

# 쌍대반응표면최적화를 위한 반복적 선호도사후제시법

정인준<sup>†</sup>

대구대학교 경영학과

## An Iterative Posterior Preference Articulation Approach to Dual Response Surface Optimization

In-Jun Jeong<sup>†</sup>

Department of Business Administration, Daegu University

### Abstract

**Purpose:** This paper aims at improving inefficiency of an existing posterior preference articulation method proposed for dual response surface optimization. The method generates a set of non-dominated solutions and then allows a decision maker (DM) to select the best solution among them through an interval selection strategy.

**Methods:** This paper proposes an iterative posterior preference articulation method, which repeatedly generates the predetermined number of non-dominated solutions in an interval which becomes gradually narrower over rounds.

**Results:** The existing method generates a good number of non-dominated solutions not used in the DM's selection process, while the proposed method generates the minimal number of non-dominated solutions necessitated in the selection process.

**Conclusion:** The proposed method enables a satisfactory compromise solution to be achieved with minimal cognitive burden of the DM as well as with light computation load in generating non-dominated solutions.

**Key Words :** Response Surface Methodology, Dual Response Surface Optimization, Posterior Preference Articulation Approach, Iterative Approach

• Received 2 September 2012, revised 14 October 2012, accepted 12 November 2012

† Corresponding Author(ijjeong@daegu.ac.kr)

© 2012, The Korean Society for Quality Management

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-Commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

\* This research was supported by the Daegu University Research Grant, 2012

# 1. 서론

반응표면분석(Response Surface Methodology)은 반응변수(품질특성치)와 입력변수 간의 관계를 연구하는 품질공학의 대표적인 연구 방법론이다. 본 방법론의 궁극적인 목표는 반응변수를 최적화하는 입력변수의 조건을 찾는 것이다(Box and Draper 1987; Khuri and Cornell 1996; Lee and Rheem 2001; Kim 2002; Myers and Montgomery 2002; Rheem and Lee 2005). 과거 반응표면분석은 반응변수의 표준편차가 입력변수의 수준에 관계없이 일정하다는 것을 가정하여 반응변수의 평균을 최적화하는데 초점을 맞추고 있었다. 그러나 실제로는 반응변수의 표준편차는 입력변수의 수준에 따라 다르게 나타나는 상황이 흔히 발생한다.

쌍대반응표면분석(Dual Response Surface Approach)은 반응변수의 평균만을 최적화하는 방식이 아닌, 평균과 표준편차를 동시에 고려하여 최적화하는 방법론이다(Vining and Myers 1990). 본 방법론은 우선 반응변수의 평균과 표준편차를 별도의 종속변수로 두고 2개의 함수를 추정한다. 추정 시 보통 2차 다항식 모형을 사용한다. 식 (1)은 어느 반응변수와  $k$ 개의 입력변수( $x_1, \dots, x_k$ ) 간 평균, 표준편차 함수의 추정식( $\hat{\omega}_\mu(\mathbf{x})$ ,  $\hat{\omega}_\sigma(\mathbf{x})$ )을 보여주고 있다.

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_\mu(\mathbf{x}) &= \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i x_i + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^k \hat{\beta}_{ij} x_i x_j, \\ \hat{\omega}_\sigma(\mathbf{x}) &= \hat{\gamma}_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\gamma}_i x_i + \sum_{i=1}^k \hat{\gamma}_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^k \hat{\gamma}_{ij} x_i x_j.\end{aligned}\quad (1)$$

다음으로 입력변수의 제약범위 내에서 두 함수를 동시에 최적화하는 절충해를 찾아낸다. 지금까지 쌍대반응표면분석에서 평균-표준편차 함수를 최적화(이하, 쌍대반응표면최적화)하기 위해 다양한 방법이 제안되어 왔다(Vining and Myers 1990; Lin and Tu 1995; Copeland and Nelson 1996; Kim and Lin 1998; Tang and Xu 2002; Kóksóy and Doganaksoy 2003; Jeong et al. 2005; Shin and Cho 2006; Lee et al. 2010). 기존 방법론에 대한 요약은 Tang and Xu (2002), Kóksóy and Doganaksoy (2003), Lee et al. (2010)에서 잘 설명하고 있다.

쌍대반응표면최적화에서는 평균-표준편차 함수가 상충하는 경우가 종종 발생한다. 이와 같은 상황에서 만족스러운 절충해를 도출하기 위해서는 평균과 표준편차 간 트레이드오프(trade-off)에 관한 의사결정자(품질설계자)의 선호도 정보가 최적화 과정에 반영되어야 한다. 상기 열거된 방법들 중 Lee et al. (2010)은 의사결정자의 선호도 정보를 효과적으로 추출하기 위한 선호도사후제시법(posterior preference articulation approach)을 제안하고 있다. 이 방법은 크게 두 가지 단계로 구성되는데, 우선 평균-표준편차 함수를 목적식으로 하는 이목적적(bi-objective) 최적화 문제에서 매우 많은 수의 비지배적해(nondominated solution)들을 생성하는 단계와 그 후에 의사결정자가 가장 선호하는 해를 선택하도록 하는 단계가 있다. 이 방법의 장점은 미리 생성된 비지배적해를 통하여 의사결정자가 평균-표준편차 간의 트레이드오프 관계를 보다 폭넓은 시각으로 이해할 수 있는 기회를 가질 수 있다는 점이다. 이를 통하여 의사결정자는 자신의 선호에 보다 정밀하게 부합하는 절충해를 선택할 수 있다. 그러나 이 방법은 첫 번째 단계에서 생성된 비지배적해들의 많은 수가 의사결정자의 선택 과정에서 고려되지 않는 등 효율성 측면에서 개선의 여지가 크다. 이에 본 논문에서는 Lee et al. (2010)의 선호도사후제시법의 비효율성을 개선하기 위한 새로운 방법을 제안하고자 한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 Lee et al. (2010)이 제안한 선호도사후제시법을 상세히 고찰한다. 3장에서는 선호도사후제시법의 비효율성을 개선한 반복적 선호도사후제시법을 제안한다. 4장에서는 제안된 방법을 활용하여 예제를 풀어보고 기존의 방법과 효율성을 비교한다. 마지막으로, 결론 및 후속 연구방향을 5장에서 제시한다.

## 2. 쌍대반응표면최적화를 위한 선호도사후제시법

Lee et al. (2010)이 제안한 선호도사후제시법은 크게 두 단계로 구성된다. 단계 1에서는 평균-표준편차 공간의 관점에서 다수의 비지배적해를 생성한다. 단계 2에서는 생성된 비지배적해로부터 의사결정자가 가장 선호하는 해를 선택한다. 각 단계에 대한 구체적인 설명은 아래에 제시되어 있다. 그림 1은 선호도사후제시법의 절차를 흐름도 형식으로 보여주고 있다.

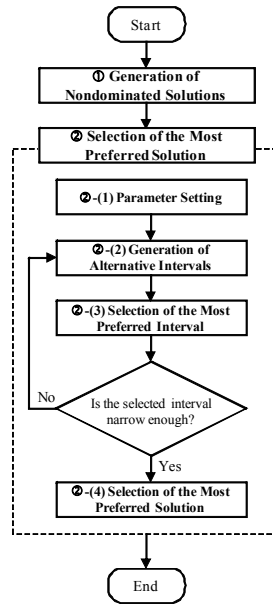


Figure.1. The Procedure of the Lee et al. (2010)'s Posterior Preference Articulation Method

### 2.1 선호도사후제시법의 절차

#### 2.1.1 단계 1: 비지배적해의 생성

단계 1은 입력변수의 제약범위로부터 평균-표준편차 공간의 관점에서 다수의 비지배적해를 생성한다. 비지배적 해에 대한 정의는 다음과 같다. 입력변수의 해  $\mathbf{x}^*$ 에 대하여,  $|\widehat{w}_\mu(\mathbf{x}) - T| \leq |\widehat{w}_\mu(\mathbf{x}^*) - T|$ 와  $\widehat{w}_\sigma(\mathbf{x}) \leq \widehat{w}_\sigma(\mathbf{x}^*)$ 를 모두 만족시키는  $\mathbf{x}$ 가 존재하지 않는 경우,  $\mathbf{x}^*$ 를 비지배적해라고 정의한다. 여기서  $T$ 는 반응변수 평균의 목표수준을 나타낸다. (이후부터는  $\widehat{w}_\mu(\mathbf{x}^*)$ 와  $\widehat{w}_\sigma(\mathbf{x}^*)$ 를 각각  $\widehat{w}_\mu^*$ 와  $\widehat{w}_\sigma^*$ 로 표기한다.)

