

# 내재된 층간분리의 크기 및 위치 변화에 대한 3차원 복합소재 적층 구조의 자유 진동 특성

## Free Vibration of Three-Dimensional Laminated Composite Structures with Different Embedded Delamination Sizes and Locations

노명현 Noh, Myung-Hyun\* · 박대용 Park, Dae-Yong\*\* · 이상열 Lee, Sang-Youl\*\*\*†

(Received February 2, 2012 ; Revised February 29, 2012 ; Accepted March 6, 2012)

### ABSTRACT

This study investigates free vibration characteristics of laminated composite structures with different embedded delamination sizes and locations using the solid element. The three-dimensional finite element (FE) delamination model described in this paper, in comparison with the conventional approaches, is more attractive not only because it shows better accuracy but also it shows the entire mode shape. The FE model using ABAQUS is used for studying free vibrations of laminates containing an various embedded delamination. The numerical results obtained are in good agreement with those reported by other investigators. In particular, new results reported in this paper are focused on the significant effects of the local vibration mode for various parameters, such as size of delamination, aspect ratio, and location of delamination.

### 요 지

본 연구에서는 고체요소를 사용하여 내재된 층간분리의 크기 및 위치 변화에 대한 복합소재 적층구조의 자유진동 특성을 분석한다. 본 연구에서 제시하는 3차원 유한요소 모델은 기존의 접근 방법에 비하여 정확성 뿐만 아니라 전체 진동 모드를 보여준다는 점에서 장점을 갖는다. ABAQUS가 적용된 유한요소 모델은 다양한 내재된 층간분리를 포함하는 적층구조의 자유진동을 분석하기 위하여 사용되었다. 도출된 수치해석 결과는 기존의 연구결과와 비교하여 잘 일치함을 보였다. 특히, 본 연구에서 제시한 결과는 층간분리의 크기, 길이-두께의 비율, 그리고 층간분리의 위치변화에 대하여 국부 진동 모드에 미치는 중요한 영향들에 대하여 초점을 둔다.

**Key Words:** Embedded delamination(내재된 층간분리), Free vibration(자유 진동), Three-dimensional FE Model(3차원 유한요소 모델)

## 1. 서 론

층간분리(Delamination)는 제조 과정에서의 각종 오류, 화재 등으로 인한 급격한 온도변화 및 과도한 압축력 작용 등의 원인으로 접착된 면이 분리되는 현상을 의미한다. 층간분리는 적층된 복합소재 구조물에서 발생할 수 있는 대표적인 중요한 손상유형 중 하나이다.

층간분리를 갖는 적층된 복합소재 구조물은 주로 응력 및 좌굴해석에 집중되어 연구되었다(박대용, 장석운, 2010; 박대용 등, 2004; Lee and Park, 2007). 그러나 최근 층간분리 손상을 포함하는 복합소재 구조물의 동적 특성에 관한 해석의 필요성이 증대되어 다양한 연구결과가 발표되었다(이상열, 장석운, 2009). 그러나 대부분의 연구는 2차원 유한요소 해석에 의한 결과로서 실제 층간 분리면에서의 국부적인 거동을 정확하게 분

석하는 것은 한계가 있었다.

본 연구에서는 층간분리를 갖는 복합소재 판구조에 대하여 범용 유한요소 상용 패키지인 ABAQUS (2007)를 사용하여 3차원 자유 진동 해석을 수행하고 기존의 결과와 비교 검증한다. 또한 본 연구에서는 복합소재 구조해석을 위하여 3가지 shell 요소를 적용하여 모델링하였다. 3차원으로 모델링된 내재된 층간분리는 다양한 형상과 위치를 갖으며, 이에 대한 고유진동수 및 국부 모드형상 변화를 분석한다. 특히, 3가지 다른 요소를 적용하였을 경우에 대하여 층간분리 크기, 길이-두께비, 그리고 층간분리의 위치변화가 적층구조의 고유진동 변화에 미치는 영향을 상세 분석한다.

