

# 배터리 교체식 전기차의 배터리 재고-차량 대기시간 통합모형

서 용 원\*†

## Integrated Model of Inventory and Waiting Time in EV Battery Switching Stations

Yong Won Seo\*

### ■ Abstract ■

Battery switching EVs are considered to be a promising alternative to overcome long charging time problems in the EV adoption. The purpose of this research is to develop integrated model for battery inventory and battery switching waiting times. Due to complexity of exact analysis, a practical approximation method is developed, which provides close results to exact values. Numerical experiments show that there exist trade-offs between the battery inventory level and the number of switching stations. The proposed model can be applied to evaluate and select the minimum cost alternative in implementing the battery switching stations.

Keyword : Electronic Vehicle, Battery Switching, Battery Inventory, Waiting Time, Integrated Model

## 1. 서 론

탄소배출로 인한 지구온난화와 이로 인한 환경적

변의 우려가 현실로 나타나면서 탄소저감 기술과 이를 응용한 산업에 대한 관심이 고조되고 있으며, 전기자동차는 현실적으로 실용 가능한 제품화 단계에

논문접수일 : 2012년 11월 17일 논문게재확정일 : 2012년 12월 04일

논문수정일(1차 : 2012년 12월 03일)

\* 중앙대학교 경영경제대학 경영학부

† 교신저자

와 있는 기술 중의 하나로 인정받고 있다. 이미 전 세계적으로 각국 정부들이 전기차에 대한 지원계획을 발표하고 있으며, 미국은 2015년까지 100만대[1], 독일은 2020년까지 100만대의 전기차를 보급하는 것을 목표로 1조 5천억 원의 예산 지원 계획을 발표한 바 있다[2]. 우리 정부도 2015년까지 글로벌 그린카 기술 4대 강국에 진입하는 것을 목표로 설정하고 1000억 원에 달하는 대규모 예산지원을 계획하고 있다[9].

전기자동차의 기술적 성숙도와 제품 측면의 완성도에도 불구하고 전기차의 광범위한 상용화를 가로막는 주요 요인 중의 하나는 배터리의 충전에 소요되는 시간과 1회 충전 주행거리의 한계이다. 전기차의 충전에 소요되는 시간은 완속 충전을 기준으로 약 3~8시간, 1회 충전 주행거리는 현재 상용화되고 있는 전기차들을 기준으로 약 35마일(56km)에서 100마일(161km) 정도이다[6]. 이러한 충전 시간과 주행거리의 제약은 특히 장시간의 연속주행이 필요한 택시 등 상업용 차량에 대한 전기차의 도입을 곤란하게 하는 원인이 되고 있다.

전기차의 단점인 충전 소요시간을 해결하기 위한 대안으로 주목받고 있는 것이 배터리 교체식 전기차이다[7]. 배터리 교체식 전기차는 차량에 내장된 배터리를 교체할 수 있도록 하고, 차량이 배터리 교체소에 방문하면 미리 충전이 완료된 배터리를 차량의 방전된 배터리와 교체해 주는 방식이다. 교체한 배터리는 교체소의 충전설비를 통해 충전하여 다른 차량에 사용할 수 있도록 한다. 이러한 방식에서는 배터리 교체에 소요되는 시간이 3~5분 정도에 불과하여[4], 전기차의 충전 시간의 제약을 상당부분 극복할 수 있게 한다.

배터리 교체식 전기차를 상용화하기 위해서는 적정 수의 배터리 교체설비와 배터리 재고 보유가 필요하다. 전기차의 배터리는 중량이 매우 커서 수작업으로 교체를 수행하기에는 부적합하므로, 배터리 교체를 위한 전용 교체설비가 요구된다. 이스라엘의 Better Place 등의 회사에서 배터리 교체설비를 공급하고 있다(<http://www.betterplace.com>). 전기차

가 운용되는 지역의 전체 배터리 교체 수요를 고려할 때, 배터리 교체설비의 수는 배터리 교체를 위한 차량의 대기시간과 직접 연관되므로, 원활한 배터리 교체 서비스를 제공하기 위해서는 적정한 수의 배터리 교체설비가 요구된다. 그러나 교체설비는 일반 가솔린 주유기와 달리 규모가 크고 공간을 많이 차지하는 문제가 있어, 도시지역에서처럼 공간 확보 비용이 높은 환경에서는 교체설비의 수를 늘리기가 쉽지 않다.

또한, 배터리 교체설비에는 적정한 수의 배터리 재고가 보유되어 있어야만 배터리 교체서비스를 원활히 제공할 수 있으나, 전기차에 내장되는 배터리는 차량 원가의 50%에 달하는 고가로서[4], 배터리 재고 보유 수를 늘리는 데 제약요인으로 작용한다.

교체설비의 수와 배터리 재고량은 배터리 교체의 서비스 수준을 결정하는 핵심적 요인이다. 교체설비가 부족하면 배터리 방전으로 교체가 필요한 차량의 대기시간이 길어지게 된다. 배터리 재고가 충분하지 않으면 배터리 교체가 필요한 차량에게 적시에 서비스를 제공할 수가 없으며, 다음 배터리가 충전 완료되어 가용해질 때까지 차량이 대기해야 하므로 또한 차량 대기시간의 증가 요인으로 작용한다.

이와 같이, 배터리 교체식 전기차의 상용화를 위해서는 적절한 배터리 교체설비의 수와 교체용 배터리의 적정 재고의 수준이 중요한 의사결정 문제로 대두된다. 또한, 두 요인이 모두 차량의 대기시간에 영향을 미치게 되므로, 교체설비의 수와 배터리 재고의 수준을 통합적으로 모형화하는 것이 필요하게 된다. 따라서 본 연구에서는 배터리 교체형 전기차에 있어서 차량 대기시간을 결정하는 교체설비의 수와 배터리 재고량 및 충전기 개수 사이의 관계를 통합적으로 분석하기 위한 모형을 개발하는 것을 목적으로 한다. 또한, 이를 통하여 적정한 차량대기시간을 제공하기 위해서 총비용 관점에서의 시스템의 최적 구성방안에 대한 시사점을 제공하고 자 한다.

## 2. 관련 연구

전기차에 대한 수리모형적 연구는 대부분 순수 충전식 전기차를 대상으로 하여 충전을 효율화하기 위한 전략이나 충전 전력의 수요를 분석하는 등의 연구를 중심으로 하고 있다. 연구의 예로서 Quan et al.[18]은 전기차 충전으로 인해 발생하는 전력 수요를 예측하기 위한 추계적 모형을 제시하였다. Lu et al.[17]은 배터리 충전식과 교체식을 포함한 전기차 택시를 대상으로 하여 충전설비 기반이 주어질 때 충전설비를 배정하기 위한 모형을 제시하였다. Yudai and Osamu[20] 및 Farkas and Prikler[16]는 충전식 전기차에서 충전기의 개수가 충전 서비스 효율에 미치는 영향을 분석하기 위한 마코프 체인 기반의 모형을 제시하고 있어 본 연구와 관련이 많으나, 순수 충전식 전기차를 대상으로 하여 배터리의 재고 문제는 통합적으로 고려되지 않았다는 점에서 본 연구와 차이가 있다.