위 정의는  $\mathbf{x}^*$ 와 연계된 평균-표준편차의 조합, 즉  $(\widehat{w}_\mu^*, \widehat{w}_\sigma^*)$ 과 동등하거나, 혹은  $(\widehat{w}_\mu^*, \widehat{w}_\sigma^*)$ 보다 우수한 조합을 만들어 내는 다른 해( $\mathbf{x}$ )가 존재하지 않으면,  $\mathbf{x}^*$ 가 비지배적해가 됨을 의미한다. 여기서,  $\mathbf{x}^*$ 는 파레토 최적해(Pareto optimal solution)라고 불리기도 한다.

단계 1의 목적은 의사결정자가 평균-표준편차 공간에서 수많은  $(\widehat{w}_\mu^*, \widehat{w}_\sigma^*)$  간의 트레이드오프를 파악하여 가장 선호하는 비지배적해를 선택할 수 있도록, 다양하고(diverse) 균일하며(uniform) 충분한(cardinal) 개수의  $\mathbf{x}^*$ 를 생성하는 것이다(Caryle et al. 2003).

Lee et al. (2010)은 비지배적해를 생성시키는 방법으로  $\epsilon$ -Constraint 방법을 사용하고 있다. 선호도사후제시법

에서 비지배적해를 생성하기 위하여 지금까지 다양한 다목적최적화기법이 연구되어 왔다. 그 중에서도 Weighting 방법,  $\epsilon$ -Constraint 방법, Tchebycheff 방법, 그리고 Achievement Scalarizing Function 방법 등이 대표적이다 (Hwang et al. 1979; Steuer 1986; Tind and Wiecek 1999; Miettinen 2001). 이 중에서 Weighting 방법은 목적 함수 공간에서 비지배적해의 분포가 볼록하지 않은(nonconvex) 구간에서는 해당되는 비지배적해를 생성하지 못하는 한계를 가지고 있다. 나머지 세 방법은 nonconvex 구간에서도 비지배적해를 생성할 수 있다(Hwang et al. 1979; Lee et al. 2010). 여기서  $\epsilon$ -Constraint 방법을 채택한 이유는 nonconvex 구간에서 비지배적해를 생성할 수 있으면서도 다른 방법에 비해서 모형의 복잡도가 낮아 다목적최적화기법에 대한 이해도가 높지 않을 품질실무자도 잘 활용할 수 있을 것으로 기대되기 때문이다.

$\epsilon$ -Constraint 방법은 Haimes et al. (1971)에 의해 최초로 제안된 것으로,  $\mathbf{x}^*$ 의 생성을 위한 대표적인 다목적최적화기법이다. 이 방법은 우선 두 개의 목적함수 중 하나를 제약식에 두고, 다른 하나는 목적식에 두는 최적화 모형을 구성한다. 쌍대반응표면최적화 문제에서는 두 가지 방식의 최적화 모형이 존재한다. 하나는  $\widehat{w}_\mu(\mathbf{x})$ 을 제약식으로 둔 상태에서  $\widehat{w}_\sigma(\mathbf{x})$ 을 목적함수로 두는 방식이고(식 (2)), 다른 하나는 그 반대의 방식이다(식 (3)).

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \widehat{w}_\sigma(\mathbf{x}) \\ & \text{s.t. } |\widehat{w}_\mu(\mathbf{x}) - T| \leq \epsilon, \\ & \mathbf{x} \in \Omega. \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } |\widehat{w}_\mu(\mathbf{x}) - T| \\ & \text{s.t. } \widehat{w}_\sigma(\mathbf{x}) \leq \epsilon, \\ & \mathbf{x} \in \Omega. \end{aligned} \tag{3}$$

식 (2)와 (3)에서  $\Omega$ 는 입력변수의 제약범위를,  $\epsilon$ 는 어떤 상수를 나타낸다. 선호도사후제시법에서는 식 (2)를 사용한다.  $\epsilon$ -Constraint 방법은 식 (2)에서  $\epsilon$ 을 변화시키면서 최적화 모형을 반복적으로 풀어, 다수의 비지배적해를 구한다.  $\epsilon$ -Constraint 방법을 통하여 비지배적해를 구하기 위해서는,  $\epsilon$ 을 어디서부터 어디까지 얼마만큼의 간격으로 증가시킬 것인지, 즉  $\epsilon$ 의 최소값( $\epsilon^{\min}$ ) 및 최대값( $\epsilon^{\max}$ )과  $\Delta\epsilon$ 을 결정하여야 한다.  $\epsilon^{\min}$ 과  $\epsilon^{\max}$ 은 각각 식 (4)와 식 (5)를 통해 구한다.

$$\epsilon^{\min} = \min|\widehat{w}_\mu(\mathbf{x}) - T|. \tag{4}$$

$$\epsilon^{\max} = |\widehat{w}_\mu(\tilde{\mathbf{x}}) - T|, \text{ where } \tilde{\mathbf{x}} = \text{argmin } \widehat{w}_\sigma(\mathbf{x}). \tag{5}$$

다음으로 의사결정자는  $\Delta\epsilon$ 을 결정한다. 식 (4)와 (5)를 통하여 구해진  $\epsilon^{\min}$ ,  $\epsilon^{\max}$ 과 의사결정자에 의해 정해진  $\Delta\epsilon$ 로부터 몇 개의 비지배적해가 생성될지 정해진다. 가령,  $\epsilon^{\min}=5$ ,  $\epsilon^{\max}=20$ 이고  $\Delta\epsilon=1$ 이라면,  $\epsilon$ 을 5에서부터 20까지 1씩 증가시켜가면서 식 (2)를 풀게 되므로, 16개의 비지배적해가 생성된다.

### 2.1.2 단계 2: 해의 선택

단계 2에서는 의사결정자가 단계 1에서 생성된 다수의 비지배적해 중 가장 선호하는 해, 즉 최고선호해 (most preferred solution)를 선택한다. 이 때 최고선호해는 생성된 비지배적해와 연계된  $(\widehat{w}_\mu^*, \widehat{w}_\sigma^*)$ 을 기준으로 선택하게 된다. 본 단계의 목적은 의사결정자가 최소한의 노력으로 최고선호해를 선택하도록 도와주는 것이다. Lee et al. (2009)의 선호도사후제시법에서는 의사결정자의 선택과정을 돕기 위해서 구간선택전략(interval selection strategy)을 제안하고 있다.

