

## 천음속 익형 유동에 있어서 비평형 응축이 충격파 진동에 미치는 영향

김진수\* · 이성진\* · Alam M.M.A.\*\* · 권순범\*†

\* 경북대학교 기계공학부, \*\* 佐賀大學 機械工學科

### Effect of Nonequilibrium Condensation on the Oscillation of the Terminating Shock in a Transonic Airfoil Flow

Jin Soo Kim\*, Sung Jin Lee\*, Alam Miah Md. Ashraful\*\* and Soon Bum Kwon\*†

\* School of Mechanical Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.,

\*\* Graduate School of Science & Engineering, Saga Univ.

(Received June 30, 2011; Revised September 13, 2011; Accepted September 20, 2011)

**Key Words:** Non-Equilibrium Condensation(비평형응축), Transonic(천음속), Oscillation(진동), Moist Air(습공기), Terminating Shock

**초록:** 본 연구에서는 NACA0014 천음속 익형 유동에 있어서 비평형 응축이 Terminating shock 의 진동에 미치는 영향을 TVD 수치해석을 통하여 연구하였다. 주류 마하수 0.81-0.87 에 대해 정체점 상대습도가 유동 특성에 미치는 영향이 구명되었다. 받음각  $\alpha = 0^\circ$ , 정체점 온도(288K) 및 주류 마하수가 동일한 경우, 정체점 상대습도의 증가는 Terminating shock 의 충격파 강도를 약화시키고 충격파의 진동수도 감소시킨다. 정체점 상대습도가 동일한 경우는 주류 마하수가 클수록 충격파의 진동수는 증가한다. 정체점 상대습도가 동일한 경우, 충격파의 이동거리는 주류 마하수가 클수록 증가하는 것으로 나타났다. 특히, 충격파가 동일한  $x/c$  에 위치하는 경우, Terminating shock 의 충격파 강도는 충격파가 상류로 이동할 때가 하류로 이동할 때보다 강하게 된다.

**Abstract:** In this study, to find the effect of nonequilibrium condensation on the oscillation of the terminating shock wave in transonic flows, an NACA0014 airfoil flow with nonequilibrium condensation is analyzed using the total variation diminishing (TVD) numerical scheme. Transonic free stream Mach numbers of 0.81–0.87 are tested with variations in the stagnation relative humidity. For the same free stream Mach number and attack angle of  $\alpha = 0^\circ$ , an increase in the stagnation relative humidity attenuates the strength of the terminating shock and reduces the oscillation of the terminating shock wave. Furthermore, for the same stagnation relative humidity, the larger the free stream Mach number becomes, the shorter the period of the oscillation shock wave is. The excursion distance of the oscillation shock increases with the free stream Mach numbers for the same stagnation relative humidity. Finally, it is found that for the same shock location, the strength of the oscillating shock facing upstream is stronger than that facing downstream.

### 1. 서론

Prandtl 에 의해 최초로 비평형 과정의 응축과 관련된 유동 현상이 발표된 이래<sup>(1)</sup> 비평형 응축 자체에 관한 많은 연구와 응축이 동반되는 초음속 유동에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다. 이와 같은 비평형 과정의 응축이 동반되는 유동은 예를

들면, 증기터빈 익렬 유동, 습공기를 작동유체로 하는 공기 압축기 익렬 유동 및 습공기를 사용하는 초음속 풍동 유동 등이 있다. 잘 알려져 있는 바와 같이 응축성 기체인 습공기를 사용하는 공기 압축기 익렬 유동의 경우 비평형 과정의 응축이 시작되는 마하수는 대략 1.2 정도로 알려져 있다.<sup>(2)</sup> 비평형 과정의 응축이 초음속 유동에서 일어나면 응축성 기체의 증발 시 사용되었던 잠열이 주위 초음속 유동으로 방출되므로 유동은 감속이 동반되게 된다. 한편, 받음각  $\alpha = 0^\circ$  으로 천음속 익형이 천음속으로 비행하게 되면 익 최대 두께보다

