

송전선 혼잡시의 복합전략 내쉬균형에 대한 선도-추종자 모형 해석

논 문
61-2-1

Leader-Follower Model Analysis on Mixed Strategy Nash Equilibrium of Electricity Market with Transmission Congestion

이 광 호*
(Kwang-Ho Lee)

Abstract - Nash Equilibrium (NE) is as useful tool for investigating a participant's strategic generation quantity in a competitive electricity market. Cournot model may give a mixed strategy NE instead of a pure strategy when transmission constraints are considered. A mixed strategy is difficult to compute, complicated to understand conceptually, and hard to implement in an electricity market practically. This paper presents that a mixed strategy does not appear in Stackelberg leader-follower model even under a transmission congestion. A solution method is proposed for the leader-follower model under a nondifferentiable space of a strategy variable. Based on the pure strategy NE with a transmission line congested, the merit of leader-follower model is shown from a social welfare point of view.

Key Words : Nash equilibrium, Mixed strategy, Cournot model, Leader-follower, Transmission congestion, Social welfare, Electricity market

1. 서 론

경쟁적 전력시장을 해석하는 필요성은 점점 높아지고 있으며 이에 따라 게임이론의 균형상태에 대한 관심도 같이 높아지고 있다. 균형상태란 경쟁에 참여하는 기업들의 선택을 예측하는 것이며 그에 따른 시장가격을 알 수 있기 때문에 전력시장해석의 핵심요소라 할 수 있다[1,2].

발전시장의 산업구조와 발전 참여자의 선택 메커니즘을 모형화 하기 위해 경제학에서 사용하고 있는 쿠르노 모형이 주로 사용되고 있다. 쿠르노 모형에 따른 균형은 주로 내쉬의 균형상태 정의를 따르며, 발전기 비용특성을 이차함수로 가정하고 수요를 선형감소함수 형태로 가정하는 경우에 단순전략(pure strategy)의 균형전략이 존재함이 알려져 있다 [3]. 하지만 전력시장에 대한 게임모형에서는 복합전략 (mixed strategy) 균형상태가 나타나기도 한다.

송전선에서 송전전력이 물리적 한계값을 갖는 것은 경제학적 관점에서 희소지대(scarcity rent) 개념에 해당되며, 송전선의 전기물리적 한계에 의해 발전력의 배분이 제조정되는 것을 송전선혼잡(congestion) 상태라고 한다. 송전선 혼잡상태는 시장의 효율성 측면에서는 사회적 편익(benefit)의 감소를 유발하고[4], 균형상태를 계산하기 위한 전략변수 공간 측면에서는 불연속적인 경계를 발생시켜 복합전략(mixed strategy) 균형전략이 나타날 수 있게 된다[1]. 복합전략이란 게임의 참여자가 선택을 확률적으로 하게 되는 경우로서 하나 이상의 전략을 바꿔가며 선택하는 것이다. 따라서 복합전략

내쉬균형을 계산한다는 것은 각 참여자가 어떤 전략을 어떤 빈도(확률)로 선택할 것인지를 결정하는 것이다[5].

내쉬균형이 복합전략으로 존재한다는 것은 경쟁구도에 참여하는 발전기업으로서 여러 가지 어려운 점을 갖게 된다. 우선 복합전략이라는 개념 이해가 쉽지 않다. 기업이 전략적 선택을 하는데 몇 개의 전략을 계산된 확률에 맞추어 빈도수를 조정하면서 결정한다는 것이 현실에 잘 맞지가 않다. 따라서 이론적으로는 균형상태라 하지만 실제로 참여자가 복합전략을 선택하게 될지는 미지수이며 이에 대해 회의적인 경제학자들도 있다[3].

균형상태를 찾는 문제는 기존의 최적화 기법으로 해석할 수가 없고 EPEC(equilibrium problem with equilibrium constraints) 문제의 접근방식이 필요하다[6]. 혼잡현상이 있는 상태에서는 전략변수 공간에서 불연속 경계로 인해 미분이 원활히 이뤄지지 않기 때문에 복합전략 내쉬균형에 대한 일반적인 계산기법이 제시되어 있지는 않다. 단지 경험적 지식을 이용하여 몇 가지 가정을 도입함으로써 복합전략을 계산한 연구[7]가 소개된 정도이다.

하지만 복합전략 내쉬균형에 존재하는 참여자들의 특성을 시장 모형화에 활용하면 복합전략이 아닌 단순전략 내쉬균형이 나타남을 본 연구에서 주장하려고 한다. 송전선 혼잡시의 복합전략 쿠르노 내쉬균형에는 전략적으로 적극적인 참여자와 수동적인 참여자로 구별되는데, 이 점에 착안하여 쿠르노 모형 대신에 스택켈버그(Stackelberg)의 선도자-추종자 모형을 사용함으로써 단순전략 내쉬균형이 나타나도록 한 것이다.

모형화 식을 이용해서 선도-추종자 모형에서의 사회적 후생을 분석하고 사례연구를 통해서 송전선 혼잡시에 쿠르노 모형에 의한 복합전략과 선도-추종자 모형에 의한 단순전략을 수치적으로 비교함으로써 선도-추종자 모형이 갖는 장점을 검증한다.

