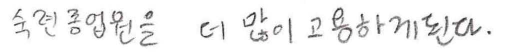
[그림 Ⅳ-7] 문제 3에 대한 예비 교사 응답 사례(1)

한편, 보다 풍부한 수학적 조작이 일어나도록 하려는 의도로 개발된 문제 2와 문제 3에서, 문제 해결 과정에 대한 예비 교사들의 '설명 능력'은 매우 제한적으로 나타났다. 예비 교사 중 일부는 부등식이나 좌표평면과 같이 형식화된 수학적 도구를 사용하여 자신의 문제 해결 과정을 설명하기 보다는 [그림 Ⅳ-8]과 같이 언어적인 방식으로 자신의 풀이 과정을 기술하였다.



[그림 Ⅳ-8] 문제 2에 대한 예비 교사 응답 사례(3)

더불어 12명의 예비 교사는 [그림 Ⅳ-9]와 같이 문제의 답만을 제시하고 자신이 무엇을 하였으며 왜 그렇게 하였는지에 대해 설명하지 않아 설명 능력을 살피는데 어려움이 있었다.


숙련종업원을 더 많이 고용하게된다.

[그림 Ⅳ-9] 문제 3에 대한 예비 교사 응답 사례(2)

Jurdak(2006)은 많은 학생들이 실생활 문제 해결 과정을 설명할 때 언어적 방식이나 그림과 같이 비수학적인 도구를 주로 사용하는 경향이 있음을 지적하였다. 또한 그가 제시한 학생과의 면담 내용에 따르면, 실제적인 맥락 문제는 보통의 수학 문제와 달리 문제 해결 과정을 상세하게 설명해야 하는 부담을 덜 주는 경향이 있음을 알 수 있다.

> 실생활에서 우리는 문제의 답을 찾으면 그것으로 그만이다. 답에 이르는 방식을 보일 필요는 없다(Jurdak, 2006: 295).

그러나 일반 학생과 달리 예비 교사는 학생을 지도하는 교사로서 자신의 문제 해결 과정을 자신이 가르치는 학생의 이해에 도움이 되도록 가능한 자세하게 설명해야 하는 역할을 담당하게 된다. 이상의 결과는 교사 교육에 있어 현실 상황의 실제적인 맥락 문제를 다룰 때, 예비 교사들의 맥락 문제 해결 능력을 개발하도록 돕는 것과 함께 예비 교사들이 자신들의 문제 해결 전략을 효과적으로 표현하는 능력을 단련시킬 기회도 더불어 제공되어야 함을 시사한다[12].

Ⅴ. 결론

이 연구는 예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정을 분석함으로써 맥락 문제에 대한 우리나라 교사들의 교과 내용 지식과 관련된 특징을 살피려는 목적에서 진행되었다. 문헌 검토를 통해 추출된 맥락 문제의 조건에 비추어 검사 문제를 개발하였으며, 이를 활용하여 **대학교 사범대학 수학교육과 2, 3학년 44명을 대상으로 지필 검사를 실시하였다. 이렇게 얻어진 검사 결과를 분석한 바에 따르면, 예비 교사들의 맥락 문제 해결 과정에서 드러난 특징은 다음과 같이 4가지로 요약할 수 있다.

첫째, 예비 교사들은 맥락 문제에서 주어진 조건 중 ‘적어도’와 같은 용어를 간과하거나, 언어적으로 기술된 단어의 순서에 따라 대수적 표현을 조직하는 경우가 있었다. 이는 문제 맥락의 실제적인 측면을 의미적으로 이해하지 않고 주어진 조건을 형식적으로만 다루려는 경향에서 기인하였다고 볼 수 있으며, 이로 인해 문제 해결에 필요한 수학적 지식을 기억해 내어 의미있게 적용하는데 한계를 보였다. 이는 교사 교육과정 전반에 걸쳐 예비 교사들이 현실적인 맥락 문제를 수학화하는 기회를 충분히 가질 필요가 있음을 시사한다.

