

## 자기동조에 의한 PD 형 퍼지제어시스템의 응답 개선

# The Response Improvement of PD Type FLC System by Self Tuning

최 한 수, 이 경 웅\*

(Hansoo Choi<sup>1</sup> and Kyoung-Woong Lee<sup>2</sup>)

<sup>1</sup>Chosun University

<sup>2</sup>DAELIM I&S

**Abstract:** This study proposes a method for improvement of PD type fuzzy controller. The method includes self tuner using gradient algorithm that is one of the optimization algorithms. The proposed controller improves simple Takagi-Sugeno type FLC (Fuzzy Logic Control) system. The simple Takagi-Sugeno type FLC system changes nonlinear characteristic to linear parameters of consequent membership function. The simple FLC system could control the system by calibrating parameter of consequent membership function that changes the system response. While the determination on parameter of the simple FLC system works well only partially, the proposed method is needed to determine parameters that work for overall response. The simple FLC system doesn't predict the response characteristics. While the simple FLC system works just like proportional part of PID, our system includes derivative part to predict the next response. The proposed controller is constructed with P part and D part FLC system that characteristic parameter on system response is changed by self tuner for effective response. Since the proposed controller doesn't include integral part, it can't eliminate steady state error. So we include a gain to eliminate the steady state error.

**Keywords:** FLC (Fuzzy Logic Control) system, tuning, PD type fuzzy controller, gradient algorithm

### I. 서론

퍼지제어기는 다양한 연구를 통해 전통적인 제어기의 응답특성을 개선하고 있지만 비선형적인 응답특성으로 인해 분석이 어려운 단점이 있다[1,2]. 또한 퍼지함수의 크기에 따라 다양한 응답특성을 보임으로 이를 결정하기 위해서는 주로 시행착오 방법을 사용하고 있다. 본 연구에서는 [3]에서 제안된 단순 퍼지제어기를 이용하여 시스템의 응답속도를 효과적으로 개선할 수 있는 자기동조기가 포함된 퍼지제어기를 제안하였다. 비례 성분만을 포함한 퍼지제어기는 시스템의 응답특성 개선에 한계가 있기 때문에 비례성분과 미분성분을 포함한 PD형 퍼지제어기를 제안하였다[4,5]. 단순 퍼지제어기의 경우 특성 파라미터의 변화에 따라 다양한 응답을 나타냄으로 특성 파라미터 값이 제어기의 성능을 결정하게 된다. 그러나 단순 퍼지제어기의 특성 파라미터 값을 결정하기 위한 방법이 제안되었지만 이는 시스템이 안정하기 위한 범위의 결정에 대한 것으로 응답특성에 대해서는 예측하지 못했다[6]. 본 연구에서는 이러한 특성 파라미터를 응답에 따라 동조할 수 있도록 최적화 알고리즘의 하나인 Gradient Algorithm을 이용한 PD형 퍼지제어기를 제안하였다[7-9]. 제안한 PD형 퍼지제어기는 단순 퍼지제어기를 비례요소와 미분요소로 분리하여 병렬 조합하는 형태로 구성되었다. PD형 퍼지제어기의 경우 정상상태 오차에 영향을 미치지 못하므로 정상상태 오차 해소를 위한 이득을 시스템에 포함시켜 정상상태 오차를 제거하였다.

### II. FLC의 구조

퍼지논리는 인간의 추론을 바탕으로 하기 때문에 입출력에 대한 단일 함수를 도출하기가 어렵다. 따라서 시스템 해석을 위해서 근사적인 방법을 이용한다.

본 연구에서는 퍼지논리의 입출력을 단일 함수로 표현하기 위해 3개의 멤버십함수를 갖는 T-S형 퍼지제어기를 이용하였다[3]. 식 (1)은 본 연구에서 사용되는 T-S (Takagi-Sugeno) 형 FLC의 제어규칙을 나타내고 있다. 식 (1)에 의한 퍼지제어기의 응답 특성은 그림 1에서와 같이 0을 중심으로 대칭이 되며 멤버십함수의 선형식의 계수인  $m_1$ 과  $m_2$ 에 의해 퍼지제어기의 입출력 함수의 특성이 변화된다.

