ISSN(print) : 1229-1889
J Korean Soc Qual Manag Vol. 40, No. 4: 441-452, December 2012
http://dx.doi.org/10.7469/JKSQM.2012.40.4.441

불확실한 수율과 고객이탈행위를 고려한 강건한 뉴스벤더 모델

정 욱 · 이세원†
동국대학교 경영학과

Robust Newsvendor Model With Random Yield and Customer Balking

Uk Jung · Se Won Lee†
Department of Management, Dongguk University-Seoul, Seoul, South Korea

Abstract

Purpose: In this paper, we have considered a problem of newsvendor model in an environment of random yields in quality and customer balking behavior, in which only the mean and the variance of the demand are known. In practice, the distributional information of the demand is very limited and only the mean and variance are guessed by experience. In addition, due to the customers balking behavior occurring when the available inventory level decreases, the product's demand becomes a function of inventory level so that the classical newsvendor's optimal order quantity is no longer optimal.
Methods: We have developed an optimal order quantity model that enables us to incorporate the random yield of a product and the customer balking information such as a threshold inventory level of balking and the corresponding probability of a sale during the balking.
Results: We illustrated the concepts developed here through simple numerical examples and showed the robustness of our model in a various setting of parameters.
Conclusion: This paper provides a useful analysis showing that our distribution-specific and distribution-free approach to the optimal order quantity in the newsboy model can act as an effective tools to match supply with demand for these product lines.

Key Words : Distribution-Free Approach, Newsvendor Problem, Balking, Random Yield

• Received 10 October 2012, revised 14 December 2012, accepted 13 December 2012
† Corresponding Author(swlee94@dongguk.edu)

1. 서 론

본 연구에서는 수요의 확률분포가 정확히 알려져 있지 않은 상황에서 생산자의 산출물 중 정상품의 수량이 품질결함으로 인해 확률적으로 결정되고(random yield of a product), 정상품의 재고량에 반응하여 고객들이 구매를 포기하는 고객이탈행위(customer balking behavior)가 존재할 때의 단일기간 재고관리문제를 다루고자 한다.

뉴스벤더 모델로 잘 알려진 전통적인 단일기간 재고모델은 패션제품, 신선한 농산물, 일·주간지 등과 같이 비교적 짧은 수명주기를 지닌 제품들을 대상으로 수요 분포의 확률적인 가정 하에서 기대이윤을 최대화하는 생산·주문 정책을 결정하는데 유용하게 사용되는 모델이다. 이는 제품을 너무 많이 주문함으로 인해 발생하는 위험(잔여재고 처리비용)과 너무 적게 주문함으로 인해 발생하는 위험(이윤획득의 기회비용) 간의 최적 균형점을 찾는 것이며, 다양한 재고관리 상황 하에서 수많은 실용적인 경영사례들을 발굴해 내며 학자들의 관심을 받아 왔다.

그런데, 실제 상황에서는 대다수의 경우 적절한 정보의 부족으로 인하여 판매기간 동안에 발생하는 수요의 정확한 확률분포를 찾아내는 데에 어려움이 있다. 이러한 상황을 극복하기 위해 정확한 수요의 확률분포가 주어지지 않은 상황에서 수요의 평균과 분산만을 이용하는 강건한 뉴스벤더 모델, 즉 “분포에 무관한 뉴스벤더 모델(distribution-free newsvendor model; 이하 DFNM)”이 소개되었다. DFNM에서는 일반분포함수로 표현되는 총이윤함수를 유도한 후, 이 함수의 비관치를 최대화하는 최적의 생산량을 찾는 해법(maximin approach)을 반영하고 있다.

이러한 접근방식의 초창기 연구로 Scarf (1958)는 확률분포 제약이 없는 상황에서의 제품 생산량을 결정하는 폐쇄형 해(closed form solution)를 유도하였다. Gallego and Moon (1993)은 Scarf의 공식을 간단히 증명한 후, 다양한 환경에서의 사례를 들어 적용, 발전시켰다. Moon and Choi (1997)는 원재료에서부터 최종 제품 단계에 이르는 통합적인 공급사슬 관점에서의 뉴스벤더 모델을 분석하였다. Vairaktarakis (2000)은 제약된 예산 하에서 다수의 제품들을 다루는 DFNM의 해법을 찾기 위해 미니맥스 후회(minimax regret) 방식을 제안하였다. Alfares and Elmorra (2005)는 Gallego and Moon (1993)의 결과를 확장하여 부족한 재고에 대해 벌과금(lostsales)이 있는 경우의 DFNM을 다루었다.