둘째, 예비 교사 중에는 구체적인 값을 대입하고 그 결과를 일일이 확인하는 전략을 사용하여 문제를 해결하는 경우가 있었다. 선행 연구에 따르면 실생활 맥락 문제 해결에는 수학적으로 형식화된 도구보다는 직관적인 전략이 사용되는 경우가 종종 발생한다. 이 연구에서 예비 교사들이 보여준 문제 해결 전략과 선행 연구 결과에 비추어 볼 때, 실생활 맥락 문제를 해결하는 과

12) 검사 문제에 대한 예비 교사들의 반응은 피평가자로서 문제를 해결하는 과정을 설명한 것이기 때문에, 실제 학생을 지도하는 교사가 학생들에게 제시하는 설명과는 다소 차이가 있을 수 있다. 이러한 차이가 실제 존재하는지 등을 살펴 교수학적 시사점을 정교화하는 후속 연구가 가능하다.

정에서 사용되는 비형식적인 도구나 직관적인 문제 해결 전략이 지닌 의미와 가치를 재조명하는 후속연구가 필요할 것으로 보인다.

셋째, 예비 교사들은 맥락 문제에서 주어진 조건의 변화를 초기에 얻어진 최적 해와 관련지어 살피는데 한계를 보였으며, 해결 과정과 답을 순환적으로 반성하여 주어진 맥락을 반복적으로 수학화하는데 어려움을 겪었다. 이는 교사 교육 과정에서 다루는 맥락 문제를 통해 의미있는 수학화가 진행되기 위해서는 주어진 조건을 다양하게 변화시켜 그 결과가 초기의 문제 해결 과정과 답에 어떻게 영향을 미치는지 고려해보는 활동이 의식적으로 진행될 필요가 있음을 암시한다.

넷째, 예비 교사 중에는 맥락 문제 해결 과정을 부등식이나 좌표평면과 같은 수학적인 도구를 사용하여 설명하기 보다는 언어적 방식으로 서술하는 것을 선호한 경우가 있었다. 또한, 문제의 답만을 제시하고 그 결과에 도달한 이유를 밝히지 않은 예도 있었다. 선행 연구에 따르면 실제적인 맥락 문제에서는 그 답 자체를 찾는 것이 보다 우선적인 목적으로, 답을 얻게 된 이유를 밝히는 것은 중요하게 취급되지 않는 경향이 있다. 또한 그 답에 이르는 과정을 설명할 때에도 수학적인 도구보다는 언어적 방식으로 그 이유를 기술하는 경우가 적지 않다. 이는 교사 교육에서 현실적인 맥락 문제를 다룰 때, 예비 교사들이 자신들의 문제 해결 전략을 수학적 도구를 사용하여 의식적으로 표현하도록 하는 교수학적 노력이 필요함을 보여준다.

이상의 결과는 맥락 문제에 대한 우리나라 교사들의 교과 내용 지식에 대한 특징을 살핀 연구가 거의 없는 현실에서 이러한 특징을 구체화하는 초기 시도에 의해 얻어진 특징으로, 이에 대한 심도있는 논의와 보다 정교한 분석을 위한 후속 연구가 가능하다. 이러한 후속 연구에는 맥락 문제 해결 과정과 관련하여 예비 교사들을 대상으로 한 개별 면담 등의 연구 방법론이 활용될 수 있다.

참고문헌

고은성 · 이경화(2011). 예비 교사들의 통계적 표집에 대한 이해. **수학교육학연구, 21**(1), 17-32.

권성룡(2012). MKT 적용과제에 나타난 초등예비교사의 반응 고찰. **학교수학, 14**(2), 255-274.

김경희 외(2010). **OECD 학업성취도 국제비교 연구(PISA 2009) 결과 보고서**. 서울 : 한국교육과정평가원.

김민경 · 박은정 · 허지연(2012). '맥락성'의 관점에서 본 수학교과서의 문제 분석. **한국학교수학회논문집, 15**(1), 1-25.

김민경 · 민선희 · 김혜원(2011). 수학 교과에서의 상황맥락적 문제에 대한 교사의 인식. **수학교육, 50**(2), 149-164.

김성준 · 문정화(2006). 유형별 맥락문제의 적용과 그에 따른 유형별 선호도 조사. **한국학교수학회논문집, 9**(2), 141-161.