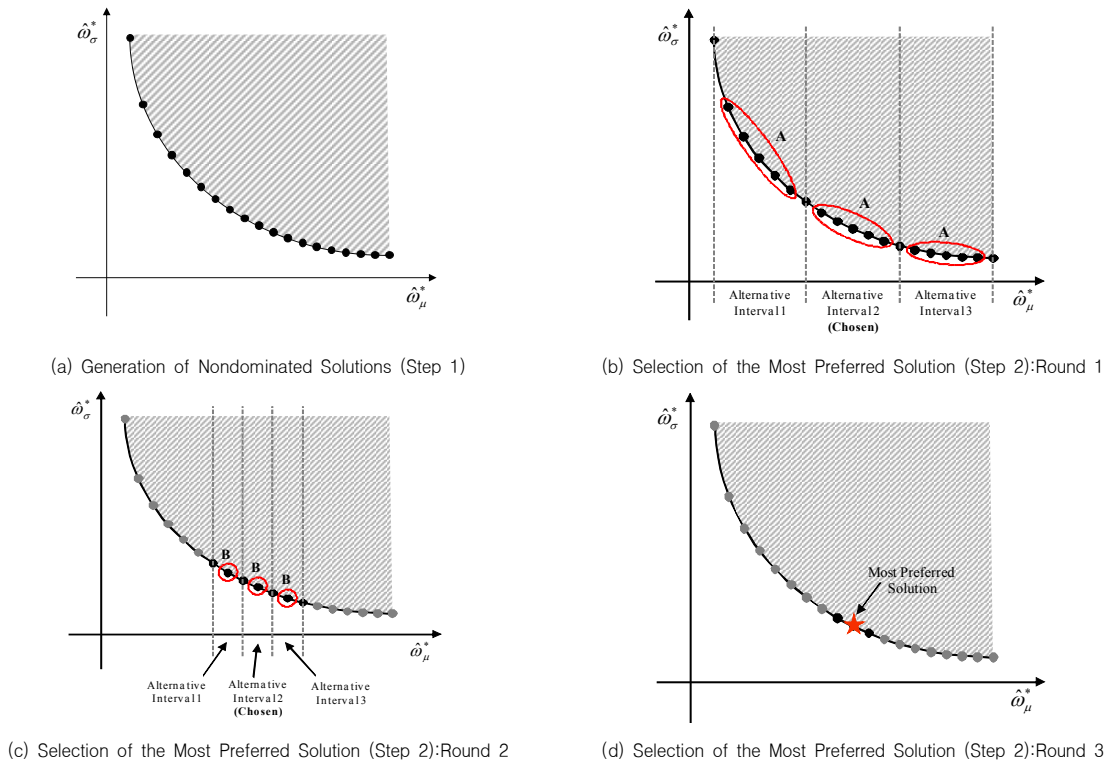


Figure. 2. The Solution Process of the Lee et al. (2010)'s Method

구간선택전략은 단계 1에서 생성된 비지배적해와 연계된  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$ 을 적당한 수의 대안구간(alternative intervals)으로 쪼갠 후, 의사결정자로 하여금 그 중에서 가장 선호되는 하나의 구간을 선택하게 하는 과정을 반복한다. 본 전략은 의사결정자가 수많은  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$  중에서 한 번에 가장 선호되는 하나를 고르는 것 보다 소수의 구간 중에서 가장 선호되는 구간을 단계적으로 고르는 것이 더 쉽고 수월하다는 것을 전제로 하고 있다.

구체적으로, 단계 2는 크게 4개의 세부단계로 구성되어 있다. 세부단계 1(기준 설정)에서는 의사결정자가 각 라운드에서 평가할 대안구간의 개수( $k$ )와 대안구간 폭(range)의 임계수준(upper bound)  $\delta = (\delta_\mu, \delta_\sigma)$ 을 결정한다. 여기서,  $\delta_\mu$ 와  $\delta_\sigma$ 는 각각 평균과 표준편차 폭의 임계치를 의미한다. 이 수치들은 대안구간이 충분히 좁은가를 판정하는 기준으로 작용한다. 대안구간의 양 끝점을 각각  $(\hat{w}_\mu^s, \hat{w}_\sigma^s)$ ,  $(\hat{w}_\mu^e, \hat{w}_\sigma^e)$ 라 한다면, 대안구간의 평균 및 표준편차 폭은 각각  $|\hat{w}_\mu^s - \hat{w}_\mu^e|$ 과  $|\hat{w}_\sigma^s - \hat{w}_\sigma^e|$ 로 정해진다. 여기서  $|\hat{w}_\mu^s - \hat{w}_\mu^e|$ 과  $|\hat{w}_\sigma^s - \hat{w}_\sigma^e|$ 는 각각  $\delta_\mu^{(i)}$ 와  $\delta_\sigma^{(i)}$ 로 표시한다( $i$ =대안구간의 번호). 만약  $\delta_\mu^{(i)}$ 이  $\delta_\mu$ 보다 작고  $\delta_\sigma^{(i)}$ 이  $\delta_\sigma$ 보다 작다면, 해당 구간은 충분히 좁은 것으로 간주된다.

세부단계 2(대안구간의 생성)에서는 구간선택전략에 따라, 다수의  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$ 을  $k$ 개의 대안구간으로 쪼갬다. 세부단계 3(대안구간의 선택)에서는 의사결정자가  $k$ 개의 대안구간 중 가장 선호되는  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$ 이 포함되었을 것으로 판단되는 하나의 구간을 선택한다. 만약, 선택된 대안구간의 평균과 표준편차의 폭이 임계수준보다 작다면, 세부단계 4(최고선호해의 선택)로 이동하여 선택된 구간 내에서 가장 선호되는  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$ 을 선택한다. 최종적으로 선택된  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$ 와 연계된  $\mathbf{x}^*$ 가 최고선호해가 된다. 그렇지 않으면, 세부단계 2로 돌아가서 선택된 구간을 다시  $k$ 개의 대안구간으로 쪼개는 과정을 진행한다.

## 2.2 선호도사후제시법의 한계점

Lee et al. (2010)이 제안한 선호도사후제시법에서는 충분한 수의 비지배적해를 생성(단계 1)한 다음에 의사결정자가 최고선호해를 선택(단계 2)하게 된다. 그림 2는 Lee et al. (2010)의 문제풀이 과정을 예시로 보여주고 있다. 그림 2(a)는 비지배적해를 생성한 결과(단계 1)를, 그림 2(b)-(d)는 구간선택전략에 의한 최고선호해의 선택 과정 및 결과(단계 2)를 보여준다. 참고로 이 그림에서는  $k=3$ 으로 설정되어 있다.

그림 2(b)-(d)에서 볼 수 있듯이, 많은 수의 비지배적해들이 대안구간을 생성하는데 활용되지 않음을 알 수 있다. 즉, 1 라운드의 A 영역, 2 라운드의 B 영역에 있는 비지배적해들이 대안구간의 생성에 활용되지 않았다는 것이다. 이상에서 살펴본 바와 같이, Lee et al. (2010)은 대안구간을 생성하는데 활용되지 않는 많은 수의 비지배적해를 생성하는 문제점을 지니고 있다.

## 3. 제안된 방법 : 반복적 선호도사후제시법

본 장에서는 2.2절에서 제시한 선호도사후제시법의 비효율성을 개선한 방법을 제안한다. 제안된 방법은 비지배적해를 여러 라운드의 반복과정을 거쳐 최소한의 개수만 생성한다. 구체적으로, 의사결정자가 정한 개수만큼의 대안구간을 만들기 위한 최소한의 비지배적 해를 생성한다. 가령, 5개의 대안구간이 필요하다면, 6개의 비지배적해를 생성한다. 비지배적해를 초기에 모두 생성하는 선호도사후제시법과는 달리, 제안된 방법은 비지배적해를 여러 라운드의 반복과정을 통하여 생성하므로, 본 논문에서는 제안된 방법을 “반복적 선호도사후제시법(iterative posterior preference articulation approach)”으로 명명한다.