수율이 확률적으로 결정되어 공급의 불확실성을 초래하는 현상은 다양한 생산시설에서 흔히 찾아볼 수 있다(Jung 2012, Lim and Park 2011, Lim and Park 2012). 특히 반도체 제조공정이나 회로기판의 조립과정과 같은 하이테크 제조 프로세스에서 산출물의 변동성은 생산계획 및 관리 절차를 보다 복잡하게 만드는 주요 요인들 중의 하나이다. 불완전한 제품검사, 도난으로 인한 손실, 수송 중의 사고 등이 이러한 수율의 변동을 야기하게 되고 이러한 확률적인 수율(random yields)의 문제는 여러 학자들에 의해 단일기간 재고문제에서 다루어져 왔다(Gallego and Moon (1993), Inderfurth (2004), Rekik et al.(2007) 등).

한편, 고객이탈행위의 현상을 고려한 뉴스벤더 모델에 관한 연구들도 동시에 진행되었다. 예를 들어, 농산물을 판매하는 소매상의 진열대에 소수의 농산물들이 남아 있는 경우 소비자는 재고로 남아 있는 농산물들은 신선도가 떨어졌을 것이라고 인식하여 신선한 재고가 많이 남아 있을 대형 상가로 떠나게 된다. 또한 패션제품의 경우에도 재고수량이 적은 상품은 소비자로 하여금 다양한 제품의 선택권이 부족하다는 인식을 갖게 하여 보다 많은 상품이 남아 있는 다른 패션제품 가게로 소비자들의 발길을 돌리게 한다. Moon과 Choi (1995)는 가용 재고수준이 특정수준 이하로 떨어질 때 고객이 이탈현상을 보이는 뉴스벤더 모델을 분석하였다. 그들의 연구에서는 가용 재고수준이 특정한 단일의 재고한계점 미만으로 떨어질 때 고객의 제품 구매율이 1에서 로 떨어진다고 가정하였다. 그러한 고객이탈행위는 특히 부식성(perishable) 제품 판매에서 흔히 나타나는 현상으로 구매 가능한 재고수량이 적을 때 주로 일어난다. Liao et al. (2011)은 고객이탈과 재고부족 벌과금이 존재하는 뉴스벤더 모델을 분석하였다.

본 연구에서는 고객이탈행위와 확률적인 수율의 문제를 함께 고려하는 뉴스벤더 모델을 다룬다. 생산자는 Q개의 제품을 각 제품이 정상일 확률 ρ로 생산한다. 따라서 생산한 Q개의 제품에는 정상품과 불량품이 존재하는데 정상품 만을 판매한다고 가정한다. 고객은 이러한 정상품의 재고량이 K이하로 낮아질 때 확률 L로 물건을 구매한다. 이와 같은 상황에서 수요의 확률분포에 상관없이 수요의 평균과 분산만을 가지고 최적의 생산량 Q^*를 결정하고자 하는 것이다. 이는 지금까지 각각 따로 고려되었던 확률적 수율과 고객이탈행위의 영향을 함께 고려하여 구현한 보다 일반적인 모델이다.

본 연구는 다음과 같은 구성으로 전개된다. 제 2절에서는 확률적인 산출물과 고객이탈행위에 대하여 기존의 뉴스벤더 모델을 각각 살펴보고 제 3절에서는 이들 두 요소를 함께 고려한 본 연구의 개발모델을 소개한다. 제 4절에서는 수치 예제를 통해 본 논문에서 제시한 모델의 유용성을 보이고, 마지막으로 제 5절에서 결론과 향후 연구 주제들에 대해 논한다.

2. 본 연구와 관련된 뉴스벤더 모델

본 절에서는 본 연구와 직접적으로 관련된 기존 뉴스벤더 모델의 결과들을 정리한다. 먼저 전통적인 뉴스벤더 모델을 살펴보고, 분포에 무관한 뉴스벤더 모델(distribution-free newsvendor model; DFNM), 고객이탈행위가 존재하는 경우의 DFNM, 불확실한 수율 하에서의 DFNM을 차례로 살펴본다.

본 연구에서 사용할 기호들은 다음과 같다:

c : 제품 개당 생산·구입비용

m : 판매제품 개당 가격 할증률

d : 잔여재고에 적용되는 개당 가격 할인율

p : 제품 개당 판매가격 ($p=c(1+m)>c$)

v : 판매기간 이후의 제품 개당 잔존가치 ($v=c(1-d)<c$)

D : 제품의 수요(확률변수)

F : 제품 수요의 누적확률 분포함수(DF)

f : 수요의 확률밀도함수(pdf)

μ : 판매기간 동안의 제품 수요의 평균 $E(D)$

σ : 판매기간 동안의 제품 수요의 표준편차 ($\sigma>0$)

K : 고객이탈행위가 시작되는 재고한계점, ($K\geq 0$)

L : K개 이하의 재고량에 상응하는 제품 개당 구매율 ($0<L\leq 1$)

Q : 제품 생산량, ($Q>K$)

ρ : 생산된 제품이 정상일 확률 ($0<\rho\leq 1$)

$x^+=\max\{x,0\}$: 0과 x 중 최대값

2.1 전통적인 뉴스벤더 모델

수명주기가 짧은 계절성 제품을 생산하는 생산자를 고려해 보자. 개당 생산비용, 판매가격, 그리고 잔존가치는 각각 c, p, 그리고 v이다($v<c<p$). 제품의 수요 D는 평균 μ와 표준편차 σ를 갖는 누적확률분포 F를 따르고 확률밀도함수는 f라고 가정하자. 전통적인 뉴스벤더 모델에서 생산자는 기대이윤함수를 최대화하는 최적 생산량을 결정한다.

