

## 컴플라이언스법에 의한 다층 맞대기 이음의 잔류응력 추정

김 유 일\* · 이 장 현\*<sup>†</sup>

\*인하대학교 조선해양공학과

### Residual Stress Prediction in Multi-layer Butt Weld Using Crack Compliance Method

Yooil Kim\* and Jang Hyun Lee\*<sup>†</sup>

\*Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Inha University, Incheon 402-751, Korea

<sup>†</sup>Corresponding author : jh\_lee@inha.ac.kr

(Received November 5, 2012 ; Revised December 10, 2012 ; Accepted December 31, 2012)

#### Abstract

It depends on the joint configuration, dimensions and constraints of the joint whether the residual stress at the root of single-sided butt weld is tensile or not. Therefore, recommendation is generally made that high R ratio should be used in the fatigue test of welded joint in order to prevent excessively long life caused by compressive residual stress. In this research, the residual stress profile in butt weld joint was obtained through compliance method, using successive extension of a slot and measurement of the variation of strain during the slot extension. The residual stress profile was firstly assumed to be the linear summation of Legendre polynomials up to 9th order excluding 0th and 1st order. Strain variation on the surface was measured while the slot was being extended by cutting to find out the 8 unknown coefficients of each polynomial term. The cut was made by the electric discharge machine. It was concluded that the residual stress near the surface is positive valued, however, it turned into the negative value as soon as it passed through 2 or 3 mm of the depth.

Key Words : Crack compliance method, Residual stress, Electric discharge machine, Finite element analysis, Butt weld

#### 1. 서 론

용접부에 존재하는 잔류응력은 구조물의 파단에 있어 매우 중요한 역할을 하는데, 이러한 잔류응력의 영향은 과도한 소성변형을 동반하는 연성과괴의 경우 그 영향이 미미하지만 비교적 낮은 수준의 반복 하중이 지속적으로 작용하는 피로파괴의 경우 매우 큰 영향을 미치는 것으로 알려져 있다. 일반적으로 용접 토우부나 루트부에 잔류하는 잔류응력은 그 크기 및 방향을 판단하기 쉽지 않은데, 이는 용접 후에 잔류하는 잔류응력이 용접 이음부의 주요 부재의 치수, 용접 이음부의 형상, 용접 방법 및 용접 이음부에 작용하는 외적 구속 등에 의해 민감하게 반응하기 때문이다<sup>1)</sup>. 이러한 잔류응력의 불확실성으로 인하여 선급 등에서는 용접 이음부의 피

로 강도 평가를 위해 수행되는 피로 실험을 높은 응력비에서 수행하도록 권장하고 있다<sup>2-5)</sup>. 이는 압축 잔류응력의 존재로 인한 과도한 피로 수명의 평가를 방지하기 위한 방안으로 응력비가 높은 경우 해당 진폭의 응력이 전적으로 인장 영역에서 작용하여 용접 이음부의 피로 강도 평가를 보수적으로 수행할 수 있기 때문이다. 이러한 관점에서 용접 이음부에 존재하는 잔류응력의 크기와 방향에 대한 판단은 용접 이음부의 피로 강도 평가에서 매우 중요한 인자 중 하나라고 할 수 있다.

용접부의 잔류응력을 측정하는 방법은 크게 계속적으로 하는 용접부 주위의 재료를 제거한 후 완화된 변형률 값을 이용하는 파괴적 방법과 관심 부위의 잔류응력을 직접 측정하는 비파괴적 방법으로 나눌 수 있다. 대표적인 파괴적 방법으로는 측정부 주위에 스트레인 게이지를 설치한 후 홀 가공을 수행하여 잔류응력을 추정

하는 홀 드릴링 법이 있으며, 비 파괴적 방법에는 X선 회절법, 초음파 법 등이 있다. 그러나, 상기 언급된 대부분의 파괴적 혹은 비파괴적 방법들은 표면에서의 잔류응력 계측에 초점이 맞추어져 있어 두께 방향으로의 잔류응력 분포를 계측할 수 없다는 단점이 있다. 이에 반해 계측하고자 하는 시험편을 두께 방향으로 절단하면서 변형률을 계측하는 컴플라이언스 (compliance) 방법은 여타의 계측 방법과는 달리 두께 방향으로의 잔류응력 분포를 계측할 수 있다는 점에서 여타의 방법과 차별화 된다.