반복적 선호도사후제시법은 5단계로 구성된다(그림 3). 앞에서 언급한 바와 같이, 기존의 선호도사후제시법은 비지배적해의 생성 단계와 해의 선택 단계를 순차적으로(serially) 한번씩 진행하는 반면, 반복적 선호도사후제시법은 이 두 과정이 반복적으로(iteratively) 여러 라운드에 걸쳐 진행된다. 각각의 단계에 대한 설명은 다음과 같다.

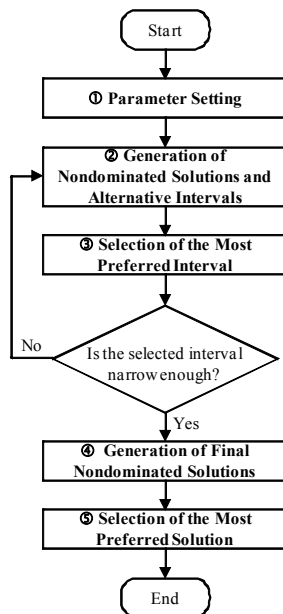


Figure. 3. The Procedure of the Proposed Method

### 3.1 단계 1: 기준 설정

라운드 번호는 0으로 설정한다( $n=0$ ). 의사결정자는 각 라운드에서 평가할 대안구간의 개수( $k$ )와 대안구간 폭의 임계수준  $\delta=(\delta_\mu, \delta_\sigma)$ 을 결정한다. 여기서 정해진 대안구간의 개수에 따라 매 라운드에서 생성되는 비지배적해의 개수( $k+1$ )가 정해진다. 또한, 의사결정자가 결정한 임계수준에 따라 다음 라운드의 진행 여부가 결정된다.

### 3.2 단계 2: 비지배적해 및 대안구간의 생성

라운드 번호를 1만큼 증가시킨다( $n=n+1$ ). 이전( $n-1$ ) 라운드에서 의사결정자가 선택한 대안구간 내에서 다시  $k$ 개의 대안구간을 만들어 내기 위하여, 선택된 구간 내에서 ( $k+1$ )개의 비지배적해를 생성한다. 비지배적해는 3.2절에서 제시된 기준 선호도사후제시법의 단계 1과 동일하게 식 (2)를 통해 생성된다. 여기서  $\epsilon^{\min}$  및  $\epsilon^{\max}$ 은 선택된 구간의 양 끝점으로부터 도출된다. 가령, 양 끝점을 각각  $(\widehat{w}_\mu^s, \widehat{w}_\sigma^s)$ ,  $(\widehat{w}_\mu^e, \widehat{w}_\sigma^e)$ 라 한다면,  $|\widehat{w}_\mu^s - T|$  과  $|\widehat{w}_\mu^e - T|$  중 작은 값이  $\epsilon^{\min}$ , 큰 값이  $\epsilon^{\max}$ 이 된다. 다만, 첫 번째 라운드( $n=1$ )에서는 의사결정자에 의해 선택된 대안구간이 없으므로 식 (4)와 (5)를 통해  $\epsilon^{\min}$  및  $\epsilon^{\max}$ 이 도출된다.  $\Delta\epsilon$ 은  $((\epsilon^{\max} - \epsilon^{\min})/k)$ 로 자동적으로 정해진다. 가령,  $k=5$ 이고  $\epsilon^{\min}=0$ ,  $\epsilon^{\max}=10$ 이라면,  $\Delta\epsilon=2$ 가 된다. 즉,  $\epsilon$ 을 0, 2, 4, 6, 8, 10까지 증가시키면서 6개의 비지배적해를 생성시켜 5개의 대안구간을 만들게 된다.

한 가지 참고할 사항은, ( $k+1$ )개의 비지배적해 중 2개는 ( $n-1$ ) 라운드에서 선택한 대안구간의 양 끝점에 해당되므로 실제로는 생성할 필요가 없고, 그 사이의 ( $k-1$ )개의 비지배적해를 생성하면 된다는 것이다.

### 3.3 단계 3: 대안구간의 선택

본 단계는 3.2절에서 제시된 기준 선호도사후제시법의 단계 2와 동일하게 진행된다. 즉, 단계 2에서 도출된  $k$ 개의 대안구간 중 의사결정자가 가장 선호하는 하나의 구간을 선택한다. 만약, 선택된 대안구간의 폭이 임계수준보다 작으면 더 이상의 라운드는 진행하지 않고 단계 4로 이동한다. 그렇지 않으면 단계 2로 돌아가서 선택된 구간을 다시  $k$ 개의 대안구간으로 쪼개는 과정을 진행한다.

### 3.4 단계 4: 최종 비지배적해의 생성

단계 3에서 의사결정자가 선택한 대안구간으로부터 최종 비지배적해를 생성한다. 최종 비지배적해는 단계 2에서와 마찬가지로 식 (2)를 통해 ( $k+1$ )개가 생성된다. 참고로, 보다 정교한 결과를 얻기 위해 ( $k+1$ )개보다 많은 비지배적해를 생성할 수도 있다. 최종 비지배적해가 생성되면 단계 5로 이동한다.

### 3.5 단계 5: 최고선호해의 선택

의사결정자는 단계 4로부터 생성된 ( $k+1$ )개의 최종 비지배적해 중 최고선호해를 선택한다. 참고로, 의사결정자가 최고선호해를 직접 선택하는 것이 아니라, ( $k+1$ )개의  $(\widehat{w}_\mu^*, \widehat{w}_\sigma^*)$  중 하나를 선택하게 되면 선택된  $(\widehat{w}_\mu^*, \widehat{w}_\sigma^*)$ 와 연계된  $\mathbf{x}^*$ 가 최고선호해가 된다.

## 4. 수치 예제

본 장에서는 앞서 3장에서 제안한 반복적 선호도사후제시법의 활용법을 예제를 통해 소개하고자 한다. 본 논문에서는 쌍대반응표면최적화 관련 논문에서 가장 많이 인용되는 예제 중 하나인 “인쇄공정 문제”(Box and Draper 1987)를 사용하였다. 본 예제를 통하여 반복적 선호도사후제시법과 Lee et al. (2010)이 제안한 기존 선호도사후제시법 간의 효율성을 서로 비교한다. 참고로, Lee et al. (2010)도 동일한 문제를 예제로 사용하였다.

### 4.1 예제 소개 및 기본 가정

인쇄공정 문제는 속도( $x_1$ ), 압력( $x_2$ ), 거리( $x_3$ )라는 세 가지 입력변수를 통제하여 인쇄품질( $y$ )을 개선하는 것을 목적으로 하고 있다. 여기서 인쇄품질의 목표수준( $T$ )은 500으로 설정되어 있다. 실험은 실험반복수가 3회인  $3^3$ 형 요인배치법으로 실시되었다. 실험으로부터 도출된 원시 데이터는 Box and Draper (1987)에 주어졌다. 본 문제에서 추정된 평균 반응함수( $\widehat{w}_\mu(\mathbf{x})$ )와 표준편차의 반응함수( $\widehat{w}_\sigma(\mathbf{x})$ )는 식 (6)과 같다(Vining and Myers 1990).

$$\begin{aligned}\widehat{w}_\mu(\mathbf{x}) &= 327.6 + 177.0x_1 + 109.4x_2 + 131.5x_3 + 32.0x_1^2 - 22.4x_2^2 \\ &\quad - 29.1x_3^2 + 66.0x_1x_2 + 75.5x_1x_3 + 43.6x_2x_3 \quad (T=500), \\ \widehat{w}_\sigma(\mathbf{x}) &= 34.9 + 11.5x_1 + 15.3x_2 + 29.2x_3 + 4.2x_1^2 - 1.3x_2^2 + 16.8x_3^2 + 7.7x_1x_2 \\ &\quad + 5.1x_1x_3 + 14.1x_2x_3.\end{aligned}\tag{6}$$

본 예제의 풀이에 제안된 방법을 이용하기 위해서는 의사결정자의 참여가 필요하다. 구체적으로, 제안된 방법의 단계 3(대안구간의 선택)과 단계 5(최고선호해의 선택)에서 의사결정자의 선호도 정보(preference information)가 반영되어야 한다. 본 논문에서는 의사결정자의 선호도 정보를 객관적으로 반영하기 위하여 평균 반응치와 표준편차 반응치에 대한 효용함수(utility function)를 도입하였다. 본 논문에서는 제안된 방법과 Lee et al. (2010)이 제안한 선호도사후제시법을 서로 비교하게 되므로, 공정성을 확보하는 차원에서 Lee et al. (2010)이 본 예제에 대하여 가정한 효용함수를 동일하게 사용하였다. 해당 효용함수는 Lee et al. (2010)에 정의되어 있다.