* 정 회 원 : 단국대학교 전기공학과 교수

E-mail : khlee@dgu.edu

접수일자 : 2011년 9월 16일

최종완료 : 2012년 1월 12일

2. 쿠르노 내쉬균형 복합전략

2.1 쿠르노 모형 정식화

과점형태의 불완전 경쟁을 해석하는 모형으로 쿠르노 모형이 많이 사용되고 있는데 그 이유는 이해하고 계산하기 쉬우며, 게임모형에서의 선택변수인 발전력이 전력시스템에서 계획과 운용문제에서의 주요 변수와 일치하기 때문이다 [2].

발전력 공급경쟁의 쿠르노 모형에서는 발전사업자가 공급량을 결정하므로 전력시장에서 발전사가 시장운영자(MO)에게 발전력을 제시하고 MO는 이를 바탕으로 전력의 거래가격을 극대화하는 시장가격을 수요함수로부터 결정한다. 즉 MO의 결정은 가격탄력성을 갖는 수요함수에서 사회적 편익(Benefit)을 최대로 하는 지역별 수요의 배분을 계산하는 것이다. 또한 안정적(secure)인 급전계획이 되도록 여러 제약조건을 고려한다. 이를 2차 최적화 문제로 표현하면 다음과 같다.

$$Max_{d_i} B = \sum_{j \in D} (a_j d_j - 0.5 r_j d_j^2) \quad (1)$$

$$s.t. \sum_{i \in G} q_i - \sum_{j \in D} d_j = 0 \quad (2)$$

$$0 \leq T_l \leq T_{l,max} \quad \forall l \in L \quad (3)$$

여기서 결정변수 d_j 는 지역 j 에서의 부하전력이고 함수 $p_j = a_j - r_j d_j$ 는 j 에서의 전력수요함수이고, B는 각 수요함수를 적분하여 계산되는 편익(benefit)의 총합이다. 수급조건인 (2)에서 q_i 는 i 발전기에서 제출한 발전력이고 D와 G는 각각 부하와 발전사의 집합, L은 전체 송전선 집합, T_l 은 송전선 l 에서의 전력조류이다.

발전사에서는 발전력공급에 따른 이득을 극대화하기 위한 발전력(q) 선택을 할 것이고 이는 다음 식과 같다.

$$Max_{q_i} \pi_i = p_i q_i - (b_i q_i + 0.5 m_i q_i^2) \quad (4)$$

$$s.t. p_i = a_i - r_i \bar{d}_i \quad (5)$$

$$\bar{d}_i = \operatorname{argmax}_{d_i} B(d_i, q_j)_{j \in G} \quad (6)$$

여기서 π_i 는 발전사 i 의 이득, p_i 는 모선 i 에서의 시장가격을 나타내고 발전사 i 는 한 대의 발전기를 갖는다는 가정하에 발전기 i 의 한계비용특성은 $mc_i(q_i) = b_i + m_i q_i$ 이다. 모선가격은 같은 모선에서의 수요함수에 의해 결정되므로 MO가 배분하는 수요전력과 밀접한 관련이 있다.

발전사와 MO가 각자의 목적함수를 극대화하는 측면에서는 유사하지만, MO에서의 최적화에서 q 는 고정값으로 가정하고 발전사의 최적화에서 d 는 발전력선택에 따른 종속변수로 다룬다는 점에서 차이가 있다. 이러한 차이를 선도자(발전사)와 추종자(MO)의 관계로 보고 모형화를 시도한 연구[8,9]가 있으나 이러한 선도-추종자 모형으로는 복합전략의 발생을 막을 수는 없다. 본 연구에서 사용하는 선도-추종자 모형은 발전사들에 대해 선도와 추종의 관계

를 정의하는 것이다.

2.2 복합전략의 특성

각 발전사에서의 이득극대조건과 MO의 사회후생극대 조건이 모두 만족되는 상태가 균형상태이다. 송전선 혼잡시의 복합전략 내쉬균형의 특성을 분석하기 위해 발전사 3개가 3개의 모선에 위치하여 공급경쟁하는 사례를 소개한다[7]. 전력계통은 다음 그림 1과 같고 각 모선에서의 수요함수와 발전기 한계비용함수는 표 1과 같다.

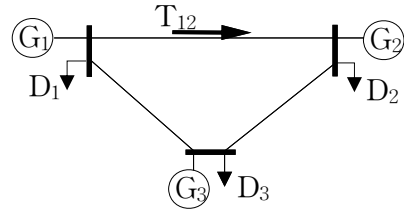


그림 1 3모선 사례계통

Fig. 1 Sample System of 3 buses

표 1 발전비용과 수요 특성

Table 1 Demand and Marginal Cost Functions

	수요함수		한계발전비용	
	a	r	b	m
모선 1	70	0.7	10	0.3
모선 2	80	0.5	20	0.4
모선 3	90	0.4	15	0.45

계통에서 선로 리액턴스는 $x_{12}=0.1$, $x_{23}=0.05$, $x_{13}=0.1$, 송전선 제약은 $T_{12}=15$ 로 두고 쿠르노 내쉬균형을 계산하면 G1은 60.23을 G3는 60.95를 선택하고 G_2 는 56.1과 46.3 두 개의 값을 번갈아 선택하는 복합전략이 구해진다. G2가 두 값을 선택하는 비율은 49:51로 계산되는데, 이를 0.49의 확률로 56.1을 선택하고 0.51의 확률로 46.3을 선택한다는 의미이다. 이러한 선택이 내쉬균형임을 증명하기 위해서 일반적으로 다음 그림 2와 같은 각 발전사의 기대이득 분포곡선을 보인다.