한편, 보다 일반적 관점에서 서비스 시스템을 대기행렬로 모형화하고, 해당 대기행렬 시스템에서 서버의 수와 서비스에 사용되는 부품 재고관리 정책과의 관계를 고찰한 연구들이 있다. 예로서 Berman and Kim[12]에서는 서버의 수가 제한된 대기행렬에서 재고 고갈시 배치 주문을 통해 서비스 부품을 보충하는 모형을 대상으로 하여 시스템 성능 특성을 분석하는 모형을 제시하였으나, 리드 타임이 0인 경우를 대상으로 하였다. 이후의 Berman and Sapna[13, 14]에서는 일반적인 서비스 소요시간 분포를 대상으로 모형이 확장되었다. 그러나 재고의 순간 보충 및 배치 주문을 가정하고 있어 충전기의 수 및 충전시간의 제약이 존재하는 본 연구와는 적용 환경이 상이하다.

본 연구에서는, 서버 수와 배터리 재고, 충전기 개수 사이의 관계를 통합적으로 살펴보고, 적절한 차량 대기 시간을 제공하기 위해서 총비용 관점에서 어떻게 시스템을 구성해야 되는지에 대한 시사점을 제공하고자 한다. 배터리 교체 서버의 수를 통합적으로 고려한다는 점에서 Yudai and Osamu[20] 및

Farkas and Prikler[16]의 모형과는 상이하고, 충전기 개수에 의해 보충 용량이 제한된다는 점에서 Berman and Kim[12] 등의 모형과도 차이가 있다.

## 3. 모형 수립

### 3.1 모형의 가정

본 연구의 모형은 일정 지역에서 정해진 수의 차량이 배터리 교체형 전기차로 운행되는 상황을 가정하고 있다. 해당 지역에서 배터리 교체형으로 운행되는 차량의 수는 일정하고 지역 내에서만 운행되는 것으로 가정한다. 그리고, 각 차량이 완전충전 배터리를 이용해서 운행할 수 있는 거리는 한정되어 있어, 일일 평균적으로 일정 횟수의 배터리 교체 수요가 발생하는 것으로 가정한다. 이에 따라서, 해당 지역에서 발생하는 전체 일일 배터리 교체 수요는 평균이 일정한 포아송 과정으로 가정하며, 시간별 도착율도 일정한 것으로 가정한다.

해당 지역에는 여러 곳의 배터리 교체소가 있으며, 지역 내에서는 위치에 따라서 수요의 발생율이 서로 다르지만, 수요가 밀집한 지역에 상대적으로 많은 교체소를 설치함으로써 각 교체소에 도착하는 수요는 동일하게 되는 것으로 가정한다. 그러면 각 교체소에 발생하는 일일 평균 수요는 해당 지역 전체에 발생하는 일일 평균 수요를 교체소 수만큼 분할한 값을 평균으로 가지는 포아송 과정에 따라 발생하게 된다.

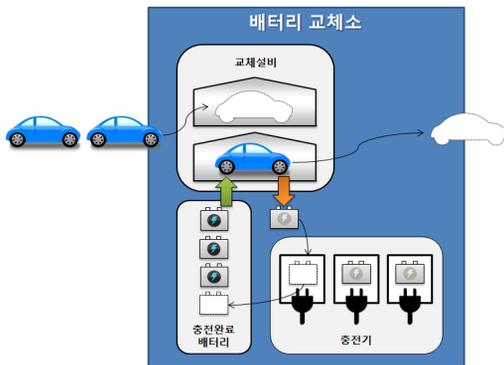
교체소에는 배터리 교체설비가 설치되어 있다. 교체설비는 일반적으로 규모가 커서 상당한 물리적 공간을 소요하므로, 많은 수의 교체설비를 교체소에 설치하기는 어려우며, 대체로 1~3개의 교체설비를 설치하는 것이 현실적인 가정이라고 할 수 있다. 본 연구에서는 각 교체소 내에 설치된 교체설비의 수는 동일한 것으로 가정한다.

각 교체소는 일정한 양의 배터리 재고를 보유하고 있다. 차량이 배터리 교체를 위해 교체소에 진입하였을 때 교체설비가 모두 사용중이면 차량은 대

기하게 된다. 교체설비가 가용해지더라도 충전된 배터리가 없으면 차량은 대기해야 한다. 교체설비가 가용하고 충전된 배터리가 있으면 차량은 교체설비로 진입하여, 방전된 배터리를 내려두고 충전된 배터리로 교체한 다음에 교체소를 떠나게 된다. 교체 작업에는 시간이 소요되며, 분석의 편의를 위해서 교체 소요시간은 평균이 일정한 지수분포를 따른다고 가정한다. 또한, 배터리 재고가 없이는 교체설비가 사용될 수 없으므로, 각 교체소의 배터리의 재고 보유량은 교체설비의 수보다는 많은 것으로 가정한다.

차량에서 분리된 방전된 배터리는 분리된 즉시 충전기에서 충전을 시작하게 된다. 교체소에는 제한된 개수의 충전기가 있으며, 만약 모든 충전기가 충전에 사용되고 있으면 충전기가 가용해질 때까지 배터리의 충전은 지연된다. 충전에 소요되는 시간은 배터리의 방전 상태에 따라 달라지며, 충전에 소요되는 시간도 평균적인 충전소요시간이 주어지는 지수분포를 따르는 것으로 가정한다.

[그림 1]에서 시스템의 모형을 도식화해서 나타내었다.



[그림 1] 배터리 교체소의 운영모형

### 3.2 기호 정의

$\lambda$  = 각 교체소의 단위 시간당 평균 도착 차량 수

$\mu$  = 각 교체설비의 단위 시간당 평균 교체 배터리 수

= 1/교체설비의 평균 배터리 교체 소요시간

$\beta$  = 각 충전기의 단위 시간당 평균 충전 완료 배터리 수

= 1/충전기의 평균 배터리 충전 소요시간

$N$  = 전체 배터리 교체형 전기 차의 수

$r$  = 차량별 단위 시간당 평균 배터리 교체 횟수

$M$  = 교체소의 개수

$m$  = 교체소별 교체설비의 수

$S$  = 각 교체소별 배터리 재고량

$c$  = 각 교체소별 충전기 수

$T_q$  = 차량의 도착에서 배터리 교체가 시작되기까지의 대기시간

$T_{max}$  = 도착 차량에 대한 최대허용 대기시간

$SL$  = 목표 서비스수준, 즉 최대허용 대기시간 이하의 대기시간을 가지는 차량 비율

$w$  = 각 교체소에서 임의의 시점에 대기열에 대기중인 차량의 수

$p$  = 각 교체소에서 임의의 시점에 배터리 교환서비스를 받고 있는 차량의 수

$s$  = 각 교체소에서 임의의 시점에 충전 대상인 배터리의 수

$n$  = 각 교체소에서 임의의 시점에 존재하는 차량의 총 수

$K_M$  = 교체소 개당 설치비용

$K_m$  = 교체설비의 개당 구축비용

$K_c$  = 충전기의 개당 구축비용

$K_S$  = 배터리의 개당 구매비용

## 4. 교체소의 차량 대기시간의 분석

### 4.1 교체소 상태의 정의와 전이율

본 연구에서는 교체소의 임의의 시점의 상태를 파라미터화하여 운영시스템의 분석에 자주 활용되는 마코프 체인(e.g. [3, 5, 8])으로 모형화하여 분석한다. 앞서의 가정과 기호 정의로부터, 각 교체소의 임의의 시점의 상태는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$(w, p, s)$  = (대기중인 차량의 수, 배터리 교체중인 차량의 수, 충전 대상 배터리의 수)

여기서, 충전 대상 배터리의 수는 충전중이거나, 충전을 대기하고 있는 배터리를 모두 포함하여 가리킨다. 상태를 전이시키는 사건은 다음 중 하나이다.