전통적인 뉴스벤더 모델에서의 기대이윤함수$\pi_0^F(Q)$는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \pi_0^F(Q) &= E[p\min(Q,D)+v(Q-D)^+-cQ] \\ &= pE[D-(D-Q)^+]+vE[(Q-D)+(D-Q)^+]-cQ \\ &= (p-v)\mu-(c-v)Q-(p-v)E[D-Q]^+ \end{aligned} \tag{1}$$

기대이윤함수를 최대화하는 최적 생산량 Q_0^F는 식 (1)의 일차 미분값을 0으로 만드는 Q로서 이는 이미 잘 알려진 식 (2)에 의해 손쉽게 구할 수 있다(Cachon and Terwiesch 2009).

$$Q_0^F = F^{-1}\left(\frac{p-c}{p-v}\right) \tag{2}$$

2.2 분포에 무관한 뉴스벤더 모델

본 절에서는 수요 D의 평균과 표준편차가 μ와 σ로만 주어졌을 뿐 누적확률분포 F는 주어지지 않은 경우를 고려한다. 수요의 확률분포가 주어지지 않았으므로 우리는 확률분포에 대해 가능한 최악의 상황 하에서 식 (1)을 최대화하기를 원한다. Gallego and Moon(1993)은 다음의 결과를 유도하였다.

$$E[D-g]^+ \le \frac{\sqrt{V[D-g]+E^2[D-g]}+E[D-g]}{2} \tag{3}$$

식 (3)에서 g는 수요 D에 독립인 함수를, $V[\cdot]$와 $E[\cdot]$는 각각 분산과 평균을 의미한다. 식 (3)은 Cauchy-Schwarz 부등식과 다음 결과로부터 쉽게 증명된다.

$$[D-g]^+ = [|D-g|+(D-g)]/2$$

한편, 식 (1)을 최대화하는 것은 식 (1)의 음수 부분인 식 (4)를 최소화하는 것과 동일하다.

$$C_0^F(Q) = (c-v)Q+(p-v)E[D-Q]^+ \tag{4}$$

수요의 정확한 확률분포를 모르는 상황에서 식 (4)의 상한(upper bound) $C_0^W(Q)$는 식 (3)을 이용하여 구할 수 있고 이는 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} C_0^W(Q) &= (c-v)Q+(p-v)\frac{\sqrt{\sigma^2+(\mu-Q)^2}+\mu-Q}{2} \\ &= cdQ+c(m+d)\frac{\sqrt{\sigma^2+(\mu-Q)^2}+\mu-Q}{2} \end{aligned} \tag{5}$$

식 (5)의 강볼록성(strict convexity)은 $\partial^2 C_0^W(Q)/\partial Q^2 > 0$ 으로 증명되므로 C_0^W 을 최소화하는 최적의 Q는 식 (5)의 일차 미분값을 0으로 놓음으로 인해 구할 수 있다.

결국 분포에 무관한 뉴스벤더 모델에서의 최적의 생산량 Q_0^W는 식 (6)과 같다(Scarf 1958, Gallego and Moon 1993).

$$Q_0^W = \mu + \frac{\sigma}{2}\left(\sqrt{\frac{m}{d}}-\sqrt{\frac{d}{m}}\right) \tag{6}$$

2.3 분포에 무관한 뉴스벤더모델에서의 고객이탈행위

본 절에서는 특정 재고한계점에서 고객이탈행위가 존재하는 경우의 결과를 정리한다. 뉴스벤더 모델에서 일어나는 이러한 고객이탈행위는 기존의 몇몇 연구에서 다루어져 왔다(Moon and Choi 1995, Liao et al. 2011). 그들의 연구에서는 가용 재고수준이 특정한 단일의 재고한계점 K 미만으로 떨어질 때 고객의 제품 구매율이 1에서 $L(0 < L \le 1)$ 로 떨어진다고 가정하였다. 이러한 고객이탈행위는 특히 부식성(perishable) 제품의 경우 흔한 현상으로 구매 가능 재고수량이 소수로 남아있을 때 주로 일어난다.