$$\begin{aligned} R1: & \text{if}(e \text{ is } NB) \text{ then } (u = m_1 \times e - (1 - m_1)) \\ R2: & \text{if}(e \text{ is } AZ) \text{ then } (u = m_2 \times e) \\ R3: & \text{if}(e \text{ is } PB) \text{ then } (u = m_1 \times e + (1 - m_1)) \end{aligned} \quad (1)$$

식 (2)는 오차 입력에 대한 일반화를 정의하고 있다.

$$e(n) = \begin{cases} 1, & \hat{e}(n) > 1 \\ \hat{e}(n), & |\hat{e}(n)| \leq 1 \\ -1, & \hat{e}(n) < -1 \end{cases} \quad (2)$$

그림 1은 전건부의 멤버십함수를 나타낸다. 본 논문에서는 후건부 선형식의 매개변수에 따른 응답특성을 이용하기 때문에 전건부 멤버십함수는 그림 1과 같이 좌우가 완전히 대칭인 고정된 퍼지변수를 사용하였고 후건부 멤버십함수의 선형 식도 좌우가 대칭되도록 하였다. 식 (3)과 식 (4)는 본 연구에서 사용되는 멤버십함수를 나타내는데 식 (3)은 전건부 3변수 멤버십함수에 대한 수식을 나타내며 T-S형 퍼지제어기의 후건부 멤버십함수를 수식으로 표현하면 식 (4)와 같이 된다[3].

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2012. 10. 10., 수정: 2012. 10. 29., 채택확정: 2012. 11. 14.

최한수: 조선대학교 제어계측로봇공학과(hschoi@chosun.ac.kr)

이경웅: 대림 I&S(yikw@yncc.co.kr)

※ 이 논문은 2011년도 조선대학교 연구비의 지원을 받아 연구되었음.

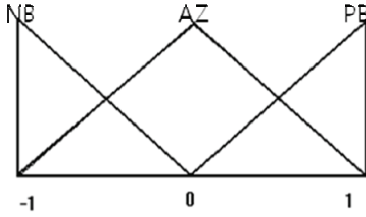


그림 1. 전건부 멤버십함수.

Fig. 1. Membership function for premise.

$$\begin{aligned} \mu_{NB} &= -x \\ \mu_{AZ} &= |x| + 1 \\ \mu_{PB} &= x \end{aligned} \quad (3)$$

후건부에 대해서는 NB와 PB는  $m_1$ 을 이용하고 AZ는  $m_2$ 를 이용하여 선형식을 구현하였다. 또한 입력 범위 [-1 1]에 대해 출력 범위도 [-1 1]이 되도록 후건부 멤버십함수를 식 (4)와 같이 구성하였다.

$$\begin{aligned} u_{NB} &= m_1 \times e - (1 - m_1) \\ u_{AZ} &= m_2 \times e \\ u_{PB} &= m_1 \times e + (1 - m_1) \end{aligned} \quad (4)$$

따라서  $m_1$ 과  $m_2$ 의 변화에 따라 비선형이지만 0을 기준으로 대칭인 응답을 보이게 된다. T-S형 퍼지제어기의 출력  $u$ 는 식 (5)와 같은 COG (Center of Gravity) 방법으로 구한다. 전건부 멤버십함수에 대한 식 (3)과 후건부 멤버십함수에 대한 식 (4)는 퍼지제어기의 입출력 응답함수를 정의하는데 사용된다.

$$u = \frac{\sum_{i=1}^M \mu_i \times u_i}{\sum_{i=1}^M \mu_i} \quad (5)$$

퍼지제어기의 입력  $e$ 에 대한 제어기의 출력 또는 플랜트의 동작신호  $u$ 의 관계는 식 (6)과 같다. 식 (6)에서 볼 수 있듯이 후건부 선형식 변수  $m_1$ 과  $m_2$ 는 각각의 영향이 아닌 두 변수의 차에 의해 시스템 응답이 변화됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= (m_1 - m_2) \times e \times |e| + (1 - m_1 + m_2) \times e \\ u &= m \times e \times |e| + (1 - m) \times e, \quad m = m_1 - m_2 \end{aligned} \quad (6)$$

그림 2는 본 연구에서 제안한 PD형 퍼지제어기의 구조이다. 앞에서 이미 정의한 퍼지제어기에 입력  $e(t)$ 와  $e(t)$ 의 미분

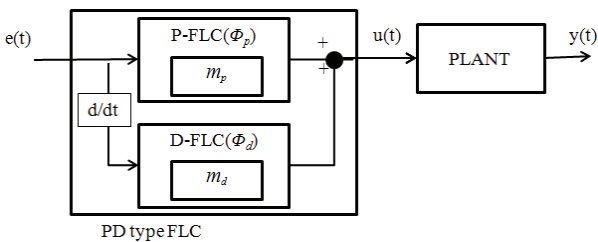


그림 2. 제안한 PD형 FLC 구조.