4.1.1 차량의 도착

차량이 도착할 때, 만약 비어있는 교체설비가 있고, 충전완료된 배터리가 있으면 해당 차량은 교체설비로 들어오고, 충전 대상인 배터리가 하나 증가한다. 즉,  $p < m$ 이고  $s < S$ 이면  $p$ 는 1증가하고  $s$ 는 1증가하게 된다. 그런데, 만약 차량이 도착했을 때 교체설비가 모두 사용 중이거나, 충전 완료된 배터리가 없으면 진입한 차량은 대기열에 추가된다. 즉,  $p = m$ 이거나  $s = S$ 이면  $w$ 가 1 증가한다. 차량 도착은  $\lambda$ 의 전이율로 발생한다. 이 관계를 다음과 같이 정리하여 나타낼 수 있다.

차량 도착시 상태의 변화(전이율  $\lambda$ )

$$\begin{cases} (w, p, s) \rightarrow (w, p+1, s+1), & \text{if } p < m \text{ and } s < S \\ (w, p, s) \rightarrow (w+1, p, s), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

4.1.2 교체 서비스 완료

교체 서비스가 완료되면 차량이 교체설비를 떠나 시스템 밖으로 나가게 된다. 그러면 교체설비 하나가 가용해지게 된다. 만약 대기중인 차량이 존재하고 충전완료된 배터리가 있다면, 대기중인 차량은 하나 줄어들고 충전 대상인 배터리는 하나 증가하게 되며, 교체설비는 즉시 다시 사용중인 상태가 되어서 사용중인 교체설비의 수에는 변화가 없게 된다. 즉, 교체 서비스가 완료됐을 때  $w > 0$ 이고  $s < S$ 이면  $w$ 는 하나 감소하고  $s$ 는 하나 증가한다. 그런데, 만약 대기중인 차량이 없었거나 충전완료된 배터리가 없는 상태였다면, 교체설비는 비어있는 상태로 유지되고, 교체 서비스 진행 중인 차량 수는 하나 줄어들게 된다. 즉,  $w = 0$ 이거나  $s = S$ 이면  $p$ 가 1 감소한다. 교체 서비스 완료 사건은 교체중인 차량 수  $p$ 에 교체 서비스율  $\mu$ 를 곱한  $p\mu$ 만큼의 서비스율로 발생하며, 항상  $p \leq m$ 이다. 이 관계를 정리하면 다음과 같이 된다.

교체 서비스 완료시 상태의 변화(전이율  $p\mu$ )

$$\begin{cases} (w, p, s) \rightarrow (w-1, p, s+1), & \text{if } w > 0 \text{ and } s < S \\ (w, p, s) \rightarrow (w, p-1, s), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

4.1.3 충전 완료

차량 교체가 시작될 때 분리된 방전된 배터리는 충전을 시작하거나 충전을 대기하게 된다. 충전 대상인 배터리의 개수는  $s$ 이므로,  $s \leq c$ 이면  $s$ 개가 모두 충전하고 있는 상태가 되고,  $s > c$ 라면 충전하고 있는 배터리 개수는  $c$ 개이다. 즉, 어떤 시점에 충전 중인 배터리의 수는  $\min\{s, c\}$ 개가 되므로, 충전 완료 사건이 발생하는 전이율은  $\min\{s, c\} \cdot \beta$ 가 된다.

충전이 완료될 때, 만약 배터리가 없어서 교체를 대기하고 있는 차량과 비어있는 교체설비가 있는 상태라면, 충전이 완료된 배터리는 즉시 교체에 사용되게 된다. 즉, 충전이 완료되는 시점에  $w > 0$ 이고  $p < m$ 이면  $w$ 가 하나 감소하고  $p$ 는 하나 증가하게 되고, 충전 완료된 배터리는 즉시 사용되어서 충전 대상 배터리의 수에는 변화가 없다. 그런데, 충전이 완료된 시점에 교체를 대기하는 차량이 없거나, 비어있는 교체설비가 없다면, 충전 대상 배터리의 수가 하나 감소한다. 즉,  $w = 0$ 이거나  $p = m$ 이면  $s$ 가 하나 증가한다. 이 관계를 정리하면 다음과 같이 된다.

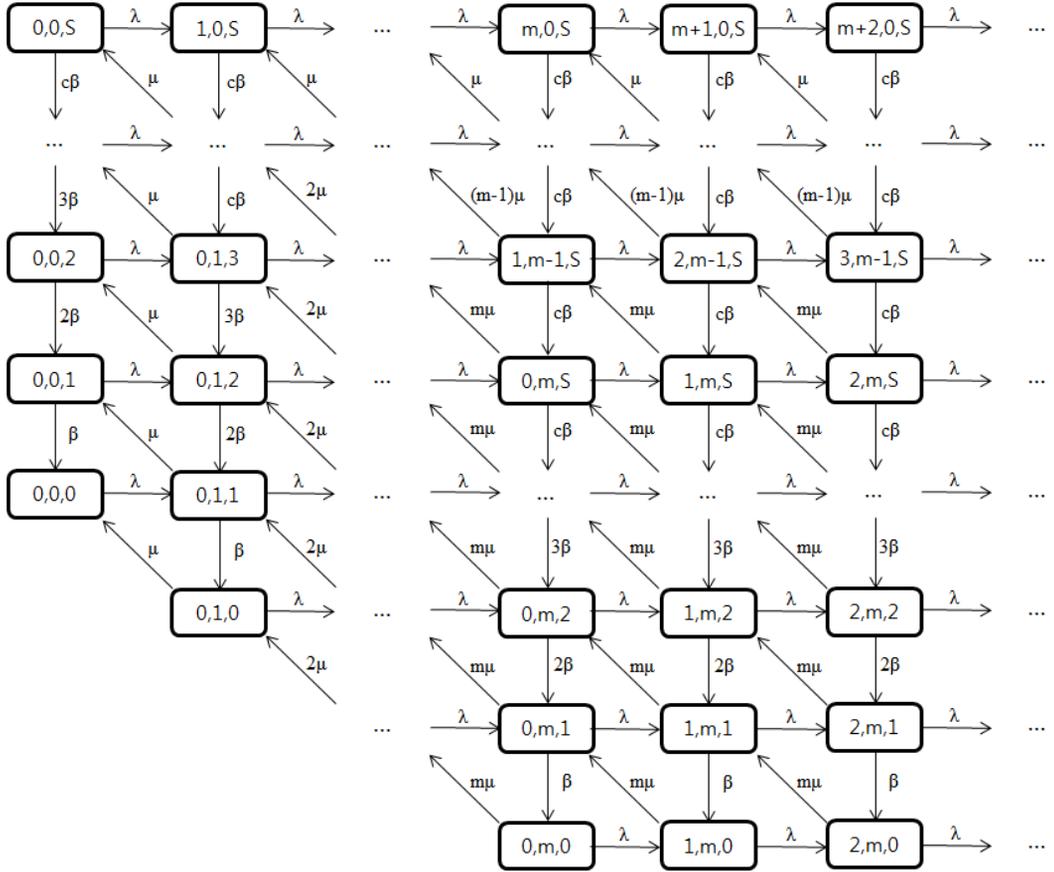
충전 완료시 상태의 변화(전이율  $\min\{s, c\} \cdot \beta$ )

$$\begin{cases} (w, p, s) \rightarrow (w-1, p+1, s), & \text{if } w > 0 \text{ and } p < m \\ (w, p, s) \rightarrow (w, p, s-1), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

4.2 마코프 상태 전이도(Markov State Transition Diagram)

앞서의 상태의 정의와 상태 전이에 대한 분석으로부터, 교체소의 상태 전이도는 다음의 [그림 2]와 같이 표현된다.