Moon과 Choi(1995)는 이러한 고객이탈행위를 고려한 기대이윤 $\pi_B^F(Q)$를 식 (7)과 같이 제안했다.

$$\begin{aligned}\pi_B^F(Q) = & \int_0^{Q-K}[pD+v(Q-D)]f(D)dD \\ & + \int_{Q-K}^{Q-K+K/L}[p(Q-K+L(D-Q+K))]f(D)dD \\ & + \int_{Q-K}^{Q-K+K/L}[v(K-L(D-Q+K))]f(D)dD \\ & + \int_{Q-K+K/L}^{\infty} pQf(D)dD \\ & - cQ\end{aligned} \tag{7}$$

앞에서 정의한 기호를 사용하면 식 (7)은 다음과 같이 정리된다.

$$\pi_B^F(Q) = (p-v)\mu-(1-L)(p-v)E[D-(Q-K)]^+ - L(p-v)E[D-(Q-K+K/L)]^+ + (v-c)Q \tag{8}$$

그들은 식 (3)을 이용하여 최적 생산량 Q_B^W를 찾는 식 (9)를 유도하였다.

$$\frac{m-d}{m+d} = (1-L)\frac{Q-K-\mu}{\sqrt{\sigma^2+(Q-K-\mu)^2}} + L\frac{Q-K+K/L-\mu}{\sqrt{\sigma^2+(Q-K+K/L-\mu)^2}} \tag{9}$$

2.4 분포에 무관한 뉴스벤더 모델에서의 불확실한 수율 문제

본 절에서는 생산자가 Q 단위의 제품을 생산할 때 평균 $Q\rho$와 분산 $Q\rho\bar{\rho}$의 이항분포를 따르는 정상품 Y 단위를 얻게 되는 상황을 고려한다($\bar{\rho}=1-\rho$). 생산되는 각 제품이 정상품일 확률은 ρ로써 각 제품마다 동일하다고 가정한다. Gallego and Moon(1993)은 이러한 상황에서 기대이윤을 최대화하는 최적생산량을 구하였다. 그들은 정상품 한 단위당 기대 생산비용 $\hat{c}=c/\rho$를 정의하고 이를 이용하여 판매가격 $p=\hat{c}(1+m)$ 과 잔존가치 $v=\hat{c}(1-d)$ 를 각각 정의하였다. Gallego and Moon(1993)의 기대이윤함수 $\pi_R^F(Q)$는 식(10)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}\pi_R^F(Q) = & \ E[p\min(Y,D)+v(Y-D)^+ - cQ] \\ = & \ pE[D-(D-Y)^+] + vE[(Y-D)+(D-Y)^+] - cQ \\ = & \ p(\mu - E[D-Y]^+) + v(Q\rho - \mu + E[D-Y]^+) - cQ \\ = & \ \hat{c}(m+d)\left(\mu - \frac{Qd\rho}{m+d} - E[D-Y]^+\right).\end{aligned} \tag{10}$$

그들은 식 (3)을 이용하여 최적 생산량 Q_R^W를 식 (11)과 같이 유도하였다.

$$Q_R^W = \frac{1}{\rho}\left[\mu - \frac{\bar{\rho}}{2} + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{m}{d}} - \sqrt{\frac{d}{m}}\right)\sqrt{\sigma^2 + \mu^2 - \left(\frac{\bar{\rho}}{2} - \mu\right)^2}\right] \tag{11}$$

3. 제안 모델: 불확실한 품질과 고객이탈행위를 함께 고려한 강건한 뉴스벤더 모델

본 연구에서는 보다 일반적이고 강건한 결과를 보장하는 모델을 소개한다. 생산자가 Q 단위의 제품을 생산할 때 평균 $Q\rho$와 분산 $Q\rho\bar{\rho}$의 이항분포를 따르는 정상품 Y 단위를 얻게 되고, 고객은 이러한 정상품의 재고량이 K 이하로 떨어지는 시점부터 확률 L로 제품을 구매하는 상황에서 수요의 확률분포를 정확히 모르더라도 사용가능한 최적의 생산량 Q_{RB}^W를 결정하고자 한다. 기대이윤 $\pi_{RB}^F(Q)$는 다음과 같이 정의된다.

$$\pi_{RB}^F(Q) = \sum_{y=0}^{Q}\binom{Q}{y}(Q\rho)^y(1-Q\rho)^{Q-y}(R_0 + R_1 + R_2 - cQ) \tag{12}$$

여기서

$$R_0 = \int_0^{y-K}\{px + v(y-x)\}f(x)dx,$$

$$R_1 = \int_{y-K}^{Q-K+K/L}\{p(y-K+L(x-y+K) + v(K-L(x-y+K)\}f(x)dx,$$

$$R_2 = \int_{Q-K+K/L}^{\infty} pyf(x)dx.$$

식 (12)는 Q와 ρ로부터 생성된 정상품의 개수가 y로 결정되었을 때 구해지는 기대이윤함수이다. 2절에서 정의한 기호를 사용하여 식 (12)를 다시 적으면 다음과 같다.

