

研究論文

DOI: <http://dx.doi.org/10.6108/KSPE.2012.16.6.041>연소 불안정 예측을 위한 열음향 해석 모델 -
Part 2 : 비선형 안정성 해석

김대식* · 김규태**

Thermoacoustic Analysis Model for Combustion Instability
Prediction - Part 2 : Nonlinear Instability Analysis

Daesik Kim* · Kyu Tae Kim**

ABSTRACT

It is very important to predict the nonlinear behavior of combustion instability such as transition phenomena and limit cycle amplitude for fully understanding and controlling the instabilities. These nonlinear instability characteristics are highly dependent upon the flames' nonlinear dynamics in a gas turbine premixed combustor. In this study, nonlinear instability TA(Thermo-acoustic) models were introduced by applying the concept of flame describing function to the thermoacoustic analysis method. As a result of model development, for a given combustor length, the growth rate of instability was greatly affected by the change in amplitude, although the instability frequency was not. Further researches under various operating conditions and model validation on limit cycle amplitude are required.

초 록

연소 불안정 현상을 완전하게 이해하기 위해서는 천이 과정과 한계 진폭과 같은 비선형 거동에 대한 예측이 매우 중요하다. 가스터빈 회박 예혼합 연소기에서 이러한 비선형 거동은 화염의 비선형 동특성에 크게 의존하게 된다. 본 연구에서는 기존에 선형 해석으로부터 비선형 열음향 해석으로 확장하기 위해서 화염 묘사 함수를 통한 시스템 안정성 해석 기법이 소개되었다. 이를 위하여, 주파수 뿐만 아니라 속도 진폭에 따른 열발생율의 변동 특성이 실험 결과로부터 모델링되었다. 현재 해석 조건에서 비선형 모델링 결과, 주어진 연소기 길이에서 속도 진폭이 불안정 주파수에 미치는 영향은 미비하였으나, 성장률에는 크게 영향을 미치는 것으로 나타났다. 향후 다양한 조건에서 비선형 모델의 검증과 한계 진폭의 예측 결과에 대한 실험 결과와의 비교가 요구된다.

Key Words: Nonlinear Thermoacoustic Model(비선형열음향모델), Combustion Instability(연소불안정), Flame Describing Function(화염묘사함수), Lean Premixed Combustor(회박예혼합연소기)

접수일 2012. 6. 14, 수정완료일 2012. 10. 25, 게재확정일 2012. 11. 1

* 종신회원, 강릉원주대학교 기계자동차공학부

** 정회원, Center for advanced power generation,
Penn State University

† 교신저자, E-mail: dkim@gwnu.ac.kr

1. 서 론

회박 예혼합 연소기에서는 열발생율의 변화와

압력과 상호 작용으로 인한 연소 불안정 (combustion instability) 현상이 큰 문제점으로 대두되고 있다. 희박 예혼합 가스터빈 연소기가 운영되는 당량비는 대부분 희박 한계 영역에 가까우므로, 이러한 조건에서의 화염은 당량비 및 입구 속도의 작은 외부 유동 교란에도 쉽게 반응하게 된다. 이는 결국 열발생율의 섭동으로 이어지게 되고, 이러한 열발생율의 진동은 시스템 내에서의 압력 진동을 초래하게 되고, 다시 연소실 내부 압력 진동은 상류의 노즐 및 연료 공기 혼합 공간으로 피드백되어 혼합기의 속도 및 당량비와 같은 열역학적 상태량의 진폭을 가진시키는 역할을 하게 된다[1-3].

따라서, 희박 예혼합 연소기의 설계 및 폭넓은 적용을 위해서는 연소 불안정이 발생하는 조건 및 주파수와 진폭과 같은 불안정 특성에 대한 예측 기술 개발이 필수적이다.