## 2. 층간분리 3차원 유한요소 모델

복합소재 적층구조의 3차원 층간분리 모델링을 위하

\* 정회원· 포항산업과학연구원 강구조연구소 선임연구원

\*\* 정회원· 대림산업 기술개발원 특수교량팀 과장

\*\*\*† 정회원· 안동대학교 토목공학과 조교수, 교신저자(Isy@andong.ac.kr)

여 본 연구에서는 대표적인 유한요소 상용 프로그램인 ABAQUS를 사용하였다. 해석을 위하여 3가지 서로 다른 경우의 요소를 적용하였다. 즉, (1)복합소재를 2차원 쉘 요소로 해석하는 경우(Conventional Shell Composites: Element I) (2) 복합소재를 연속체 쉘 요소로 해석하는 경우 (Continuum Shell Composites: Element II) (3) 복합소재를 연속체 고체 요소로 해석하는 경우(Solid Composites: Element III)를 의미한다. 여기서, Element I 은 복합소재 적층판을 2차원적 쉘 요소로 간주하는 경우이며, Element II는 요소 자체는 고체 요소이나 거동은 쉘과 유사한 경우이다. 또한 Element III는 연속체 고체 요소로서 두꺼운 요소, 전단효과가 큰 경우, 그리고 Normal stress 무시할 수 없는 경우에 적용한다.

그림 1은 사각형 층간분리를 갖는 4변 고정된 1/4 3차원 해석 모델을 보여준다. 그림 2는 원형 층간분리를 갖는 경우에 대한 4변 고정된 1/4 해석 모델이다. ABAQUS를 사용하여 적층판의 원형 층간 분리를 모델링하는 경우 input 파일에서 복잡하게 단면 좌표를 입력하지 않고, 두 개의 부분으로 별도 모델링 한 후 Tie 조건으로 부분 간 층간분리 모델링을 하면 복잡한 형상의 층간분리의 경우에도 비교적 쉽게 모델링을 할 수 있다.

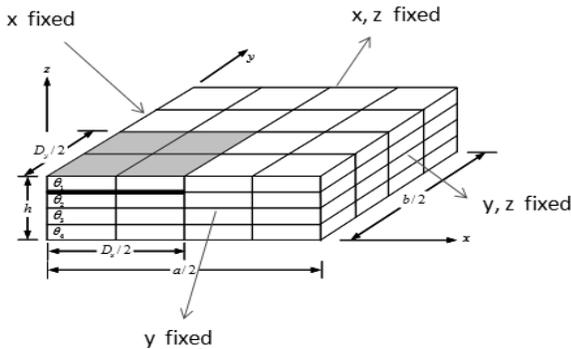
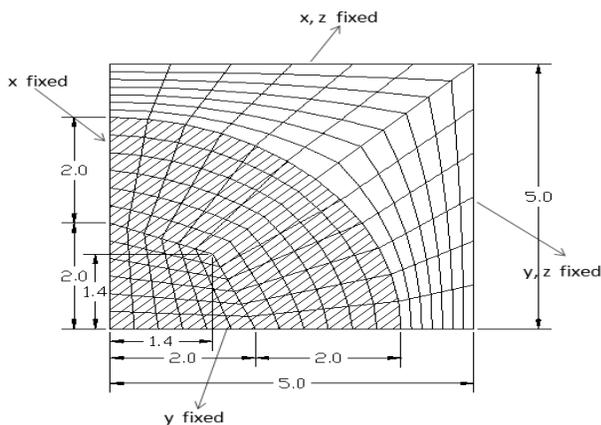
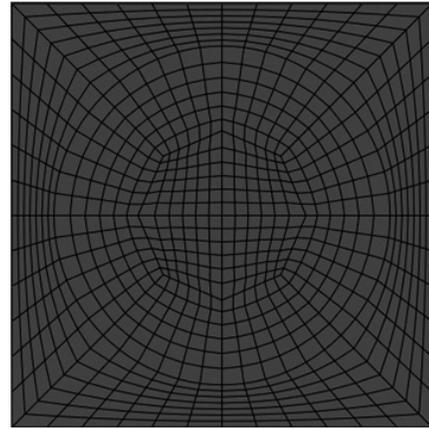