나귀수(2005). 초등학교 예비 교사의 수학적 지식 구성에 대한 연구-구성주의적 교수실험을 중심으로-. **학교수학, 12**(2), 151-176.

박교식 · 권석일(2011). 예비 초등교사들이 분수 포함제의 몫과 나머지 구하기에서 범하는 오류에 대한 분석. **초등수학교육, 14**(3), 317-328.

신보미(2008). 확률에 대한 교사들의 교수학적 내용 지식 분석. **학교수학, 10**(3), 463-487.

안선영 · 방정숙(2006). 평면도형의 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용 지식과 수업 실제 분석. **수학교육학연구, 16**(1), 25-41.

우정호 외(2009). **고등학교 수학**. 서울 : (주) 두산동아.

이규승(2001). **선형 계획법에서의 수치적 안정성에 관한 연구**. 서울대학교대학원석사학위논문.

이정곤 · 류희찬(2011). 예비 교사들을 대상으로 한 증명활동과 반례생성 수행결과 분석. **수학교육학연구, 21**(4), 379-398.

이헌수 · 박형빈 · 배강수(2011). 무리 지수를 갖는 수에 대한 예비 교사들의 인식과 오류. **수학교육논문집, 25**(2), 323-339.

장혜원(2002). 수학 학습을 위한 상황문제의 활용. **학교수학, 4**(3), 483-494.

정영옥(1997). **Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구**. 서울대학교대학원박사학위논문.

조완영(2012). 예비 교사의 미분영역에 관한 내용지식의 분석. **학교수학, 14**(2), 233-253.

최지선 · 이경화 · 김서령(2010). 선형 계획법의 교수학적 분석을 통한 가설 학습 경로 탐색. **수학교육연구, 20**(1), 85-102.

Akkoç H., Yesildere, S., & Özmantar, F. (2007). Prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge of definite integral: the problem of limit process. In D. Kuchermann (Eds.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 27*(3), 7-12. London: British Society for Research into Learning Mathematics.

Baker, K. (2000). Gaining Insight in Linear Programming from Patterns in Optimal Solutions. *INFORMS Transactions on Education, 1*(1), 4-17.

Ball, D., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers; mathematical knowledge. In V. Richhardson (Eds.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). Washington, DC: American Eductional Research Association.

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Brousseau, G. & Gibel, P. (2005). Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations. *Educational Studies in Mathematics, 59*(1), 13-58.

Chelst, R. K., & Edwards, G. T. (2005). *Does this line ever move?* CA: Key Curriculum Press.

de Lange(2003). The great assessment picture book. http://www.fi.uu.nl/catch/products/GAP_book/intro.html.

de Lange, J. (1995). Assessment: No change without problems. In T. A. Romberg (Eds.), *Reform in school mathematics and authentic assessment* (pp. 87-172). New York: SUNY Press.

Dombrovskaia, L., & Guzmán, L. (2006). Student's Approach to Linear Programming Modeling. In D. Kumar, & J. Turner (Eds.), *Education for the 21st Century: Impact of ICT and Digital Resources* (pp. 303-307). USA: Springer.

Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). NY: Macmillan.

Freudenthal(1991). *Revisiting mathematics education.* Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics, 39,* 111-129.

Illinois Department of Education(2005), Illinois Standards Achievement Test Sample Mathematics Materials. http://www.isbe.state.il.us/assessment/math.htm.

Jurdak, M. (2006). Contrasting perspectives and performance of high school students on problem solving in real world, situated, and school contexts. *Educational Studies in Mathematics, 63*(3), 283-301.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice, mind, mathematics and culture in everyday life.* NY: Cambridge University Press.

Levenson, E. (2012). Teachers' knowledge of the nature of definitions: *The case of the zero exponent. Journal of Mathematical Behavior, 31,* 209-219.

Lithner, J. (2003), Students' Mathematical Reasoning in University Textbook Exercises. *Educational Studies in Mathematics, 52,* 29-55.

Ma, L. (2002). 초등학교 수학 이렇게 가르쳐라. (신현용, 승영조 공역). 서울: 승산(원저 1999년).

Mapolelo, D. C. (1999). Do pre-service primary teachers who excel in mathematics become good mathematics teachers? *Teaching and Teacher Educations, 15,* 715-725.