† Corresponding Author, sbkwon@knu.ac.kr

© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

조금 상류부터 하류 임의의 위치에 걸쳐서는 초음속 영역(Supersonic bubble)이 형성되고 이 초음속은 Terminating shock 에 의해 아음속으로 감속된다. 이 경우 Terminating shock 은 익 표면의 경계층과 간섭하여 충격파 상하류의 정체 상태를 일정하게 유지함에도 불구하고 상하류로 강하게 진동하게 된다. 진동의 양상은 주류의 마하수가 크면 클수록 충격파의 강도가 크게 되어 강화되고 주류의 마하수가 일정한 경우에는 정체점 상대습도가 높으면 높을수록 응축에 의한 잠열 방출량이 많게 되어 진동수 및 진폭은 오히려 줄어 들 것으로 예상된다. 이상과 같은 충격파의 진동은 불규칙적인 압력 변동을 동반하므로 소음 및 구조물의 진동의 원인이 된다. Cagliostro D.J.는 초음속 노즐 유동에 있어서 비평형 과정의 응축에 의해 주위 초음속 유동이 가열되는 경우 유동은 정체점 상대습도가 어느 임계치보다 크게 되면 진동함을 밝힌 바 있다.<sup>(3)</sup> 즉, 비평형 과정의 응축이 응축 충격파에 영향을 받는 경우에 대해 응축 충격파의 진동을 연구하였다. 이상과 관련 본 연구에서는 천음속 익형 유동에 있어서 Terminating shock 과 익 벽면 경계층이 간섭하여 충격파가 진동하는 경우 비평형 과정의 응축이 충격파의 진동에 미치는 영향을 수치해석을 통하여 구명하는 것을 연구의 목적으로 하였다. 수치해석에서의 지배방정식은 액적 성장 방정식과 2 차원 압축성 Navier-Stokes 방정식이며, second-order fractional time step 의 third-order MUSCL type TVD finite difference scheme 이다.<sup>(4)</sup> 사용한 난류 모델은 Baldwin-Lomax 모델이다.<sup>(5)</sup>

2. 수치해석

지배 방정식은 액적 성장 방정식이 부가된 비정상 2 차원 압축성 Navier-Stokes 방정식이다. 본 수치계산에서는 액적의 직경은 너무 작기 때문에 액적과 주위 기체 사이의 속도 차이는 없으며, 액적은 균일하게 분포되어 있고, 액적이 차지하는 체적은 무시할 수 있을 정도로 적으며 액적 내부에는 온도 구배가 존재하지 않는다는 가정 등을 사용하였다.<sup>(6)</sup> (지배 방정식 및 액적 성장 방정식과 관련된 제 내용은 참고문헌 (4)를 이용하기 바람). 비평형 과정의 응축 시 발생하는 잠열은 Schnerr H.G.<sup>(7)</sup>가 제시한 식 (1)을 사용하여 구하였다.

$$L = 2.353 \times 10^6 - 5.72 \times 10^4 (\ln p - 10) - 4.6 \times 10^3 (\ln p - 10)^2 \quad (J/kg) \quad (1)$$

단위 시간 및 단위 체적당 생성되는 핵 생성률은 Frenkel<sup>(8)</sup>이 제시한 식을 사용하였으며, 비평형 응축의 경우 핵 생성률에 절대적인 영향을 미치는 액적의 표면 장력은 무한 평면 액적에 대한 표면장력  $\sigma_\infty$  와 표면장력 계수  $\xi$  를 사용하여 구하였다.<sup>(9)</sup>

$$\sigma(T) = \xi \sigma_\infty(T) \quad (N/m)$$

$$\sigma_\infty(T) = \begin{cases} \{76.1 + 0.155 \times (273.15 - T)\} \times 10^{-3} & (T \geq 249.39K) \\ \{(1.1313 - 3.7091 \times 10^{-3} \times T) \times 10^{-4} - 5.6464\} \times 10^{-6} & (T \leq 249.39K) \end{cases} \quad (2)$$