컴플라이언스는 균열의 증가에 따른 특정 위치에서의 변형률 응답을 의미하는 것으로 간접적으로 잔류응력에 대한 정보를 알려주는 물리량으로 정의될 수 있다. 컴플라이언스 법에 의한 잔류응력의 계측은 Vaidyanathan & Finnie<sup>6)</sup>에 의해 최초로 시도되었는데, 이들은 맞대기 이음에 대한 절삭 가공을 진행해 나가며 광탄성 법을 이용해 균열 선단의 응력확대계수를 계측하고 이를 통해 두께 방향으로의 잔류응력 분포를 추정하는 방법을 적용하였다. 후에 Cheng & Finnie<sup>7)</sup>, Finnie et al.<sup>8)</sup>, Ritchie & Legatt<sup>9)</sup>, Kang et al.<sup>10)</sup>에 의해 관련된 후속 연구가 수행되었는데, 이들은 응력확대계수를 사용하는 대신 전산 수치해석을 통하여 임의의 위치에서 변형률 혹은 변형량에 대한 컴플라이언스를 효과적으로 얻은 후 이를 잔류응력의 예측에 적용하는 방법을 사용하였다. Prime<sup>11)</sup>과 Prime et al.<sup>12)</sup>은 용접 이음부의 두께 방향으로의 잔류응력을 계측하기 위해 용접 이음부 부근에 스트레인 게이지를 부착한 뒤 계측하고자 하는 위치에서 시험편을 두께 방향으로 절삭해 나가며 스트레인 게이지 값의 반응을 분석하여 잔류응력을 예측하는 방법을 적용하였다. 이는 두께 방향으로의 잔류응력의 분포를 직교하는 다항식의 선형 중첩으로 가정 한 뒤, 계측된 데이터를 이용해 다항식의 계수를 최소 자승법을 이용해 결정하는 방법이다. 한편 Park & Kim<sup>13)</sup>은 피로균열의 전파에 따라 균열선단 전방의 잔류응력 재분포 효과를 예측하기 위하여 유한요소해석을 적용하였다. 수정된 Dugdale 모델을 바탕으로 응력 중첩법을 이용하였으며, 수치적으로 구한 잔류응력 재분포 결과가 실험결과와 일치함을 보였다.

본 연구에서는 Prime<sup>11)</sup>에 의한 컴플라이언스 법을 일면 다층 용접부의 루트부에 적용하여 용접부 폭방향 잔류응력의 두께방향 분포를 예측하였다. 절삭에 따른 변형률의 컴플라이언스를 얻기 위해 두께 방향으로 분포하는 잔류응력을 상호 직교하는 Legendre 다항식의 선형 중첩으로 표현하고, 다항식의 각 항에 대한 변형률의 컴플라이언스를 유한요소법을 통해 구하였다. 최

종적으로 방전 가공(Electric discharge machining)을 통해 절삭한 시험편에서 계측된 변형률 값을 이용해 다항식의 계수를 구해낸 뒤 다항식을 선형 중첩하여 두께 방향으로의 잔류응력을 추정하였다.

## 2. 이론적 배경

Fig. 1은 맞대기 이음에 대한 두께 방향의 용접 잔류응력 분포 및 컴플라이언스 법을 통한 잔류응력 추정 메커니즘을 도식적으로 표현한 것이다.

Fig. 1에서 a와 t는 각각 잔류응력을 추정하고자 하는 곳에서부터 스트레인 게이지가 설치된 위치의 거리 및 잔류응력을 계측하고자 하는 부재의 두께를 의미하며,  $\epsilon$ 는 위치 A에서의 변형률을 의미한다. 두께 방향으로 분포하는 잔류응력은 식 (1)과 같이 특정한 기저함수의 선형 중첩으로 가정하였다.