Fig. 2. The structure of proposed PD type FLC.

값을 각각 제어기의 입력으로 하여 시스템을 제어하도록 하였다.

### III. 최적화 알고리즘

본 연구에서는 퍼지제어기 특성 파라미터의 동조를 위해 최적화 알고리즘으로 Gradient Algorithm을 이용하였다. Gradient Algorithm은 오차함수의 가중치를 조절하여 오차를 최소화하는 최적화 알고리즘의 하나로 Least Mean Square Error로 설정된 오차함수를 식 (7)과 같이 원하는 값과 실제 출력 값의 차를 제공하여 설정한다. Gradient Algorithm은 오차  $E$ 와 변경하고자 하는 변수 간의 관계를 통해 오차를 최소화하도록 계수를 선정하는데 이를 위해 식 (7)에서  $W$ 의 새로운 값을 위해 오차  $E$ 를 변수  $W$ 로 편미분하여  $W_{old}$ 와 오차 간의 함수로 새로운  $W_{new}$ 를 표현한다.

$$E = \frac{1}{2}(o - y)^2, \quad o: \text{Desired Value}, \quad y: \text{Measured Value} \quad (7)$$

$$W_{new} = W_{old} - \eta \frac{\partial E}{\partial W}, \quad \eta > 0$$

식 (7)에서 계수  $\eta$ 는 자기동조 강도로 가중치의 변화 속도를 결정한다.  $\eta$ 가 작은 값으로 선택되면 조정이 늦게 이루어지고  $\eta$ 가 크면 빠른 응답이 이루어진다. 그리고  $\eta$ 가 너무 클 경우 최적점을 넘어갈 수도 있기 때문에 적절한 값의 선택이 요구된다.

### IV. 퍼지제어기 특성 파라미터의 동조

본 연구에서는 자기동조에 의한 PD형 퍼지제어시스템의 응답 개선을 제안하고 있는데 제안한 제어기는 비례요소 퍼지제어기와 미분요소 퍼지제어기가 각각 독립적으로 수행되어진다. 퍼지제어기의 자기동조를 위해서는 P형 퍼지제어기와 D형 퍼지제어기의 파라미터를 각각 조절해야 한다. 따라서 제안한 방법으로 제어기를 동조하기 위해 식 (8)의 Gradient Algorithm을 이용하여 P형 제어기의 파라미터인  $m_p$ 와 D형 퍼지제어기의 파라미터인  $m_d$ 의 크기를 조절하여 시스템 응답이 개선되도록 하였다.  $\eta_p$ 와  $\eta_d$ 는 각각 P형 제어기와 D형 제어기의 자기동조 강도를 나타내며  $\eta_p$ 와  $\eta_d$ 에 따라 비례 미분 기능의 강도가 결정되며 응답속도를 개선할 수도 있지만 오버슈트를 발생시키는 등 오히려 응답특성을 악화시킬 수도 있다. 그림 3은 자기동조를 포함한 PD형 퍼지제어기를 나타내고 있다. 그림에서와 같이 비례요소 퍼지제어기와 미분요소 퍼지제어기는 독립적이며 제어기는 각각의 동조기에 의해 퍼지제어 특성 파라미터 값을 변화시키게 된다. 식 (8)은 Gradient Algorithm을 실행하기 위한 PD형 퍼지제어기의 비용함수와 응답함수를 나타내고 있다. 식에서와 같이 비례 퍼지제어기와 미분 퍼지제어기는 각각 독립적이며 특성 파라미터도 독립적으로 동조된다.