Fig. 1 내재된 사각형 층간분리를 갖는 4변 고정된 1/4 3차원 유한요소 모델



(a) 모델링 제한



(a) ABAQUS 모델

Fig. 2 내재된 원형 층간분리를 갖는 4변 고정된 1/4 3차원 유한요소 모델

복합신소재 판구조의 층간분리 모델링은 다양한 방법을 통해 구현될 수 있다. 대표적으로는 층간분리가 발생된 지점의 에너지 소산 특성을 모델링하기 위해 cohesive zone을 도입하여 구현하는 방법이 있다. 이 경우, cohesive 요소를 도입함으로써 층간 분리의 성장 및 전파 특성이 적절히 묘사될 수 있게 된다. Reddy의 layer-wise 적층 이론을 층간분리 거동이 묘사될 수 있도록 확장하는 방법도 있다 (Reddy, 1984; 박대용 등, 2004). 이 경우, 복합신소재 판 층 사이의 분리는 접촉면의 jump 불연속 조건을 통해 모델링된다. 또한, 일부 변환과 layer-wise 쉘 유한요소를 이용하여 복합신소재 쉘 및 판구조물에서의 층간분리 거동을 모델링하는 방법도 연구된 바 있다 (Whitcomb, 1989; Rinderknecht and Kroplin, 1995). 이 layer-wise 요소는 각각의 층간분리 층 중립면의 변위를 전체 쉘 및 판 구조의 중립면으로 변환함으로써 전체적인 층간분리 거동을 묘사할 수 있게 된다. 그러나 이러한 방법들의 대부분은 상당히 이론적이거나 수치적 코드를 직접 작성해야 하는 단점이 있어 실무 설계자들이 사용하기에는 어려움이 있다.

ABAQUS CAE를 통해 복합신소재의 층간분리된 면을 모델링하는 방법은 비교적 간단하다. 먼저, 층간분리가 발생된 복합신소재 쉘 및 판 구조물에 대해서 층간분리 면을 기준으로 상부 및 하부 적층판으로 각각 모델링 한 다음, 층간분리가 발생한 면을 제외한 모든 면은 Interaction 모듈의 Constraint Manager의 tie type의 구속조건을 부여하여 층간분리가 발생하지 않은 부위의 모든 절점의 자유도를 공유하도록 구속하는 기법을 적용한다. 이러한 경우, 층간분리 거동이 발생되기 시작하는 경계면은 층간분리가 발생되지 않은 적층판과 x,y,z 방향 변위 연속성 조건을 만족하게 된다 (Fig. 3 참조).

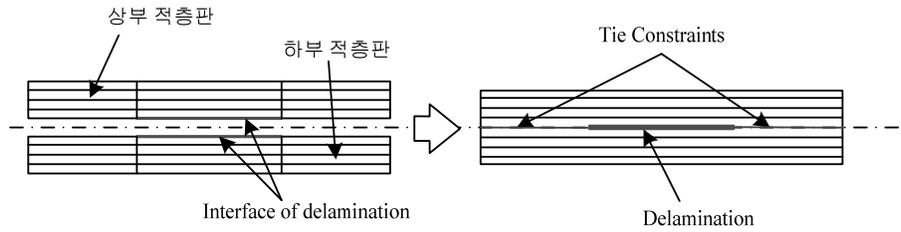


Fig. 3 층간 분리 모델링

### 3. 수치해석 예

#### 3.1 해석 모델

해석 모델은 전술한 3가지 요소를 적용하여 그림 3과 같이 구성하였다. 수치 해석을 위한 적층판은 가로 1m, 세로 1m, 두께 0.01m로서 길이-두께비( $a/h$ )는 0.01이며, [0/90/90/0]의 적층배열을 갖는다. 사용한 재료 물성은  $E_1 = 40E_2 = 40E_3$ ,  $G_{12} = 0.6E_2 = 0.4E_3$ ,  $G_{13} = 0.5E_2 = 0.5E_3$ ,  $G_{23} = 0.6E_2 = 0.6E_3$ ,  $\nu_{12} = 0.25$ ,  $\rho = 1.0$ 이다. 그림 3에서 해석 모델 I은 2차원 쉘 요소를 적용하였으므로 두께방향으로의 인위적인 층간분리는 불가능함에 유의한다. 본 연구에서는 Element I에 대하여 2차원적 층간분리를 Tie 조건을 적용하여 모델링하였다.