예로서, 배터리 재고량  $S=4$ 이고, 교체설비의 개수  $m=2$ , 충전기의 개수  $c=3$ 인 경우의 마코프 상태 전이도는 다음 [그림 3]과 같이 나타난다.



[그림 2] 배터리 교체소의 마코프 상태 전이도

### 4.3 정상상태의 확률과 차량 대기시간의 분석

[그림 2]에 나타난 마코프 체인은 기약(irreducible)이고 비주기적(aperiodic) 이므로, 정상상태(steady-state)에서의 확률이 존재하려면 양 재귀적(positive recurrent)이어야 한다[19]. 정상상태에서 시스템이 상태  $(w, p, s)$ 에 있을 확률을  $\pi(w, p, s)$ 로 정의하면, 앞에서 얻어진 전이도로부터 정상상태에서는 다음의 균형방정식(balance equation)이 성립한다.

$$\lambda\pi(0, 0, 0) = \beta\pi(0, 0, 1) = \mu\pi(0, 1, 0) \quad (4)$$

$$(\lambda + \min\{s, c\}\beta)\pi(0, 0, s) = \min\{s+1, c\} \quad (5)$$

$$\beta\pi(0, 0, s+1) + \mu\pi(0, 1, s), \text{ for } 0 < s < S$$

$$(\lambda + c\beta)\pi(0, 0, S) = \mu\pi(0, 1, S) \quad (6)$$

$$(\lambda + c\beta)\pi(w, 0, S) = \lambda\pi(w-1, 0, S) + \mu(w, 1, S), \text{ for } w > 0 \quad (7)$$

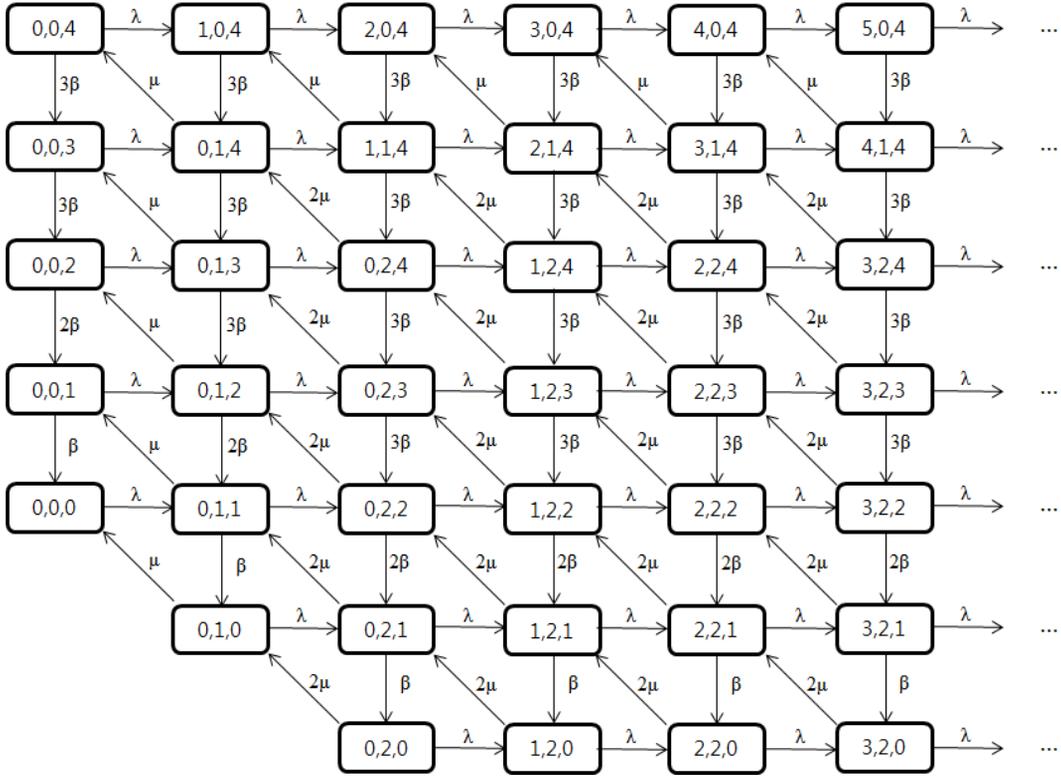
$$(\lambda + p\mu)\pi(0, p, 0) = \beta\pi(0, p, 1) + (p+1)\mu\pi(0, p+1, 0), \text{ for } 0 < p < m \quad (8)$$

$$(\lambda + m\mu)\pi(0, m, 0) = \beta\pi(0, m, 1) \quad (9)$$

$$(\lambda + m\mu)\pi(w, m, 0) = \lambda\pi(w-1, m, 0) + \beta\pi(w, m, 1), \text{ for } w > 0 \quad (10)$$

$$(\lambda + p\mu + \min\{s, c\}\beta)\pi(0, p, s) = \lambda\pi(0, p-1, s-1) + (p+1)\mu\pi(0, p+1, s) + \min\{s+1, c\}\beta\pi(0, p, s+1), \text{ for } 0 < p < m, 0 < s < S \quad (11)$$

$$(\lambda + m\mu + \{s, c\}\beta)\pi(0, m, s) = \lambda\pi(0, m-1, s-1) + m\mu\pi(w+1, m, s-1) \quad (12)$$



[그림 3] 예제 시스템의 마코프 상태 전이도

$$\begin{aligned}
 & + \min\{s+1, c\}\beta\pi(w, m, s+1), \\
 & \text{for } 0 < s < S \\
 (\lambda + m\mu + \{s, c\}\beta)\pi(w, m, s) & \quad (13) \\
 & = \lambda\pi(w-1, m, s) + m\mu\pi(w+1, m, s-1) \\
 & + \min\{s+1, c\}\beta\pi(w, m, s+1), \\
 & \text{for } w > 0, 0 < s < S
 \end{aligned}$$

여기에, 확률의 합은 항상 1이므로,

$$\sum_{w=0}^{\infty} \sum_{p=0}^m \sum_{s=0}^S \pi(w, p, s) = 1 \quad (14)$$

을 고려하여  $\pi(w, p, s)$ 의 값이 정해질 수 있다. 그러나 정상상태의 확률이 존재할 조건 및  $\pi(w, p, s)$ 를 닫힌 형태(closed-form)으로 나타내는 것은 용이하지 않다. 이에 따라,  $\pi(w, p, s)$ 의 값을 구하기 위해

서는 수치해석적 방법을 사용해야 한다. 이 문제에 대해서는 다음 절에서 다시 논의하도록 한다.

