

Shift Forward 방법을 이용한 가선계-판토타그래프 동적 상호작용 해석 프로그램의 효율성 향상에 관한 연구

A Study on Efficiency Improvement of the Catenary-Pantograph Dynamic Interaction Analysis Program using Shift Forward Method

이진희 · 박태원*

Jin-Hee Lee · Tae-Won Park

Abstract In the electric railway vehicles, securing stable current collection performance is an important factor which determines the quality of operation and the maximum speed. In order to predict such current collection performance, various analysis methods have been proposed for a long time. Also, investigations for improving the accuracy of the results and the efficiency of the analysis process have been performed. In this paper, a method for the efficiency improvement has been proposed. This method is based on the basic concept that the system equations of motion of a catenary numerical model include only interactive range with a pantograph. In this paper, an algorithm and generalized process for applying proposed method are introduced. Also, validity of the results and utility of the method was verified and studied.

Keywords : Catenary, Pantograph, Current collection performance, Shift forward method, Flexible multibody dynamic

초 록 철도차량에서 안정적인 집전성능의 확보는 운영의 질 및 최고속도를 결정하는 중요한 요인이다. 이러한 집전성능을 사전에 예측하기 위하여 과거부터 다양한 방법이 제안되었으며, 결과의 정확도 및 해석 과정의 효율성 향상을 위한 연구들도 동시에 진행되어 왔다. 본 논문에서는 집전성능 해석 프로그램의 해석 효율성을 향상시키는 방법에 대하여 제안한다. 제안된 방법은 가선과 같은 길이 방향 구조물에 대하여 판토타그래프가 상호작용을 하는 영역만을 해석 모델의 운동방정식에 포함하는 것을 기본 개념으로 두고 있다. 이와 같은 방법을 적용하기 위한 일반화 과정 및 알고리즘을 소개하고 해석 결과의 타당성, 오차를 최소화하기 위한 방법 및 제안된 방법의 효율성을 검토하고자 한다.

주요어 : 가선계, 판토타그래프, 집전성능, 시프트 포워드 방법, 유연 다물체 동역학

1. 서 론

철도는 대량의 물류 및 다수의 인원을 신속하고 안전하게 수송할 수 있는 중장거리 교통수단으로 현재 대다수의 철도 차량은 전기철도이다. 이러한 전기철도차량의 구동 시스템은 가선으로부터 판토타그래프를 통하여 공급받는 전력에너지를 기반으로 작동한다. 현재 세계적인 철도차량의 개발 추세는 고속성과 안정성을 동시에 만족하는 것이라 할 수 있으며 고속열차의 독자적 개발 능력을 보유한 철도 선진국들은 보다 빠르고 쾌적한 고속철도 시스템을 개발하기 위하여 다양한 분야에서 기술 경쟁을 벌이고 있다. 하지만, 이 중에서 전기철도차량의 핵심기술은 단연 집전성능이라 할 수 있으며, 고속의 구동 시스템 및 차량을 갖추었다고 하더라도, 가선과 판토타그래프의 기계적인 상호작용에 대한 이해 없이는 성능향상이 힘들다는 것은 명백한 사실이다. 특히, 고

속에서는 차속과 전차선의 파동전파속도가 근접함에 따라 이선이 발생할 확률이 높아지고, 이는 곧 직접적인 전기, 기계적인 손상으로 이어지기 때문에 시스템에 대한 사전 평가는 필수적이다.

전차선과 판토타그래프의 주행 중 동적 상호작용을 수치적으로 예측하기 위하여 과거부터 다양한 방법론에 의한 연구들이 진행되어 왔으며, 과거에는 시변강성법[1], 모달해석법[2] 등 단순하면서 직관적인 결과를 도출해 주는 방법 위주로 사용되었다면 최근에는 해의 정확도가 우수한 유한요소 기반의 수치 모델이 주를 이루고 있는 상황이다. 그 중에서도 Alberto[3], Collina[4], Cho[5] 등은 가선과 판토타그래프를 선형 유한요소 모델로 개발하였으며, Rauter[6]는 가선은 유한요소 모델, 판토타그래프는 다물체 동역학 모델로 개발하여 이들의 해석기를 상호 연성하였다. 또한, Seo[7]와 Lee[8]는 전체 시스템을 모두 다물체 동역학 해석 기법을 기반으로 생성하였으며, 가선의 탄성 대변형 거동은 비선형 거동을 적절히 표현할 수 있는 절대절점좌표계를 이용하여 개발하였다. 이들 모두 상세한 이론적 배경 및 해석 방법에는 차이가 존재하지만, 모두 비선형 거동을 보이는 가선을 유한요

*Corresponding author.

Tel.: +82-31-219-2952, E-mail : park@ajou.ac.kr

©The Korean Society for Railway 2012

http://dx.doi.org/10.7782/JKSR.2012.15.6.572

소로 나누는 방법을 이용하여 거동을 예측하였다는 점은 유사하다. 하지만, 이러한 방법으로는 길이 방향의 구조물인 전차선의 거동에 대한 올바른 해를 얻기 위하여 다수의 요소를 필요로 하므로 해를 구하는 데에 있어 많은 시간이 소요된다는 불가분리적 단점이 존재한다.