현재 불안정 해석을 위하여 널리 사용되고 있는 음향 네트워크 모델(acoustic network model) 또는 열음향 해석 모델(thermoacoustic analysis model, TA model)은 실제의 복잡한 시스템을 단순화하여 음향장을 해석하는 방법으로, 전체 시스템을 여러 개의 음향 요소(element)로 구분하고, 각 구분된 요소들은 다시 음향 속도와 압력과 같은 성분들의 입출구 값들에 의하여 서로 연결된다[3-6].

이전 선행 연구들[2, 4]로부터 TA 모델의 정확도에 가장 큰 영향을 미치는 인자는 연소기(즉, 화염)로부터 발생하는 열발생율을 정의하는 방법에 크게 의존하는 것으로 나타났다. 이를 정량화하기 위하여 최근 가장 많이 사용되는 방법은 화염 전달 함수(flame transfer function)를 구하는 것이다[4-6]. 예혼합 화염에 대한 화염 전달 함수는 임의의 섭동 성분(혼합기 입구 속도 진동(u'))에 대하여 화염을 노출시킨 후 열발생율의 진동(Q')의 특성을 얻는 것이다. 이로부터 얻어진 화염의 반응을, 시스템 선형 해석(linear system analysis)에 반영할 경우, 연소 불안정 운전 조건을 예측할 수 있게 된다[4, 7].

그러나 실제 시스템에서 연소 불안정 현상은 연소기의 비선형 동적 특성(nonlinear dynamic

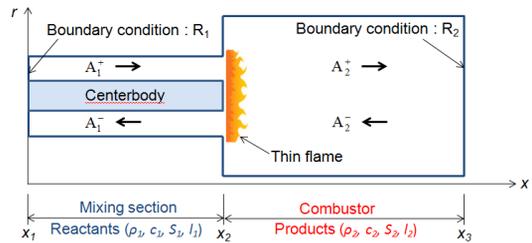


Fig. 1 Simplified model combustor for thermoacoustic analysis

characteristics)에 크게 의존하게 되고, 따라서, 시스템 선형 해석을 통한 예측 결과는 실제 연소실에서 발생하는 연소 불안정 결과와의 직접적인 비교를 제한하기도 한다[3].

이러한 비선형 동특성의 예로, 연소실 내의 초기 진동은 아주 미세한 값으로부터 어느 일정 수준까지 선형적으로 성장하다가 임의의 한계 진폭(limit cycle amplitude)에서 포화(saturation) 상태에 도달하게 된다. 연소 불안정 현상의 한계 진폭을 정확히 예측하기 위해서는 진폭에 대한 화염 및 시스템의 비선형 거동에 대한 완전한 이해가 이루어져야 만이 가능하다[2, 4].

기존의 열음향 모델들[4, 6]은 이러한 화염의 비선형 거동을 구현하기 어려운 관계로, 선형 해석을 통한 시스템 불안정 주파수와 같은 결과를 도출하는데 그쳐 왔다. 본 연구에서는 화염의 비선형 거동의 해석을 통하여, 열음향 모델에 적용 방법을 확립하며, 개발된 비선형 열음향 모델링 기술을 통하여 진폭에 따른 불안정 현상의 특성과 한계 진폭에서의 거동 해석 결과를 소개하고자 한다.

2. 비선형 열음향 해석 모델

2.1 열음향 관계식

열음향 해석을 위하여 본 연구의 개발 모델에서는 Fig. 1과 같이 연소 시스템이 노즐과 화염 및 연소기로 크게 3가지의 요소로 간소화되었다.

선형 음향학 이론에 따라 음향파의 속도와 압력은 다음의 지배 방정식에 의하여 정의된다[4-7].