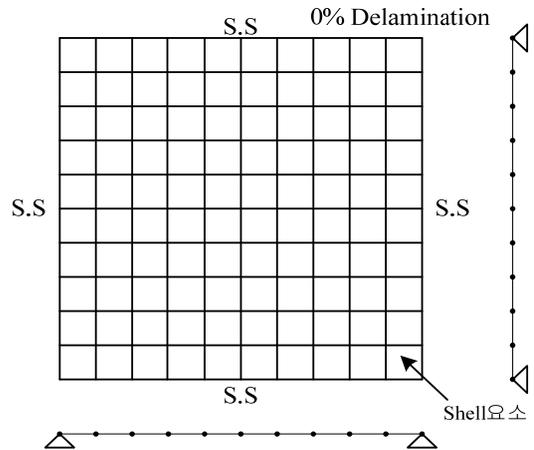
#### 3.2 기존연구와의 결과비교

본 연구에서 제시한 해석 모델을 검증하기 위하여 기존의 연구결과와 비교하도록 한다. Table 1은 길이-두께비 변화에 따른 적층판의 무차원화된 고유 진동수를 기존 문헌 결과와 비교한 것이다. 해석결과에서 층간분리 효과는 고려되지 않았다. 크로스 플라이된 적층판은 단순지지되어 있으며, 기존 문헌에서 제시한 해석 모델은 고차항 전단변형 판이론(HSDT) 및 1차항 전단변형 판이론(FDST)에 기반하여 2차원 적층판으로 구성되어 있다. Table 1에서 보는 바와 같이 본 해석 모델에 의한 결과는 기존문헌에 의한 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 특히 두께-길이의 비율이 증가할 수록 기존결과와는 100% 일치하는 결과를 보였다. 하지만 전단변형의 1차항만을 고려한 FDST에 기반한 결과는 고차항 효과가 무시되고 5/6으로 가정된 전단보정계수로 인하여 다소 결과의 차이를 보임에 유의해야 한다.

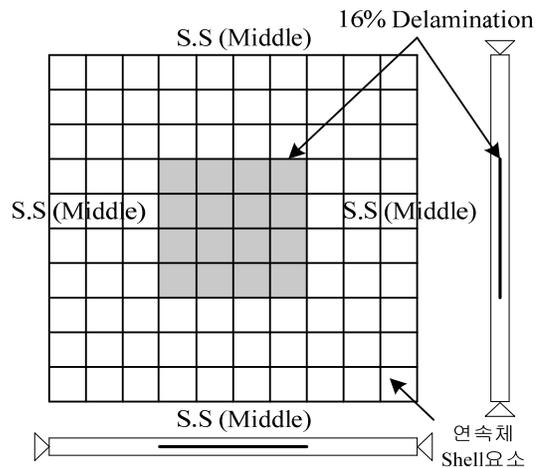
#### 3.3 3가지 요소를 적용한 결과 비교

Table 2~4는 Model I~III에 대한 층간분리 크기( $D/a$ ) 증가에 따른 고유진동수 변화를 보여준다. 층간 분리는 단면 중앙지점(0.5h)에서 발생한다고 가정하였으며, [0/90/90/0]의 적층배열을 갖는다.  $D/a=0\sim 0.8$ 에 대하여 Solid, Continuum Shell, 그리고 Conventional Shell 요

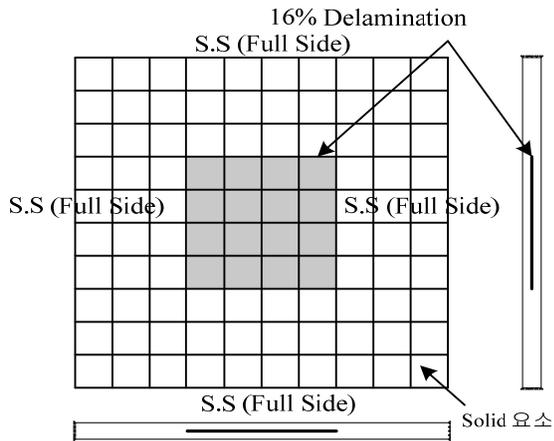
소 해석 결과는 요소별로 유사한 고유진동수와 감소율을 보였다. 이러한 경향은 그림 4에서 확인할 수 있다. 결과에서 Model I에 대한 약간의 값의 차이는 2차원 쉘 모델에서 발생하는 차이로 판단할 수 있으며, 크로스 플라이 적층된 견고한 단면으로 층간분리의 증가에도 고유진동수 변화에는 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.



(a) 해석 모델 I: Element I(SR4 요소) 적용



(b) 해석 모델 II: Element I(SC8R 요소) 적용



(c) 해석 모델 III: Element III(C3D8R 요소) 적용

Fig. 4 3가지 요소를 적용한 내재된 층간분리를 갖는 적층판 해석 모델

Fig. 5는 3가지 요소를 적용한 첫 번째 적층면 위치에 내재된 층간분리 크기 변화에 따른 무차원 고유진동수 비교한 것이다. 그림으로부터 단면 중앙 두께 (0.5h)에서 층간분리가 발생한 경우가 상단(첫번째 적층면)에서 층간 분리가 발생한 경우보다 진동 저감(강성 감소) 양 약간 높으나, D/a=0.8에서는 반대 현상이 발생함을 관찰할 수 있다. Fig. 6은 Model I에 대하여 중앙 두께 적층면 위치에 내재된 층간분리(D/a=0.5)에 따른 첫 번째 진동 모드 (1/4 모델)를 보여준다.