한편, 분석의 주안점이 되는 차량의 대기시간을 알아보기 위해서는, 각 상태에서의 차량 대기시간 함수를 구해야 한다. 상태  $(w, p, s)$ 에서 차량이 교체서비스 시작 이전까지 대기열에서 대기해야 하는 시간을  $T_q(w, p, s)$ 라고 하자. 가용 교체설비가 있고 충전 완료된 배터리가 있으면 차량은 즉시 교체 서비스를 시작할 수 있다. 즉,  $p < m$ 이고  $s < S$ 이면  $T_q(w, p, s) = 0$ 이다. 그렇지 않으면, 해당 상태에서 차량 도착 사건을 제외한 나머지 사건, 즉 교체 서비스 완료와 충전 완료 사건을 통해 교체 서비스를 시작할 수 있는 상태가 될 때까지 거쳐 가게 되는 상태들의 체류시간(sojourn time)의 합이 차량의 대기시간이 된다. 즉,  $T_q(w, p, s)$ 는

$$T_q(w, p, s) = \begin{cases} 0, & \text{if } w=0 \text{ and } p < m \text{ and } s < S \\ \tau_{p\mu + \min\{s, c\}\beta} \\ + \frac{p\mu}{p\mu + \min\{s, c\}\beta} T_q(w-x, p-(1-x), s+x) \\ + \frac{\min\{s, c\}\beta}{p\mu + \min\{s, c\}\beta} T_q(w-y, p+y, s-(1-y)), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

단,  $\tau_{p\mu + \min\{s, c\}\beta}$  : 평균  $1/(p\mu + \min\{s, c\}\beta)$  인 지수분포를 따르는 확률변수,

$$x = \begin{cases} 1, & \text{if } s < S \text{ and } w > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 1, & \text{if } p < m \text{ and } w > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

와 같은 재귀식의 형태로 나타내어질 수 있다. 이에 따라, 차량의 평균 대기시간은

$$E[T_q] = \sum_{w=0}^{\infty} \sum_{p=0}^m \sum_{s=0}^S \pi(w, p, s) E[T_q(w, p, s)] \quad (16)$$

로 계산되고, 차량의 서비스율, 즉 차량의 대기시간이 최대허용 대기시간  $T_{\max}$  를 초과하지 않을 확률은

$$SL = \sum_{w=0}^{\infty} \sum_{p=0}^m \sum_{s=0}^S \pi(w, p, s) \Pr(T_q(w, p, s) < T_{\max}) \quad (17)$$

와 같이 나타나게 된다.

#### 4.4 차량 대기시간의 하한 계산을 위한 근사방법

마코프 상태 전이도와 균형방정식으로부터 각 상태의 확률과 차량 대기시간 및 서비스 수준을 구할 수 있지만, 각 상태의 확률이 닫힌 식으로 표현되지 않아서 수치해석적 방법에 의존할 수밖에 없다. 그러나, 차량의 대기시간에 대해 닫힌 형태의 하한을 설정하는 것을 통해 교체설비의 수와 배터리 재고량 및 충전기 개수 등을 결정하기 위한 탐색공간을 줄여서 효율적인 의사결정에 활용할 수 있다.

차량 대기시간의 하한을 구하기 위해 다음과 같은 접근방법을 고려한다. 일반적으로 배터리 충전에 소요되는 시간은 수 시간 단위로 큰 값인 반면, 교체설비에서 소요되는 교체시간은 수분 단위로 배터리 충전 소요시간에 비해 작은 값이다. 또한, 배터리 교체 소요시간이 짧아지면 차량의 대기시간도 줄어드는 것이 자명하다. 여기서, 다음이 성립한다.

**Proposition 1** : [그림 2]의 마코프 체인에서  $\mu \rightarrow \infty$  일 때, 상태  $(w, p, s)$ 의 정상상태의 확률은 도착률  $\lambda$ , 서비스율  $\beta$ , 서버 수  $c$ 개인 M/M/c 대기행렬 시스템에서 상태  $(w+s)$ 의 정상상태의 확률과 동일하다.

proof)

$\mu \rightarrow \infty$ 이면  $\mu$ 의 배수인 전이율을 가지는 유출 전이(outgoing transition)가 있는 모든 상태는 순간 상태(instantaneous state)가 된다. [그림 2]에 나타난 마코프 상태 전이도에서 임의의  $state(w, p, s)$ 를 고려하자.  $\mu \rightarrow \infty$ 일 때는 식 (2)에 나타난 교체 서비스 완료시의 상태변화가 순간적으로 일어나게 된다. 다음의 두 가지 경우를 나누어 고려한다.

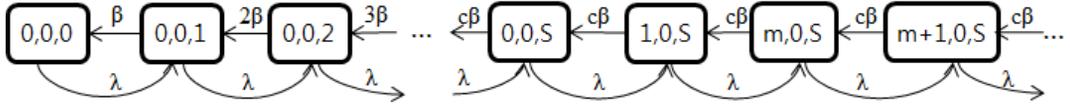
(i)  $w > 0$ 이고  $s < S$ 인 경우

식 (2)에 의해  $(w-1, p, s+1)$ 상태로 즉시 전이한다. 이는  $p\mu$ 의 전이율로 계속 발생하므로,  $w < S-s$ 이면  $(0, p, s+w)$ 상태로,  $w \geq S-s$ 이면  $(w-(S-s), p, S)$  상태로 각각 순간적으로 전이하게 되며, 이후의 전이는 (ii)의 경우를 따른다.

(ii)  $w=0$ 이거나  $s=S$ 인 경우

식 (2)에 의해  $(w, p-1, s)$  상태로 즉시 전이한다. 이는  $p\mu$ 의 전이율로  $p > 0$ 인 동안 계속 발생하므로,  $(w, 0, s)$  상태로 순간적으로 전이하게 된다.

(i), (ii)로부터  $p \neq 0$ 인 모든 상태는 순간 상태가 되어  $(w, 0, s)$  ( $w \geq 0, s \leq S$ )인 상태로 즉시 전이하므로, 다음의 마코프 체인과 동일하게 된다.



[그림 4]  $\mu \rightarrow \infty$ 인 경우의 마코프 상태 전이도

[그림 4]의 마코프 체인에서  $n \equiv w + s$ 로 정의하면 도착율이  $\lambda$ 이고, 서비스율  $\beta$ 인 서버가  $c$ 개 있는 M/M/c 시스템의 상태 전이도와 동일하다. 따라서 증명이 성립한다. ■

Proposition 1으로부터,  $\mu \rightarrow \infty$ 일 때의  $\pi(w, p, s)$ 는  $p \neq 0$ 일 때는 순간 상태가 되어

$$\pi(w, p, s) = 0, \text{ if } p \neq 0 \quad (18)$$

이 되고,  $p = 0$ 일 때는 M/M/c 시스템의 정상상태조건으로부터  $\lambda < c\mu$ 일 때 정상상태가 존재하고, 정상상태의 확률은  $n \equiv w + s$ 로 둘 때 다음과 같이 계산될 수 있다[11].

$$\pi(0, 0, 0) \equiv \pi_0 = \left( \sum_{k=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!} \frac{1}{1 - \lambda/(c\mu)} \right)^{-1} \quad (19)$$

$$\pi(w, 0, s) \equiv \pi_n = \begin{cases} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \pi_0, & \text{for } 0 \leq n < c-1 \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{c! c^{n-c}} \pi_0, & \text{for } n \geq c \end{cases} \quad (20)$$

, 단  $n \equiv w + s$

또한, 다음이 성립한다.