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2}(y_d - y_o)^2 \\ y_o(k) &= (\Phi_p + \Phi_d)G(s) \\ \Phi(x) &= m|x| + (1 - m)x \end{aligned} \quad (8)$$

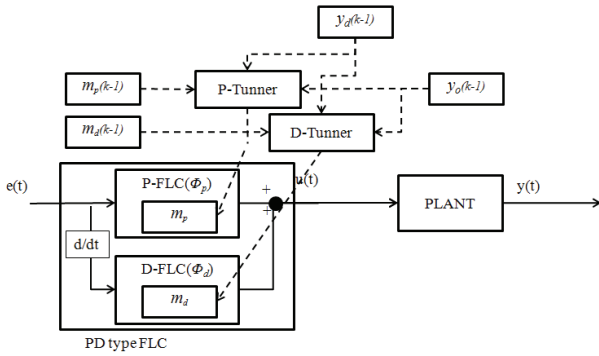


그림 3. 자기동조기를 포함한 PD형 퍼지제어기.  
Fig. 3. PD type fuzzy controller including self tuner.

식 (9)는 비례요소 퍼지제어기의 파라미터와 미분요소 퍼지제어기 파라미터의 계산식을 나타내고 있다. 각각의 파라미터는 서로 독립적이며 비융합수의 편미분으로 계산된다.

$$m_p(k+1) = m_p(k) - \eta_p \frac{\partial J(k)}{\partial m_p(k)} \quad (9)$$

$$m_d(k+1) = m_d(k) - \eta_d \frac{\partial J(k)}{\partial m_d(k)}$$

V. 시뮬레이션

제안한 제어기의 시스템 안정도에 대한 기여도를 알아보기 위해 시뮬레이션을 수행하였으며 모든 근이 s 평면의 좌반면에 위치하는 임의의 안정한 플랜트를 식 (10)과 같이 정의하였다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.6667 & -3 & -3.333 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (10)$$

그림 4는  $m_p$ 와  $m_d$ 의 초기값에 따른 시스템응답  $y(t)$ 의 변화를 보여주고 있다.  $m_p$ 의 초기값이 -1에 가까울 수록 전체적인 응답속도가 향상하나 응답 곡선의 급격한 변화가 일어나고  $m_d$ 의 경우 1에 가까울 수록 응답속도가 개선됨을 볼 수 있다. 전체적인 시스템응답은  $m_p$ 에 의해 크게 좌우됨을 알 수 있다.

그림 5는  $m_p$ 와  $m_d$ 의 크기와는 관계없이 제안된 퍼지제어기를 사용했을 때 시스템의 응답이 동일한 정상상태 오차를 나타냄을 보여주고 있다.  $m_p$ 와  $m_d$ 의 초기값에 따라 시스템의 응답 속도가 개선은 되지만 제안된 제어기에는 적분성분이 포함되지 않았으므로 정상상태 오차는 개선되지 않음을 보여주고 있다.

그림 6과 그림 7은 동일한  $m_p$ 와  $m_d$  상에서 비례성분 제어기와 미분성분 제어기의 자기동조 강도  $\eta_p$ 와  $\eta_d$ 에 따른 시스템의 응답특성을 보여주고 있다.  $\eta_p$ 의 경우 값이 커질수록 시스템 응답이 향상되고 오버슈트도 감소하고 있다.  $\eta_d$ 의 경우는 값이 적을 수록 응답 속도는 개선되나 오버슈트가 커짐을 알 수 있다. 그림 8과 그림 9는 PD 퍼지제어기의 자기동조 강도에 따른  $m_p$ 와  $m_d$ 의 변화를 보여주고 있다. 이는 시스템의 응답을 개선하기 위해 동조기에 의해 파라미터가 지속적으로 개선됨을 보여주고 있다. 그림에서와 같이 비례요소 퍼지제어기의 파라미터  $m_p$ 는 자기동조 강도에 따라 크게 변화하고