가선과 판토크그래프의 동적 상호작용을 해석하는 이론적 방법론의 연구와 동시에 해석 과정의 효율성을 향상시키기 위한 방법들도 지속적으로 연구되어 왔다. Ambrosio[9]는 유한요소 모델의 해석기와 다물체 동역학 모델의 해석기를 실시간 상호 연동하는 방법을 제안하고, 이 둘 두 해석기 간의 효율적 통신 및 메모리 공유에 대한 프로그램 구조에 대하여 제시하였다. 또한, Arias[10]는 가선의 강성행렬의 특징을 분석하고 희소행렬을 이용하여 메모리 상에 저장 공간을 줄일 수 있는 방법에 대하여 제안하였다. 하지만 이들은 프로그램의 효율성을 향상하기 위한 일반적인 방법이며, 전차선과 판토크그래프와 같은 특정한 시스템에 대한 이해를 기반으로 한 방안은 아니다.

본 논문에서는 유한요소 기반의 집전성능 해석 프로그램에서 해석의 효율성을 향상시킬 수 있는 방법에 대하여 제안한다. 이 방법은 가선과 같은 길이 방향 구조물에 적용할 수 있는 것으로, 일반적인 방법의 경우 대상이 되는 전체 시스템을 운동방정식에 포함하는 것에 비하여, 본 방법은 판토크그래프와 상호작용하는 일정 범위만을 운동방정식에 포함하는 것을 기본 개념으로 두고 있다. 본 문에서는 제안된 방법에 대한 일반화 및 알고리즘에 대하여 소개하고, 문제 시될 수 있는 가선의 과동전파와 경계 조건에서의 과동반사의 영향에 대하여도 고찰하여 본다. 마지막으로 기존 해석 방법과의 결과 비교를 통해 제안된 방법의 효율성 및 가능성을 제시한다.

2. 집전성능 해석 프로그램

2.1 유연체 동역학

2.1.1 절대절점좌표계

Fig. 1은 대변형 탄성체 i 를 구성하는 빔 요소 j 의 관성좌표계에 대한 절대절점을 나타낸다. 하나의 빔 요소는 양 끝의 두 개의 절점(Node)으로 구성되어 있으며, 각 절점은 각 좌표계에 대한 위치(Position)와 기울기(Slope) 정보를 갖고 있다. 따라서, 절대절점좌표 벡터는 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{e}^{ij} = [\mathbf{e}_A^{ijT} \mathbf{e}_B^{ijT}]^T = [e_1^{ij} \ e_2^{ij} \ e_3^{ij} \ e_4^{ij} \ e_5^{ij} \ e_6^{ij} \ e_7^{ij} \ e_8^{ij}]^T \quad (1)$$

탄성체를 구성하는 빔 요소내의 임의의 위치는 식 (2)와 같이 형상함수(Shape Function)와 절대절점좌표로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r}^{ij} = [\mathbf{r}_X^{ij} \ \mathbf{r}_Y^{ij}]^T = \mathbf{S}^{ij}(\mathbf{x})\mathbf{e}^{ij} \quad (2)$$

탄성체 i 에 대한 빔 요소 j 의 운동에너지는 식 (3)의 변위

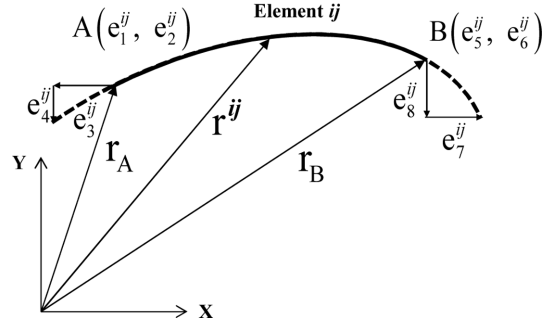


Fig. 1 The absolute nodal coordinates on a beam element j on the large deformable body i

관계식을 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} T^{ij} &= \frac{1}{2} \int_{V^{ij}} \rho^{ij} \mathbf{r}^{ijT} \dot{\mathbf{r}}^{ij} dV^{ij} \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{e}^{ijT} \left(m^{ij} \int_0^l \mathbf{S}^{ijT} \mathbf{S}^{ij} dx \right) \dot{\mathbf{e}}^{ij} \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{e}^{ijT} \mathbf{M}_a^{ij} \dot{\mathbf{e}}^{ij} \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서 ρ^{ij} 및 V^{ij} 는 각각 빔 요소의 밀도와 부피이고 \mathbf{M}_a^{ij} 은 빔 요소에 대한 질량행렬(Mass Matrix)이다. 이 질량행렬은 시불변 특성을 가지는 형상함수와 빔 요소의 길이, 질량 m^{ij} 에 대한 함수이다. 빔 요소에 대한 변형 에너지(Strain Energy)는 식 (4)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} U^{ij} &= \frac{1}{2} \int_0^l \left(Ea \left(\frac{\partial u_l}{\partial x} \right)^2 + EI \left(\frac{\partial^2 u_l}{\partial x^2} \right)^2 \right) dx \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{e}^{ijT} \mathbf{K}_a^{ij} \mathbf{e}^{ij} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, E 는 종탄성계수, a 는 축의 단면적, I 는 빔 요소의 2차 관성모멘트를 나타낸다. 또한 \mathbf{K}_a^{ij} 는 요소의 강성행렬(Stiffness Matrix)로 절대절점좌표에 대한 비선형 함수로 표현된다. 탄성력(Elastic Force)은 식 (5)와 같이 전체 변형에너지를 일반좌표(Generalized Coordinates)로 편미분 해서 얻을 수 있다.