### 4.2 제안된 방법을 활용한 예제 풀이

#### 4.2.1 [라운드 시작 전] 단계 1: 기준 설정

단계 1에서 라운드 번호를 0으로 설정하였고( $n=0$ ), 각 라운드별 평가할 대안구간의 개수를 5개( $k=5$ ), 대안구간 폭의 임계수준을  $\delta=(\delta_\mu, \delta_\sigma)=(5, 0.5)$ 로 설정하였다. 참고로, 비교의 공정성을 위해  $\delta$ 는 Lee et al. (2010)이 설정한 수치와 동일하게 설정하였다.

#### 4.2.2 [라운드 1] 단계 2: 비지배적해 및 대안구간의 생성

라운드 번호를 1로 설정하였다( $n=1$ ). 첫 번째 라운드이므로,  $\epsilon^{\min}$ 와  $\epsilon^{\max}$ 는 식 (4)와 (5)를 통하여  $\epsilon^{\min}=0$ ,  $\epsilon^{\max}=360.62$ 로 구해졌다. 이 결과로부터  $\Delta\epsilon=(\epsilon^{\max}-\epsilon^{\min})/k=(360.62-0)/5=72.12$ 를 도출하였다. 다음으로 식 (2)에서  $\epsilon$ 를 0에서 360.62까지 72.12 만큼의 간격으로 증가시키면서 6개의 비지배적해를 구하고 5개의 대안구간을 만들었다. 그 결과는 표 1에 주어졌다.



**Table 1.** Illustrative Example: Generation of Alternative Intervals and Selection of a Preferred One

Round	Number of Generated Nondominated Solutions	Alternative Intervals				
		No.	Starting Point $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$	End Point $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$	Highest Utility Function Value	Width $(\delta_\mu^{(i)}, \delta_\sigma^{(i)})$
1	6	1	(500.00, 45.10)	(427.88, 36.58)	<u>0.679</u>	(72.12, 8.52)
		2	(427.88, 36.58)	(355.75, 28.22)	0.000	(72.12, 8.36)
		3	(355.75, 28.22)	(283.63, 21.44)	0.000	(72.12, 6.79)
		4	(283.63, 21.44)	(211.50, 17.07)	0.000	(72.12, 4.36)
		5	(211.50, 17.07)	(139.38, 14.76)	0.000	(72.12, 2.32)
2	4	1	(500.00, 45.10)	(485.58, 43.38)	0.662	(14.42, 1.72)
		2	(485.58, 43.38)	(471.15, 41.66)	<u>0.681</u>	(14.42, 1.71)
		3	(471.15, 41.66)	(456.73, 39.96)	0.423	(14.42, 1.70)
		4	(456.73, 39.96)	(442.30, 38.27)	0.000	(14.42, 1.69)
		5	(442.30, 38.27)	(427.88, 36.58)	0.000	(14.42, 1.69)
3	4	1	(485.58, 43.38)	(482.69, 43.03)	<u>0.681</u>	(2.88, 0.34)
		2	(482.69, 43.03)	(479.81, 42.69)	0.654	(2.88, 0.34)
		3	(479.81, 42.69)	(476.92, 42.35)	0.596	(2.88, 0.34)
		4	(476.92, 42.35)	(474.04, 42.01)	0.538	(2.88, 0.34)
		5	(474.04, 42.01)	(471.15, 41.66)	0.481	(2.88, 0.34)
Total	14					

4.2.3 [라운드 1] 단계 3: 대안구간의 선택

본 예제에서는 효용함수를 기준으로 하여 5개의 대안구간 중 하나를 선택하였다. 구체적으로, 대안구간의 양 끝점을 잇는 직선이 가지는 효용함수값들 중 가장 큰 값을 대표값으로 선정하여, 이 대표값이 가장 큰 대안구간을 선택한다. 그 결과, 라운드 1에서는 대표 효용함수값이 가장 큰(0.679) 첫 번째 구간이 선택되었다. 여기서 선택된 첫 번째 대안구간의 폭(72.12, 8.52)이 임계수준(5, 0.5)보다 크기 때문에 다음 라운드를 진행하였다.

4.2.4 [라운드 2] 단계 2: 비지배적해 및 대안구간의 생성

라운드 번호를 2로 설정하였다( $n=2$ ). 첫 번째 라운드가 아니므로, 이전 라운드에서 선택된 구간의 양 끝점으로부터  $\epsilon^{\min}=0$ ,  $\epsilon^{\max}=72.12$ 로 구해졌다. 이 결과로부터  $\Delta\epsilon=14.42$ 를 도출하였다. 다음으로 식 (2)에서  $\epsilon$ 를 0에서 72.12까지 14.42만큼의 간격으로 증가시키면서 4개의 비지배적해를 구하고 5개의 대안구간을 만들었다. 앞서 언급한 바와 같이, 라운드 1에서 선택된 첫 번째 대안구간의 양 끝점은 이미 생성되었으므로 그 사이에 있는 4개의 비지배적해만을 생성하였다. 그 결과는 표 1에 주어져 있다.

4.2.5 [라운드 2] 단계 3: 대안구간의 선택

앞서 언급한 대안구간의 선택기준에 따라, 대표 효용함수값이 가장 큰(0.681) 대안구간인 두 번째 구간이 선택되

었다. 아직 선택된 대안구간의 폭(14.42, 1.71)이 임계수준보다 크기 때문에 다음 라운드를 진행하였다.

#### 4.2.6 [라운드 3] 단계 2: 비지배적해 및 대안구간의 생성

라운드 번호를 3으로 설정하였다( $n=3$ ). 라운드 2와 마찬가지로, 이전 라운드에서 선택된 구간의 양 끝점으로부터  $\epsilon^{\min}=14.42$ ,  $\epsilon^{\max}=28.85$ 로 구해졌다. 이 결과로부터  $\Delta\epsilon=2.88$ 을 도출하였다. 다음으로 식 (2)에서  $\epsilon$ 를 14.42에서 28.85까지 2.88 만큼의 간격으로 증가시키면서 4개의 비지배적해를 구하고 5개의 대안구간을 만들었다. 그 결과는 표 1에 주어져 있다.

#### 4.2.7 [라운드 3] 단계 3: 대안구간의 선택

앞서 언급한 대안구간의 선택기준에 따라, 대표 효용함수값이 가장 큰(0.681) 대안구간인 첫 번째 구간이 선택되었다. 선택된 대안구간의 폭(2.88, 0.34)이 임계수준보다 작기 때문에 더 이상 라운드를 진행하지 않고, 단계 4를 진행하였다.