Fig. 7~9는 Element I(Solid 요소)를 적용한 첫 번째 및 중앙 적층면 위치에 내재된 원형 층간분리(D/a=0.8)를 갖는 적층판의 첫번째 진동 모드를 각각 보여준다. 단면 중앙에 내재된 원형 층간분리 발생시 보다 첫 번째 적층면에서 층간분리가 발생된 경우가 진동 저감(강성 감소) 양 약간 높지만 전반적으로는 유사한 결과를 보였다.

Fig. 10은 중앙 적층면에서 내재된 사각형 층간분리된 [0/90/90/0] 적층판의 4개의 고유 진동모드를 보여준다. Element I을 적용하였으며, 16%의 층간분리 크기를 가정하였다. 크로스 플라이 된 견고한 적층배열로서 층간분리가 발생하지 않았을때와 유사한 고유진동 모드를 보였다. 16%의 층간분리는 고유진동 모드에 큰 영향을 주지 않음을 알 수 있다.

Table 2 Model I에 대한 층간분리 크기 증가에 따른 고유진동수 변화 (단면 중앙지점 층간분리)

D/a	rad/sec	Hz	무차원 진동수	진동수 감소율
0.0	1.51293	0.24079	15.12928	100.00%
0.1	1.51293	0.24079	15.12928	100.00%
0.2	1.51274	0.24076	15.12740	99.99%
0.3	1.51079	0.24045	15.10792	99.86%
0.4	1.50137	0.23895	15.01367	99.24%
0.5	1.47240	0.23434	14.72402	97.32%
0.6	1.40863	0.22419	14.08627	93.11%
0.7	1.30477	0.20766	13.04766	86.24%
0.8	1.17628	0.18721	11.76275	77.75%

Table 3 Model II에 대한 층간분리 크기 증가에 따른 고유진동수 변화 (단면 중앙지점 층간분리)

D/a	rad/sec	Hz	무차원 진동수	진동수 감소율
0.0	1.4730	0.2344	14.7309	100.00%
0.1	1.4730	0.2344	14.7309	100.00%
0.2	1.4727	0.2343	14.7271	99.97%
0.3	1.4692	0.2338	14.6926	99.74%
0.4	1.4548	0.2315	14.5480	98.76%
0.5	1.4154	0.2252	14.1547	96.09%
0.6	1.3383	0.2130	13.3838	90.86%
0.7	1.2261	0.1951	12.2610	83.23%
0.8	1.0986	0.1748	10.9867	74.58%

Table 1 기존 연구결과와의 비교

적층배열	Source		a/h					
			2	4	10	20	50	100
[0/90]	Present study	20×20×4	4.9559	7.6996	10.3410	11.0383	11.2646	11.2994
	Kant-Swaminathan(2001)-1	HSDT	5.0918	7.9081	10.4319	11.0663	11.2688	11.2988
	Kant-Swaminathan(2001)-2	HSDT	5.0746	7.8904	10.4156	11.0509	11.2537	11.2837
	Reddy(1984)	HSDT	5.7170	8.3546	10.5680	11.1052	11.2751	11.3002
	Senthilnathan et al.(1987)	HSDT	5.7170	8.3546	10.5680	11.1052	11.2751	11.3002
	Whitney-Pagano(1970)	FSDT	5.2085	8.0889	10.4610	11.0639	11.2558	11.2842
[0/90/90/0]	Present study	20×20×4	5.3215	9.1973	15.0708	17.6369	18.6708	18.8375
	Kant-Swaminathan(2001)-1	HSDT	5.4033	9.2870	15.1048	17.6470	18.6720	18.8357
	Kant-Swaminathan(2001)-2	HSDT	5.3929	9.2710	15.0949	17.6434	18.6713	18.8355
	Reddy(1984)	HSDT	5.5065	9.3235	15.1073	17.6457	18.6718	18.8356
	Senthilnathan et al.(1987)	HSDT	6.0017	10.2032	15.9405	17.9938	18.7381	18.8526
	Whitney-Pagano (1970)	FSDT	5.4998	9.3949	15.1426	17.6596	18.6742	18.8362