본 연구에서 사용한 표면 장력 계수  $\xi$  는 0.92 이다.<sup>(10)</sup> 난류응력을 구하기 위해 Baldwin-Lomax 모델을 사용하였으며 Terminating shock 의 진동이 일어나지 않는 경우를 대비하여 충격파가 정체 할 가능성이 높은 위치에는 격자를 조밀화시켜 충격파의 위치가 쉽게 Capturing 되도록 하였다. 한편, 작동 유체인 습공기의 점성 계수  $\mu$  는 Sutherland's law 를 사용하여 구하였다.

정체점을 기준으로 한 경우 Sutherland 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + 110.6}{T + 110.6} \quad (3)$$

응축 액적의 밀도는 Dohrmann U.가 제시한 식<sup>(11)</sup>을 사용하여 구하였다. Fig. 1 에 본 연구의 대상을

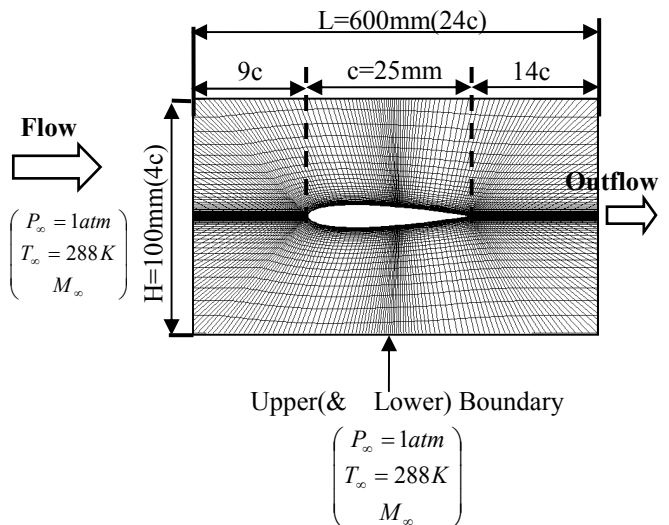


Fig. 1 Calculation mesh system and boundary condition

된 유동장과 경계조건을 나타내었다. 격자수는 약  $(180 \times 161)$ 개이며, 익의 설치에 따른 익 상하부 자유 경계면에서의 유선의 곡면화를 최소화한 줄이기 위해  $H/c=4.0$ 으로 하였다.  $H$ 는 계산 영역의 높이이다. 따라서 계산 영역의 높이는 익 최대 두께의 28.6 배로 된다.

### 3. 결과 및 고찰

Fig. 2는 정체점 온도  $T_0 = 288K$ , 주류 마하수  $M_\infty = 0.87$ 인 경우 정체점 상대 습도의 변화에 따른 Terminating shock의 진동을 1주기에 걸쳐 나타난 Iso-Mach number plot을 나타낸 그림이다. 정체점 상대 습도가 60% 및 0%인 경우 주기는  $1.07 \times 10^{-3}s$ 과  $9.50 \times 10^{-4}s$ 로 나타났다. 그림에 나타난 바와 같이 정체점, 상대습도가 60%인 경우가 비평형 과정의 응축이 활발하게 일어나 잠열(Latent heat)의 방출에 따른 감속이 크게 되어 충격파의 강도가 약화되고 익 벽면 경계층과의 간섭이 약화되어 0%인 경우 진동수가 1052Hz 이던 것이 935Hz로 감소되는 것으로 나타났다. 또, 충격파의 이동거리도  $\Delta(x/c)=0.30$ 에서  $\Delta(x/c)=0.17$ 로 짧게 나타났다.