$$\mathbf{Q}_k^{ij} = - \left(\frac{\partial U^{ij}}{\partial \mathbf{e}^{ij}} \right)^T \quad (5)$$

2.1.2 조합운동방정식

판토크그래프를 대변형하는 강체좌표계와 가선시스템을 대변형하는 절대절점좌표계를 혼용하기 위해서는 두 좌표계의 조합운동방정식이 적용되어야 한다. 유한요소법에 대한 일반적인 요소 조합 방법으로는 직접강성법이나 QR 행렬분해법 등이 있다. 절대절점좌표를 이용한 대변형 탄성체 i 의 운동방정식은 위의 방법을 통해 유한 요소들의 관계를 연성시킨 후 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}^{ij} \ddot{\mathbf{q}}^{ij} + \Phi_q^T \lambda = \mathbf{Q}_e^{ij} + \mathbf{Q}_k^{ij} + \mathbf{Q}_d^{ij} \quad (6)$$

여기서, Q_e^{ij} 는 일반외력벡터, Q_k^{ij} 는 탄성력벡터, Q_d^{ij} 는 탄성체의 구조적 감쇠 특성에 의한 감쇠력벡터이다. 또한, λ 는 라그랑지 승수벡터이고 Φ 는 구속식이며 Φ_q 는 구속식의 자코비안 행렬이다. 강체 및 탄성체 구속식의 2차 미분은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi_q \ddot{q}^{ij} = -(\Phi_q \dot{q}^{ij})_q \dot{q}^{ij} - 2\Phi_{qt} - \Phi_{tt} = \gamma \quad (7)$$

따라서, 식 (6)과 식 (7)을 조합하여 탄성 대변형 빔요소를 포함하는 다물체시스템의 운동방정식을 만들 수 있다. 기존의 강체를 포함한 조합운동방정식을 세우면 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M_r & 0 & \Phi_{q_r}^T \\ 0 & M_a & \Phi_{q_a}^T \\ \Phi_{q_r} & \Phi_{q_a} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_r \\ \ddot{q}_a \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_r \\ Q_a \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (8)$$

2.2 프로그램의 구조

Fig. 2는 본 논문에서 사용된 집전성능 해석 프로그램의 구조도이다. 먼저 전처리기(Pre-Processor)에서는 해석 시간,

적분 관련 환경 변수들을 설정하고 해석 모델의 정보를 입력 받는다. 해석 모델의 정보는 가선계와 판토티그래프의 물성치에서 부터 경간길이, 경간 당 행거선개수, 행거선 위치, 장력, 압상력, 주행 속도 등 모델을 구성하는 모든 정보를 포함한다. 입력받은 정보를 바탕으로 강체 및 가선의 유한요소 모델의 일반좌표와 초기조건을 생성해 준다. 해석기(Solver)에서는 질량 행렬, 힘 벡터, 구속식의 자코비안과 가속도 우변항 등을 생성하고 이들을 조합하여 운동방정식을 만든다. 운동방정식으로부터 추출한 가속도를 적분하여 최종적으로 변위와 속도를 얻어내고 이 과정을 최종 적분시간까지 수행하게 된다[12]. 본 논문에서 제안한 Shift Forward 알고리즘은 매 스텝 적분이 후에 실행 여부를 판단하고 실행되게 된다. 해석이 완료된 후 후처리기(Post-Processor)에서는 해석 결과로 산출된 가선과 판토티그래프 사이의 접촉력 등을 필터링 및 통계처리하여 제시하고 관련된 그래프를 출력해준다. 본 해석 프로그램은 크게 가선의 중력 처짐에 따른 사전이도 현상을 구현하는 모드와 판토티그래프와 상호작용하며 접촉력 등을 산출하는 주행 모드로 분리되어 있어, 전체 해석과정을 일괄적으로 처리하면서 발생하는 비효율성을 최소화하였다. 즉, 가선의 사전이도 현상 구현은 동일한 설계의 가선의 경우 단 1회만 실시하고 이후로는 저장된 초기위치를 사용하여 반복적인 초기 해석 수행과정을 최소화하였다. 본 프로그램은 Matlab을 기반으로 개발되었다.

3. Shift Forward 방법

3.1 기본 개념

전차선로는 일반적으로 길이방향으로 길며, 판토티그래프는 주행하는 철도차량의 지붕에 설치되어 있으므로, 주행하는 동안 판토티그래프의 집전판은 전차선로의 임의의 지점과 단한차레 상호작용하게 된다. 실제 전차선로는 유한한 길이를 갖는 구조물이지만 중첩 구간(Overlap Section)이 있고 차량이 주행 중에는 항상 전차선과 상호작용 하므로 무한한 길이를 갖는다고 간주할 수 있다. 하지만, 수치 모델상에서는 전차선로를 유한한 길이만 반영할 수 밖에 없으며, 이는 전차선의 양 끝단 경계에서의 파동반사를 야기시킨다. 실제로 가선의 파동전파 속도는 차속보다 빠르기 때문에 판토티그래프가 경간의 초반부와 후반부에 위치해 있을 때에는 결과가 크게 왜곡된다. 이러한 이유로 국제 규정 EN 50318[13]에서는 전차선로와 판토티그래프간의 동적 상호작용 시뮬레이션 시 최소 10경간의 전차선로를 모델에 반영하여 그 중에서 경계조건에서의 파동반사 효과가 가장 적은 5, 6번째 경간의 결과만을 통계처리하고 평가하도록 제시하고 있다. 하지만, 경간의 길이가 길고 유한요소 모델의 개수가 늘어날수록 운동방정식의 크기가 커지게 된다. 절점의 자유도가 n_{dof} 개인 요소를 기준으로 한 경간이 $N_{dropper}$ 개의 행거선으로 지지되고 각 행거선 사이를 접촉선과 조가선 각각 $N_{elements}$ 개의 유한요소로 구성된 N_{span} 개의 경간 모델을 수치 해석한다고 가정한다면, 이에 대한 운동방정식 질량행렬의 크기 (n_{mass})는 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