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\gamma p_0} \frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{1}{S} \frac{\partial(Su')}{\partial x} = \frac{\gamma-1}{\gamma p_0} \dot{q}'_T \quad (2)$$

여기서, $S = S(x)$ 는 덕트 단면적, q'_T 은 비정상 열발생율, u' 은 비정상 속도, p' 은 비정상 압력, γ 는 비열비를 각각 의미한다. 화염을 연소기 길이에 비하여 무한히 짧다고 가정하고, Eqs. 1과 2를 x 방향으로 화염 바로 전후인 x_2^- 부터 x_2^+ 까지 적분하고 한계값을 취하면 얇은 화염에 대한 음향 조건(acoustic jump condition)을 구하면 다음과 같다.

$$p'(x_2^+) = p'(x_2^-) \quad (3)$$

$$S(x_2^+)u'(x_2^+) - S(x_2^-)u'(x_2^-) = \frac{\gamma-1}{\gamma p_0} \dot{Q}'_T \quad (4)$$

Equations 3과 4를 계산할 경우, 이제 화염 상류 및 하류의 속도와 압력의 섭동이 모두 계산된다. 그런데 여기서 중요한 부분이 Eq. 4에서 연소기로부터의 총 열발생율을 어떻게 계산하는지이다. 이를 위하여 가장 많이 사용되고 있는 방법이 $n-\tau$ 모델[4-8]을 이용한 화염 전달 함수를 구하여 화염으로부터의 열발생율 변화를 예측하는 것이다.

기존의 선형 해석에서는 화염 전달 함수를 다음과 같이 각진동수만의 함수로 표현하였다.

$$FTF(\omega) = \frac{\hat{Q}'/\bar{Q}}{\hat{u}'/\bar{u}} = n(\omega)e^{j\omega\tau} \quad (5)$$

따라서, Eqs. 3~5를 통하여 각진동수 ω 의 실수부와 허수부를 풀게 됨으로써, 이 시스템의 음향 특성을 해석할 수 있게 된다. 주어진 시스템에서의 열음향 관계식의 유도 및 해를 구하는 과정에 대한 세부 정보는 "Part 1 : 선형 안정성 해석"과 저자의 이전 연구[2, 4]에서 얻어질 수 있다. 여기서, 각진동수의 실수부는 시스템의 고유 주파수(eigenfrequency)를 결정하고, 허수부는 초

기 불안정 인자의 성장률을 결정하게 되는데, 특히 이 허수부가 양의 값을 가질 경우, 시스템은 불안정해지고, 만약 음의 값을 가지게 된다면 연소는 안정된 조건을 의미한다[4, 5, 7].

2.2 화염 전달 함수 및 화염 묘사 함수

전술하였듯이, 주어진 Eqs. 3과 4를 계산하기 위하여는 열섭동항인 \dot{Q}' 에 대한 정의가 무엇보다 중요하고, 이를 위하여 보편적으로 이루어지고 있는 방안이 실험 및 해석적으로 화염 전달 함수(flame transfer function)를 구하는 것이다 [4-10]. 완전 예혼합 화염에서의 화염 전달 함수는 Eq. 5와 같이 정의된다. 이를 구하기 위하여 임의의 유동 섭동(flow fluctuation)을 연소기 입구에서 만들어 주고, 이에 대한 화염의 동적 반응(flame dynamics), 즉 열발생율의 섭동(\dot{Q}')을 측정[2, 7] 또는 계산[9, 10]함으로써 화염 전달 함수를 정의할 수 있다.

그러나, 화염 전달 함수는 주파수만의 함수로 표현되고, 진폭 변화에 대한 어떠한 정보도 포함하고 있지 않다. 따라서 연소 불안정 현상의 한계 진폭 및 주파수와 불안정 현상의 모드 호환과 같은 비선형 과정을 해석하기 위해서는 비선형 시스템 안정성 해석 기술 개발이 필수적이다. 이러한 실제 가스터빈 연소기에서의 비선형 과정은 화염의 비선형 반응에 의하여 결정되므로, 화염의 동적 거동 측정을 통한 섭동 인자의 증가에 따른 화염 증폭 값의 비선형 이득값을 결정하는 것이 매우 중요하다.