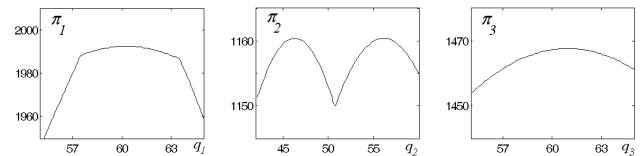


그림 2 복합전략 균형에서 발전사들의 기대이득 분포

Fig. 2 Expected Profits of Gencos at Mixed Strategy NE

그림에서 G1의 기대이득(π_1)은 G2와 G3의 선택값을 고정하고 G1의 선택값을 바꾸어가며 G1의 이득을 계산한 것이다. 나머지의 기대이득도 같은 방식으로 다른 발전사의 값을 고정하고 자신의 선택값을 바꾸어가며 이득을 계산한 것이다. 그림(π_1)에서 G1의 이득최대값은 $q_1=60.23$ 에서 나타나고 G2의 이득최대값은 $q_2=56.1$ 과 46.3에서, G3

의 최대값은 $q_3=60.95$ 에서 나타남을 알 수 있다. 즉 다른 경쟁자가 값을 바꾸지 않는한 자신에게 최선인 현재의 선택을 바꿀 필요가 없다. 이는 내쉬의 균형상태 정의에 해당되므로 앞에서 계산된 값이 내쉬균형임을 증명하는 것이다.

복합전략 내쉬균형상태에서 눈여겨볼 것은 두 값을 선택하는 G2의 위치와 전략이다. 위치는 혼잡현상이 발생하는 송전선의 수전단에 있고, 선택된 두 개의 전략 중에서 큰 값은 송전선 제약을 발생시키지 않고, 작은 값은 혼잡현상을 발생시킨다. 그래서 큰 값을 비혼잡전략, 작은 값을 혼잡전략이라고 부를 수가 있다. 즉, 수전단에 존재하는 참여자는 자신의 이득 극대화를 위해 혼잡현상을 조종할 수가 있는 것이다. 그래서 이 참여자를 주참여자라 칭하고 단순전략을 선택하는 나머지를 일반참여자로 부른다 [7]. 주참여자는 송전선의 물리적 한계를 적극적으로 활용하는 우월적 위치로 인해 일반 참여자들에 비해 유리한 경쟁력을 갖게 된다. 이러한 특성은 스테켈버그의 선도-추종자 모형에서 선도자가 갖는 선점효과와 유사하다고 할 수 있다. 이 점이 혼잡현상에 대한 새로운 모형화로 복합전략을 피해보려는 시도를 하게된 계기가 될 수 있다.

3. 선도-추종자 모형

3.1 복점구조에서의 균형상태

쿠르노 모형에서는 경쟁에 참여하는 기업을 동등한 관계로 보고 있다. 하지만 경쟁 기업간에 경쟁력의 차이가 크면 동등한 관계가 깨지면서 선도자와 추종자의 관계가 나타나므로 다른 모형으로 분석해야 한다[3,5]. 스테켈버그는 선도자와 추종자가 있는 복점구조에서의 경쟁모형을 제시했다. 쿠르노 모형에서는 경쟁 상대의 발전량이 불변이라 가정하면 자신의 최적대응(Best Response) 전략을 정하는 반면, 스테켈버그의 선도-추종자 모형에서 선도자는 경쟁상대의 반응을 고려하면서 자신의 최적선택을 결정한다[8,10]. 추종자는 쿠르노 모형에서의 가정과 동일하게 선도자의 일정한 선택에 대한 최적대응전략을 찾는다. 따라서 선도자와 추종자가 사전에 명확한 경우에 적용되는 방식이다. 본 연구에서는 송전선 혼잡시 복합전략이 나타날 때, 주참여자가 선도자의 역할을 하고 일반참여자가 추종자 역할을 하는 것으로 정의한다. 주참여자가 선로조류배분계수(power transfer distribution factor; PTFDF)에 의해 결정되므로 본 연구에서의 선도자와 추종자의 관계는 사전에 알 수가 있다.

선도-추종자 복점모형에서 균형상태의 수식적 유도와 분석을 위해 발전비용함수를 $mc_i = m_i \cdot q_i$ 간단한 형태로 두고, 우선 추종자의 최적선택 조건을 정리하면 다음과 같다. (참여자1을 선도자, 참여자2를 추종자로 가정, 수요함수는 $p = a - r(q_1 + q_2)$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} &= \frac{\partial}{\partial q_2} [pq_2 - C(q_2)] \\ &= \frac{\partial p}{\partial q_2} q_2 + p - m_2 q_2 = -r q_2 + p - m_2 q_2 = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$r q_1 + (2r + m_2) q_2 = a \quad (8)$$

여기서 식(8)은 식(7)을 정리하여 나타낸 것이다.

선도자의 최적선택 조건은 (8)식으로 표현되는 추종자의 최적대응을 반영하기 때문에 다르게 유도된다.