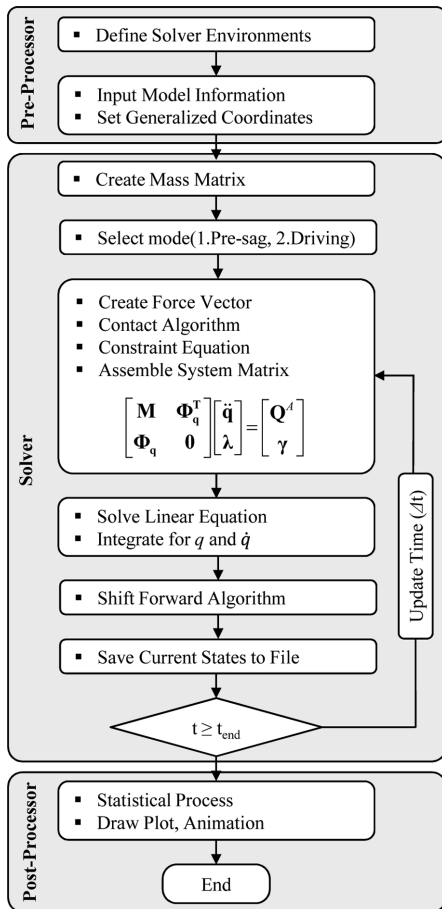


Fig. 2 Structure of current collection performance analysis program

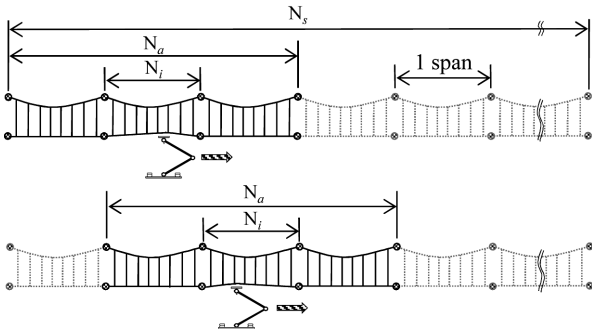


Fig. 3 Shift forward method ($N_a = 3, N_i = 1$)

$$n_{mass} = 2 \cdot n_{dof} \cdot \{N_{span} \cdot N_{elements} \cdot (N_{dropper} + 1) + 1\} \quad (9)$$

예를 들어, 절점의 자유도가 4개인 2차원 절대절점좌표 범 요소를 사용하고 한 경간당 9개의 행거선을 행거선 사이에 3개의 유한요소를 사용하여 10경간을 모델링 할 시, 질량행렬의 크기는 2408×2408 이 되며, 여기에 판도그래프의 강체 자유도 및 구속식의 자코비안 행렬까지 추가 된다면 전체 운동방정식의 크기는 더 늘어나게 된다. 만약, 여기에 해석하는 경간의 수를 증가시키거나, 전차선로를 3차원 절대절점 좌표 범 요소($n_{dof} = 12$)나 케이블 요소($n_{dof} = 6$)로 표현한다면, 해석 프로그램의 계산량은 더욱 늘어나게 된다. 따라서, 해석 시간의 비효율성은 기하급수적으로 증가한다.

Fig. 3은 본 논문에서 제안한 Shift Forward 방법[14]의 개념도이다. 이 방법은 판도그래프의 HILS 시험을 위한 전차선로의 수치모델에서 실시간 시뮬레이션에서 요구되는 해석 속도를 만족하기 위하여 고안된 방법인데, 본 논문에서는 이를 유한요소 기반 수치해석 프로그램에 적용할 수 있도록 일반화하고 확장하였다. 기본 개념은 전체 경간 내에서 운동방정식에 포함하는 경간(Active Span)과 판도그래프와 상호작용 하는 경간(Interactive Span)을 설정하고 판도그래프의 현재 위치에 따라 이들을 운동방정식 상에서 갱신해주는 것으로, 전체 경간을 주행하는 데에 있어 Interactive Span은 항상 Active Span의 중앙에 위치하고, 판도그래프와 상호작용하게 된다. Fig. 3의 경우, 주행하고자 하는 전체 경간의 개수가 N_s 일 때, Active Span의 개수(N_a)는 3개이고 Interactive Span의 개수(N_i)는 1개인 경우로 판도그래프가 2번째 경간을 통과 할 때, 운동방정식이 최초로 Shift Forward되고 한 경간을 통과할 때마다 Interactive Span은 계속 갱신된다. 이러한 방법을 적용하게 된다면, 해석 시간은 Active Span의 개수와 비례하여 감소하게 된다. 다만, 본 알고리즘은 이동하는 판도그래프의 관점에서 운동을 기술하기 때문에 가선 지지부에서의 시간축에 대한 압상량 등의 결과는 산출할 수 없는 한계점이 있다. 본 방법은 집전성능 해석 프로그램 외에 이와 유사한 시스템에도 적용 가능하다.