$$\pi_{RB}^F(Q) = (p-v)\mu + vE[Y] - cQ - (1-L)(p-v)E[D-(Y-K)]^+ - L(p-v)E[D-(Y-K+K/L)]^+$$

2.3절의 $\hat{c} = c/\rho$, $p = \hat{c}(1+m)$, $v = \hat{c}(1-d)$ 를 이용하여 정리하면 위 식은 식 (13)과 같다.

$$\pi_{RB}^F(Q) = \hat{c}(m+d)\left[\mu - Q\rho d/(m+d) - (1-L)E[D-(Y-K)]^+ - LE[D-(Y-K+K/L)]^+\right] \tag{13}$$

식 (13)을 최대화하는 문제는 식 (14)의 $C_{RB}^F(Q)$를 최소화하는 문제와 같다.

$$C_{RB}^F(Q) = Q\rho d/(m+d) + (1-L)E[D-(Y-K)]^+ + LE[D-(Y-K+K/L)]^+] \tag{14}$$

식 (3)에 의해 수요의 정확한 확률분포를 모르는 상황에서 위 식의 상한(upper bound) $C_{RB}^W(Q)$는 식 (15)와 같고 이는 우리가 다루는 일반적인 뉴스벤더 모델에서 Q에 대한 강볼록함수이다(부록 참조).

$$C_{RB}^W(Q) = Q\rho d/(m+d) + (1-L)(\beta+\alpha)/2 + L(\delta+\gamma)/2, \tag{15}$$

여기서 $\alpha = \mu - Q\rho + K$, $\beta = \sqrt{\sigma^2 + Q\rho\bar{\rho} + \alpha^2}$, $\gamma = \mu - Q\rho + K - K/L$, $\delta = \sqrt{\sigma^2 + Q\rho\bar{\rho} + \gamma^2}$.

이제 식 (15)의 일차미분값을 0으로 만드는 Q는 $C_{RB}^{W}(Q)$를 최소화하는 생산량이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial Q}C_{RB}^{W}(Q)= \frac{\rho d}{m+d}+\frac{(1-L)\rho}{4}\left(\frac{\bar{\rho}-2\alpha}{\beta}-2\right)+\frac{L\rho}{4}\left(\frac{\bar{\rho}-2\gamma}{\delta}-2\right)=0 \tag{16}$$

식 (16)을 만족하는 해 Q_{RB}^{W}는 비선형 방정식의 최적해를 찾는 직선탐색법(line search method)을 이용해 구할 수 있고, 결과적으로 수요의 확률분포가 주어지지 않은 상황에서의 최대기대이윤은 식 (12)에 Q_{RB}^{W}를 대입한 $\pi_{RB}^{F}(Q_{RB}^{W})$가 된다.

4. 수치 계산

4.1 정상품 확률분포(이항분포)의 정규분포 근사

수요의 분포를 알고 있는 상황 하에서 최적의 Q_{RB}^{F}를 구하려면 식 (12)를 Q에 대하여 미분한 후 이를 0으로 만드는 Q를 찾아야 한다. 그러나 식 (12)의 기대이윤함수는 수요의 확률분포에 대한 적분($\int$)과 정상품 개수의 확률분포에 대한 총합(Σ)이 함께 포함되어 있으므로 정상품의 개수에 관한 이산확률분포 이항분포를 미분가능한 연속확률분포 정규분포로 근사하여 계산하였다. 일반적으로 $Q\rho > 5$, $Q(1-\rho) > 5$ 를 동시에 만족하면 모수 Q, ρ를 가지는 이항분포가 평균 $Q\rho$, 분산 $Q\rho(1-\rho)$ 인 정규분포를 따름은 통계적으로 잘 알려진 사실이다.

4.2 불확실한 수율과 고객이탈이 포함된 경우 알려진 수요 분포 하에서 최적 생산량 계산의 어려움

불확실한 수율과 고객이탈이 포함된 뉴스벤더 모델을 다룰 때 정확한 수요분포를 알고 있다 하더라도 최적 주문량(Q_{RB}^{F})을 계산할 수 있는 식을 closed-form으로 구하기는 거의 불가능하다. 이는 식 (12)를 잘 살펴보면 당연한 결과이다. 따라서, 열거법(enumeration method)이나 수치계산 프로그램을 이용하여 최적의 생산량을 계산하였다.

실제로 Gallego and Moon(1993)이 다룬 불확실할 수율을 갖는 뉴스벤더모델의 분석에서도 식 (11)과 같이 분포에 무관한 접근법을 사용할 때의 최적의 생산량 Q_{R}^{W}만을 구하였을 뿐 수요분포가 주어졌을 때 최적의 생산량(Q_{R}^{F})과의 비교분석은 앞서 언급한 이유로 이루어지지 않았다.