#### 4.2.8 [라운드 종료 후] 단계 4: 최종 비지배적해의 생성

본 예제에서는 15개의 최종 비지배적해를 생성하였다. 단계 2에서와 마찬가지로 6개를 생성할 수도 있었으나, Lee et al. (2010)과의 공평한 비교를 위하여 - Lee et al. (2010)에서 도출된 비지배적 해들과 유사한 간격으로 분포된 후보군에서 최고선호해를 선택하기 위하여 - 15개의 최종 비지배적해를 생성하였다. 참고로, 라운드 3에서 선택된 첫 번째 대안구간의 양 끝점은 이미 생성되었으므로 실제로는 그 사이에 있는 13개의 비지배적해만 생성되었다. 최종 비지배적해의 생성 결과는 표 2에 주어져 있다.

**Table 2.** Illustrative Example: Generation of Final Nondominated Solutions and Selection of the Most Preferred One

No.	Input Variable $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$	Nondominated Solution $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$	Utility Function Value	Number of Generated Nondominated Solutions
1	(1.00, 0.00, -0.24)	(485.58, 43.38)	0.662	13
2	(1.00, 0.00, -0.24)	(485.37, 43.35)	0.665	
3	(1.00, 0.00, -0.24)	(485.16, 43.33)	0.667	
4	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.96, 43.30)	0.670	
5	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.75, 43.28)	0.672	
6	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.54, 43.25)	0.675	
7	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.34, 43.23)	0.677	
8	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.13, 43.20)	<u>0.680</u>	
9	(1.00, -0.01, -0.24)	(483.93, 43.18)	0.679	
10	(1.00, -0.01, -0.24)	(483.72, 43.15)	0.674	
11	(1.00, -0.02, -0.24)	(483.51, 43.13)	0.670	
12	(1.00, -0.02, -0.24)	(483.31, 43.11)	0.666	
13	(1.00, -0.02, -0.23)	(483.10, 43.08)	0.662	
14	(1.00, -0.02, -0.23)	(482.90, 43.06)	0.658	
15	(1.00, -0.02, -0.23)	(482.69, 43.03)	0.654	

4.2.9 [라운드 종료 후] 단계 5: 최고선호해의 선택

본 단계에서는 단계 4에서 생성된 15개의 최종 비지배적해 중 의사결정자가 가장 선호하는 해, 즉 최고선호해를 선택한다. 본 예제에서는 15개의 비지배적해 중 효용함수값이 가장 큰 해를 선택한다. 그 결과, 효용함수값이 가장 큰(0.680) 8번째 해가 최고선호해로 선택되었다.

4.3 Lee et al. (2010) 과의 비교

본 절에서는 제안된 방법과 Lee et al. (2010)의 풀이과정 및 결과를 비교한다. 앞서 언급한 바와 같이 공평한 비교를 위하여 평가할 대안구간의 개수( $k$ )와 대안구간 폭의 임계수준( $\delta$ )은 동일한 값이 사용되었고, 분포 간격이 거의 동일하도록 비지배적해(제안된 방법의 경우, 최종 비지배적해)들을 생성하였다.

제안된 방법은 총 3개 라운드를 거쳐 선호도가 가장 높으면서도 충분히 좁은 대안구간을 선택하였고, 15개의 최종 비지배적해를 생성하여 최고선호해를  $\mathbf{x}^*=(1.00, -0.01, -0.24)$ ,  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)=(484.13, 43.20)$ 로 선택하였다. 이 때의 효용함수값은 0.68이었다. 이 과정에서 제안된 방법은 총 27개의 비지배적해를 생성하였다. 참고로, 각 라운드(라운드 1은 제외)에서 혹은 라운드 종료 후에 생성된 최종 비지배적해의 시작과 끝은 이전 라운드에서 이미 생성된 것이므로 합계에 포함하지 않는다.

Lee et al. (2010)은 1804개의 비지배적해를 생성한 후, 이를 5개의 구간으로 쪼갠 후 선택하는 과정을 총 3번 반복하여, 선호도가 가장 높으면서도 충분히 좁은 대안구간을 선택하였다. 그 다음 그 구간 내에 있는 15개의 비지배적해 중 최고선호해를  $\mathbf{x}^*=(1.00, -0.01, -0.24)$ ,  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)=(484.00, 43.29)$ 로 선택하였다. 이 때의 효용함수값은 0.68이다.

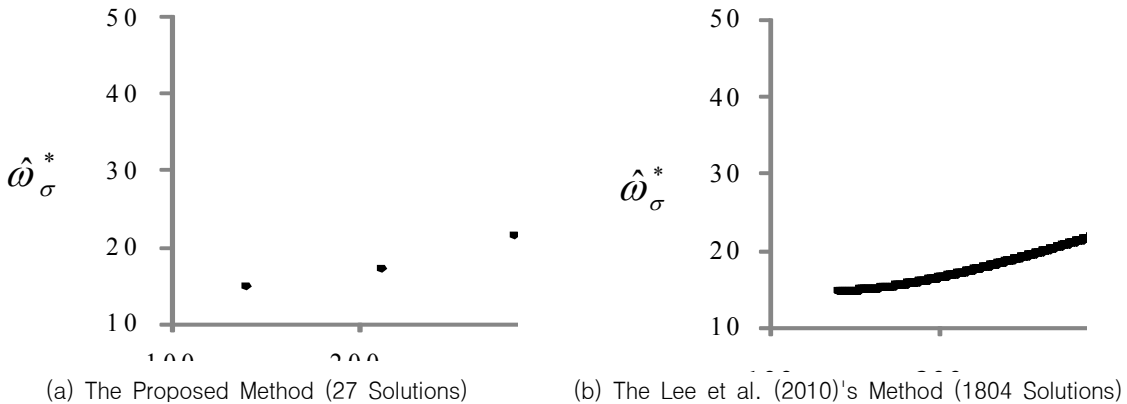


Figure. 4. Illustrative Example: Comparison of the Total Number of Nondominated Solutions Generated by the Proposed Method with that of the Lee et al. (2010)'s Method

제안된 방법과 Lee et al. (2010)의 방법은 동일한 라운드 수를 거쳐 효용함수값이 사실상 같은 해를 최고선호해로 도출하고 있음을 알 수 있다. 그러나 그림 4(a)-(b)에서 볼 수 있듯이, 제안된 방법은 최고선호해를 도출하는 과정에서 27개의 비지배적해를 생성한 반면, Lee et al. (2010)은 1804개를 생성하였다. 즉, 제안된 방법은 Lee et al. (2010)이 생성하였던 1804개의 1.77%에 해당하는 27개의 비지배적해만을 생성하여 동일한 수준의 최고선호해를 효율적으로 찾았다.

Table 3. Illustrative Example: Comparison of the Proposed Method with the Lee et al. (2010)'s Method

Utility Function Shape ( $s, t, r$ )	Method	Input Variable $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$	Nondominated Solution $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$	Utility Function Value	Number of Generated Nondominated Solutions
(1, 1, 1)	Proposed Method	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.13, 43.20)	0.68	27
	Lee et al. (2010)	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.00, 43.19)	0.68	1804
(2, 1, 1)	Proposed Method	(1.00, 0.03, -0.24)	(489.28, 43.82)	0.62	27
	Lee et al. (2010)	(1.00, 0.03, -0.24)	(489.40, 43.83)	0.62	1804
(0.5, 1, 1)	Proposed Method	(1.00, -0.06, -0.23)	(478.16, 42.49)	0.75	27
	Lee et al. (2010)	(1.00, -0.06, -0.23)	(478.20, 42.50)	0.75	1804
(1, 2, 1)	Proposed Method	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.13, 43.20)	0.68	27
	Lee et al. (2010)	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.00, 43.19)	0.68	1804
(1, 0.5, 1)	Proposed Method	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.13, 43.20)	0.68	27
	Lee et al. (2010)	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.00, 43.19)	0.68	1804
(1, 1, 2)	Proposed Method	(1.00, -0.06, -0.23)	(478.16, 42.49)	0.56	27
	Lee et al. (2010)	(1.00, -0.06, -0.23)	(478.20, 42.50)	0.56	1804
(1, 1, 0.5)	Proposed Method	(1.00, 0.03, -0.24)	(489.28, 43.82)	0.79	27
	Lee et al. (2010)	(1.00, 0.03, -0.24)	(489.40, 43.83)	0.79	1804

한편, 본 예제에 대하여 다양한 형태의 효용함수를 가정하여도 제안된 방법이 Lee et al. (2010)에 비하여 효율적으로 최고선호해를 찾을 수 있는지를 실험하였다. Lee et al. (2010)은 앞서 언급한 선형의 효용함수 외에 몇 가지의 비선형 효용함수를 가정하여 본 예제를 풀었다. 본 논문에서도 동일한 비선형 효용함수를 가정하여 예제를 풀었다.