Noiray et al.[8]가 제안한 방법에 따라, 선형 시스템 안정성 해석 모델을 비선형 해석으로 확장하기 위해서는 열음향 관계식에서 비정상 주파수만의 함수로 표현하는 화염 전달 함수(Eq. 5와 같이)가 아닌, 주파수와 속도 섭동 진폭(u'/u_{mean}) 모두의 함수로 표현 가능한 화염 묘사 함수(flame describing function)를 정의하여야 한다. 따라서 해석 대상 연소기에서 얻어진 결과로부터 화염 묘사 함수를 Eq. 6과 같이 구현하고 이를 다시 시스템의 음향 관계식에 대입하여 비선형 해석 모델을 통한 비선형 연소 불안정 현상에 대한 결과를 예측할 수 있게 된다.

$$FDF(\omega, u'/u_{mean}) = \frac{\hat{Q}/\bar{Q}}{\hat{u}/\bar{u}} \quad (6)$$

$$= n(\omega, u'/u_{mean}) e^{j\phi(\omega, u'/u_{mean})}$$

3. 연구 방법

3.1 해석 대상 연소기 및 실험 조건

Figure 2는 본 연구에서 해석 대상으로 선정된 연소기의 개략도[6, 7]이다. 그림에서 보이듯이, 본 연소기는 덤프면으로부터 석영 연소기와 762 mm부터 1,524 mm까지 길이를 변화시킬수 있는 연소기로 구성되었다. 또한 연소기 출구는 수냉 방식의 플러그 형태의 출구로 인하여 음향학적으로 닫힌 경계 조건을 모사하였고, 노즐의 입구에서는 연료와 공기가 완전히 혼합된 상태에서 초킹되어 유입되게 설계되었다. 이를 통하여 연소기 및 노즐에서의 압력 변동이 연료 공급에 미치는 영향을 제거하여 당량비의 섭동이 발생하는 것을 방지(즉, $\phi' = 0$)하였다. 또한, 연소 불안정시 발생하는 정상파의 거동을 분석하기 위하여 각각 노즐에 4개(PT1 ~ PT4)와 연소기에

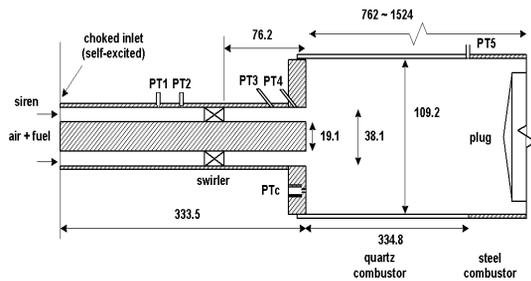


Fig. 2 Schematic of the model combustor, Dimensions in millimeters

Table 1. Selected test conditions for model validation

Inlet pressure	1 atm
Inlet temperature	200 °C
Mixture velocity	70 m/s
Equivalence ratio	0.7
Fuel composition	100% CH ₄

2개의 동압센서(PTc, PT5)를 설치하였다. 대상 연소기의 구조 및 측정 기법에 대한 더 많은 정보는 이전의 참고 문헌[6, 7]을 통하여 확인할 수 있다. Table 1은 모델 개발을 위하여 사용된 연소기의 운전 조건을 나타낸다.

3.2 화염 묘사 함수의 구현

화염 묘사 함수를 얻기 위하여, 선행 연구 상에 소개된 실험 결과값[6, 7]이 참조되었다. 선행 연구에서는 사이렌(siren) 방식의 유동 섭동 장치 [2, 6, 7]가 사용되었으며, 이는 속도 조절이 가능한 AC 모터와 더불어 회전판(rotating plate), 고정 플레이트(static plate)와中间的의 예혼합실로 구성된다. 회전판은 축을 통하여 가변 속도 모터와 연결되고, 이 장치를 통하여 모터의 회전 속도에 따라 상응하는 섭동 주파수(modulation frequency)를 얻을 수 있다. 또한, 섭동 진폭폭(modulation amplitude)은 예혼합실을 통과하는 유량과 그렇지 않은 유량의 제어를 통하여 제어될 수 있도록 제작되었다.