Fig. 3은 동일한 정체점 상대습도 40% ( $T_0 = 288K$ )에 대해 주류의 마하수가 충격파의 진동에 미치는 영향을 나타낸 그림이다. 이 경우 특이한 것은  $\phi_0 = 40\%$ 인 경우 주류 마하수가 0.81 이하에서는 Terminating shock의 진동이 일어나지 않는 것으로 나타났다. 이는 충격파의 진동이 충격파와 익 벽면 경계층과의 간섭에 의해 야기되는 바, 주류의 마하수가 비교적 낮은  $M_\infty = 0.81$ 이고  $\phi_0 = 40\%$ 인 경우 Terminating shock 직전의 최대 마하수도 1.26 정도로 충분히 작고 또, 비평형 과정의 응축도 어느 정도 일어나 충격파 직전의 마하수를 더욱 감소시켜 경계층과의 간섭이 약화되었기 때문으로 판단된다.

정체점 상대습도가 동일하고 진동이 동반되는 경우 주류 마하수가 클수록 충격파의 이동거리가 길어지고 Supersonic bubble size도 크게 된다.

Fig. 4는 주류 마하수  $M_\infty = 0.84$ 이고  $\phi_0 = 30\%$ 와  $\phi_0 = 60\%$ 에 대해, 충격파가 익 위벽 가장 하류에 위치하는 경우, Iso-Mach number plot과 액상 질량비  $g$  분포를 나타낸 그림이다. 그림 중 검은 선은 Iso-Mach number line이고, 익 최대두께 하류의 명암 차이로 나타난 영역은 Iso-liquid mass fraction을 나타낸 것이다. 각 정체 상대습도에 대해 Terminating shock 직전의 최대

Mach 수는 1.3과 1.2로 나타났다.  $\phi_0 = 60\%$ 인 경우는 충격파가 진동하지 않고  $x/c \leq 0.6$ 에 정재하였다.

그러나 그림으로부터 알 수 있는 바와 같이  $\phi_0 = 30\%$ 의 경우는 비평형 과정의 응축이 거의 일어나지 않은 결과 Supersonic bubble size가 확연