표 3은 효용함수의 형태에 따른 예제풀이 결과를 보여주고 있다. 효용함수 형태에서  $s, t, r$ 이 나타내는 것은 선형 또는 비선형 여부를 보여준다. 예를 들어,  $s=t=r=1$ 은 선형 효용함수를 의미하고,  $s=2$ 는 평균 반응치( $\hat{w}_\mu(\mathbf{x})$ )의 효용함수의 일부 구간이 비선형임을 뜻한다. 각 효용함수에 대한 자세한 정보는 Lee et al. (2010)을 참고하면 된다.

표 3의 풀이결과를 살펴보면, 선형 효용함수를 가정한 경우와 동일하게 비선형 효용함수를 가정한 경우에도 제안된 방법은 매우 작은 수의 비지배적해를 생성하면서도 Lee et al. (2010)과 효용함수값의 측면에서 사실상 동일한 최고선호해로 찾아내고 있음을 확인할 수 있다.

### 4.3 $k$ 를 달리 설정하였을 때의 결과

제안된 방법에서는 의사결정자가 각 라운드에서 평가할 대안구간의 개수( $k$ )를 결정한다. 여기서  $k$ 의 값에 따라 진행해야 하는 라운드의 수나 생성해야 하는 비지배적해의 개수가 달라질 수 있다. 본 절에서는 다양한  $k$ 의 값에 대하여 (동일한 수준의 최고선호해를 찾을 때까지) 라운드를 몇 번 진행해야 하는지, 그리고 비지배적해를 몇 개 생성해야 하는지를 본 예제를 통해 실험하였다. 본 실험에서는  $k$ 의 값을 앞선 예제풀이에서 설정한 5를 포함하여 2, 3, 10 등 총 4가지 경우로 설정하였다.

표 4는 4가지 경우에 대한 예제풀이 결과를 보여주고 있다. 풀이결과를 살펴보면,  $k=2$ 인 경우 총 7개 라운드를

거쳐 충분히 좁은 대안구간을 도출하였고 15개의 최종 비지배적해를 생성하여 효용함수값이 0.68인 최고선호해를 찾았다. 이 과정에서 총 22개의 비지배적해가 생성되었다. 다음으로,  $k=3$ ,  $k=5$ ,  $k=10$ 인 경우에는 동일한 수준(효용함수값 0.68)의 최고선호해를 찾는데 각각 4개, 3개, 2개 라운드를 거쳤고(그 후, 15개의 최종 비지배적해 생성), 총 23개, 27개, 33개의 비지배적해가 각각 생성되었다. 이상의 결과에서 알 수 있듯이,  $k$ 가 클수록 진행되는 라운드의 수는 상대적으로 적으나, 생성되는 비지배적해의 총 개수는 더 많다는 사실을 확인할 수 있다. 다만, 비지배적해의 총 개수가 의미있는 차이(최대 11개 차이)는 아닌 것으로 판단된다. 따라서  $k$ 의 값은 제안된 방법의 신속한 진행(라운드 수)의 관점에서 결정되어야 할 것으로 판단된다.

한 가지 주의해야 할 점은 본 논문에서 다루고 있는 것과 같은 대안비교형 의사결정 문제에서는 의사결정자의 인지적 부담(cognitive burden)을 줄여주기 위하여 한 번에 고려해야 하는 대안의 개수를 적정하게 두어야 한다는 것이다. 즉, 진행의 신속성을 위해 무조건적으로  $k$ 를 크게 설정할 것이 아니라 의사결정자의 인지적 부담도 함께 고려하여  $k$ 를 결정하여야 한다.

**Table 4.** Illustrative Example: The Solution Results of the Proposed Method for Various  $k$  Values

$k$	Input Variables $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$	Nondominated Solution $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$	Utility Function Value	Number of Rounds Processed	Number of Generated Nondominated Solutions
2	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.10, 43.20)	0.68	7	22
3	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.10, 43.20)	0.68	4	23
5	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.13, 43.20)	0.68	3	27
10	(1.00, -0.01, -0.24)	(484.03, 43.19)	0.68	2	33

## 5. 결론 및 토의

본 논문에서는 쌍대반응표면최적화를 위하여 제안된 Lee et al. (2010)의 선호도사후제시법을 보다 효율적으로 개선한 방법을 제안하였다. Lee et al. (2010)의 방법에서는 충분한 수의 비지배적해를 생성한 다음에 의사결정자가 구간선택전략에 따라 최고선호해를 선택하게 된다. 그러나 이 방법은 구간선택전략에서 대안구간을 생성할 때 매우 많은 수의 비지배적해들이 활용되지 않는 문제점을 지니고 있다. 본 논문에서는 이러한 비효율성을 개선하기 위하여 반복적 선호도사후제시법을 제안하였다. 제안된 방법은 대안구간을 생성하는데 필요한 최소한의 비지배적해를 생성함으로써 효율성을 극대화할 수 있다.

Lee et al. (2010)의 선호도사후제시법과 이의 효율성을 개선한 제안된 방법은 평균-표준편차 공간 전체에 분포되어 있는 비지배적해를 대상으로 하여 단계적으로 의사결정자가 가장 선호하는 비지배적해를 찾는 과정을 도와주는 것이 핵심이다. 그러나 평균-표준편차의 최대 허용가능범위(maximum allowable bounds)가 사전에 주어짐으로써 이 범위만 고려해도 된다면, 그리고 그 범위가 충분히 좁다면, 구간선택전략을 사용하지 않고  $\epsilon$ -Constraint 방법을 통해 일정한 개수의 비지배적해를 도출하여 그 중에서 의사결정자가 직접 최고선호해를 선택하는 것도 가능하다고 판단된다. Lee et al. (2010)의 방법과 본 논문에서 제안된 방법은 평균-표준편차 공간 전체 혹은 넓은 범위를 고려해야 할 경우에 효과적인 방법이다.

제안된 방법에서는 평균을 제약식으로 두고  $\epsilon$ 을 일정하게 증가시키면서 표준편차를 최소화하는 모형(식 (2))을 채

택하고 있다. 식 (2)를 사용할 경우, 평균-표준편차 공간에서 생성된 비지배적해의 분포 간격이 평균 축 상에서는 균일하나 표준편차 축 상에서는 균일하지 않을 수 있다. 그림 2를 예로 들어 보면, 평균 축 상에서는 비지배적해가 균일하게 분포하고 있으나 표준편차 축 상에서는 값이 증가할수록 분포 간격이 넓어지는 것을 확인할 수 있다. 이와 같은 상황에서는 생성된 비지배적해의 간격이 표준편차 측면에서 조밀하지 못하기 때문에 의사결정자가 원하는 정밀한 수준의 표준편차 값을 가진 비지배적해를 선택하지 못할 수 있다. 특히, 표준편차에 대한 중요도가 큰 경우에는 정밀한 수준의 표준편차 값을 선택해야 하므로 표준편차 축 상에서 보다 조밀하게 분포된 비지배적해를 생성할 필요성이 커진다. 따라서 표준편차의 중요도가 큰 경우 식 (2)를 적용하는 것에 문제가 있을 수 있기 때문에 식 (2) 대신 식 (3)을 사용하는 것이 바람직하다고 판단된다.