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_1}{dq_1} &= \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} + \frac{\partial \pi_1}{\partial q_2} \frac{\partial q_2}{\partial q_1} \\ &= -r q_1 + p - m_1 q_1 + (-r q_1) \frac{\partial q_2}{\partial q_1} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $\partial q_2 / \partial q_1$ 는 식(8)에서 구해지며 이를 대입하고 식(7), (8) 그리고 수요함수식을 연립해서 정리하면 다음과 같은 시장가격(p_s)과 내쉬균형 발전량(q_s)이 유도된다.

$$p_s = \frac{m_1 m_2 + r(2m_1 + m_2) + r^2}{m_1 m_2 + 2r(m_1 + m_2) + 2r^2} \cdot \frac{a(m_2 + r)}{m_2 + 2r} \quad (10)$$

$$q_{s1} = \frac{a(m_2 + r)}{m_1 m_2 + 2r(m_1 + m_2) + 2r^2} \quad (11)$$

추종자의 발전량(q_2)은 식(11)을 식(8)에 대입하여 구해진다.

3.2 사회적 후생 비교

선도-추종자 모형과 쿠르노 모형의 균형상태에서 사회적 편익과 후생(welfare)을 비교하기 위해서는 각 모형의 균형상태에서 가격과 발전량을 분석해야 한다. 앞서와 같은 복점모형에 대해 쿠르노 균형은 선도자의 최적조건식과 식(7)과 같은 편미분식으로 전개하면 구해진다. 그 때의 시장가격과 발전량은 다음과 같다.

$$p_c = \frac{a(m_1 + r)(m_2 + r)}{m_1 m_2 + 2r(m_1 + m_2) + 3r^2} \quad (12)$$

$$q_{c1} = \frac{a(m_2 + r)}{m_1 m_2 + 2r(m_1 + m_2) + 3r^2} \quad (13)$$

선도자의 발전량의 크기를 비교하면 스테켈버그 모형에서의 발전량(11)이 쿠르노 모형에서의 발전량(13) 보다 크다는 것을 알 수 있다.

$$\frac{q_{s1}}{q_{c1}} = \frac{m_1 m_2 + 2r(m_1 + m_2) + 3r^2}{m_1 m_2 + 2r(m_1 + m_2) + 2r^2} = \frac{A + r^2}{A} > 1 \quad (14)$$

여기서 $A = m_1 m_2 + 2r(m_1 + m_2) + 2r^2$ 이다.

시장가격의 변화를 보기 위해 두 가격의 비율을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{p_s}{p_c} &= \frac{A + r^2}{A} \cdot \frac{m_1 m_2 + r(2m_1 + m_2) + r^2}{m_1 m_2 + r(2m_1 + m_2) + 2r^2} \\ &= \frac{A + r^2}{A} \cdot \frac{B}{B + r^2} = \frac{AB + Br^2}{AB + Ar^2} < 1 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 p_s 와 p_c 는 각각 스테켈버그 모형, 쿠르노 모형에서의 가격이고, $B = m_1m_2 + r(2m_1 + m_2) + r^2$, 가격 변화비율이 1보다 작은 이유는 $A > B$ 이기 때문이다.

전체 발전량($q_1 + q_2$)은 식(8)을 대입하여 두 모형에서 공통적으로 다음과 같이 정리된다.

$$q_1 + q_2 = \frac{a + (r + m_2)q_1}{2r + m_2} \quad (16)$$

식(14)로부터 $q_{s1} > q_{c1}$ 이므로 쿠르노 모형에서의 전체 공급량보다 스테켈버그 모형에서의 전체 공급량이 더 큼을 알 수 있다.

이상과 같이 두 모형에서의 균형상태 비교 결과를 정리하면 스테켈버그 모형에서 더 낮은 가격에 더 많은 전력이 공급되며 우하향하는 수요함수의 특성으로 인해 전력수요의 편익(Benefit)은 증가하게 된다. 경제적 거래의 효율성은 편익에서 비용을 차감하여 정의되는 사회적 후생(social welfare: SW)에 의해 판단된다. 따라서 선도-추종자 모형에서의 비용에 대한 분석이 필요하다. 균형상태에서 두 발전사의 한계비용을 계산하면 다음과 같다.

$$mc_1 = m_1 \cdot q_1 = \frac{a(m_2 + r)m_1}{A} \quad (17)$$

$$mc_2 = m_2 \cdot q_2 = \frac{a(m_2 + r)(m_1 + r)m_2}{A(2r + m_2)} \quad (18)$$

시장가격인 식(10)을 다시 정리하여 다음 식(19)와 (20)으로 나타내면 한계비용이 모두 시장가격보다 낮음을 알 수 있다. 식(17)은 식(19)와, 식(18)은 식(20)과 비교하면 쉽게 대소 비교가 된다.

$$p_s = \frac{a(m_2 + r)}{A} \left\{ m_1 + \frac{r(m_1 + r)}{m_2 + 2r} \right\} \quad (19)$$

$$p_s = \frac{a(m_2 + r)}{A(m_2 + 2r)} \{ m_2(m_1 + r) + r(2m_1 + r) \} \quad (20)$$

동일한 수요 공급곡선에 대해 공급량이 증가하고 시장가격이 한계비용보다 높은 상태이면 사회적 후생은 증가하게 된다. 따라서 여기서의 주장을 정리하면, 쿠르노 모형보다 스테켈버그의 선도-추종자 모형의 균형상태에서 사회적 후생이 보다 큰 값을 갖는 것이다.