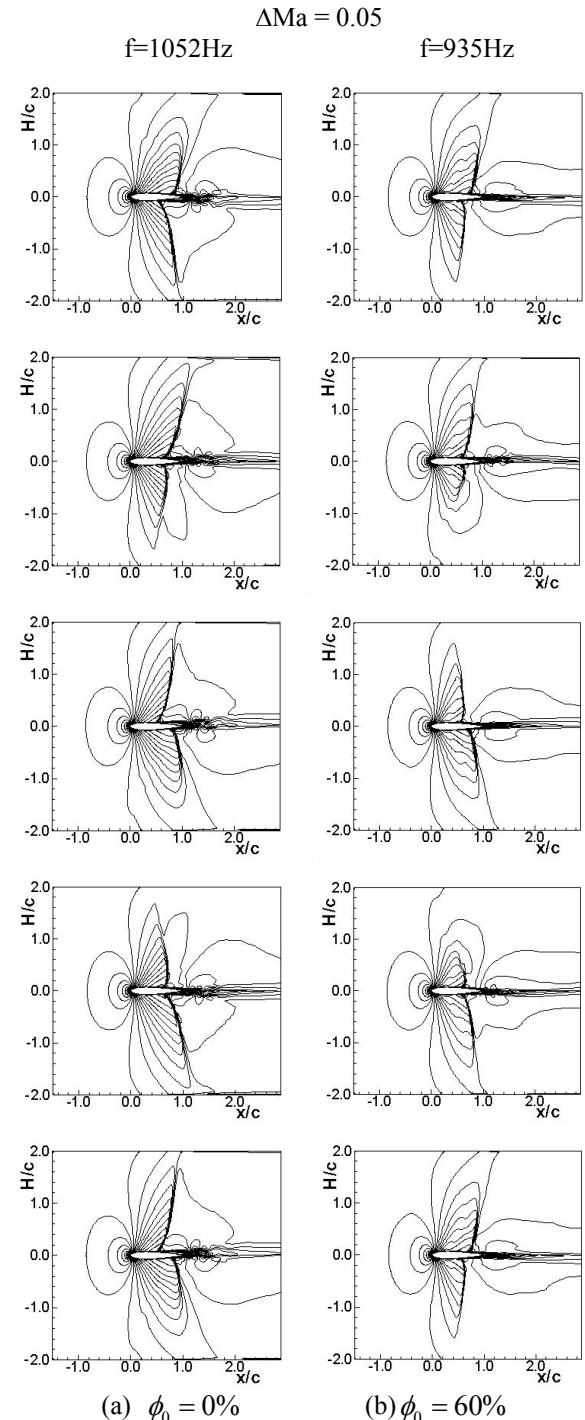


Fig. 2 Effect of stagnation relative humidity on the oscillation of terminating shock ( $T_0 = 288K$  and  $M_\infty = 0.87$ )

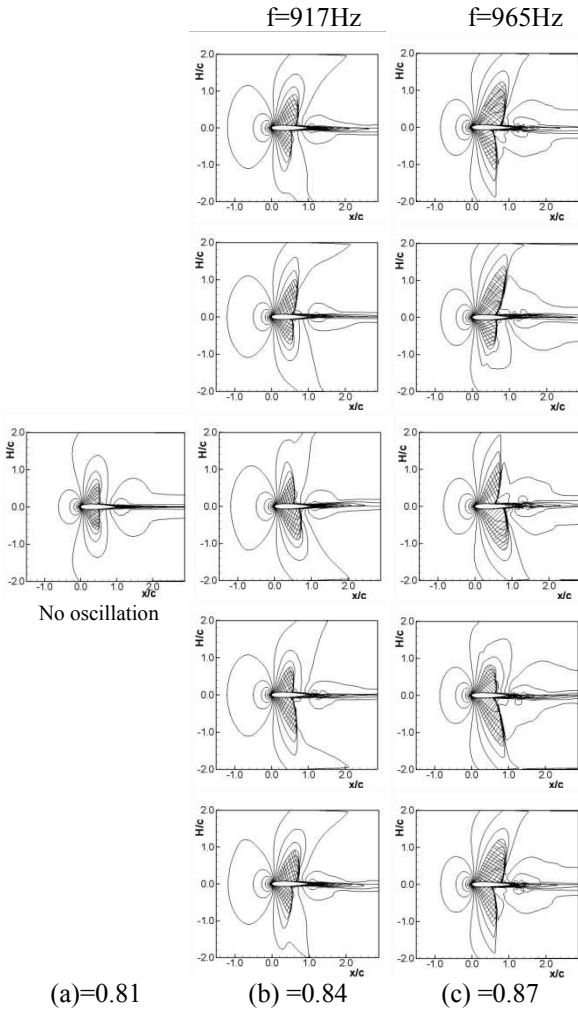


Fig. 3 Effect of free stream Mach number on the oscillation of terminating shock ( $T_0 = 288K$  and  $\phi_0 = 40\%$ )

히 크게 되고 충격파의 강도가 크게 되어 충격파가 진동하는 것으로 나타났다.

$M_\infty=0.87$ 에 대해  $\phi_0$ 가 30%와 60%인 경우 Terminating shock의 excursion pattern과 strength  $(\Delta p/p_1)_{max}$ 의 관계를 Fig. 5에 나타내었다. 여기서  $(\Delta p/p_1)_{max}$ 는 충격파가 진동하는 구간에서의 최대 충격파 강도를 의미한다. 그림 중 정체점 상대속도가 동일한 경우 symbol과 symbol 사이의 시간 간격은 동일하다. 따라서 2 symbol 사이의 간격이 큰 경우는 Terminating shock의 이동 속도가 크다는 것을 의미한다. 동일한 주류 마하수인 경우에는 정체점 상대속도가 클수록 비평형 과정의 응축이 활발하게 일어난 결과 충격파의 강도가 약해지고 그에 따라 excursion 거리도 짧아진다. 또, 정체점 상대속도에 관계없이 충격파의 강도는 충