$$\sigma_x(y) = \sum_{i=0}^n A_i \cdot P_i(y) = [P]\{A\} \tag{1}$$

식(1)에서  $P_i(y)$ 와  $A_i$ 는 각각 기저함수 및 계수를 의미한다. 기저함수  $P_i(y)$ 는 삼각함수, 다항식 등과 같이 다양한 형태가 될 수 있으나 본 연구에서는 식(2)에 설명한 것과 같이 상호 직교하는 Legendre 다항식을 적용하였다.

$$P_i(y) = \frac{1}{2^i} \sum_{k=0}^i \binom{i}{k} (y-1)^{i-k} (y+1)^k \tag{2}$$

Fig. 2는 식 (2)에 정의된 Legendre 다항식의 2차 항에서 9차 항까지 도시한 그림이다. Legendre 다항식의 0차 항과 1차 항은 잔류응력이 만족해야 할 응력의 자기평형 조건을 만족하지 못하므로 잔류응력의 전개에 사용되는 기저함수에서 제외하였으며, 또한 일반적인 잔류응력의 분포는 고차 항에서 나타나는 짧은 주기로의 변화를 보이지 않는다는 사실을 토대로 10차

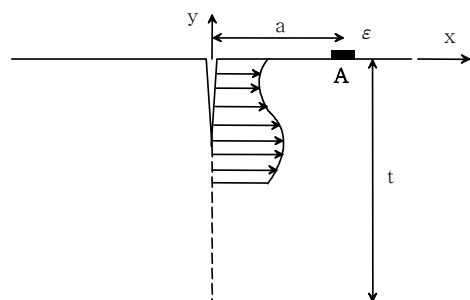


Fig. 1 Schematic view of residual stress in butt joint

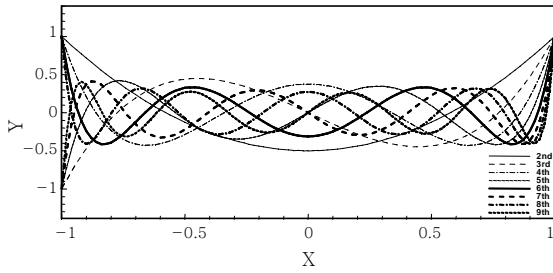


Fig. 2 Legendre polynomials

항 이상은 기저함수에 포함시키지 않았다.

식 (1)에 사용된 각 기저함수의 계수  $A_i$ 를 결정하기 위해서는 Fig. 1에 보인 바와 같이 잔류응력을 계측하고자 하는 위치에서 두께 방향으로 인위적인 균열을 생성시켜 나가며, 특정한 위치(A)에서 변형률 변화를 계측하여야 한다. 폭 방향 A 지점에서 각 균열 깊이에 따른 변형률은 식 (3)에 보인 것과 같이 다항식의 각 항에 대한 변형률 변화의 선형 중첩으로 표현할 수 있다. 즉, A 지점에서 각 균열 깊이(y)에 따른 변형률  $\epsilon_A(y)$ 은 식 (1)에 정의된 계수  $A_i$ 와 변형률의 컴플라이언스  $C_i(y)$ 로 보간할 수 있다.

$$\epsilon_A(y) = \sum_{i=0}^n C_i(y)A_i \tag{3}$$

여기서,  $C_i(y)$ 는 A 지점에서 균열의 깊이에 따른 변형률 변화를 나타내는 함수로서, 각 변형률의 컴플라이언스 행렬로 정의된다. 따라서 식 (3)을 행렬로 전환하면 식 (4)와 같다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_A \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \end{Bmatrix} \tag{4}$$

$m \times 1$        $m \times n$     $n \times 1$

여기서,  $m$ 은 두께 방향으로 이산화 개수를,  $n$ 은 기저함수의 개수를 의미한다.