4.3 수치예제

본 절에서는 수치예제를 통해 본 연구모델의 강건성을 확인한다. 다음과 같은 제품을 고려해 보자; $c=\$35$, $p=\$60$, $v=\$15$, $K=200$, $L=0.8$, $\rho=0.7$, $\mu=800$, $\sigma=150$. 제품의 수요에 관한 확률분포가 정규분포를 따를 때, 이러한 정보를 아는 경우와 그렇지 않은 경우에 대하여 각각의 최적해를 구하고 해당 기대이윤을 계산하면 <Table 1>과 같다.

<Table 1>의 기존 여러 모델들의 결과는 본 연구의 분석 결과로부터 구해낸 것으로써 본 연구에서 제시한 모델이 기존의 모델들을 특수한 경우로 포함하는 일반적인 모델임을 나타낸다. <Table 1>을 통해 수요분포 정보 여부에 따른 기대이윤의 비율이 모두 1에 매우 근사한 값임을 확인할 수 있다. 이는 수요에 관한 확률분포의 정확한 정보를

모른다 할지라도 DFNM 접근법을 이용한 최대 기대이윤이 모든 정보를 알고 있다는 가정 하에서 얻는 최대기대이윤을 보장할 수 있는 훌륭한 근사값임을 의미한다. 즉, 본 연구의 접근방법이 효과적인 결과를 보장하는 강건한 접근법임을 보여 준다.

Table 1. Comparison of different models: for known and unknown distribution of demand

Decision& Measure	Demand distribution	Our Model with random yield and balking: ρ, K, L	Classical Model: $\rho=1, K=0, L=1$	Gallego and Moon's model (with random yield): $K=0$, $L=1$	Moon and Choi's model (with balking): $\rho=1$
Optimal quantity	Known	$Q_{RB}^F=911$	$Q_0^F=821$	$Q_R^F=979$	$Q_B^F=814$
	Unknown	$Q_{RB}^W=957$	$Q_0^W=700$	$Q_R^W=999$	$Q_B^W=671$
Expected profit	Known	$\pi_{RB}^F(Q_{RB}^F)$ $=8,633$	$\pi_0^F(Q_0^F)$ $=17,333$	$\pi_R^F(Q_R^F)$ $=5,990$	$\pi_B^F(Q_B^F)$ $=16,781$
	Unknown	$\pi_{RB}^F(Q_{RB}^W)$ $=8,500$	$\pi_0^F(Q_0^W)$ $=16,477$	$\pi_R^F(Q_R^W)$ $=5,981$	$\pi_B^F(Q_B^W)$ $=15.741$
Ratio of expected profit		$\frac{\pi_{RB}^F(Q_{RB}^F)}{\pi_{RB}^F(Q_{RB}^W)}$ $=1.0156$	$\frac{\pi_0^F(Q_0^F)}{\pi_0^F(Q_0^W)}$ $=1.0520$	$\frac{\pi_R^F(Q_R^F)}{\pi_R^F(Q_R^W)}$ $=1.0015$	$\frac{\pi_B^F(Q_B^F)}{\pi_B^F(Q_B^W)}$ $=1.0661$

실험에서 다양한 수요의 확률분포를 사용하여 검증하는 것이 마땅하나 본 연구의 계산이 상호 연계된 두 확률변수에 대한 이중적분을 필요로 하는 상황이므로 정규분포를 제외하고는 수요의 확률분포를 정확히 아는 상황에서의 최적 생산량 Q_{RB}^F를 수치적으로 구하는 것은 매우 어렵다. 따라서 본 연구에서는 수요의 분포를 정규분포로만 가정하고 다양한 설정 하에서 수치예제 계산을 위해 500개의 새로운 문제들을 만들어 실험하였다. <Table 2>는 시뮬레이션을 위한 파라미터 값들의 범위를, <Table 3>은 500번의 시뮬레이션에서 계산한 $\pi_{RB}^F(Q_{RB}^F)/\pi_{RB}^F(Q_{RB}^W)$의 최소값, 최대값, 평균을 나타낸다. <Table 3>에서 수요분포 정보 여부에 따른 기대이윤의 비율은 모두 1에 매우 근사한 값이므로 본 연구의 제시방법은 매우 강건하다고 할 수 있다.

Table 2. Parameters and the range for the uniformly generated data

Parameter	Range
μ	[600, 800]
σ	[100, 200]
ρ	[0.8, 1]
c	[40, 60]
m	[0.1, 0.5]
d	[0.1, 0.5]
K	[301, 400]
L	[0.71, 0.9]

Table 3. Simulation results

Distribution	Ratio: $\pi_{RB}^{F}(Q_{RB}^{F})/\pi_{RB}^{F}(Q_{RB}^{W})$		
	Min	Mean	Max
Normal	1.0000	1.0013	1.0289

5. 결 론

본 연구에서는 수요의 평균과 분산만이 알려진 상황 하에서 생산된 제품의 불확실한 수율로 인해 정상품의 수량이 확률적으로 변화하고 정상품의 특정 재고량에 반응하는 고객이탈행위가 존재할 때, 이 둘을 동시에 고려하여 최적의 생산량을 결정하는 강건한 뉴스벤더 모델을 분석하였다. 기존의 관련 연구결과들을 동일한 기호를 사용하여 정리하고, 본 논문에서 제시한 모델을 하나의 틀 안에서 분석하였다.