Meyer, M., Dekker, T., & Querelle, N. (2001) Context in mathematics curricula. *Mathematics teaching in the middle school, 9,* 522-527.

Petagilia, J. (1998). *Reality by design: The rhetoric and technology of authenticity in education.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Săljő, R., & Wyndhamn, J. (1993). Solving everyday problems in the formal setting: an empirical study of the school as context for thought. In Chaiklin, S., & Lave, J. (Eds.), *Understanding pratice: Prespectives on activity and context* (pp. 327-342). UK: Cambridge University Press.

Schoenfeld, A. (1991), "On Mathematics as Sense-Making: An Informal Attack on the Unfortunate Divorce of Formal and Informal Mathematics". In J. Voss, D. Perkins, & J. Segal (Eds.), *Informal reasoning and education* (pp. 311-344). Lawrence Erlbaum Associates: Hillsdale, NJ.

Shama, G. & Dreyfus, T.(1994). Visual, algebraic and mixed strategies in visually presented linear programming problems. *Educational Studies in Mathematics, 26*(1), 45-70.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57,* 1-22.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. E*ducational Researcher, 15,* 4-14.

Stein, M. K., Baxter, J. A., & Leinhardt, G. (1990). Subject-matter knowledge and elementary instruction: A case from function and graphing. *American Educational Research Journal, 27*(4), 639-663.

Stevens, S. P. & Palocsay, S. W. (2004). A translation approach to teaching linear programming formulation. *INFORMS Transactions on Education, 4*(3), 1-27.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction: The Wiskobas Project.* Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

Treffers, A., & Goffree, F. (1985). Rational analysis of realistic mathematics education: The Wiskobas Program. In L. Streefland, *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp.97-122). Utrecht, The Netherlands: Vakgroep Onderzoek Wiskunde Onderwijs en Onderwijscomputercentrum (OW & OC).

van den Heuvel-Panhuizen(2005). The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the Learning of Mathematics, 25*(2), 2-9.

Verschaffel, L. B. Greer, and E. de Corte. (2000).

Making sense of word problems. The Netherlands: Swets and Zeitlinger: Lisse.
Wedege, T. (1999). To know-or not to know-mathematics, that is a question of context. *Educational Studies in Mathematics, 39,* 205-227.

A Study on the Process of Solving Context Problems by Prospective Teachers

Shin, Bo Mi(Chonnam National University)

The aim of this study is to analyze how the context problems by prospective teachers are solved. In order to achieve this aim, this study examined the conceptual nature of context based on previous studies. I developed context problems about linear programming with reference to the results of the examination about the natural characterization of context. These problems were given to 44 prospective teachers and qualitative methods were used to analyze the data obtained from the written solutions by the participants. This study also developed the framework descriptors for this analysis in the light of the Mathematics Scoring Rubric from Illinois Department of Education(2005). The data was analyzed and interpreted in terms of this framework and the specific characteristics shown in the process of problem solving by the teachers were categorized into four types as a result.

Key word : context problem(맥락 문제), prospective teacher(예비 교사), linear programming(선형 계획법).

논문접수 : 2012. 10. 10
논문수정 : 2012. 10. 25
심사완료 : 2012. 11. 12

<부록 1> 검사 문제와 해설

박은수씨는 패밀리 레스토랑 사장이다. 그는 이번 가을에 매장에서 일할 숙련 종업원의 수와 비숙련 종업원의 수에 대한 최적의 조건을 찾고 있다. 숙련 종업원에게는 시간당 8,000원을 지급하고 비숙련 종업원에게는 시간당 6,000원을 지급하면 되지만, 비숙련 종업원은 숙련 종업원에 비해 $\frac{2}{3}$ 만큼의 생산성만 가지고 있어서 레스토랑 주위의 중요한 임무는 수행할 수가 없다. 은수씨는 이제까지의 경험에 비추어, 매장을 수월하게 운영하기 위해서는 2명의 비숙련 종업원마다 적어도 1명의 숙련 종업원을 배치하는 것이 가장 적절하다는 결론을 갖고 있다. 또한, 비숙련 종업원의 낮은 생산성을 고려할 때, 매장의 업무량을 무리 없이 처리하기 위해서는 매 시간마다 최소 숙련 종업원 10명에 상응하는 노동력이 필요할 것으로 예상하고 있다. 한편, 은수씨는 지역 사회 공동체의 발전을 위하여 업무 경험이 없는 10대 청소년을 최소한 4명이상 고용하기로 지역사회 주민들과 약속하였다.