**Proposition 2** : [그림 2]의 마코프 체인에서  $\mu \rightarrow \infty$ 일 때, 상태  $(w, 0, s)$ 에서 차량의 대기열에서의 대기시간은  $n \equiv w + s$ 로 둘 때  $T_q(w, 0, s) = T_q(n) = \max(0, n - S + 1)\tau_{c\beta}$  (단,  $\tau_{c\beta}$  : 평균  $1/(c\beta)$ 인 지수분포를 따르는 확률변수)으로 나타난다.

proof)

식 (15)에서  $p = 0$ 을 대입하면,

$$T_q(w, 0, s) = \begin{cases} 0, & \text{if } w = 0 \text{ and } s < S \\ \tau_{\min\{s, c\}\beta} + T_q(w - y, y, s - (1 - y)), & \text{otherwise} \end{cases}$$

단,  $\tau_{\min\{s, c\}\beta}$  : 평균  $1/(\min\{s, c\}\beta)$ 인 지수분포를 따르는 확률변수,

$$y = \begin{cases} 1, & \text{if } w > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{if } w = 0 \text{ and } s < S \\ \tau_{\min\{s, c\}\beta} + T_q(w, 0, s - 1), & \text{if } w = 0 \text{ and } s = S \\ \tau_{\min\{s, c\}\beta} + T_q(w - 1, 1, S), & \text{if } w > 0 \end{cases}$$

와 같이 된다. 여기서, 순간 상태  $(w - 1, 1, s)$ 에서의 체류시간은 0이므로,  $T_q(w - 1, 1, S) = T_q(w - 1, 0, S)$ 가 되어,

$$T_q(w, 0, s) = \begin{cases} 0, & \text{if } w = 0 \text{ and } s < S \\ \tau_{\min\{s, c\}\beta} + T_q(w, 0, s - 1), & \text{if } w = 0 \text{ and } s = S \\ \tau_{\min\{s, c\}\beta} + T_q(w - 1, 0, S), & \text{if } w > 0 \end{cases}$$

가 된다. 여기서  $n \equiv w + s$ 으로 두면

$$T_q(w, 0, s) = T_q(n) = \begin{cases} 0, & \text{if } n < S \\ \tau_{c\beta} + T_q(n - 1), & \text{if } n \geq S \end{cases} \quad (21)$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{if } n < S \\ \tau_{n - S + 1, c\beta}, & \text{if } n \geq S \end{cases}$$

단,  $\tau_{n - S + 1, c\beta}$  : Erlang( $n - S + 1, c\beta$ )를 따르는 확률변수

로 되어, 증명이 성립한다. ■

Proposition 1과 2는  $\mu \rightarrow \infty$ 인 경우를 대상으로 하고 있으므로, Proposition 1과 2로부터 얻어진 차량의 대기시간은 실제 차량 대기시간의 하한 값이 된다. 여기서, 차량의 대기시간의 하한 값을  $\underline{T}_q$ 로

나타내기로 하면,  $T_q$ 로부터 얻어진 서비스 수준은 실제 서비스 수준의 상한값이 되고 이를  $\overline{SL}$ 로 나타내기로 한다.

그러면, 식 (19)~식 (21)로부터  $E[T_q]$ 는

$$\begin{aligned} E[T_q] &= \sum_{n=0}^{\infty} \pi_n E[T_q(n)] \\ &= \sum_{n=S}^{\infty} \pi_n E[(n-S+1)\tau_{c\beta}] \\ &= \sum_{n=S}^{\infty} \frac{(n-S+1)}{c\beta} \pi_n \end{aligned}$$

과 같이 되고,  $\overline{SL}$ 은 얼량분포의 누적확률함수를 활용하여

$$\begin{aligned} \overline{SL} &= \sum_{n=0}^{\infty} \pi_n \Pr(T_q(n) < T_{\max}) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left( 1 - \sum_{k=0}^{n-S} e^{-c\beta T_{\max}} (c\beta T_{\max})^k \right) \pi_n \end{aligned}$$

와 같이 나타낼 수 있다.

#### 4.4 교체소의 수요 배터리 재고수준의 결정

앞의 절에서 하나의 교체소에서 차량도착율  $\lambda$ 가 주어져 있는 상황에서 교체설비의 수 및 배터리 재고량에 따른 차량 대기시간의 분석 방법을 살펴보았다. 여기서는 지역 전체에서 교체소의 수와 배터리 총재고량으로부터 얻어지는 총비용을 최소화하기 위한 방법에 대해 살펴본다.

지역 내 교체소의 총 수가  $M$ 이고, 각 차량의 일일 배터리 교체 횟수가 평균  $r$ 회, 운행 차량의 수가  $N$ 이라면, 지역 전체의 일일 배터리 교체 수요는 평균  $rN$ 이 되고, 여기에 교체소별로 평균 수요량은 균등하게 배분된다고 가정하였으므로 각 교체소의 시간당 도착율은

$$\lambda = \frac{rN}{24M} \quad (22)$$

로 얻어진다.

또한, 각 교체소별로 교체설비의 수가  $m$ , 배터리 재고를  $s$ 개씩 보유하고 충전기를  $c$ 개씩 보유한다면, 교체소 한 곳의 설치에 소요되는 비용을  $K_M$ , 교체설비의 개당 구축비용을  $K_m$ , 배터리의 개당 구매비용을  $K_S$ , 충전기의 개당 구축비용을  $K_C$ 로 나타낸다면, 각 교체소별 구축비용은  $K_M + K_m m + K_S s + K_C c$ 가 되고, 여기에 지역 내 교체소가 총  $M$ 개임을 고려하면, 총 구축비용은

$$TC = (K_M + K_m m + K_S s + K_C c)M \quad (23)$$

이 된다.

이에 따라, 서비스 수준을 유지하면서 총 구축비용을 최소화하기 위한 대안의 탐색이 필요하다. 식 (4)~식 (17) 및 식 (22)로부터 서비스 수준  $SL$ 은  $M$ ,  $m$ ,  $c$ ,  $s$ 의 함수이므로, 목표 서비스 수준을  $SL_{Target}$ 이라고 할 때 총 구축비용을 최소화하기 위한 문제는 다음과 같은 수리계획모형으로 표현될 수 있다.

$$\text{Min } TC(M, m, c, S) \quad (24)$$

subject to

$$SL(M, m, c, S; T_{\max}) \geq SL_{Target}$$

## 5. 수치 예제

수치 예제를 통해 다양한 차량 수요규모에 따라서 서비스율을 유지하기 위해서 적정한 교체설비의 수와 배터리 재고량 및 충전기의 수를 살펴보았다. 대기시간을 줄이기 위해서는 교체설비의 수를 늘리거나 배터리 재고량 또는 충전기의 수를 증가시키는 대안이 존재하므로, 총비용 관점에서의 대안 선택이 필요하다.

각 실험에서 차량별 일일 평균 배터리 교체 횟수  $r$ 은 일일 평균 3회로 설정하였는데, 이는 서울시내 택시의 일일평균 주행거리 365.31km[10]와 완전충전시의 주행거리의 비율을 감안한 설정이다. 또한 교체소당 교체설비의 수  $m=2$ 로 설정하였으며, 실제

교체설비의 규모가 크기 때문에 일반적인 주유소 규모에서의 공간 상황을 고려할 때 교체소에 약 2개 정도의 교체설비가 설치된다고 가정하는 것은 비교적 현실적인 가정이라고 볼 수 있다. 배터리 교체에는 평균 5분, 배터리의 완전충전에 소요되는 시간은 평균 2시간으로 가정하였다.

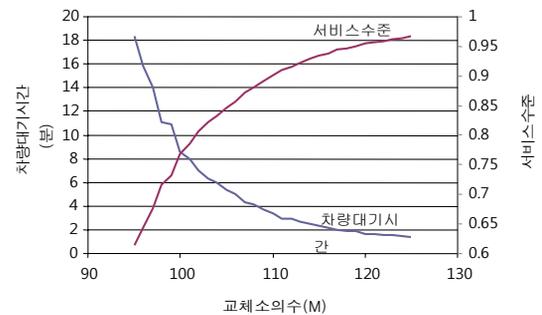
한편, 차량의 최대 허용대기시간은 10분으로 하고 목표 서비스 수준은 90%로 설정하였다. 즉, 10분 이내에 서비스를 시작하는 차량이 전체의 90% 이상이 되도록 하는 것이 서비스 목표가 된다. 각 설비의 구축 비용에 관해서는 관련 시장관계자의 추정치에 의거하여 배터리 개당 0.1억 원, 교체설비 개당 1억 원, 충전기 개당 0.05억 원의 값을 예시로 사용하였다. 교체소 설치에 관련한 공간확보비용은 기존 주유소 시설을 활용하는 것으로 가정하여 본 예제에서는 별도로 비용을 고려하지 않았다.