본 연구에는 이러한 특징을 활용해서 송전선 혼잡시에 쿠르노 내쉬균형이 복합전략으로 나타나는 어려운 점을 극복하고 선도-추종자 모형으로의 전환이 가능하다는 주장을 통해 사회적 후생이 증가할 수 있음을 보이려 한다.

4. 송전선 혼잡시의 내쉬균형

4.1 추종자의 최적대응전략

제약조건이 없는 경우의 선도-추종자 모형에 대해서는

균형상태가 해석적으로 유도되고 결과도 잘 알려져 있지만 선로조류 제약이 있을 때에는 그렇지 않다. 선로제약이 있는 경우의 핵심은 추종자의 최적대응함수 혹은 전략을 어떻게 구하는가이다. 선로제약을 고려한 급전계획은 시장운영자에 의해 이뤄지지만 추종자의 발전력 결정에 따라 혼잡현상이 발생할 수도 그렇지 않을 수도 있다. 혼잡이 발생할 때와 안할 때는 성립하는 식이 달라지기 때문에 불연속적인 경계가 나타난다. 이러한 현상을 이해하기 위해 다음의 2모선 복잡모형을 살펴본다.

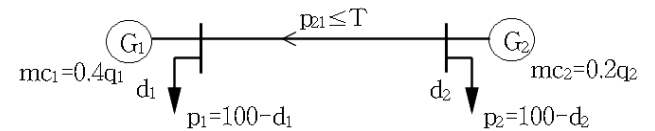


그림 3 송전선 혼잡을 고려한 2모선 복잡모형
Fig. 3 Duopoly System for Considering Transmission Congestion

동일한 수요함수를 갖는 부하가 하나의 송전선으로 연결되어 있고 각 노드에 발전기 한 대씩이 있는 모형이다. G2의 한계비용(mc_2)이 G1보다 낮으므로 선로조류는 화살표 방향이 되고 한계선로용량을 T 로 두었다. 선도자 G1의 발전량 q_1 이 주어질 때 추종자 G2의 이득함수를 변수 q_2 에 대한 식으로 나타내면 다음과 같다.

혼잡현상이 없다고 가정하면 부하전력은 $d_1 = d_2 = (q_1 + q_2)/2$, 노드2에서의 가격은 $p_2 = 100 - (q_1 + q_2)/2$ 이므로 이득은 다음과 같이 정리된다.

$$\pi_{2u} = (100 - (q_1 + q_2)/2)q_2 - 0.5m_2q_2^2 \quad (21)$$

한편 혼잡현상을 가정하면 $q_2 - d_2 = T$ 이 성립하므로 $p_2 = 100 - (q_2 - T)$ 이고, 이득은 다음과 같다.

$$\pi_{2c} = (100 - q_2 + T)q_2 - 0.5m_2q_2^2 \quad (22)$$

한계용량과 선도자의 선택을 각각 $T=5$, $q_1=40$ 이라 두고 두 이득함수를 그래프로 나타내면 다음 그림과 같다.

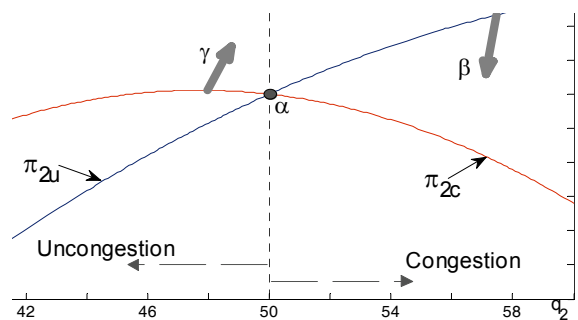


그림 4 추종자 G2의 이득곡선
Fig. 4 Profit Functions with Congestion and Uncongestion of Follower G2

추종자의 발전력이 $q_2 < 50$ 일 때는 혼잡이 발생하지 않고, $q_2 > 50$ 일 때 혼잡이 발생한다. 따라서 이득분포는 비혼잡일 때 π_{2u} , 혼잡일 때 π_{2c} 가 해당되고, 함수 모양을 보면 두 개의 2차함수가 미분불가능한 점(α)에서 결합된 형태이다. 최대값은 점 α 에서 나타나고 이 점은 비혼잡의 균형상태에서 선로조류가 선로조류 한계값인 T가 될 때이다. 이러한 특성은 선도-추종자 모형에서 추종자의 최적대응함수를 구하는데 중요한 힌트로 작용한다.

앞에서는 T와 q_1 의 지정된 값(각각 5와 40)에 대해 분석했지만, 이 값이 바뀌면 분석결과도 바뀌게 된다. 비혼잡일 때 이득함수 식(21)을 보면, π_{2u} 는 q_1 을 파라미터로 하고, 혼잡일 때의 식(22)에서 π_{2c} 는 T를 파라미터로 함을 알 수 있다. 따라서 그림 4에서 비혼잡 이득함수(π_{2u})는 q_1 이 증가할 때 화살표 β 의 방향으로 이동하여 최적대응점 α 는 우하향하게 되고, 혼잡 이득함수(π_{2c})는 T가 증가할 때 화살표 γ 의 방향으로 이동하여 최적대응점 α 는 우상향하게 된다.