1. 은수씨는 숙련 종업원과 비숙련 종업원을 각각 몇 명씩 고용해야 할까?

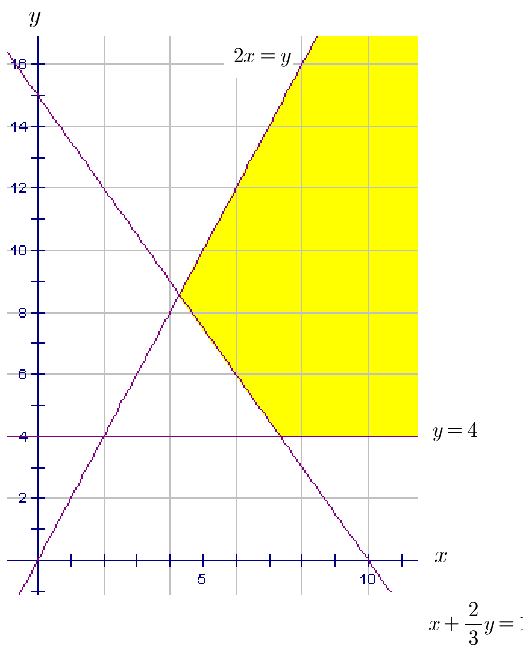
2. 은수씨는 최저 임금 지급 기준이 변경되어 비숙련 종업원에게 시간당 6,520원을 지급해야 한다는 사실을 알게 되었다. 이와 같이 비숙련 종업원의 시간당 임금을 인상한 결과가 1번에서 세운 숙련 종업원의 수와 비숙련 종업원의 수에 어떻게 영향을 미치는가?

3. 은수씨가 비숙련 종업원에 대한 숙련 종업원의 관리 강도를 높이기 위하여 비숙련 종업원의 수에 대한 숙련 종업원의 수의 비율을 1:1이 되도록 한다면, 이는 1번에서 세운 숙련 종업원의 수와 비숙련 종업원의 수에 어떻게 영향을 미치는가?

문제 1의 해설)

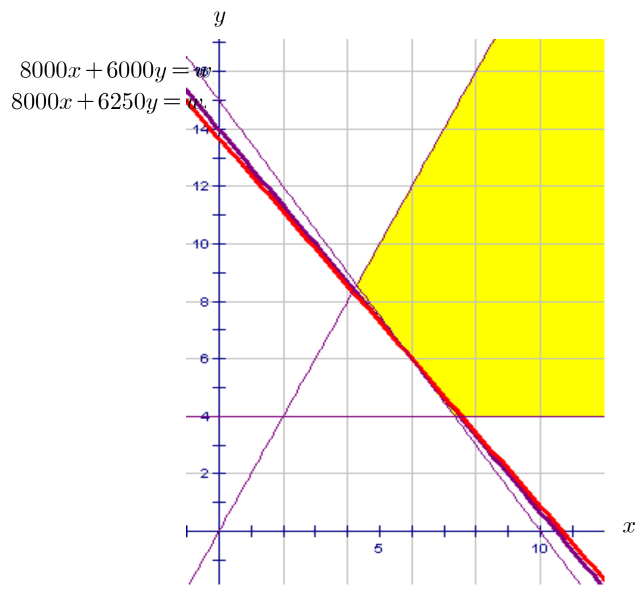
숙련 종업원 수 x, 비숙련 종업원 수 y가 $2x \geqq y$, $y \geqq 4$, $x+\frac{2}{3}y \geqq 10$을 만족할 때, $8000x+6000y$의 값이 최소가 되도록 하는 x, y의 값을 구하면 된다. $2x \geqq y$, $y \geqq 4$, $x+\frac{2}{3}y \geqq 10$을 만족하는 부등식의 영역을 좌표평면에 그리면 오른쪽과 같으므로 $(6, 6)$에서 $8000x+6000y$의 값은 최소가 된다.