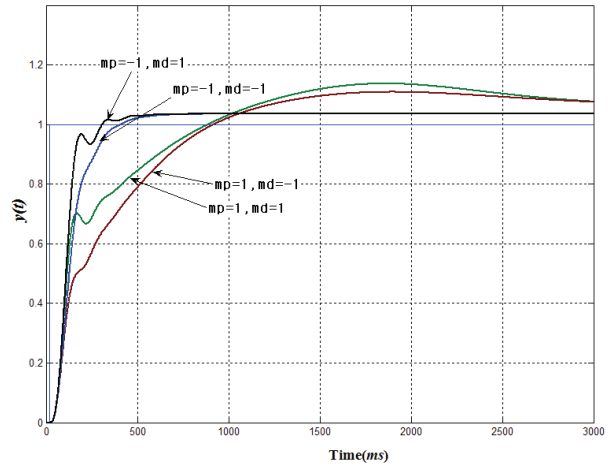


그림 4. 초기  $m_p, m_d$ 에 따른 시스템 응답.  
Fig. 4. System response on initial  $m_p, m_d$ .

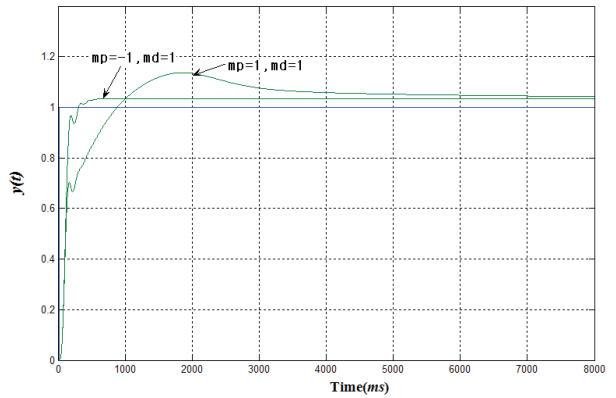


그림 5. 시스템의 정상상태 오차.  
Fig. 5. The steady state error for a system.

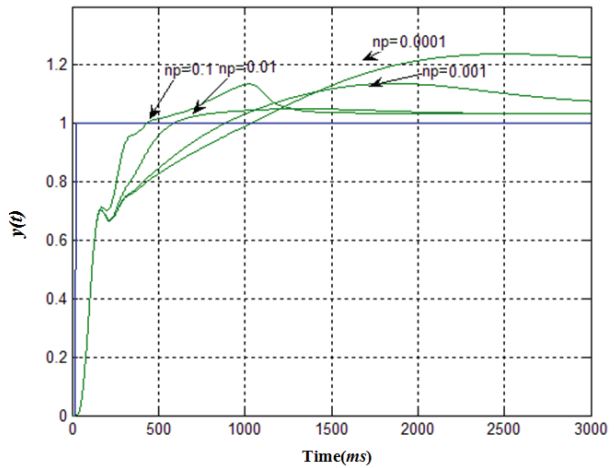


그림 6.  $\eta_p$ 에 따른 시스템 응답.  
Fig. 6. System response according to  $\eta_p$ .

있으며 미분요소 자기동조 강도  $\eta_d$  보다 비례요소 자기동조 강도  $\eta_p$ 에서 크게 변화됨을 보여주고 있다.

미분요소 퍼지제어기의 파라미터  $m_d$ 의 경우에는 자기동조 강도의 변화에 민감하게 반응하지 않고 일정한 값을 보이고 있다. 제안한 제어기는 PD형 제어기로 그림 5에서와 같이 정

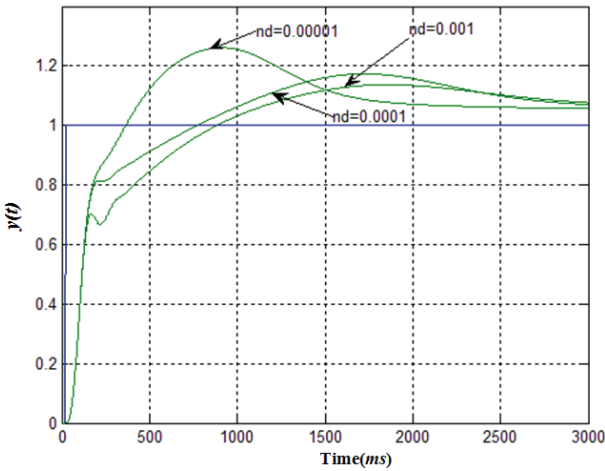


그림 7.  $\eta_d$ 에 따른 시스템 응답.  
Fig. 7. System response according to  $\eta_d$ .