4.2 우선순위가 반영된 균형

(1) 선도-추종자 모형의 균형상태

선도-추종자 모형과 같이 균형조건을 갖는 균형문제(equilibrium problem with equilibrium constraints: EPEC)에서 미분 불가능 영역이 존재할 때의 해법에 대한 분석이 앞 절에서 이루어졌다. 일반적인 해법이라고는 할 수 없지만 발전력 도매시장에서 송전선 혼잡현상을 포함하는 경우에 추종자의 최적대응 전략은 혼잡과 비혼잡의 경계에서 나타남을 알게 되었다. 이를 이용해서 선도자와 추종자의 내쉬균형을 계산한다. 대상계통은 쿠르노 모형에서의 복합전략 내쉬균형이 알려진 앞의 2.2절에서 소개된 3모선 3참여자 경쟁 모형에 대해 계산한다.

송전선 혼잡이 발생하는 경우 혼잡선로를 기준으로 수전단에 가까이 있는 발전기가 복합전략 균형에서 주참여자 역할을 하며, 자신의 이득극대화를 목적으로 혼잡과 비혼잡을 전략적이면서 확률적으로 선택하게 되므로[7] 스테켈버그 모형에서 선도자 역할에 해당된다는 것이 본 연구의 핵심적 주장 중 하나이다. 사례모형에 대한 쿠르노 내쉬균형을 보면 혼잡선로는 모선 1-2 사이의 선로이고 복합전략은 모선2에 있는 G2가 갖는다. 따라서 선도자는 G2가 되고 나머지는 추종자로 볼 수 있다.

이에 대한 균형상태를 얻기 위해 식(1)~(6)을 계산하면 각 발전사의 선택 발전력은 순서대로(G1-G2-G3) 82.978, 57.398, 54.778이고 가격은 전 모선에서 동일하게 48.89이고 소비자 편익(benefit)은 12940, 사회적 후생은 7774이며 이 때 모선 1-2 사이의 선로조류는 22.1이다. 이는 송전선 한계 용량 $T_{12}=15$ 을 반영하지 않은 결과이다. 한계용량을 반영하지 않을 때의 쿠르노 내쉬균형 결과는 발전력이 순서대로 84.21, 51.82, 55.71이고 가격은 전 모선에서 동일하게 49.47이고 편익은 12771, 후생은 7757.3, 선로조류는 23.8이다. 두 결과를 비교하면 선도-추종자 모형에서 가격은 낮아지고, 편익과 사회적 후생은 증가함을 알 수가 있다.

송전선 제약을 반영한 선도-추종자 모형의 균형상태를 구하는 과정에서 새로운 문제가 생긴다. 추종자인 G1과

G3가 동등한 자격으로 자신의 최적대응전략을 찾다보면 다시 복합전략이 발생하게 된다. G3가 G1 보다는 수전단에 가깝기 때문에 주참여자 역할을 하게 되는데 이는 복합전략을 피하기 위함이 주요 목적임을 생각할 때 역시 피해야 하는 상황이다. 하지만 이는 어렵지 않게 해결이 된다. G2가 최초에 선도자 역할을 했던 이유와 같은 이유로 G3는 G1에 비해 선도자의 위치에 있으므로 전체적인 선도-추종의 관계는 G2-G3-G1의 우선순위로 표현이 된다.

(2) 우선순위 반영된 균형계산식

우선 순위를 반영하고 식(4)~(6)과 4.1절에서의 최적조건을 적용하면 말단 추종자(G1)의 최적대응전략은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{pmatrix} r_1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ h_1 & h_2 & 0 & 0 & -h_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \lambda \\ q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ q_2 + q_3 \\ h_2 q_2 - T \end{pmatrix} \quad (23)$$

여기서 r_i , d_i , a_i 는 표 1에서의 기호와 같고 λ 는 식(2)의 조건에 대한 라그랑지안 계수이며 마지막 행에 해당하는 식은 $h_1(q_1 - d_1) + h_2(q_2 - d_2) = T$ 로서 혼잡선로의 선로조류가 한계용량 T와 같다는 조건을 나타낸다. 샘플계통에서 $h_1 = 2/5$, $h_2 = -1/5$ 이다.

만면 다음 순위(G3)의 최적대응전략은 다음의 이득극대화 조건으로부터 유도된다.

$$\left. \frac{d\pi_3}{dq_3} \right|_{q_2} = \frac{\partial \pi_3}{\partial q_3} + \frac{\partial \pi_3}{\partial q_1} \frac{\partial q_1}{\partial q_3} = p_3 - mc_3 - r_3 q_3 \left\{ \frac{\partial d_3}{\partial q_3} + \frac{\partial d_3}{\partial q_1} \frac{\partial q_1}{\partial q_3} \right\} = 0 \quad (24)$$

이를 정리하여 식(23)과 연립하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} r_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ h_1 & h_2 & 0 & 0 & -h_1 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 & 0 & 0 & s_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \lambda \\ q_1 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ q_2 \\ h_2 q_2 - T \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix} \quad (25)$$

여기서 s_3 는 식(24)로부터 정리되는데, 이 때의 민감도 $\partial d_3 / \partial q_3$, $\partial q_1 / \partial q_3$ 는 식(23)에서 구해진다.

선도자(G2)의 최적대응전략은 다음의 이득극대화 조건으로부터 유도된다.