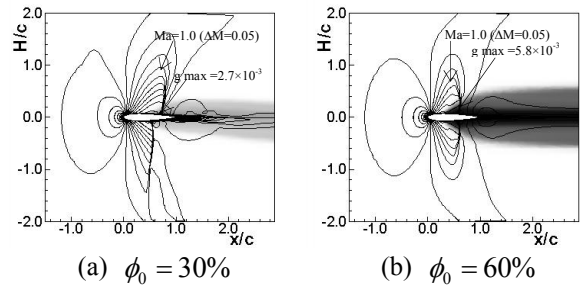


Fig. 4 Plots of iso-Mach number and liquid mass fraction ( $M_\infty = 0.84$ )

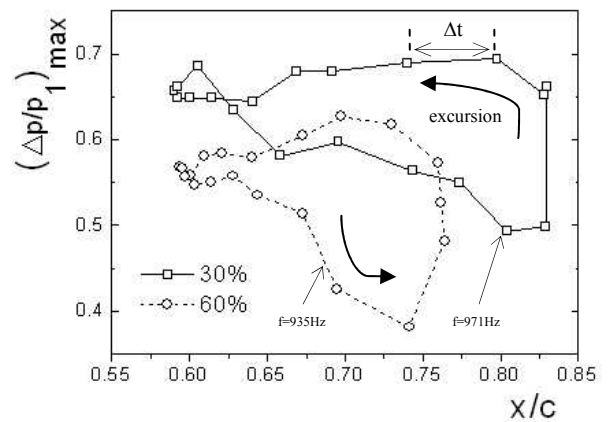


Fig. 5 Effect of non-equilibrium condensation on strength and excursion pattern of terminating shock ( $M_\infty = 0.87$ )

격파가 동일한  $x/c$ 에 위치하는 경우, 충격파가 이상류로 이동할 때가 하류로 이동할 때보다 크게 되는 것으로 나타났다. 이는 충격파의 진동수가 약 1000Hz인 경우 충격파의 이동 속도가 큰 경우에는 15m/s 이상 되는 바, 충격파가 상류로 이동하는 경우가 상대적으로 충격파에 유입하는 유동 마하수가 크게 되기 때문으로 판단된다. 이와 같은 충격파의 강도 강화는 익 표면 경계층과의 간섭을 강화시켜  $x/c=0.75$  근방에서 충격파의 이동 속도가 상대적으로 크게 되는 것으로 나타났다. 익 주위 국소 마하수가 작게 되는  $x/c=0.60$  근방에서는 충격파와 벽면 경계층과의 간섭이 약화되어 충격파의 이동 속도도 작고 충격파의 이동 방향에 관계없이 최대 충격파 강도도 거의 같게 되는 것으로 나타났다.

Fig. 6은 비평형 과정의 응축이 최대 Supersonic bubble height에 미치는 효과를 나타낸 것으로  $h$ 는 Terminating shock이 임의의 위치에 정재할 때 익 chord line으로부터의 supersonic bubble 최대 높이이다. 비평형 과정의 응축이 활발하게 일어날 것으로 예견되는 60%인 경우가 응축이 전혀 일어

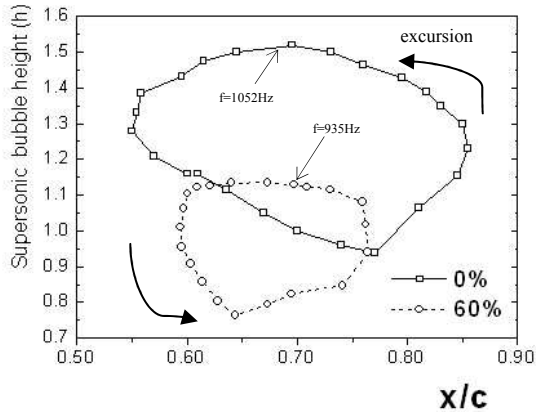


Fig. 6 Effect of non-equilibrium condensation on the supersonic bubble size ( $M_\infty = 0.87$ )