본 연구는 두께 방향의 잔류응력을 표현하기 위해 Legendre 다항식의 2차 항에서 9차 항까지 8개의 항을 사용하였으며 이에 따라 식 (4)에 나타난 미지의 계수  $A_i$ 는 8개가 된다. 두께 방향으로의 이산화 개수  $m$ 은 계측된 데이터의 간격에 따라 임의로 선정이 가능한 값으로 일반적으로 해석의 정확도 확보를 위해 가능한 많은 수의 점들을 사용하는 것이 보통이다.  $m$ 이 8보다 큰 경우에 식 (4)는 미지수의 개수가 주어진 데이터의 개수보다 작은 최소 자승 문제로 귀결된다. 즉, 계수  $A_i$ 는 식 (5)와 같이 컴플라이언스 행렬  $[C]$ 와 계측된 변

형률 벡터  $\{\epsilon_m\}$ 의 곱으로 계산할 수 있다.

$$\{A\} = \left( [C]^T [C] \right)^{-1} [C]^T \{\epsilon_m\} \tag{5}$$

상기 식 (5)로부터 얻어진 계수  $A_i$ 의 행렬 값을 식 (1)에 대입하면 두께 방향에 분포하는 잔류응력을 얻을 수 있다.

### 3. 컴플라이언스 행렬 계산 절차

식 (4)에 정의한 컴플라이언스 행렬  $[C]$ 의 각항  $C_{ij}$ 는 균열의 침단부가  $i$ 의 위치에 도달하였을 때  $j$ 번째 다항식에 의한 변형률의 기여분을 의미하는 양으로서 유한요소법을 통해 수치적으로 얻을 수 있는 값이다. Fig. 1의 이음부에 대한 컴플라이언스 행렬을 계산하기 위해서 Fig. 3과 같이 2차원 4절점 평면 변형률 요소를 이용하여 해당 부위에 대하여 유한요소해석을 수행하였다.

대칭성을 고려하여 전체의 우측만을 고려하였으며, 대칭면에 대해서는  $x$  방향 변위를 구속하여 대칭 경계 조건을 구현하였다. Fig. 3의 대칭면은 절단을 수행한 면을 의미하며, Fig. 8(b)에 화살표로 표기한 지점과 동일하다. 이는 루트부의 용접 토우부와 일치하는 위치이다. 유한요소 해석은 절단에 따라서 잔류응력이 이완되는 과정을 모사하기 위한 목적이므로 선형탄성해석을 기반으로 수행하였으며, 재료의 물성치는 상온의 탄성 특성을 반영하였다.

시험편이 절단되는 현상을 구현하기 위해 대칭면에 인접한 영역에 폭 0.2mm의 요소를 배치하였으며 절단이 진행되는 순서에 따라서 절단된 요소를 제거하여 강성 행렬을 변화시킴으로써 응력 이완을 모사하였다. 유한요소해석에는 상용 프로그램인 ABAQUS를 사용하였다.

식 (2)에 보인 각 기저함수에 대한 컴플라이언스를 얻기 위해서 Fig. 4에 보인 바와 같이 시험편 폭방향 초기 잔류응력을 분포시켰다.