Table 4 Model III에 대한 층간분리 크기 증가에 따른 고유진동수 변화 (단면 중앙지점 층간분리)

D/a	rad/sec	Hz	무차원 진동수	진동수 감소율
0.0	1.5070	0.2398	15.0708	100.00%
0.1	1.5070	0.2398	15.0708	100.00%
0.2	1.5064	0.2397	15.0645	99.96%
0.3	1.5017	0.2390	15.0174	99.65%
0.4	1.4835	0.2361	14.8352	98.44%
0.5	1.4365	0.2286	14.3658	95.32%
0.6	1.3487	0.2146	13.4874	89.49%
0.7	1.2264	0.1952	12.2647	81.38%
0.8	1.0924	0.1738	10.9245	72.49%

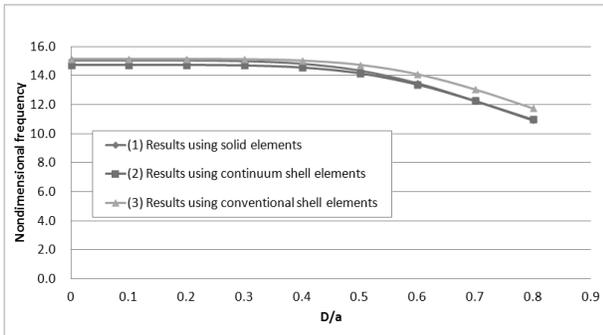


Fig. 5 3가지 요소를 적용한 0.5h 위치에 내재된 층간분리 크기 변화에 따른 무차원 고유진동수 비교

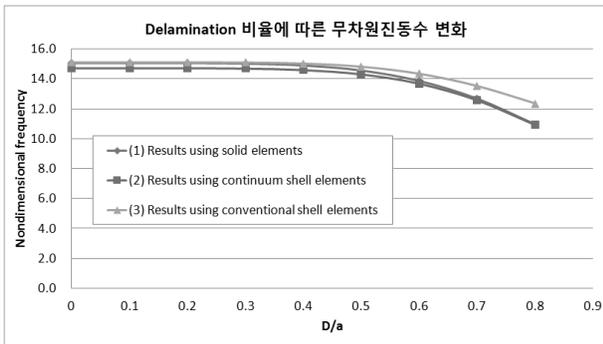


Fig. 6 3개 요소를 적용한 첫 번째 적층면에 내재된 층간분리 크기 변화에 따른 무차원 고유진동수 비교

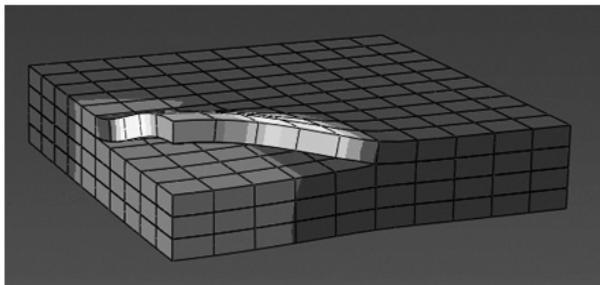


Fig. 7 Model I에 대한 중앙 적층면에 내재된 사각형 층간분리(D/a=0.5)를 갖는 적층판의 첫번째 진동 모드

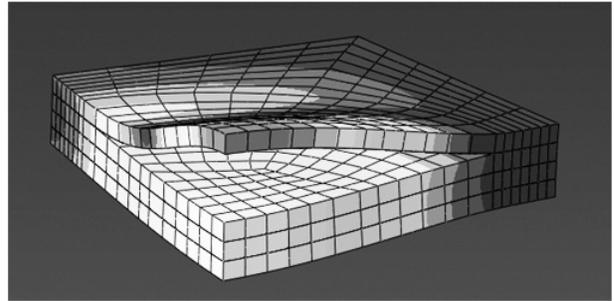


Fig. 8 Element I을 적용한 첫 번째 적층면 위치에 내재된 원형 층간분리(D/a=0.8)를 갖는 적층판의 첫번째 진동 모드

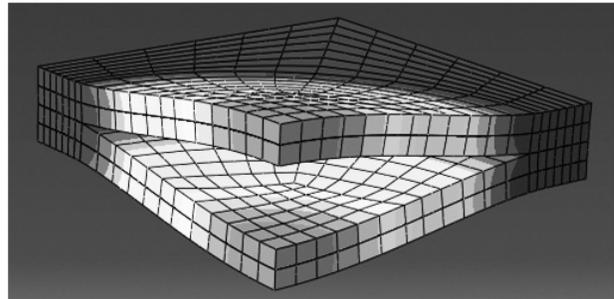
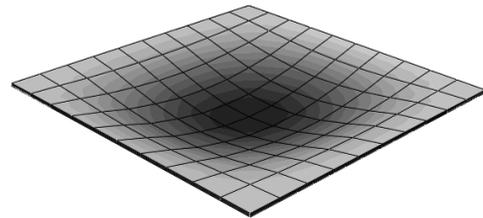
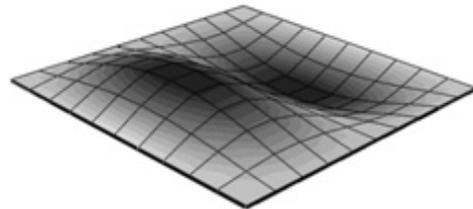


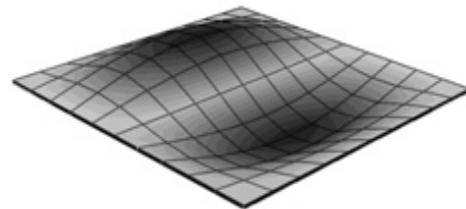
Fig. 9 Element I에 대한 중앙 두께 적층면 위치에 내재된 원형 층간분리(D/a=0.8)를 갖는 적층판의 첫 번째 진동 모드