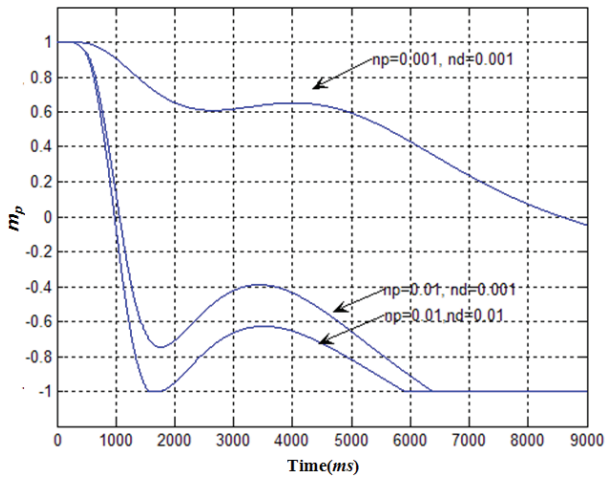


그림 8. 동조에 따른  $m_p$ 의 변화.  
Fig. 8. Change of  $m_p$  according to tuning.

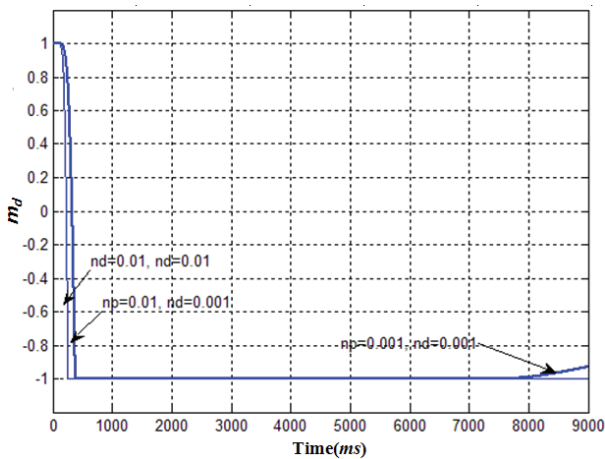


그림 9. 동조에 따른  $m_d$ 의 변화.  
Fig. 9. Change of  $m_d$  according to tuning.

상상태 오차가 발생하고 있으며 이를 제어할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 정상상태 오차를 제거하기 위해 [10]에서 제안한 상수 이득을 시스템에 포함하여 정상상태 오차를 제

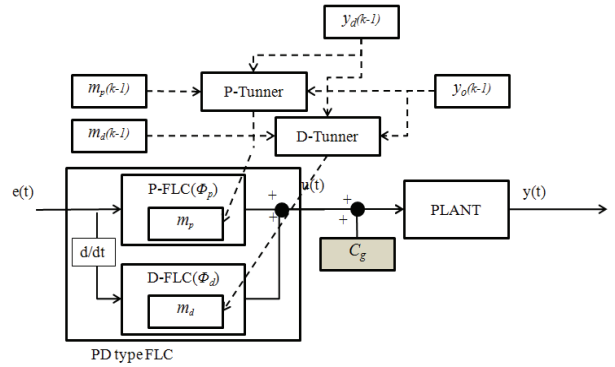


그림 10. 이득  $C_g$ 를 포함한 FLC.  
Fig. 10. FLC including gain  $C_g$ .

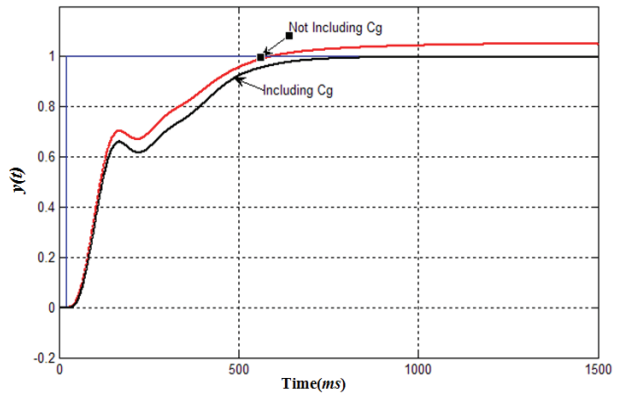


그림 11.  $C_g$ 에 의한 시스템 응답.  
Fig. 11. System response by  $C_g$ .