3.2 방법 및 알고리즘

Fig. 4는 본 논문에서 제안한 방법의 알고리즘으로 전체 수치 해석 과정에서 매 스텝 적분 후에 수행된다. 알고리즘

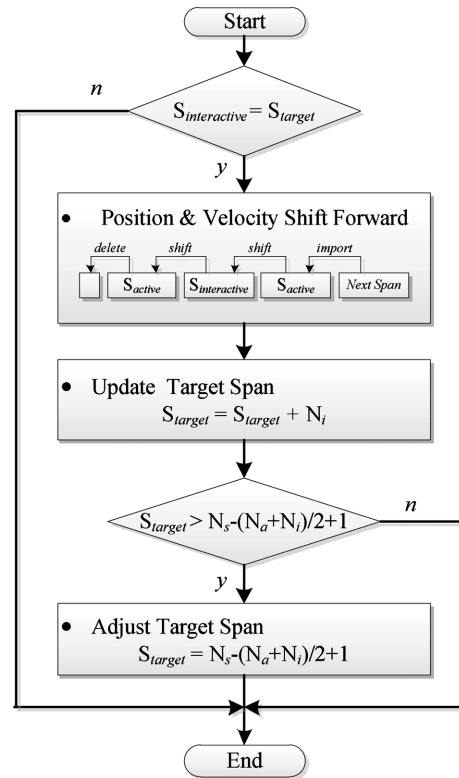


Fig. 4 Algorithm of the shift forward method

에서는 먼저 판도그래프의 접촉점의 위치가 현재 몇 번째 경간에 위치하고 있는지 파악한다. 여기서, 판도그래프가 Interactive Span에서 Active Span으로 전환될 때, 다음 단계로 진행되고 전체 운동방정식 상에서 접촉선과 조가선의 변위와 속도의 위치가 갱신된다. 그리고 다시 새로운 Interactive Span과 Active Span이 정의되고, 알고리즘을 종료하게 된다. 변위와 속도를 운동방정식 상에서 갱신할 때, 가장 첫 번째 경간의 상태량은 별도로 저장하거나 삭제하며, 새로운 경간의 상태량은 미리 전차선의 정적 해석을 통하여 저장해 놓은 값을 불러들여와 사용하게 된다. 가선의 속도값의 경우 판도그래프와 이미 상호작용을 진행한 경간에 포함된 가선의 상태값을 초기화 시키거나 인위적인 구조재평력을 인가한다면, 파동 전파나 경계조건에서의 파동 반사 효과를 최소화 하여 수치적으로 안정된 결과를 얻을 수 있다. 또한, 주행 중 경간의 설계 제원이 바뀌는 구간이 발생하더라도 전차선로의 정적 위치를 확보한다면, 이를 보다 효과적으로 고려할 수 있다. 마지막으로 본 알고리즘은 모듈이 추가되는 형태이기 때문에, 프로그램 구조에 큰 영향을 미치지 않으므로 타 프로그램에도 응용 가능하다.

4. 주행 해석 및 결과 비교

4.1 해석 모델

본 논문에서는 제안한 방법을 검증을 위하여 국제규정 EN 50318에서 제공하는 전차선로와 판도그래프의 참고모델

Table 1 Pantograph data

	Mass (kg)	Stiffness (N/m)	Damping (Ns/m)
Upper	7.2	4,200	10
Lower	15	50	90

- Aerodynamic force, $F_a = 0N$
 - Static uplift force, $F_s = 120N$

Table 2 Mechanical value of catenary wires

	Tension (N)	Mass/unit length (kg/m)
Messenger wire	16,000	1.07
Contact wire	20,000	1.35

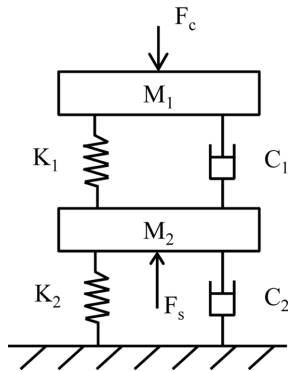


Fig. 5 Pantograph reference model (EN 50318)

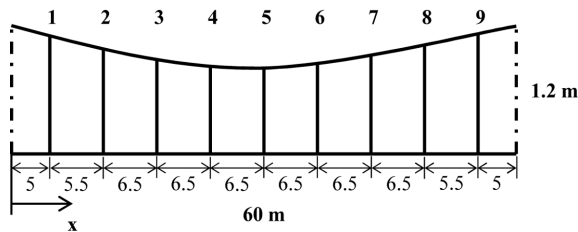


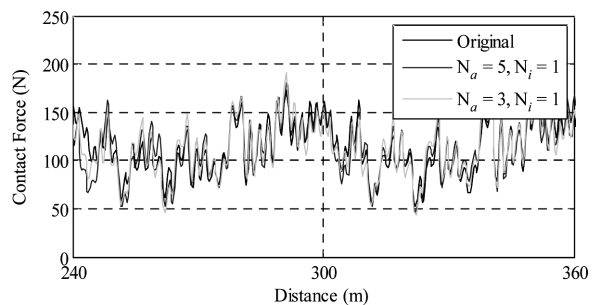
Fig. 6 Catenary reference model (EN 50318)