Fig. 4는 잔류응력의 전개에 사용된 8개의 다항식

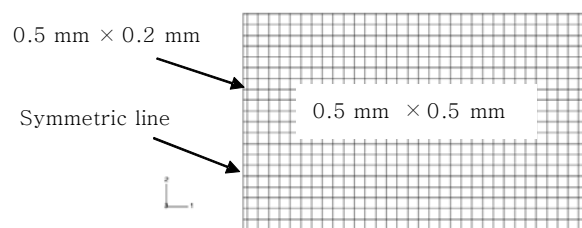


Fig. 3 Finite element model for compliance matrix

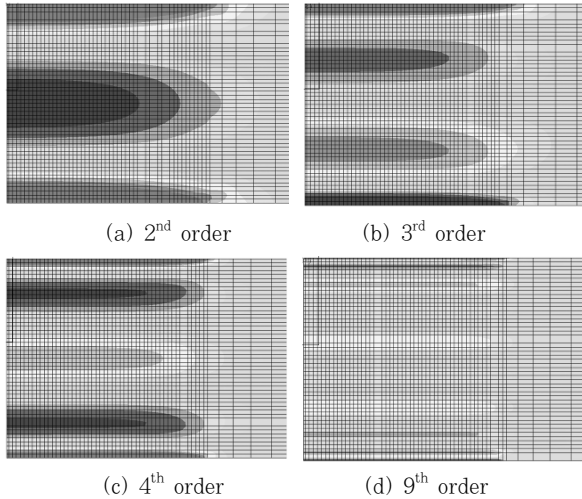


Fig. 4 Initial residual stress distribution

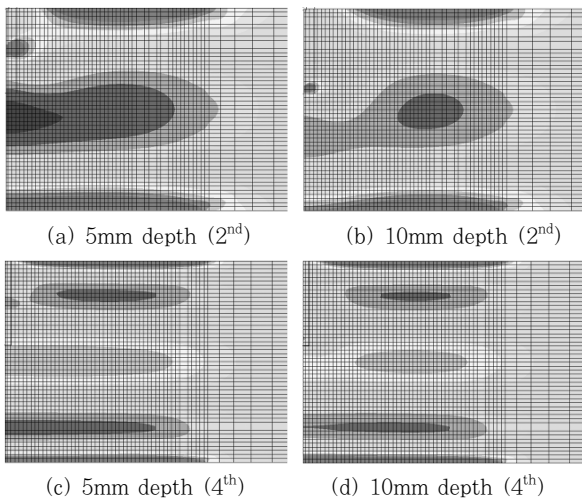


Fig. 5 Stress redistribution with slot extension

중 중 2차, 3차, 4차 및 9차 항에 대한 초기 잔류응력의 분포를 나타낸다. 잔류응력이 분포하는 시험편 폭 방향 영역의 길이는 컴플라이언스를 얻을 표면에서의 위치를 포함할 수 있도록 충분히 길게 하여 폭 방향 끝단에서 발생하는 완화 현상의 영향을 제거하였다.

Fig. 5는 잔류응력을 예측하려는 위치에서 절단 깊이에 따른 폭방향 잔류응력의 재배치를 보인 예로 2차 및 4차 다항식에 대한 분포를 보인 것이다. 2차 다항식의 형태로 초기 잔류응력이 분포하는 경우에는 절단이 진행됨과 함께 절단의 첨단부에 응력이 집중되는 현상이 나타남을 확인할 수 있다. 이는 2차 다항식의 형태로 잔류응력이 분포하는 경우 인장 잔류응력의 영역이 상대적으로 크기 때문에 발생하는 현상으로, 인장 및 압축 잔류응력이 빠르게 교차하는 교차의 다항식에서는 두드러지게 발견되지 않았다. 절단의 진행과 함께 잔류

응력이 이완되고 이로 인한 변형이 추가적으로 발생하게 되는데, 이러한 현상 또한 2차 다항식의 경우 가장 크게 나타났고 고차의 다항식으로 갈수록 두드러지게 나타나지 않았다. 이는 2차 다항식에 대한 컴플라이언스가 절단이 진행에 가장 민감하게 반응할 것이라는 것을 예측하게 하는 증거가 되며, 상대적으로 고차의 다항식의 경우에는 절단의 진행에 따른 컴플라이언스의 민감도가 떨어질 것임을 짐작하게 해주는 근거로 볼 수 있다.

Fig. 6은 절단이 시작되는 표면에서 6mm 떨어진 위치에서 변형률의 변화를 절단 깊이에 따라 표현한 그림으로, 식 (3)의  $C_i(y)$ 에 해당되는 값이다. Fig. 6에 보인 바와 같이 절단 깊이에 따른 변형률의 변화는 다항식의 차수가 낮을수록 크게 나타났으며, 반대로 고차의 다항식으로 갈수록 작아지는 경향을 보였다. 또한, 절단의 깊이가 4~6mm를 넘는 경우 표면에서 변형률은 더 이상 절단면의 진행에 반응하지 않음을 확인할 수 있다. 컴플라이언스의 이러한 거동은 잔류응력을 추정함에 있어 주의를 요하는 점으로, 다항식의 계수 추정에 절단 깊이가 비교적 얇은 절단 초반의 계측 데이터를 이용하는 것이 결과의 신뢰도를 높이는 요인이 됨을 시사한다고 볼 수 있다.

절단면의 깊이에 따른 컴플라이언스의 민감도를 알아보기 위해 절단이 시작되는 표면의 반대 면에서 변형률 변화를 살펴 보았으며 이를 Fig. 7에 도시하였다. 여전히 2차 다항식에 대한 컴플라이언스의 민감도가 가장 컸으나, 절단 시작 면의 경우와 달리 고차의 항으로 올라가더라도 컴플라이언스의 민감도가 어느 수준을 유지함을 확인할 수 있다.