소개된 유동 섭동 장치를 통하여 혼합기 속도를 70-350 Hz의 주파수 범위에서 속도 섭동에 대한 열발생율의 진폭(이득값, gain)과 위상차(phase)를 측정하였다. 또한, 주어진 섭동 주파수에서 속도의 진폭(u'/u_{mean})을 5%에서 최고 40%까지 변화시켜가며 주파수 뿐만 아니라, 속도 진폭 변화에 따른 열발생율의 변화를 측정하였다.

속도 섭동 측정을 위하여는 노즐에서 두 개의 동압 신호(PT3, PT4)로부터 Two-microphone method[6]가 사용되었으며, 열발생의 정량화를 위하여 참고 문헌[6, 7]에서는 CH* 라디칼의 자발광이 전체 화염으로부터 측정되었다.

3.3 해석 방법 및 조건

본 연구에서는 Matlab을 이용하여 다차원 공간에서 비선형 최적화 기술(nonlinear optimization technique) 중 가장 범용으로 사용되는 수학적 접근 방법인 Nelder Mead Simplex method[11]를 이용하여 음향 관계식을 풀었다. 본 결과에서 적용한 주요 상태값은 참고 문헌[6]과 동일한 값들이 적용되었다.

4. 해석 결과

본 연구에서는 실험적으로 얻어진 화염 묘사 함수를 해석 프로그램 상에 $n-\tau$ 모델의 입력 값으로 적용하기 위하여 이득값과 위상차 정보를 2차 진동 모델과 선형 보간을 각각 통하여 모델링한 뒤, 각 조건에서 내삽(interpolation)과 외삽(extrapolation) 방법으로부터, 아래의 결과와 같은 3차원 상의 진폭과 주파수에 대한 화염 묘사 함수를 구현하였다.

Figures 3과 4는 Table 1에 명시된 조건에서 얻어진 화염 묘사 함수를 상기한 기법을 통하여 이득값과 위상차를 얻은 결과이다. Fig. 3의 이득값의 경우 주어진 속도 진폭에 대하여 주파수가 증가함에 따라 이득값도 증가하고, 약 200 Hz

근처에서 최대 이득값을 보이고, 최고점을 지난 후에는 다시 감소하는 것으로 나타났다. 속도 진폭이 낮을수록 이러한 경향은 더욱 두드러졌다.

한편, 일정 주파수에서 속도 진폭이 열발생에 미치는 영향을 살펴 보면, 이득값의 경우에는 진폭에 따라 열발생에 크게 의존하고 있음을 알 수 있다. 100 Hz 미만의 낮은 주파수 영역에서는 진폭 변화에 따른 이득값의 변화가 거의 없었으나, 150 Hz 이상의 높은 주파수로 이동하면서, 속도 진폭의 증가와 함께 이득값이 크게 감소하는 비선형 거동을 보이기 시작하였다. 그러나 Fig. 4에서 보이듯이 위상차는 속도 진폭의 영향을 크게 받지 않는 것으로 나타났다. 이상에서 구해진 화염 묘사 함수를 통하여 비선형 연소 불안정 TA 모델링을 수행하였고, 결과는 아래와 같다.