(Reference Model)을 사용하였다. EN 50318은 전차선로와 판토틀래프 사이의 동적 상호작용을 예측하는 해석 모델 및 방법을 검증하기 위한 국제 규정으로, 본 규정에서 제시한 참고모델을 사용하여 해석한 결과가 제시된 결과 범위를 만족한다면 시뮬레이션 방법이 신뢰성이 있음을 의미한다. Fig. 5와 Table 1은 2자유도 판토틀래프 참고 모델과 물성정보를 보여준다. 공력의 영향은 고려하지 않으며, 120N의 정적 압상력이 M_2 에 인가된다. Fig. 6과 Table 2는 전차선로의 참고 모델을 보여준다. 가선은 심플 카테너리(Simple Catenary) 형식이며, 길이가 60m인 경간 총 10개로 구성되어 있다. 경간 당 총 9개의 행거선이 접촉선을 지지하고 있으며, 가선의 양 끝단에는 접촉선과 조가선에 각각 20kN과 16kN의 장력이 인가되어 있다. 행거선은 비선형성을 반영하여 인장 시 강성이 100,000N/m, 압축 시 0N/m인 스프링 요소로 모델링 하였으며, 각 경간의 지지부에 설치된 가동 브라켓과 곡

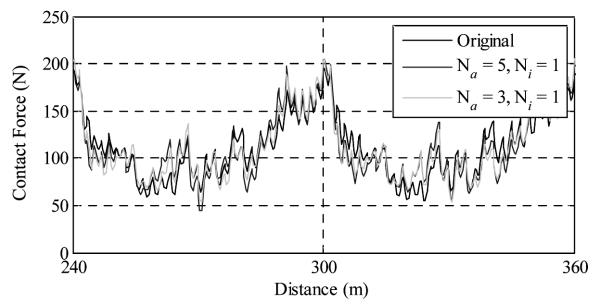
선지금구는 역시 스프링 요소로 모델링 하였다. 가선 모델은 중력의 영향을 고려하였고, 규정에 제시된 것과 같이 사전이도가 0이 되도록 행거선 길이를 조절하고 초기 정적 평형 위치를 얻은 후 주행해석을 수행하였다. 주행 시, 가선과 판토틀래프의 접촉은 페널티 방법(Penalty method)을 사용하여 구현하였다[15]. 본 방법은 가선내의 접촉점과 M_1 의 수직 방향 변위로부터 접촉 여부를 판단하여 접촉이 발생하지 않는 경우 0, 접촉이 발생한 경우는 침투량에 따라 규정에 제시된 50,000N/m의 페널티 요소(Penalty factor)를 가하여 산출하는 방법으로 가선과 판토틀래프 사이에 접촉 및 이선 현상을 고려할 수 있다.

4.2 해석 결과 분석

앞서 언급한 집전성능해석 프로그램, EN 가선계, 판토틀래프 모델 그리고 Shift Forward 알고리즘을 적용하여 주행 해석을 수행하였다. 해석 시나리오는 판토틀래프가 가선과 일정 압상력으로 접촉한 상태에서 시속 250km와 300km로 주행하고 결과로 접촉력을 산출한다. 해석 결과의 후처리는 EN 50318에서 제시하는 방법을 따르며, 4, 5번째 경간의 접촉력 데이터를 0~20Hz의 저역통과필터(Low Pass Filter)를 이용하여 필터링하고 평균접촉력(F_m), 접촉력의 표준편차(σ), 통계적 최대/최소 접촉력($F_m \pm 3\sigma$)을 얻는 과정으로 수행된다. 본 논문에서는 경간 전체를 고려하는 기존의 해석 방법과 더불어 제안한 알고리즘을 이용하여 산출한 해석 결과를 비교하여 제안한 방법의 효용성을 확인하고자 한다. 더불어 해석 결과가 EN 50318에서 제시하는 결과 범위의 만족여부를 확인하여 프로그램 및 알고리즘의 적합성 여부를 검증하



(a) Vehicle speed: 250km/h



(b) Vehicle speed: 300km/h

Fig. 7 Contact force results

Table 3 Simulation results (vehicl speed: 250km/h)

(Unit: N)	EN	Original	$N_a=5, N_i=1$	$N_a=3, N_i=1$
F_m	110~120	113.44	113.21	112.6
σ	26~31	27.6	28.89	29.27
$F_m+3\sigma$	190~210	196.24	199.88	200.41
$F_m-3\sigma$	20~40	30.64	26.54	24.79

Table 4 Simulation results (vehicle speed: 300km/h)

(Unit: N)	EN	Original	$N_a=5, N_i=1$	$N_a=3, N_i=1$
F_m	110~120	113.01	113	112.51
σ	32~40	33.58	35.11	35.25
$F_m+3\sigma$	210~230	213.75	218.33	218.26
$F_m-3\sigma$	-5~20	12.27	7.67	6.76