제품 공급과정의 축적된 데이터를 통해 제품이 정상품일 확률을 이용하여 수율을 추정하는 것은 그리 어렵지 않은 일이다. 그러나 고객의 이탈행위에 대한 정보를 얻는 것은 다소 힘든 작업일 수 있다. 이는 각 고객들마다 이탈행위를 결정하는 심리적 상황이 다르기 때문이다. 고객이탈행위를 결정짓는 모수들은 다수의 $(K,\ L)$들로 구성된 경험적인 확률분포로 주어지는 것이 보다 현실적이나 본 연구에서는 문제의 단순화를 위해 한 쌍의 $(K,\ L)$을 대표값으로 가정하였다. 이는 앞서 언급한 사후확률 $P(L|K)$를 경험적으로 구하는 과정이 실무자들을 위해 꼭 필요한 과정이지만 본 연구의 효과성이 검증된 이후의 후속단계이기 때문이다. 따라서 이에 대한 연구는 후속연구로써 남겨두고자 한다. 또한 K와 L이 특정 값으로 결정되지 않고 일정한 범위(range)의 형태를 가지는 경우를 가정하는 것도 보다 현실적인데 이러한 불확실한 모수를 다루는 상황에 대한 추후연구가 진행 중이다.

본 논문은 다음과 같은 향후 연구의 주제들을 제공하고 있다. 먼저 고객이탈행위가 일어나는 특정 재고한계점을 보다 일반화 하여 다수개의 재고한계점이 존재하는 경우의 모델로 확장시키고자 한다. 단일의 재고한계점을 가정하기 보다는 다수의 재고한계점을 가정하여 재고가 줄어들수록 고객의 구매율이 점점 더 감소하는 보다 일반적인 모델로 발전시킬 필요가 있다. 다음으로는 이와 같은 모델에서 재고부족 벌과금이 존재하는 경우를 고려할 수도 있다. 또한 품질 문제에 대한 확률분포를 보다 다양화하여 더욱 복잡한 품질 분포에도 동시에 강건한 모델을 고안해 볼 수도 있다. 또한 본 연구에서의 고객이탈행위에 적용된 가정과 반대인 상황, 즉 재고수준이 낮아질수록 고객의 수요가 오히려 증가하는 상황을 고려하는 것은 매우 흥미로울 것이다. 이러한 상황은 주로 테러나 자연재해가 발생하여 공급망이 붕괴될 경우 고객들의 "사재기 현상"에서 찾아볼 수 있다. 끝으로 다수의 제품군을 보충하는데 필요한 추가적인 재무적, 운영적, 그리고 영업적 관점에서의 제약조건들이 고려된 모델을 고려하는 것은 보다 현실적인 문제를 해결하는데 도움이 될 것이다.

점점 복잡해지는 제품의 사양으로 인해 품질문제가 더욱 중요시되고, 갈수록 증가하는 제품의 다양성과 글로벌한 공급자들의 출현으로 인해 고객의 제품 선택권이 다양해지는 요즘, 본 연구는 수요와 공급의 균형을 찾는 노력의 일환으로 불확실한 수율과 고객이탈행위가 존재하는 이러한 제품들에 대해 유용한 분석도구로 활용할 수 있을 것이다.

Acknowledgement

부록의 증명에 도움을 주신 동국대학교 경영학과 박찬규 교수님께 지면을 빌어 다시 한 번 감사드립니다.

REFERENCES

Alfares, Hesham K., and Elmorram, Hassan H. 2005. "The distribution-free newsboy problem: extension to the shortage penalty case." International Journal of Production Economics 93-94:465-77.

Cachon, Gérard, and Christian Terwiesch. 2009. Matching Supply with Demand: An Introduction to Operations Management. New York: McGraw-Hill.

Gallego, Guillermo, and Moon, Ilkyeong. 1993. "The distribution free newsboy problem: review and extensions." Journal of the Operational Research Society 44:825-34.

Inderfurth, Karl. 2004. "Analytical solution for a single-period production-inventory problem with uniformly distributed yield and demand." Central European Journal of Operations Research 12:117-27.

Jung, Sung Hwan. 2012. "Economic evaluation of early detection system for warranty issues." Journal of Korean Society for Quality Management 40:39-48.