Figures 5와 6은 Figs. 3과 4의 화염 묘사 함수로부터 얻어진 비선형 TA 모델링 결과이다. 먼저, Fig. 5의 연소기 길이와 진폭에 따른 불안정

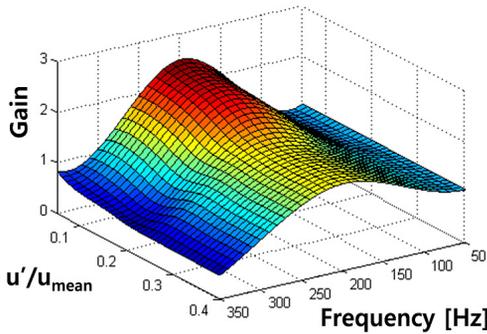


Fig. 3 Gain of flame describing function as a function of forcing amplitude as well as frequency

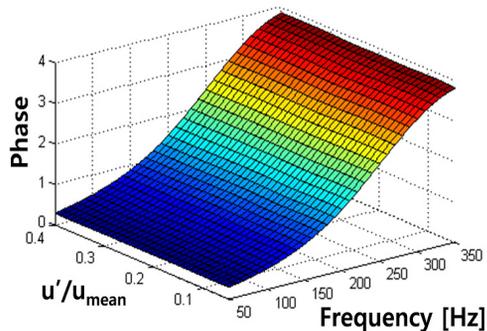


Fig. 4 Phase of flame describing function as a function of forcing amplitude as well as frequency

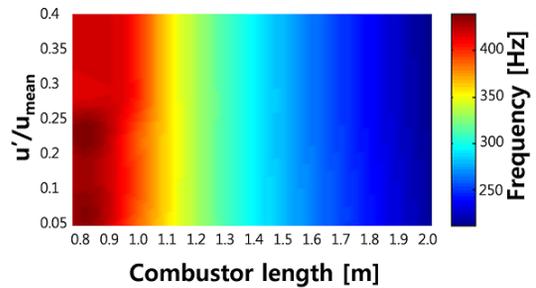


Fig. 5 Instability frequency prediction results as a function of combustor length and amplitude

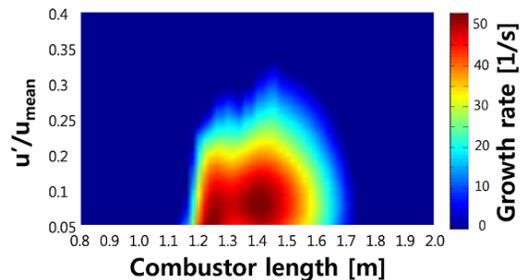


Fig. 6 Instability growth rate prediction results as a function of combustor length and amplitude

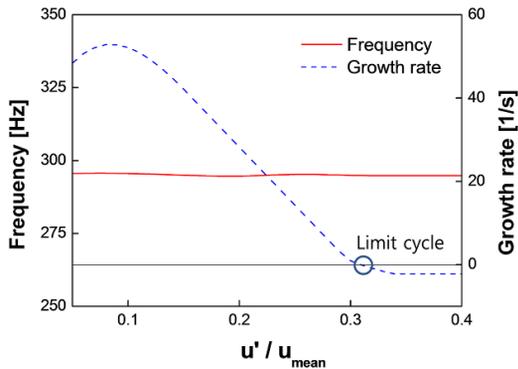


Fig. 7 Amplitude of velocity perturbation at limit cycle (for combustor length of 1.4 m)

주파수 변화를 살펴보면, 연소 불안정 주파수는 진폭보다는 연소기 길이 변화에 크게 의존하는 것으로 나타났다.

Figure 6은 비선형 TA 모델링을 통한 성장률의 예측 결과로서, 본 그림에서는 성장률이 음수로 예측되는 구간은 모두 "0"으로 처리하여, 불안정 구간(즉, 성장률이 양수인 구간)만이 강조되어 나타날 수 있도록 하였다. 그림에서 보이듯이, 이 조건에서 연소기 길이가 임의의 조건에 이르렀을 때(연소기 길이 : 1.15~1.7 m)에는 속도 진폭이 매우 낮은 영역에서도 연소기는 이미 불안정해지기 시작하며, 진폭이 증가함과 동시에 성장률은 감소하기 시작하여 임의의 진폭에서 0 이하로 떨어지게 되고, 이 경우에 연소 불안정은 한계 진폭에 이르게 됨을 알 수 있고, 더 이상의 압력파의 증가 없이 포화 상태에 도달하게 된다.