고자 한다. Shift Forward 알고리즘을 적용하였을 때, 다양한 경우를 고려하기 위하여 Active Span의 개수(N_a)가 각각 5개와 3개 이고, Interactive Span의 개수(N_i)는 1개일 때 파동전파로 인한 경계조건에서의 파동반사의 영향이 결과에 미치는 영향을 파악한다. Fig. 7은 10경간에 대한 주행 해석 결과로 (a)는 250km/h, (b)는 300km/h로 주행하였을 때의 접촉력 개형을 보여준다. 각 그래프마다, 기존 해석 기법을 이용하였을 때와 Shift Forward 방법을 사용하였을 때의 결과를 동시에 도시하였다. 전체적인 개형은 유사하지만 지역적인 거동에는 차이가 발생하는 것을 확인할 수 있다. Table 3과 Table 4는 Fig. 7 (a), (b)의 각 해석 결과에 대하여 20Hz 저역통과 필터링 및 통계처리한 결과이다. 각 결과에서 접촉력의 표준편차가 Active Span의 개수가 감소할수록 경계조건에서의 파동반사의 영향으로 다소 증가하는 경향을 보이지만 상대적으로 큰 폭은 아니며, 이들 결과가 모두 EN 50318에서 제시하는 결과범위를 만족하는 것을 확인할 수 있다. 이를 통하여 본 논문에서 제안한 알고리즘의 적용 가능성을 확인할 수 있다. Table 5에서는 각 주행 해석의 경우에 대하여 사용된 빔 요소의 개수, 질량행렬의 크기, 주행 해석 시간, 실제 CPU time 및 접촉력의 표준편차에 대하여 기존 알고리즘을 기준으로 한 상대적인 오차를 보여준다. 본 논문에서는 사용된 PC의 사양은 Intel Core i7-3770K, 350GHz, 16GB RAM이다. CPU time은 PC의 성능 그리고 프로그램을 구성하는 알고리즘에 따라 달라질 수 있지만,

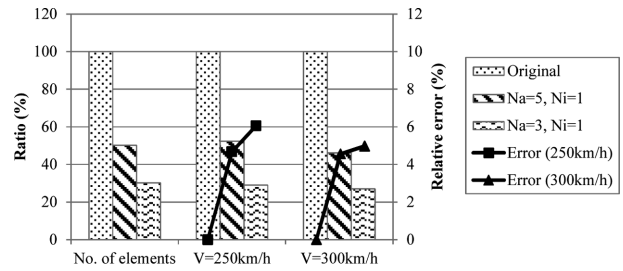


Fig. 8 The ratio of number of elements, CPU time and relative error (σ)

Table 5의 결과를 통해서 해석 모델에 사용된 유한요소의 개수와 큰 상관관계를 갖는다는 것을 알 수 있다. Fig. 8은 기존 방법과 Shift Forward 방법을 이용한 두 가지 경우에 대하여 요소의 개수 및 CPU time을 가장 큰 값을 기준으로 그 비율을 제시한 그래프이다. 해석은 초기 설정된 운동방정식 크기 즉 Active span의 개수를 유지하며, 동일한 해석 시간 동안 수행되기 때문에, CPU time은 운동방정식의 크기와 비례하는 것을 알 수 있다. 결과를 통하여 확인할 수 있듯이 10경간을 주행하는 데 있어서 시속 300km로 해석 할 때의 CPU time이 시속 250km로 주행해석 할 때에 보다 다소 적게 걸리며, 이는 주행 속도가 빠를수록 통과 시간이 짧게 걸리기 때문에 충분히 예측 가능한 결과라 할 수 있다. 알고리즘의 차이에 따른 CPU time을 비교해보면 매 적분스텝마다 전체 10경간을 운동방정식에 고려하는 기존 방법을 사용할 때에 비하여 Shift forward 방법을 사용할 때의 해석 시간이 대폭 감소되는 것을 확인할 수 있다. Active span의 개수(N_a)를 5개로 설정하였을 때와 3개로 설정하였을 때의 CPU time은 기존 소요시간에 비하여 각각 약 2배, 3배 감소되므로 이는 매우 획기적인 해석 시간 감소 효과라 할 수 있다. Fig. 8에서는 접촉력을 예측하는 데 있어 중요한 인자인 접촉력의 표준편차에 대해서도 기존 알고리즘의 결과와 비교하였다. 해석 시간이 감소되었음에도 불구하고 접촉력의 표준편차는 $N_a=5$ 인 경우 오차 5% 미만, $N_a=3$ 인 경우 6.5% 미만으로 산출되어 해석결과에 왜곡을 줄만한 큰 차이가 없음을 확인할 수 있었다. 이를 통하여 본 논문에서 사용한 방법을 집진성능 해석 프로그램에 적용 하였을 시, 해석 결과의 차이는 기존 방법과 비교하여 유사하지만 해석 시간은 획기적으로 단축할 수 있음을 입증할 수 있었다.