이러한 가정하에서, 지역 내에서 배터리 교체형 전기차의 총 운행대수  $N = 10,000$ 을 대상으로, 교체소별 배터리 재고량  $s = 10, 20, 30, 40, 50$ 인 경우 각각에서 서비스율 60%~95% 범위가 되도록 교체소 수를 설정하여 배터리 재고량, 교체소 개수, 차량의 평균 대기시간 및 서비스율을 살펴보았다. 이에 따라 총 286가지의 경우의 수에 대해 실험하여, 차량의 평균 대기시간 및 서비스율에 대해서는 수치해석적 방법을 통해 얻어진 정확한 값과 연구에서 제시한  $E[T_q]$ 의 하한값 및  $SL$ 의 상한값을 함께 살펴 보았다. <부록 1>에는 주요 실험 결과를 요약하여 나타내었다.

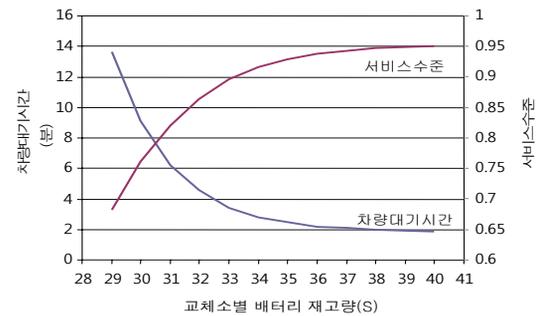
실험된 경우의 수를 대상으로 볼 때,  $E[T_q]$  및  $SL$ 의 정확한 값과 한계값의 차이는 평균 1.39분 및 표준편차 1.9분으로, 백분율 기준으로는 각각 정확한 값에 비해 4%, 6% 정도의 수준으로 나타나, 본 연구에서 제시한 근사방법이 정확한 값에 상당히 근접한 수준의 한계값을 제시하고 있음을 알 수 있다.

[그림 4]에서 교체소별 배터리 재고량  $s=30$ 수준에서 교체소의 수와 차량 대기시간 및 서비스율의 관계를 도식화하였다. 그림에서 볼 수 있듯이, 교체소별 배터리 재고량이 동일할 때 교체소의 수가 증

가함에 따라 차량 대기시간은 감소하고 서비스 수준은 높아지는 것을 알 수 있다. 또한, 동일한 교체소 개수  $M=100$ 에 대하여 배터리 재고량의 변화에 따른 차량 대기시간 및 서비스 수준의 변화는 [그림 5]와 같이 나타나, 동일한 교체소 수에 대해서도 배터리 재고수준을 높임에 따라 차량 대기시간 및 서비스 수준을 개선할 수 있음을 알 수 있다. 이에 따라, 차량 대기시간을 감소시키고 서비스 수준을 높이기 위해서는 교체소의 수를 늘리거나 배터리 재고량을 증가시키는 두 가지의 방향이 있어, 이에 대한 통합적 고찰이 필요함을 시사하고 있다.



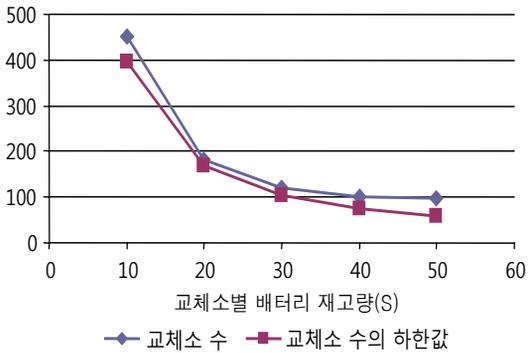
[그림 4] 교체소의 수에 따른 차량 대기시간과 서비스 수준의 변화



[그림 5] 교체소별 배터리 재고량에 따른 차량 대기시간과 서비스 수준의 변화

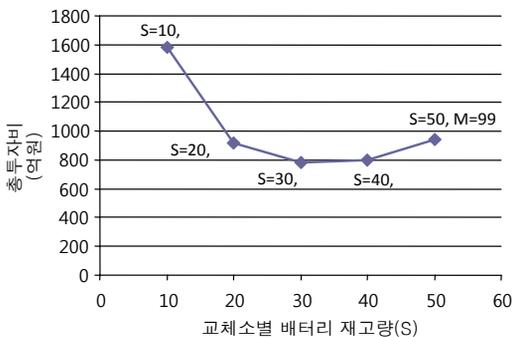
[그림 6]에서는 동일한 교체소의 수와 배터리 재고량의 관계를 통합적으로 고찰하기 위하여 동일한 서비스 수준 90%를 얻기 위하여 가능한 교체소 수와 배터리 재고량의 조합을 살펴보았다. 그림에서는 수치해석을 통해 얻어진 정확한 교체소 수와 본

연구에서 제시한 서비스 수준의 상한값 계산방법을 적용하여 얻어진 교체소 수의 하한값이 함께 나타나 있다.



[그림 6] 동일한 서비스 수준에서의 교체소의 수와 배터리 재고량의 관계

[그림 6]에 나타난 바와 같이, 동일한 서비스 수준을 달성하기 위하여 교체소의 수와 배터리 재고량 사이에는 반비례하는 관계가 있다. 또한, 본 연구에서 제시한 근사방법이 실제 값과 상당히 근접한 수준의 하한값을 제공하여, 대안 탐색을 위한 효율적인 한계값을 제시할 수 있음을 확인할 수 있다. 또한, [그림 7]에서, 동일한 서비스 수준에서의 교체소의 수와 배터리 재고량 사이의 연관관계에 의해 총 비용상에서 트레이드오프(trade-off)가 발생하고 있음을 알 수 있다. 제시된 실험에서는 교체소 수  $M=120$ , 교체소별 배터리 재고량  $S=30$ 개 수준에서 최



[그림 7] 배터리 재고량과 교체소 수의 대안별 총비용 비교

소의 총비용을 얻을 수 있는 것으로 나타나고 있다.

## 7. 결 론

본 연구에서는 배터리 교체형 전기차에 있어서 차량 대기시간을 결정하는 배터리 교체설비의 수와 배터리 재고의 수준에 대한 통합 모형을 제시하였다. 교체소의 상태와 전이 관계를 마코프 체인으로 모형화하고, 정상상태의 확률분포를 구하기 위한 균형방정식과 차량의 대기시간의 분석방안을 제시하였다. 또한, 정확한 값을 닫힌 식으로 구하는 것의 어려움에 입각하여, 대기시간을 근사적으로 분석하여 하한값을 제공하기 위한 방법을 제시하였다.

본 연구에서 개발한 모형을 통해 배터리 재고와 교체설비 수 사이의 트레이드오프 관계를 고려함으로써 총비용 관점에서의 최적화를 수행할 수 있다. 또한, 실험 결과 본 연구에서 개발한 하한의 분석방법을 통해 실제의 대기시간에 상당히 근접한 값을 나타냄을 볼 수 있었다.

본 연구에서 제시한 배터리 재고와 교체소 수에 따른 차량 대기시간의 통합 모형은 기존에 별도의 문제로 다루어져 왔던 재고모형과 대기행렬모형을 결합한 의사결정 모형을 제시하였다는 점에서 의의를 가질 수 있다. 또한, 이러한 배터리 재고와 교체소 수에 대한 통합 모형으로부터, 현실적인 비용 및 교통량 데이터를 적용하여 본 모형을 활용한다면 총비용 최소화를 위한 적정 교체소 수와 배터리 재고량에 대한 의사결정을 이끌어 낼 수 있을 것이며, 배터리 교체형 전기차의 도입을 위한 경제성 분석의 기초자료로 활용될 수 있을 것이다.