Figure 7은 상기 운전 조건에서 가장 강한 성장률을 보이는 길이 1.4 m에서의 불안정 주파수와 성장률을 도시한 것이다. 그림에서 보이듯이 속도 진폭이 0.32에 이르러 성장률이 0이하로 떨어짐을 알 수 있고, 이 지점에서 압력파는 더 이상 성장하지 않고, 포화 상태에 이르게 된다.

5. 결론 및 향후 계획

본 연구를 통하여 연소 불안정 비선형 거동을 예측할 수 있는 열음향 모델이 개발되었다. 이전

연구에서의 선형 시스템 안정성 모델로부터, 비선형 해석으로 확장하기 위하여 화염 묘사 함수를 구현하는 방법과 이로부터 열음향 모델에 적용하는 방안이 제시되었다.

본 연구는 비선형 열음향 모델에 대한 초기 결과로서, 한 조건에서의 수행된 예측 결과만이 현재의 논문에서 제시되었다. 이는 화염 묘사 함수를 실험적으로 다양한 운전 조건(예, 당량비, 입구 평균 속도, 연료 조성 변화 등)에서 얻는 것이 비용 및 시간 관계상 매우 제한적이기 때문이다. 향후 연구에서는 실험 결과 및 CFD 등의 수치해석적인 방법의 결합을 통하여 좀 더 다양한 조건에서 모델 검증이 필요할 것으로 판단된다. 또한, 현재 연구에서 도출된 한계 진폭에 이르게 되는 속도 진폭(u'/u_{mean})의 예측값을 시스템 음향 해석으로 확장하여 압력 진폭(p'/p_{mean}) 값을 도출한 후 실제 실험에서 얻어진 압력과 비교, 검증해 나갈 계획이다.

후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(2012-0001768).

참고 문헌

1. Lieuwen, T., and Yang, V., *Combustion instabilities in gas turbine engines*, AIAA, Washington, 2005
2. 김대식, "화염 전달 함수를 이용한 열음향 연소 불안정 해석 모델 소개," 한국추진공학회지, 제15권, 제6호, 2011, pp.98-106
3. Huang, Y., Sung, H.G., Hsieh, S.Y., and Yang V., "Large-Eddy Simulation of Combustion Dynamics in Lean-Premixed Swirl-Stabilized Combustors," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 19, No. 3, 2003, pp.782-794

4. 김대식, "열음향 해석 모델을 통한 가스터빈 연소기에서의 선형 안정성 분석," 한국연소학회지, 제17권, 제2호, 2012, pp.17-23
5. Truffin, K., Poinso, T., "Comparison and extension of methods for acoustic identification of burners," Combustion and Flame, Vol. 142, No. 4, 2005, pp.388-400
6. Kim, K., "Forced response of swirl stabilized flames in hydrogen enriched gas turbines," Ph.D. Dissertation, Pennsylvania State University, 2009
7. Kim, K., Lee, J., Lee, H., Quay, B., and Santavicca, D., "Characterization of forced flame response of swirl-stabilized turbulent lean premixed flames in a gas turbine combustor," Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, Vol. 132, Issue 4, 2010, pp.041502.1-041502.8
8. Noiray, N., Durox, D., Schuller, T., and Candel, S., "A unified framework for nonlinear combustion instability analysis based on the flame describing function," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 615, 2008, pp.139-167
9. Lieuwen, T., "Modeling Premixed Combustion -Acoustic Wave Interactions: A Review," Journal of Propulsion and Power, Vol. 19, No. 5, 2003, pp.765-781
10. Dowling A. P., "A Kinematic Model of a Ducted Flame," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 394, 1999, pp.51-72
11. Barton, R., and Ivey, J., "Nelder-Mead simplex modifications for simulation optimization," Management Science, Vol. 42, No. 7, 1996, pp.954-973