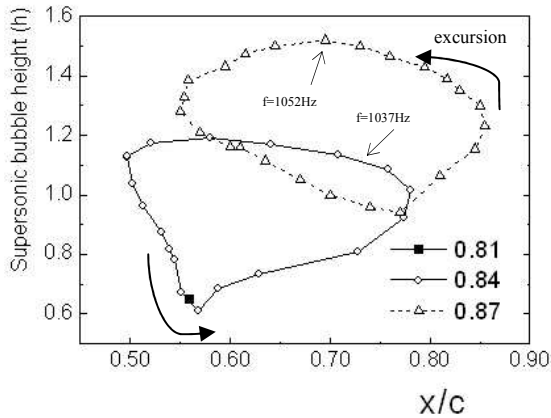
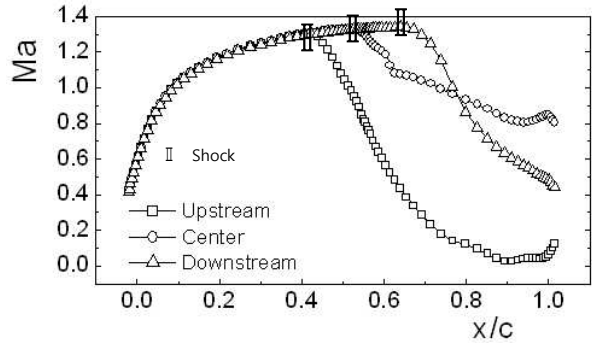


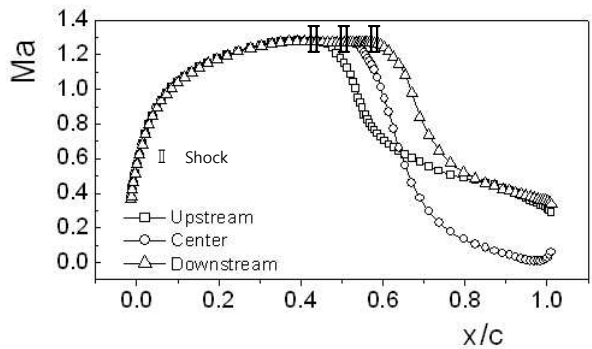
Fig. 7 Effect of free stream Mach number on supersonic bubble size and shock excursion ( $\phi_0 = 0\%$ )

나지 않는 0%인 경우에 비해 비평형 응축에 의한 가열 효과 때문에 충격파의 강도가 약하게 되고 Supersonic bubble size 즉, 초음속 영역 최대 높이도 낮아지게 되며, 그에 따라 충격파의 이동거리도 짧아지게 되는 것으로 나타났다. 그림 중 f는 충격파의 진동수를 나타내며,  $\phi_0$ 가 0%인 경우는 1052Hz, 60%인 경우가 935Hz로 나타났다. 이는 상술한 바와 같이 비평형 과정의 응축에 의해 방출되는 잠열이 주류 유동을 감속 시키기 때문으로 사려된다.

비평형 과정의 응축이 일어나지 않는 경우 Terminating shock의 충격파 강도 및 excursion에 미치는 주류 마하수의 영향을 Fig. 7에 나타내었다. 주류 마하수가 0.81인 경우는 충격파의 진동이 나타나지 않았다(■부호 참조). 충격파의 정재 위치가 동일한 경우 주류의 마하수가 클수록 충격파의 강도는 크고 excursion 거리도 길어지며 진동수가 많게 된다. 이는 주류의 마하수가 클수록



(a)  $\phi_0 = 0\%$



(b)  $\phi_0 = 60\%$

Fig. 8 Distributions of Mach number along the airfoil surface with shock positions ( $M_\infty = 0.84$ )

충격파 직전의 마하수가 크게 되어 충격파의 강도가 크게 되고 경계층과의 간섭이 강화되기 때문이다.