Table 5 Number of elements, CPU time and relative error (σ)

	Vehicle speed: 250km/h			Vehicle speed: 300km/h		
	Original	$N_a=5, N_i=1$	$N_a=3, N_i=1$	Original	$N_a=5, N_i=1$	$N_a=3, N_i=1$
No. of elements	502	252	152	502	252	152
Size of mass matrix	2008×2008	1008×1008	608×608	2008×2008	1008×1008	608×608
Simulation time (sec)	8.64			7.2		
CPU time (sec)	9571.12	5008.42	2783.13	8310.62	3839.21	2240.43
Relative error (%)	0	4.67	6.05	0	4.55	4.97

5. 결 론

본 논문에서는 가선계와 판토티그래프 간의 동적 상호작용 해석 프로그램의 효율성을 증가시킬 수 있는 방법을 제안하였다. 이 방법은 판토티그래프가 주행할 때에 가선의 임의의 지점과 단 한차례 상호작용한다는 것에서 착안된 것으로 가선계와 판토티그래프라는 특정 시스템 외에도 길이방향 구조물과 임의의 물체가 상호작용하는 시스템에 적용할 수 있는 방법이다. 판토티그래프가 주행함에 따라 직접상호작용 하는 경간과 파동전파에 의하여 간접적인 영향을 미칠 수 있는 근접 경간만을 전체 시스템 수치해석 모델의 운동방정식에 포함한다는 것을 기초로 하고 있으며, 현재 판토티그래프의 위치에 따라 경간 데이터를 교체해주는 방법을 통하여 이를 구체화하였다. 이에 따라 알고리즘을 확장 및 일반화 하였으며, 경계조건에서의 파동 반사로 인한 결과 왜곡을 최소화할 수 있는 방안을 추가하였다. 국제 규정인 EN 50318의 가선계, 판토티그래프 모델을 이용하여 기존 방법 및 제안된 알고리즘에 대한 주행해석을 수행하여, 수치해석 결과 및 CPU time, 기존결과와의 오차 비교를 통하여 해석 시간이 2배이상 감소하는 것에 비하여 유사한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다. 제안된 방법의 효용성과 효율성을 입증함으로써 집전성능 해석 분야 외에도 다양한 분야에서 본 방법을 적용한 효율적인 해석 프로그램의 개발이 기대되는 바이다.

참고문헌

- [1] T.X. Wu, M.J. Brennan (1998) Basic Analytical Study of Pantograph-Catenary System Dynamics, *Vehicle System Dynamics*, 30, pp. 443-456.
- [2] W.M. Zhai, C.B. Cai (1998) Effect of Locomotive Vibrations on Pantograph-Catenary System Dynamics, *Vehicle System Dynamics*, 28, pp. 47-58.
- [3] A. Alberto, J. Benet, et al. (2008) A high performance tool for the simulation of the dynamic pantograph-catenary interaction, *Mathematics and Computers in Simulation*, 79(3), pp. 652-667.
- [4] A. Collina, S. Bruni (2002) Numerical Simulation of Pantograph-Overhead Equipment Interaction, *Vehicle System Dynamics*, 38, pp. 261-291.
- [5] Y.H. Cho (2008) Numerical simulation of the dynamic responses of railway overhead contact lines to a moving pantograph, considering a nonlinear dropper, *Journal of Sound and Vibration*, 315(3), pp. 433-454.
- [6] F.G. Rauter, J. Pombo, et al. (2007) Contact Model for the Pantograph-Catenary Interaction, *Journal of System Design and Dynamics*, 1(3), pp. 447-457.
- [7] J.H. Seo, T.W. Park, et al. (2005) Dynamic analysis of a pantograph-catenary system using absolute nodal coordinates, *Vehicle System Dynamics*, 44, pp. 615-630.
- [8] J.H. Lee, T.W. Park (2012) Development and Verification of a Dynamic Analysis Model for the Current-Collection Performance of High-Speed Trains Using the Absolute Nodal Coordinate Formulation, *Trans. of the KSME A*, 36(3), pp. 339-346.
- [9] J. Ambrosio, J. Pombo, et al. (2008) A Memory Based Communication in the Co-simulation of Multibody and Finite Element Codes for Pantograph-Catenary Interaction Simulation, *Computational Methods in Applied Sciences*, 12, pp. 231-252.
- [10] E. Arias, A. Alberto, et al. (2009) A mathematical model of the static pantograph/catenary interaction, *International Journal of Computer Mathematics*, 86(2), pp. 333-340.
- [11] A.A. Shabana (2005) *Dynamics of Multibody Systems, 3rd Edition*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 309-323.
- [12] E.J. Haug (1989) *Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, Volume I: Basic Methods*, Prentice-Hall, Inc.
- [13] EN 50318 (2002) *Railway applications – current collection systems – validation of simulation of the dynamic interaction between pantograph and overhead contact line*, BS EN.
- [14] A. Facchinetti, S. Bruni (2012) Hardware-in-the-loop hybrid simulation of pantograph-catenary interaction, *Journal of Sound and Vibration*, 331, pp. 2783-2797.
- [15] J.H. Lee, T.W. Park (2012) A Study on the Estimation and Improvement of the Current Collection Performance for the Next Generation High-Speed Train, *Journal of the Korean Society for Railway*, 15(5), pp. 429-435.

접수일(2012년 10월 23일), 수정일(2012년 11월 6일),
 게재확정일(2012년 11월 22일)

Jin Hee Lee : ljh1227@ajou.ac.kr

Department of Mechanical Engineering, Ajou University, San 5,
 Woncheon-Dong, Yeongtong-Gu, Suwon, 443-749, Korea

Tae Won Park : park@ajou.ac.kr

Department of Mechanical Engineering, Ajou University, San 5,
 Woncheon-Dong, Yeongtong-Gu, Suwon, 443-749, Korea