또한, 절단이 시작되는 표면에서의 컴플라이언스의 응답과는 달리 절단의 침부가 시험편의 반대 면에 도달하는 마지막 순간까지 컴플라이언스가 민감하게 반응함을 확인할 수 있다.

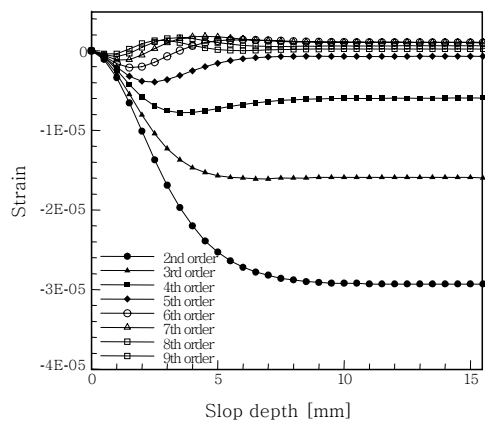


Fig. 6 Compliance for each polynomial term

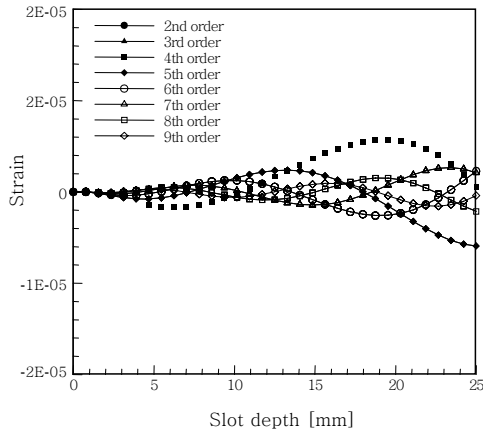


Fig. 7 Compliance at backface

#### 4. 절단실험 및 변형률 계측

다항식의 계수  $A_i$ 를 결정하기 위해 실제 용접 시험편에 절단 시험을 수행하였으며, 절단이 진행되는 동안 각 두께 별 변형률은 스트레인 게이지를 이용하여 측정하였다.

Fig. 8은 계측에 사용된 맞대기 이음의 적층 형상, 절단 위치, 변형률 계측을 위한 스트레인 게이지의 부착 위치를 나타낸 그림이다. 시험편 제작에 사용된 재료는 선급 강재 EH36이며 용접전류 190~270A, 용접전압 24~28V의 범위에서 플러스 코어드 아크용접(Flux Cored Arc Welding, FCAW)을 적용하였다. 스트레인 게이지는 잔류응력을 파악하고자 하는 위치로부터 각각 6mm, 11mm 떨어진 위치에 부착하였다.

Fig. 9에 시험에 사용된 시험편 및 절단에 사용된 방전 가공기를 보였다. 방전 가공기를 통해 절단이 진행되는 동안 1mm의 절단 깊이 간격으로 변형률 데이터

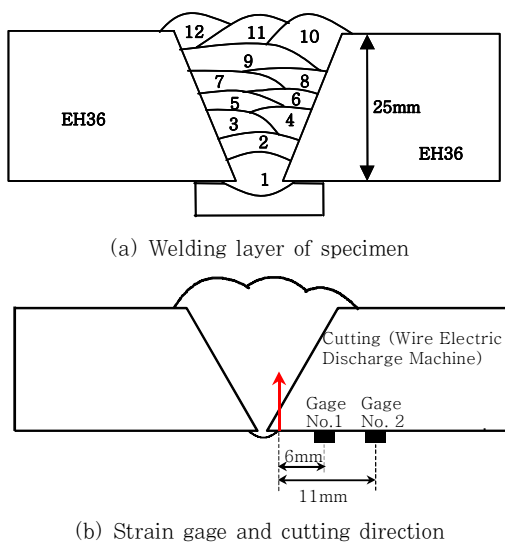
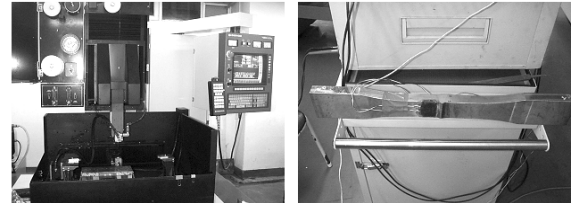