거하였다. 제안한 FLC는 시간 독립이므로  $\Phi(\cdot)$ 로 하고 이득을  $C_g$ 로 하면 최종치 정리에 의해 식 (11)과 같이 표현할 수 있다.

$$y(t) = (\Phi(x, \dot{x}) + C_g) \cdot g(t)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y(s) = S.P. \quad (11)$$

$$Y(s) = C_g G_T(s) = S.P.$$

$C_g$ 는 [11]에 의해 식 (12)와 같이 구할 수 있으며 S.P.(Set Point)는 설정 값을 나타낸다.

$$C_g = \frac{S.P.}{G_T(0)} \quad (12)$$

그림 10은 정상상태 오차 해소를 위한 이득인  $C_g$ 가 포함된 전체시스템 구성도이고 그림 11은  $C_g$ 에 의한 시스템응답이다.  $C_g$ 가 포함되지 않았을 때의 시스템응답은 정상상태 오차가 0.035 이다. 이를 해소하기 위해 식 (12)에 의해  $C_g$ 의 값을 계산하면 0.069가 되는데 이를 시스템에 포함시킨 후 응답을 확인하면 그림 11과 같이 정상상태 오차가 제거됨을 알 수 있다. 그림 12와 그림 13은  $C_g$ 가 포함되었을 때의 퍼지제어기 파라미터  $m_p$ 와  $m_d$ 의 변화를 나타내고 있다.  $C_g$ 가 포함된 경우에는 그렇지 않은 경우에 비해  $m_p$  값이 급격히 변하고 있으며  $m_d$ 의 경우는  $C_g$ 와 관계없이 동일하여 두 개의 응답이 겹쳐 나타나고 있다.



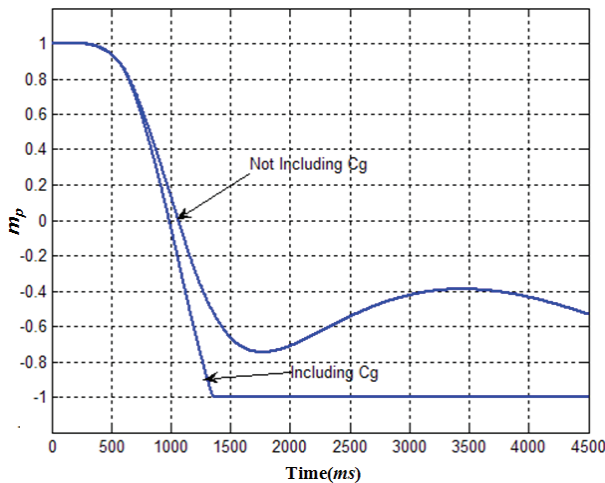


그림 12.  $C_g$ 에 의한  $m_p$ 의 변화.

Fig. 12. Change of  $m_p$  by  $C_g$ .

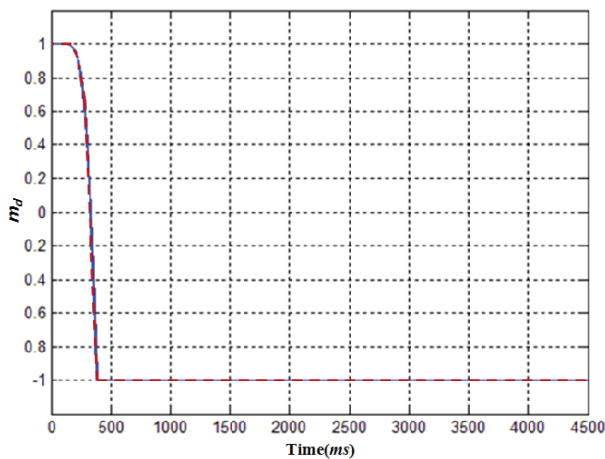


그림 13.  $C_g$ 에 의한  $m_d$ 의 변화.

Fig. 13. Change of  $m_d$  by  $C_g$ .