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = \frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} + \frac{\partial \pi_2}{\partial q_3} \frac{\partial q_3}{\partial q_2} + \frac{\partial \pi_2}{\partial q_1} \frac{\partial q_1}{\partial q_2} = p_2 - mc_2 - r_2 q_2 \left\{ \frac{\partial d_2}{\partial q_2} + \frac{\partial d_2}{\partial q_3} \frac{\partial q_3}{\partial q_2} + \frac{\partial d_2}{\partial q_1} \frac{\partial q_1}{\partial q_2} \right\} = 0 \quad (26)$$

이를 정리해서 식(25)와 연립하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} r_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ h_1 & h_2 & 0 & 0 & -h_1 & 0 & -h_2 \\ 0 & 0 & r_3 & 0 & 0 & s_3 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \lambda \\ q_1 \\ q_3 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ 0 \\ -T \\ a_3 - b_3 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix} \quad (27)$$

여기서 s_2 는 식(26)으로부터 정리되는데, 이 때의 민감도 $\partial d_2 / \partial q_2$, $\partial q_3 / \partial q_2$, $\partial q_1 / \partial q_2$ 는 식(25)에서 구해진다.

5. 편익분석과 검토

5.1 균형상태의 편익분석

선도와 추종의 순차적 관계를 가지며 각자의 최적 이득을 추구하는 상태를 나타낸 것이 식(27)이다. 선형식으로 표현되어 계산은 간단히 이루어지며 계산결과는 다음 표 2와 같다. 균형상태에서 모선의 발전력과 부하, 그리고 부하에 대한 편익, 발전력에 대한 이득, 편익에서 발전비용을 뺀 사회적 후생을 나타내었다.

표 2 송전선혼잡을 반영한 선도-추종자 모형의 균형상태 분석

Table 2 Equilibrium Analysis of Leader-Follower Model Considering Congestion

	가격	발전력	부하	이득	편익	사회적 후생
1	52.47	61.55	25.043	2045.8	1533.5	349.75
2	52.47	53.074	93.825	1430.8	6683.6	5002.7
3	52.47	59.305	55.06	1159.9	3646.9	2022.1
합계		173.93	173.93	4636.5	11864	7374.6

동일한 상황에 대한 쿠르노 모형의 내쉬균형은 앞의 2.2 절에서와 같이 G1은 60.23, G3는 60.95, G2는 56.1과 46.3 두 개의 값을 0.49, 0.51의 확률로 선택하는 것이다. 이에 대한 이득과 후생의 계산도 확률을 반영하여 혼잡과 비혼잡의 가중평균으로 계산할 수 있으며 결과는 전체 공급전력은 172.3, 이득이 4620.6, 사회적 후생이 7329.2이다. 쿠르노모형에 비해 표 2의 선도-추종자 모형에서 공급량이 증가(173.93>172.3)하고 사회적 후생도 증가(7374.6>7329.2)함을 확인하였다. 또한 전체 이득도 증가(4636.5>4620.5)하는 것으로 나왔는데 이는 수식적으로 유도할 수는 없지만 전력시장에서 선도-추종자 모형이 적용되도록 발전사의 전략을 유도하는데 일면 좋은 신호가 될 수가 있다.

선도-추종자 모형에서 사회적 후생이 크게 나타나므로 공익차원에서 바람직한 모형임은 틀림없다. 하지만 실제의 전력시장에서 모형과 같은 방식으로 참여자가 행동하느냐가 중요한 문제이다. 즉 선도자의 지위를 모든 참여자가 인정할 수 밖에 없도록 시장의 운영규칙이나 제반 환경을 만들 필요가 있는 것이다. 혼잡선로의 예상이나 PTFDF 값

의 정보 공개, 혹은 입찰방식에서 선도자와 추종자에 대한 차등 기회 부여 등을 통해 자연스럽게 선도-추종자 모형이 적용되도록 함이 필요하다.

5.2 균형상태의 검증과 비교

혼잡선로를 반영한 균형상태가 선도-추종자 모형에서의 균형 조건을 만족하는가를 확인하기 위해 각 참여자의 상황에 맞는 기대이득분포를 살펴보면 다음과 같다.

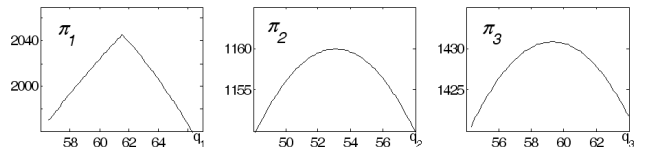


그림 5 선도-추종자 모형 균형에서 기대이득 분포

Fig. 5 Expected Profits at Leader-Follower Equilibrium

쿠르노 내쉬균형에서의 기대이득 분포는 앞의 그림 2에서와 같이 다른 참여자들의 선택은 고정시키고 자신의 전략만을 바꿔가며 이득의 변화를 나타낸 것이다. 하지만 선도-추종자 모형에서는 추종자의 선택을 고정시키고 선도자 자신의 대응전략을 고르는 것이 아니라 추종자의 선택이 변하는 것을 보면서 자신의 전략을 선택한다. 따라서 π_3 는 G3 자신의 선택에 따라 G1의 선택 변화를 반영하여 자신의 이득을 계산한 것이고, π_2 는 자신의 선택에 따라 G3와 G1의 선택변화를 고려해서 이득을 계산한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 모두가 자신의 선택을 바꿀 필요가 없는 상태이므로 내쉬균형 조건을 만족하고 있다.