Fig. 8 Weld detail and test set up



(a) EDM (b) Test specimen

Fig. 9 EDM (Electric Discharge Machine) and test specimen

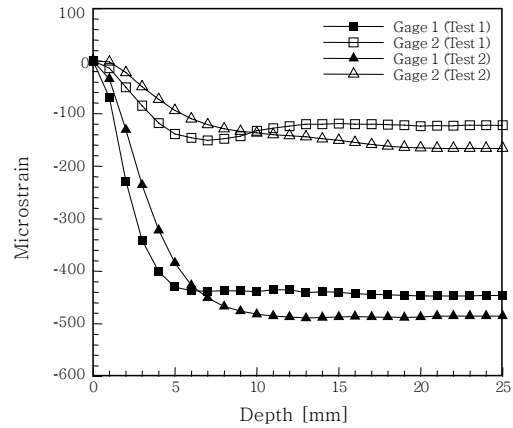


Fig. 10 Measured strain variation with respect to the slot depth

를 저장하였다.

Fig. 10은 절단이 진행되는 동안 표면에 부착된 2개의 스트레인 게이지로부터 계측된 변형률의 변화를 나타낸다. 시험은 동일한 조건에서 2개의 시험편에 대해 독립적으로 시행되었다. 예상되었던 바와 같이 절단면에 보다 근접한 위치에서의 변형률 변화가 상대적으로 크게 나타났으며, 멀리 떨어진 위치에서의 변형률 변화는 비교적 작게 나타났다. 계산에 적용된 데이터는 절단면에 근접한 위치에서의 변형률 값이며 두 차례의 시험을 통해 얻어진 데이터 값을 평균하여 적용하였다.

#### 5. 잔류응력의 추정

절단실험을 통해 계측한 변형률 데이터와 유한요소해석을 통해 계산한 컴플라이언스  $[C]$ 를 식 (5)에 대입하여 다항식의 계수 벡터  $\{A\}$ 를 계산하였다. 얻어진 계수  $A_i$ 를 다시 식 (1)에 대입하면 두께 방향으로의 잔류응력을 추정할 수 있다.

Fig. 11은 이러한 과정을 통해 구한 절단면 상에서의 두께 방향의 잔류응력 분포를 표현한 것이다. Fig. 11에 의하면 절단이 이루어진 면에서의 잔류응력은 표면에서 인장 값을 보이다가 표면에서 약 5mm 떨어진 위치에서 압축 상태로 변하고 있음을 보여주고 있다.

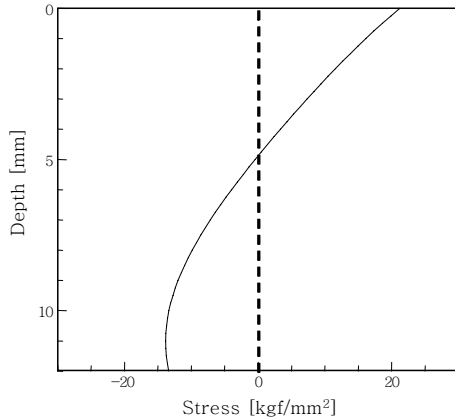


Fig. 11 Predicted profile of residual stress

Fig. 11에 도시한 잔류응력의 분포는 Fig. 10에 보인 예측된 잔류응력의 초반부 데이터만을 적용하여 얻은 것으로 더 깊은 위치에서의 잔류응력의 분포는 상대적으로 신뢰도가 낮을 것으로 판단되어 잔류응력 추정 결과에 포함시키지 않았다. 더 깊은 위치에서 잔류응력을 정확하게 예측하기 위해서는 절단이 진행되는 동안 지속적으로 반응하는 컴플라이언스를 얻을 필요가 있고 이를 위해서는 절단의 이면 등과 같은 위치에 추가로 스트레인 게이지를 부착하여 데이터를 획득할 필요가 있다. 예를 들어 Fig. 7에 보인 바와 같은 절단 개시 이면에서의 컴플라이언스는 단면 전체에 걸친 잔류응력의 추정에 매우 유익한 정보가 될 수 있을 것으로 판단된다.