본 논문의 추후 연구주제로, 각 라운드에서 평가할 대안구간의 개수( $k$ )를 결정하기 위한 가이드라인의 개발을 들 수 있다. 앞서 4장의 수치 예제에서는 비지배적해와 연계된  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$ 의 분포 궤적이 거의 선형적인 형태를 띄고 있다(그림 4 참조). 이러한 경우에는  $k$ 가 작더라도 대안구간이  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$ 의 실제 분포를 정확히 근사할 수 있다. 그러나  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$ 의 분포 궤적이 가파르거나 여러 번 변화하는 경우에는  $k$ 를 작게 정하면  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$ 의 실제 분포를 정확히 근사하기 어렵게 되어 진정한 최고선호해를 놓칠 가능성도 있다. 따라서  $(\hat{w}_\mu^*, \hat{w}_\sigma^*)$ 의 다양한 분포 궤적에 대하여  $k$ 를 어떻게 결정해야 하는지에 대한 후속 연구가 필요할 것으로 판단된다.

또 다른 연구주제로, 제안된 방법을 다중반응표면최적화를 위한 선호도사후제시법에 적용하는 것을 들 수 있다. 최근 Lee et al. (2011)은 다중반응표면최적화를 위한 선호도사후제시법을 제안하였다. 이 방법은 Lee et al. (2010)의 쌍대반응표면최적화를 위한 선호도사후제시법을 다중반응표면최적화 문제로 확장한 방법이다. 이 방법도 Lee et al. (2010)과 마찬가지로 비지배적해를 생성하는 단계와 최고선호해를 선택하는 단계로 구성되어 있다. Lee et al. (2011)이 Lee et al. (2010)과 대비되는 가장 큰 차이점은 3개 이상의 반응변수도 다룬다는 점이다. 이러한 이유로 단계 2에서 Lee et al. (2010)의 구간선택전략을 활용할 수 없다. 왜냐하면 구간선택전략은 2차원 상에서만 작동할 수 있기 때문이다. Lee et al. (2011)은 구간선택전략 대신 Kóksalan and Sagala (1995)가 제안한 대화식선택방법(interactive selection method)을 채택하고 있다. 대화식선택방법은 목적함수 공간을 셀(cell)로 명명된 동일한 크기의 하위공간(subspace)으로 구획한 후, 이 중에서 의사결정자의 효용함수를 기반으로 선호도가 낮은 셀을 쌍대비교를 통해 제거해 나간다. 최종적으로는 제거된 셀에 포함되지 않은 비지배적해를 쌍대비교하여 최고선호해를 도출한다. 현재 Lee et al. (2011)은 많은 수의 비지배적해를 생성하지만 셀의 선호도 평가에는 일부만 활용된다. 따라서 제안된 방법의 기본 철학을 적용하여 셀의 선호도 평가에 직접 활용되는 만큼의 비지배적해만 생성하는 방식으로 Lee et al. (2011)의 효율성을 개선할 수 있을 것으로 판단된다.

## REFERENCES

- Box, George E. P., and Draper, Norman R. 1987. *Empirical Model Building and Response Surfaces*. New York: John Wiley & Sons.
- Carlyle, W. Matthew, Fowler, John W., Gel, Esma S., and Kim, Bosun. 2003. "Quantitative Comparison of Approximate Solution Sets for Bi-Criteria Optimization Problems." *Decision Sciences* 34:63-82.
- Copeland, Karen A. F., and Nelson, Peter R. 1996. "Dual Response Optimization via Direct Function Minimization." *Journal of Quality Technology* 28:331-336.
- Haimes, Yacov Y., Lasdon, Leon S., and Wismer, David A. 1971. "On a Bicriterion Formulation of the Problems of Integrated System Identification and System Optimization." *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*

- 1:296-297.
- Hwang, Ching-Lai, Masud, Abu Syed Md. Masud, Paidy, Sudhakar R., and Yoon, Kwangsun. 1979. *Multiple Objective Decision Making – Methods and Applications (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems)*. Berlin: Springer-Verlag.
- Jeong, In-Jun, Kim, Kwang-Jae, and Chang, Soo Y. 2005. "Optimal Weighting of Bias and Variance in Dual Response Surface Optimization." *Journal of Quality Technology* 37:236-247.
- Khuri, Andre I., and Cornell, John A. 1996. *Response Surfaces: Designs and Analyses*. New York: Dekker.
- Kim, Kwang-Jae, and Lin, Dennis K. J. 1998. "Dual Response Surface Optimization: a Fuzzy Modeling Approach." *Journal of Quality Technology* 30:1-10.
- Kim, Young-Jin. 2002. "Response Surface Approach to Integrated Optimization Modeling for Parameter and Tolerance Design." *Journal of the Korean Society for Quality Management* 30:58-67.
- Köksalan, M. Murrat, and Sagala, Paul N. S. 1995. "Interactive Approaches for Discrete Alternative Multiple Criteria Decision Making with Monotone Utility Functions." *Management Science* 41:1158-1171.
- Kóksay, Onur and Doganaksoy, Necip. 2003. "Joint Optimization of Mean and Standard Deviation Using Response Surface Methods." *Journal of Quality Technology* 35:239-252.
- Lee, Dong-Hee, Jeong, In-Jun, and Kim, Kwang-Jae. 2010. "A Posterior Preference Articulation Approach to Dual-Response-Surface Optimization." *IIE Transactions* 42:161-171.
- Lee, Dong-Hee, Kim, Kwang-Jae, and Köksalan, Murrat. 2011. "A Posterior Preference Articulation Approach to Multiresponse Surface Optimization." *European Journal of Operational Research* 210:301-309.
- Lee, Woo-Sun and Rheem, Sung-Sue. 2001. "Some 3-Level Spherical Designs for Response Surface Experiments: Designs Constructed for the Radius of the Spherical Experimental Region to Vary with the Number of Factors." *Journal of the Korean Society for Quality Management* 29:24-40.
- Lin, Dennis K. J. and Tu, Wanzhu. 1995. "Dual Response Surface Optimization." *Journal of Quality Technology* 27:34-39.
- Miettinen, Kaisa. 2001. "Some Methods for Nonlinear Multi-Objective Optimization." *Lecture Notes in Computer Science* 1993:1-20.
- Myers, Raymond H., and Montgomery, Douglas C. 2002. *Response Surface Methodology (2nd ed.)*. New York: John Wiley & Sons.
- Rheem, Sung-Sue, and Lee, Woo-Sun. 2005. "Multiresponse Optimization in Response Surface Analysis: A Method by Minimization of Weighted Sum of Estimates of Expected Squared Relative Errors." *Journal of the Korean Society for Quality Management* 33:73-82.
- Shin, Sangmun and Cho, Byung Rae. 2006. "Robust Design Models for Customer-Specified Bounds on Process Parameters." *Journal of Systems Science and Systems Engineering* 15:2-18.
- Steuer, Ralph E. 1986. *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application*. New York: John Wiley & Sons.
- Tang, L. C., and Xu, K. 2002. "A Unified Approach for Dual Response Surface Optimization." *Journal of Quality Technology* 34:437-447.
- Tind, Jorgen, and Wiecek, Margaret M. 1999. "Augmented Lagrangian and Tchebycheff Approaches in Multiple Objective Programming." *Journal of Global Optimization* 14:251-266.
- Vining, G. Geoffrey, and Myers, Raymond H. 1990. "Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach." *Journal of Quality Technology* 22:38-45.