따라서 은수씨는 숙련 종업원과 비숙련 종업원을 각각 6명씩 고용하면 된다.



문제 2의 해설)

문제 1과 같은 조건에서 $8000x+6520y$의 값이 최소가 되도록 하는 x, y의 값을 구하면 된다. 그러나 문제 1에서의 시간당 임금 총액을 나타내는 직선의 방정식 $8000x+6000y=w_1$의 기울기와 $8000x+6250y=w_2$의 기울기에 거의 차이가 없으므로 $(6, 6)$에서 $8000x+6250y$의 값 역시 최소가 된다.



문제 3의 해설) 이러한 변화는 문제 1에서 구한 숙련 종업원과 비숙련 종업원의 수에 영향을 미치지 않는다. 왜냐하면 $8000x+6000y$의 값이 최소가 되도록 하는 점인 $(6, 6)$은 이미 $y=x$ 위에 존재하기 때문이다.

<부록 2> 서술형 문제 평가 틀(A guide to scoring extended-response item: Illinois Department of Education, 2005)

점수	수학적 지식 : 문제 해결에 필요한 수학적인 원리와 개념에 대한 지식	전략적 지식 : 문제 해결에 필요한 중요 조건을 구체화하고 사용하는 능력	설명 능력 : 문제 해결 과정의 각 단계에 이유를 제시하고 이를 논리적으로 설명하는 능력
4	· 문제 해결에 필요한 수학적 개념과 원리를 정확하게 이해 · 수학적인 용어와 기호의 적절한 사용 · 알고리즘과 계산을 정확하게 수행	· 문제의 중요한 조건을 구체화하고 조건 사이의 관계를 정확하게 이해 · 문제 해결을 위한 적절한 전략을 완벽하게 구현	· 문제 해결 과정을 정확하게 설명; 무엇을, 왜 하였는지에 대한 분명한 설명 · 제시된 다이어그램의 이해에 필요한 모든 설명이 정확하게 포함됨
3	· 문제 해결에 필요한 수학적 개념과 원리를 대부분 이해 · 수학적인 용어와 기호를 대부분 바르게 사용 · 알고리즘은 정확하지만 계산 과정에 사소한 실수	· 문제의 중요한 조건을 대부분 구체화하고 조건 사이의 관계를 전반적으로 이해 · 문제 해결을 위한 적절한 전략을 거의 구현	· 문제 해결 과정을 거의 정확하게 설명; 무엇을 하였는지에 대한 분명한 설명과 왜 하였는지에 대한 설명의 시도 · 제시된 다이어그램의 이해에 필요한 설명이 대부분 포함됨
2	· 문제 해결에 필요한 수학적 개념과 원리를 부분적으로 이해 · 수학적인 용어와 기호를 부분적으로 바르게 사용 · 알고리즘과 계산에 중대한 실수	· 문제의 중요한 조건을 구체화하였지만 조건 사이의 관계에 대한 제한적인 이해 · 문제 해결을 위한 어떤 전략을 보여줌	· 문제 해결 과정에 대한 부분적인 설명; 무엇을 하였는지가 설명되지 않거나 왜 하였는지가 설명되지 않음 · 설명이 불분명하거나 문제 해결 과정과 일치하지 않음 · 제시된 다이어그램의 이해에 필요한 설명이 약간 포함됨
1	· 문제 해결에 필요한 수학적 개념과 원리를 거의 이해하지 못함 · 수학적인 용어와 기호의 잘못된 사용 · 정답을 구하려고 시도	· 문제의 중요한 조건을 구체화하지 못하였거나 조건 사이의 관계를 잘못 파악 · 문제 해결에 부적절한 전략을 사용; 사용된 전략의 의미가 모호	· 문제 해결 과정에 대한 최소한의 설명; 무엇을 하였고 왜 하였는지 설명되지 않음 · 문제 해결 과정과 일치하지 않음 · 제시된 다이어그램의 이해에 필요한 최소한의 설명이 약간 포함됨; 중요한 내용에 대해 불분명한 설명
0	· 정답에 대한 시도 없음	· 분명한 전략이 없음	· 문제 해결 과정에 대한 설명이 없음