Fig. 8은 Terminating shock이 상류로 이동하는 경우, 충격파가 최 상.하류 및 이동거리의 중간에 위치할 때의 최대 충격파 강도로 되는 위치를 나타내는 좌표에 따른 마하수 분포를 나타낸 그림이다. 비평형 과정의 응축이 없는 정체점 상대속도 0%의 경우가 충격파 직전의 마하수가 크게 되고 충격파의 이동거리도 길게 된다. 비평형 과정의 응축에 관계없이 충격파가 벽면 최 상류에 정재하는 경우의 후연 근방에서의 주류 마하수는 거의 0에 가깝게 되는 것으로 나타났다. 이는 충격파와의 간섭에 의해 박리된 경계층이 성장하는 거리가 길게 되어 경계층이 두껍게 되기 때문이라 판단된다.

#### 4. 결론

비평형 과정의 응축이 NACA0014 천음속 익 유동 Terminating shock의 진동 및 유동 특성에 미치는 영향을 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 주류 마하수가 동일한 경우 정체점 상대속도가 높을수록 충격파의 강도는 약해지고 진동수는 감소하며 이동거리는 짧아진다.

(2) 정체점 상대속도가 동일한 경우 주류 마하수가 클수록 충격파의 강도는 커지고 진동수는 증가하며 충격파의 이동거리는 길어진다.

(3) 비평형 과정의 응축은 Supersonic bubble size를 줄이는 효과가 있다.

(4) 충격파의 강도는 충격파가 상류로 이동할 때가 하류로 이동할 때보다 크게 된다.

## 후 기

「이 논문은 2010년도 경북대학교 학술연구비에 의하여 연구되었음」

## 참고문헌

- (1) Wegener, P. P., 1975, "Gas Dynamics of Expansion Flows with Condensation, and Homogeneous Nucleation of Water Vapor," *Acta Mechinica*, 21, pp.165~213.
- (2) Kwon, S. B., Lee, S. J., Shin, S. Y. and Kim, S. H., 2009, "A study on the Flow with Non-equilibrium Condensation in a Minimum Length Nozzle," *JMST*, v.23, n.6, pp.1736~1742.
- (3) Cagliostro, D.J., 1972, "Periodic Compressible

Nozzle Flow Caused by Heat Addition due to Condensation," Ph.D.Thesis, Yale Univ.

- (4) Yee, H.C., 1989 "A Class of High Resolution Explicit and Implicit Shock-capturing Methods," *NASA*, TM-89464.
- (5) Baldwin, B.S. and Lomax, H., 1978, "*Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turblent Flows*," *AIAA paper* 78-257.
- (6) Lothe, J. and Pound, G.M., 1968, "Condensation of Clusters in Nucleation and the Classical Phase Integral," *J.Chem.Phys.*, Vol.48, No.4, pp.466~477.
- (7) Schnerr, G.H. and Dohrmann, U., 1990, "Transonic Flow Around Airfoils with Relaxation and Energy Supply by Homogeneous Condensation," *AIAA J.*28-7, pp.1187~1193.
- (8) Frankel J., 1946, "Kinetic Theory of Liquids," Dover Publications INC.
- (9) Mills A.F. and Seban R.A., "The Condensation Coefficient of Water," *Intl. J. Heat and Mass Transfer*, Vol.10, pp.1815~1827.
- (10) Orinai, R.A. and Sundquist, B.E., 1963, "Emendations to Nucleation Theory and the Homogeneous Nucleation of Water from Vapour," *J. Chem. Phys.*, Vol. 38, pp. 2082~2089.
- (11) Dohrmann U., 1989, "Ein Numerisches Verfahren zur Berechnung Statiärer Transsonischer Strömungen mit Energiezufuhr durch Homogene Kondensation," Univ. Karlsruhe, Dr. of Eng. Dissertation, p.19.