본 연구에서는 정상상태에서의 확률값에 대한 공식화된 수식은 제시하지 못하였으며, 이에 따라 확률분포의 특성에 대한 분석적 접근은 이루어지지 않았다는 한계점을 가진다. 추후의 연구에서는 정상상태 확률분포의 수식화를 통한 확률분포 및 대기시간의 성질에 대한 분석이 필요하다. 아울러, 시간대별 차량의 도착률 및 배터리 교체 소요시간의 분포 등 본 연구에서 사용된 여러 가정들에 대한

실제의 값에 기반한 현실성 있는 완화에 대한 고려도 필요하다. 또한, 이러한 분석에 기반을 둔 적정 교체소의 수 및 배터리 재고량의 통합 최적화 모형의 제시도 의미 있는 연구주제가 될 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] 권성희, “美전기차 ‘100만대 시대’ 한국, 일본 수혜”, 중앙일보, 2011, URL : [http://money.joins.com/news/article/article.asp?total\\_id=5395970&ctg=1103](http://money.joins.com/news/article/article.asp?total_id=5395970&ctg=1103).
- [2] 김경석, “독일, 전기차 개발에 1조 5천억 지원”, 연합뉴스, 2011, URL : <http://www.yonhapnews.co.kr/bulletin/2011/05/15/0200000000AKR20110515071600082.HTML>.
- [3] 김은갑, “적시 부품 공급 계약을 갖는 두 단계 공급망에서 부품 생산과 재고 분배의 통합적 구현”, 『한국경영과학회지』, 제37권, 제2호(2012), pp.45-56.
- [4] 류현정, 연지연, “3~5분이면 OK! ... 전기차도 배터리 갈아 끼운다”, 조선비즈, 2011, URL : [http://biz.chosun.com/site/data/html\\_dir/2011/10/11/2011101102585.html](http://biz.chosun.com/site/data/html_dir/2011/10/11/2011101102585.html).
- [5] 이강원, “신뢰도를 고려한 다단계 스위치 망의 성능 분석”, 『경영과학』, 제15권, 제1호(1998), pp.63-76.
- [6] 이정일, “1시간이라도 짧고 멀리 ... 전기차 ‘충전 전쟁’”, 동아 economy, 2011, URL : <http://economy.donga.com/011106/3/011106/20110108/33795660/1>.
- [7] 이형근, “전기차 배터리 교체식 도입 급부상”, 디지털타임스, 2011, URL : [http://www.dt.co.kr/contents.html?article\\_no=2011040502010351718002](http://www.dt.co.kr/contents.html?article_no=2011040502010351718002).
- [8] 장인갑, 홍정식, 김지표, 이창훈, “이동 통신망에서 방향성을 지닌 2개의 연속적 위치영역을 이용한 예측 위치 관리 전략”, 『한국경영과학회지』, 제33권, 제3호(2008), pp.43-58.
- [9] 지식경제부, 환경부, 국토해양부, 녹색성장위원회, “범 정부 차원의 첫 그린카 발전 로드맵 발표”, 지식경제부, 환경부, 국토해양부, 녹색성장위원회 보도자료, 2010.
- [10] 최병호, “자동차 주행거리(km) 조사”, 정책연구보고서, 교통안전공단, 2005.
- [11] Beichelt, F., *Stochastic Processes in Sciences, Engineering and Finance*, Chapman and Hall/CRC, 2006.
- [12] Berman, O. and E. Kim, “Stochastic Models for Inventory Management at Service Facilities,” *Communications in Statistics. Stochastic Models*, Vol.15, No.4(1999), pp.695-718.
- [13] Berman, O. and K.P. Sapna, “Inventory management at service facilities for systems with arbitrarily distributed service times,” *Communications in Statistics. Stochastic Models*, Vol.16, No.3/4(2000), pp.343-360.
- [14] Berman, O. and K.P. Sapna, “Optimal control of service for facilities holding inventory,” *Computers and Operations Research*, Vol.28 (2001), pp.429-441.
- [15] Better Place사 홈페이지, <http://www.betterplace.com>.
- [16] Farkas, C. and L. Prikler, *Stochastic modelling of EV charging at charging stations*, In Proc. of International Conference on Renewable Energies and Power Quality(ICREPQ), 2012.
- [17] Lu, J.-L., M.-Y. Yeh, Y.-C. Hsu, S.-N. Yang, C.-H. Gan, and M.-S. Chen, *Operating Electric Taxi Fleets : A New Dispatching Strategy with Charging Plans*, In Proc. of Electric Vehicle Conference (IEVC), (2012), pp.1-8.
- [18] Quan, K., C. Zhou, M. Allan, and Y. Yuan, “Modeling of Load Demand Due to EV Battery”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.26, No.2(2011), pp.802-810.

- [19] Ross, S.M., *Stochastic Processes*(2nd Ed.), John Wiley and Sons, Inc., 1996.
- [20] Yudai, H. and K. Osamu, *A Safety Stock Problem in Battery Switch Stations for Electric Vehicles*, In Proc. of The Eighth International Symposium on Operations Research and Its Applications (ISORA), (2009), pp.332-339.

〈부록 1〉 주요 실험 결과\*

S	M	Exact		Approx		Gap	
		E[Tq]	SL	E[Tq]	SL	E[Tq]	SL
10	396	4.55	0.89	4.31	0.90	0.24	0.01
10	397	4.65	0.89	4.23	0.90	0.42	0.01
10	398	4.31	0.90	4.16	0.91	0.15	0.01
10	399	4.04	0.90	4.09	0.91	0.05	0.01
10	400	4.00	0.90	4.02	0.91	0.02	0.01
20	169	3.86	0.89	3.33	0.91	0.54	0.01
20	170	3.88	0.89	3.13	0.91	0.75	0.02
20	171	3.65	0.90	2.94	0.92	0.71	0.02
20	172	3.23	0.91	2.77	0.92	0.46	0.02
20	173	3.03	0.91	2.61	0.92	0.42	0.01
30	108	4.15	0.88	2.14	0.93	2.01	0.05
30	109	3.73	0.89	1.90	0.94	1.83	0.05
30	110	3.38	0.90	1.68	0.94	1.70	0.04
30	111	2.99	0.91	1.49	0.95	1.49	0.04
30	112	2.94	0.92	1.33	0.96	1.61	0.04
40	85	3.70	0.88	0.48	0.98	3.21	0.10
40	86	3.39	0.89	0.40	0.99	2.98	0.10
40	87	3.18	0.90	0.33	0.99	2.84	0.09
40	88	3.04	0.90	0.28	0.99	2.77	0.09
40	89	2.94	0.91	0.23	0.99	2.71	0.08
50	82	3.38	0.89	0.00	1.00	3.37	0.11
50	83	3.23	0.89	0.00	1.00	3.23	0.11
50	84	3.16	0.90	0.00	1.00	3.16	0.10
50	85	3.00	0.90	0.00	1.00	3.00	0.10
50	86	2.90	0.91	0.00	1.00	2.90	0.09
average(for all 286 cases)						1.39	0.04
std. dev.(for all 286 cases)						1.90	0.06

주) 실험된 286가지의 경우 중, 교체소별 배터리 재고량(S)별로 서비스를 90% 전후의 5가지 경우의 결과만 발췌하여 나타내었음.