Liao, Yi, Avijit Banerjee, and Changyuan Yan. 2011. "A distribution-free newsvendor model with balking and lost sales penalty." International Journal of Production Economics 133:224-27.

Lim, Sung-Uk, and Park, Young-Taek. 2011. "A spare ordering policy for preventive replacement with repair." Journal of Korean Society for Quality Management 39:480-85.

Lim, Sung-Uk, and Park, Young-Taek. 2012. "Joint optimization of age replacement and spare provisioning policy." Journal of Korean Society for Quality Management 40:88-91.

Moon, Ilkyeong, and Choi, Sangjin. 1995. "Distribution free newsboy problem with balking." Journal of the Operational Research Society 46:537-42.

Moon, Ilkyeong, and Choi, Sangjin. 1997. "Distribution free procedures for make-to-order(MTO), make-in-advance(MIA), and composite policies." International Journal of Production Economics 48:21-28.

Rekik, Yacine, Evren Sahin, and Yves Dallery. 2007. "A comprehensive analysis of the newsvendor model with unreliable supply." OR Spectrum, 29:207-33.

Scarf, H. 1958. "A min-max solution of an inventory problem." In Studies in The Mathematical Theory of Inventory and Production, edited by Arrow, K., Karlin, S. and Scarf, H.. 201-209, California: Stanford University Press.

Vairaktarakis, George L. 2000. "Robust multi-item newsboy model with a budget constraint." International Journal of Production Economics 66:213-26.

부 록

식 (15)의 강볼록성에 대한 증명: $C_{RB}^{W}(Q)$가 Q에 강볼록함수임을 보이기 위해 다음과 같이 이차미분 $\partial^2 C_{RB}^{W}(Q)/\partial Q^2$이 항상 양수임을 증명한다.

$$\frac{\partial^2 C_{RB}^{W}(Q)}{\partial Q^2}=\frac{(1-L)\rho^2}{8}\cdot\frac{A}{B}+\frac{L\rho^2}{8}\cdot\frac{C}{D} \tag{A.1}$$

여기서

$$\begin{aligned} A&=4(K\bar{\rho}+\mu\bar{\rho}+\sigma^2)-\bar{\rho}^2,\\ B&=\left(\sigma^2+Q\rho\bar{\rho}+(Q\rho-K-\mu)^2\right)^{\frac{3}{2}},\\ C&=4(K\bar{\rho}-K\bar{\rho}/L+\mu\bar{\rho}+\sigma^2)-\bar{\rho}^2,\\ D&=\left(\sigma^2+Q\rho\bar{\rho}+(Q\rho-K+K/L-\mu)^2\right)^{\frac{3}{2}}. \end{aligned}$$

위 식에서 A, B, C, D는 $A \geq C$, $D \geq B > 0$ 의 관계를 항상 만족하므로 다음 부등식이 성립한다.

$$\frac{(1-L)\rho^2}{8}\cdot\frac{A}{B}+\frac{L\rho^2}{8}\cdot\frac{C}{D}\geq\frac{(1-L)\rho^2}{8}\cdot\frac{A}{D}+\frac{L\rho^2}{8}\cdot\frac{C}{D}$$

$C_{RB}^{W}(Q)$가 Q에 강볼록함수임을 보이려면 결국 위 부등식의 우변이 양수임을 보이면 되고 식 (A.1)의 A, C를 대입하면 이는 다음과 같이 정리된다.

$$(1-L)A+LC>0$$

$$4\mu\bar{\rho}+4\sigma^2-\bar{\rho}^2=-(\bar{\rho}-2\mu)^2+4\mu^2+4\sigma^2>0$$

$$-\left(\bar{\rho}-2\mu\right)^2+4\left(\mu^2+\sigma^2\right)>0 \tag{A.2}$$

식 (A.2)의 좌변을 f라고 하면, $f=0$의 두 해는 아래와 같다.

$$\overline{\rho_1}=2\left(\mu-\sqrt{\mu^2+\sigma^2}\right)\ ,\ \overline{\rho_2}=2\left(\mu+\sqrt{\mu^2+\sigma^2}\right)$$

2차 함수 f의 그래프와 $\sigma^2>0$로부터 우리는 다음의 몇 가지 사실들을 관찰할 수 있다.

(1) $\bar{\rho}=2\mu$ 일 때, f는 양의 최대값 $4(\mu^2+\sigma^2)$ 을 가진다.

(2) $\bar{\rho}=0$ 일 때, $f=4\sigma^2>0$ 이다.

(3) $0\leq\bar{\rho}\leq 4\mu<\overline{\rho_2}$ 의 구간에서 f는 항상 0보다 크다.

관찰 (1)~(3), $0\leq\bar{\rho}<1$ 로부터 $\mu>1/4$ 이면 식 (A.2)는 항상 참이며, 우리가 다루는 일반적인 뉴스벤더 모델은 이를 만족한다.