VI. 결론

본 연구에서는 시스템의 응답특성 개선을 위해 PD형 퍼지 제어기의 파라미터를 동조하는 방법을 제안하였으며 PD형 퍼지제어기는 단순 SISO 퍼지제어기에 비례요소와 미분요소를 적용하였다. 제안한 시스템의 경우 퍼지제어기의 응답특성을 결정하는 파라미터인  $m_p$ 와  $m_d$  값에 대해 비용함수  $J$ 를 이용하여 동조되도록 하였으며  $m_p$ 와  $m_d$ 는 각각 독립적이다. 제안한 퍼지 제어기의 특성을 결정하는 주 요인은  $m_p$ 와  $m_d$ 에 대한 초기값의 적절한 설정이다. 초기값이 전체시스템의 응답특성에 영향을 미치지 때문이다.  $m_p$ 는  $m_d$ 에 비해 시스템 응답에 더 많은 영향을 미치고 있으나  $m_d$ 의 경우에는 시스템응답의 왜곡을 개선한다. 자기동조 강도인  $\eta_p$ 와  $\eta_d$ 에 의해서도 시스템의 응답이 크게 변화하는데 특히 비례요소의 자기동조 강도인  $\eta_p$ 의 초기값에 의해 시스템의 전체적인 응답이 크게 변화하였으며 상대적으로  $\eta_d$ 는 영향이 적었다. 특히  $\eta_p$ 의 초기값에 의한 시스템의 응답특성은 오버슈트의 감소 및 응답속도 개선의 효과가 있었으나  $\eta_d$ 는 응답속도가 감소하는 경우 오버슈트가 커지는 역 효과가 나타났다. 본 연구에서 제안한 PD형 퍼지제어기는 적분요소가 포함되지 않아 정상상

태 오차를 제거할 수 없으나 이득  $C_g$ 를 포함시킴으로써 정상 상태 오차를 제거할 수 있었다. 제안한 PD형 퍼지제어기는 시스템의 전체적인 응답특성을 개선하지만 퍼지제어기의 특성 파라미터의 초기값과 자기동조 강도가 시스템의 전체적인 응답특성에 영향을 미치므로 적절한 선택을 위한 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] C. W. de Silva, *Intelligent Control: Fuzzy Logic Applications*, CRC Press, 1995.
- [2] D. Driankov, Hellendoorn, and M. Reinfrank, *An Introduction to Fuzzy Control*, 2nd Ed., Springer-Verlag, New York, 1996.
- [3] K.-W. Lee and H.-S. Choi, "The tuning method on consequence membership function of T-S type FLC," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 17, no. 9, pp. 264-268, 2011.
- [4] B. Hu, G K. I. Mann, and R. G. Gosine, "A systematic study of fuzzy PID controllers-function-based evaluation approach," *IEEE Trans. on Fuzzy Syst.*, vol. 9, no. 5, pp. 699-712, 2001.
- [5] B. Hu, G K. I. Mann, and R. G. Gosine, "New methodology for analytical and optimal design of fuzzy PID controllers," *IEEE Trans. on Fuzzy Syst.*, vol. 7, no. 5, pp. 521-539, 1999.
- [6] K.-W. Lee and H.-S. Choi, "Analysis of FLC with changing fuzzy variables in frequency domain," *International Journal of control Automation and Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 695-701, 2010.
- [7] S. Omatu and T. Ide, "Stabilization of inverted pendulum by neuro-control," *IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 2367-2372, 1994.
- [8] C. T. Lin, *Neural fuzzy control systems with structure and parameter learning*, World Scientific Publishing, Singapore, 1994.
- [9] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Systems, Man & Cybernetics*, vol. 15, no. 1, pp. 116-132, 1985.
- [10] C.-T. Chao and C.-C. Teng, "A PD-like self-tuning fuzzy controller without steady-state error," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 87, pp. 141-154, 1997.
- [11] H.-S. Choi and K.-W. Lee, "Analysis of steady state error on simple FLC," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 17, no. 3, pp. 264-268, 2011.

이 경 응



1998년 조선대학교 제어계측공학과 학사. 2003년 동 대학원 제어계측공학과 석사. 2010년 동 대학원 제어계측공학과 박사. 관심분야는 자동제어 및 네트워크 시스템.

최 한 수



1980년 조선대학교 전기공학과 학사. 1982년 동 대학원 전기공학과 석사. 1994년 전북대학교 전기공학과 박사. 1984년~현재 조선대학교 교수. 관심분야는 퍼지이론, 뉴럴네트워크, 인공지능.