6. 결 론

본 논문은 맞대기 용접 이음부의 두께 방향에 분포하는 잔류응력을 얻기 위해 Legendre 다항식을 이용한 컴플라이언스 방법을 적용한 사례를 제시하였다. 각 두께 별 표면에서 측정한 변형률의 컴플라이언스를 이용하여 기저합수의 계수를 계산하고 두께 방향의 잔류응력을 추정할 수 있었다. 방전가공 기법을 이용하여 시편을 절단하고 스트레인 게이지로부터 각 두께 별 변형률을 측정하였다. 수행된 연구를 토대로 다음과 같은 결론을 도출하였다.

1) 잔류응력의 전개에 사용된 각 다항식 항에 대한 컴플라이언스를 구하기 위해 2차원 유한요소 해석을 수행하였다. 각 다항식의 형상으로 분포하는 초기 잔류응력을 유한요소 모델에 분포시켰으며 요소제거 기법을 적용하여 절단을 모사하고 절단이 진행되는 동안 표면에서의 변형률을 모니터링하여 컴플라이언스를 구할 수 있었다.

2) 예측된 변형률과 유한요소해석을 통해 얻은 컴플라이언스를 결합하여 두께 방향 잔류응력을 추정하였

다. 그 결과 표면에서는 인장잔류응력이 분포함을 확인하였고 표면에서 약 5mm 떨어진 위치에서 압축 잔류응력으로 변환됨을 확인할 수 있었다.

후 기

본 논문은 2012년도 인하대학교의 지원에 의하여 연구되었음. (INHA-46426)

참 고 문 헌

1. W. Fricke, A. Kahl : Comparison of different structural stress approaches for fatigue assessment of welded ship structures, *Marine Structures*, **18**(7-8) (2005), 473-488
2. DnV : Classification Note No. 30.7 Fatigue assessment of ship structures, Det Norske Veritas, 2010
3. DnV : Recommended practice DNV-RP-C203: Fatigue design of offshore steel structures, Det Norske Veritas, 2011
4. LR : Ship Right FDA level 3 procedures manual, technical planning and development department, Lloyd's register of Shipping, 1998
5. GL : Rules for classification V-Analysis techniques. Guidelines for fatigue strength analyses of ship structures, Germanischer Lloyd, Hamburg, 1998
6. S. Vaidyanathan, I. Finnie : Determination of Residual Stresses from Stress Intensity Factor Measurements, *Journal of Basic Engineering*, **93** (1971), 242-246
7. W. Cheng, I. Finnie : A Method for Measurement of Axisymmetric Residual Stress in Circumferentially Welded Thin-Walled Cylinders, *Journal of Engineering Material Technology*, **107** (1985), 181-185
8. S. Finnie, W. Cheng, I. Finnie, J.M. Drezet, M. Gremaud : The Computation and Measurement of Residual Stresses in Laser Deposited Layers, *Transactions of the ASME*, **125** (2003), 302-308
9. D. Ritchie, R.H. Leggatt : The Measurement of the Distribution of Residual Stress Through the Thickness of a Welded Joint, *Strain*, **23**(2) (1987), 61-70
10. K.J. Kang, J.H. Song, Y.Y. Earmme : A Method for the Measurement of Residual Stresses Using a Fracture Mechanics Approach, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, **24** (1989), 23-30
11. M.B. Prime : Residual Stress Measurement by Successive Extension of a Slot : The Crack Compliance Method, *Applied Mechanics Reviews*, **52**(2) (1999), 75-96
12. M.B. Prime, V.C. Prantil, P. Rangaswamy, F.P. Garcia : Residual Stress Measurement and Prediction in a Hardened Steel Ring, *Material Science Forum*, **(347-349)** (2000), 223-228
13. E.J. Park, E.J. Kim : An Evaluation of Residual Stress Redistribution in the Welding Residual Stress Field Caused by Fatigue Crack Propagation by Finite Element Method, *Journal of the Korean Welding and Joining Society*, **26**(6) (2008), 92-96