동일한 상황에 대해 쿠르노 모형은 그림 2와 같은 복합 전략의 균형을, 스테켈버그의 선도-추종자 모형에서는 그림 5와 같이 단순전략의 균형을 나타내었다. 둘 다 수학적 내쉬균형에 해당되지만 현실적인 측면에서는 차이가 있다. 복합전략이란 반복게임일 때 의미를 갖는 게임이다. 하지만 부하나 계통의 상태가 수시로 변하기 때문에 동일한 조건에서의 반복게임을 전제하기 어렵다. 또한 복합전략을 계산하는 것도 만만치가 않다. 일반적인 해법이 제시되지 않았기 때문에 경험적 방법으로는 한계가 있다. 계산이 가능하다고 해도 경쟁에 참여하는 기업 입장에서 시장의 가격과 이득 등이 확정적이지 않고 확률적으로 계산된다면 기업의 운영과 계획을 수립하는데 큰 어려움을 겪게 된다.

따라서 전력시장의 균형상태 계산을 용이하게 하기 위해서는 단순전략의 균형이 나타나도록 환경을 조성할 필요가 있다. 즉 선도-추종자의 관계가 성립하도록 시장운영을 해야 할 것이다. 즉 혼잡선로에 대한 선점효과를 갖는 기업에게 선도자의 지위를 인정하고 이를 공개할 뿐 아니라 입찰과정에서도 실질적인 선도자 역할을 할 수 있도록 전력시장의 운영규칙에 이를 반영하는 것도 고려할 필요가 있다. 이러한 필요성은 균형상태의 계산이라는 이론적인 측면에서만 존재하는 것이 아니고 시장의 안정성과 사회적 후생의 증가라는 공익적 측면에서도 유리하다는 것을 본 연구에서 주장하고 있다.

6. 결 론

송전선에 혼잡 현상이 나타나는 경우에 쿠르노 모형에 따르면 복합전략의 내쉬균형이 발생할 수가 있다. 복합전략이란 개념의 추상성과 계산의 어려움, 현실과의 괴리 등의 이유로 실제의 전력시장 설계나 분석에서 피하고 있는 까다로운 것이다. 본 연구에서 스택켈버그의 선도-추종자 모형에서는 송전선 혼잡현상이 있더라도 복합전략이 아닌 단순전략이 나타남을 확인하였고 내쉬균형상태에서의 특성을 분석하였다. 혼잡현상이 발생하지 않는 경우에 대해서는 사회적 후생 면에서 우월하다는 것을 수식적으로 보였고, 혼잡현상이 발생하는 경우에서도 시뮬레이션을 통해 유리하다는 것을 확인하였다. 또한 혼잡현상 발생시에 참여자의 역할에 따라 이득극대화 조건이 달라짐을 보이면서 이를 이용해 선형의 내쉬균형 조건식을 유도하고 계산방식을 제시하였다. 또한 선도-추종자 모형이 실질적으로 적용하기 위한 몇가지 제언도 하였다.

감사의 글

"이 연구는 2010학년도 단국대학교 대학연구비 지원으로 연구되었음."

"The present research was conducted by the research fund of Dankook University in 2010."

참 고 문 헌

- [1] Pedro F. Correia, Thomas J. Overbye, and Ian A. Hiskens, "Searching for Noncooperative Equilibria in Centralized Electricity Markets," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 18, No. 4, pp.1417-1424, Nov. 2003.
- [2] Vasileios P. Gountis, and Anastasios G. Bakirtzis, "Efficient Determination of Cournot Equilibria in Electricity Markets," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 19, No. 4, pp.1837-1844, Nov. 2004.
- [3] D. W. Carlton and J. M. Perloff, *Modern Industrial Organization*, Addison-Wesley, 2000.
- [4] N. G. Mankiw, *Principles of Economics*, Thomson, 2007.
- [5] 김영세, *게임이론*, 박영사, pp.58-65, 2007.
- [6] Ralph, D. and Smeers, Y. "EPECs as Models for Electricity Markets," *IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, PSCE '06*, pp.74-80, 2006.
- [7] K.H. Lee, "Effect of Generation Capacity Constraints on a Mixed Strategy Nash Equilibrium in a Multi-Player Game," *Transaction of KIEE*, Vol.57A, No.1, Jan., pp.34-39, 2008.
- [8] Maria de Luján Latorre and Sérgio Granville, "The Stackelberg Equilibrium Applied to AC Power Systems -- A Non-Interior Point Algorithm," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 18, No. 2, pp.611-618, May. 2003.

- [9] J. Zhao, B. Brereton, and M. Montalvo, "Gaming-Based Reserve Constraint Penalty Factor Analysis," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 26, No. 2, pp.616-626, May. 2011.
- [10] Y. Chen, B. F. Hobbs, S. Leyffer and T. S. Munson, "Leader-Follower Equilibria for Electric Power and NOx Allowances Markets," *Comput. Manage. Sci.*, Vol.3, No. 4, pp.307-330, 2006.

저 자 소 개



이 광 호 (李 光 浩)

1965년 12월 22일생. 1988년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1990년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1995년 전력연구원 위촉연구원. 2001년 미국 Univ. of Texas (Austin) 방문교수. 1996~현재 단국대 공대 전기공학과 교수.

Tel : 031-8005-3604

E-mail : khlee@dku.edu