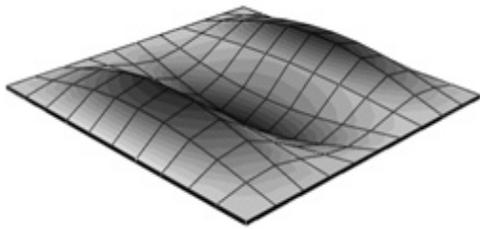
(a) 첫 번째 모드: 2.2140Hz



(b) 두 번째 모드: 4.0063Hz



(c) 세 번째 모드: 4.5663Hz



(d) 네 번째 모드: 5.5793Hz

Fig. 10. 중앙단면 사각형 층간분리(D/a=0.16)된 적층판의 모드형상

#### 4. 요약 및 결론

본 연구에서는 층간분리를 갖는 복합소재 판구조에 대하여 범용 유한요소 상용 패키지인 ABAQUS를 사용하여 3차원 자유 진동 해석을 수행하고 기존의 결과와 비교 검증하였다. 또한 본 연구에서는 복합소재 구조 해석을 위하여 3가지 shell 요소를 적용하여 모델링하였으며, 다양한 형상과 위치를 갖는 3차원 층간분리된 판구조에 대한 고유진동수 및 국부 모드형상 변화를 분석하였다. 특히, 본 연구에서는 ABAQUS를 적용하여 효과적으로 층간분리 유한요소 모델링을 할 수 있는 방안을 제시하였다. 수치해석 예제는 3가지 다른 요소를 적용하였을 경우에 대하여 층간분리 크기, 길이-두께비, 그리고 층간분리의 위치변화가 적층구조의 고유진동 변화에 미치는 영향을 상세 분석하였다. 분석결과를 요약하고 결론을 정리하면 다음과 같다.

(1) ABAQUS CAE를 통해 복합신소재의 층간분리면을 모델링하는 방법은 층간분리가 발생된 복합신소재 셀 및 판 구조물에 대해서 층간분리 면을 기준으로 상부/하부 적층판으로 각각 모델링 한 후, 층간분리가 발생하지 않은 부위의 모든 절점의 자유도를 공유하도록 구속하는 방법을 적용하였으며 비교적 간편하므로 사용하는 것이 바람직하다.

(2) 본 해석 모델에 의한 결과는 기존문헌에 의한 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 특히 두께-길이의 비율이 증가할 수록 기존결과와는 100% 일치하는 결과를 보였다. 하지만 전단변형의 1차항만을 고려한 FDST에 기반한 결과는 고차항 효과가 무시되고 5/6으로 가정된 전단보정계수로 인하여 다소 결과의 차이를 보임에 유의해야 한다.

(3) Model I-III에 대한 층간분리 크기(D/a) 증가에 따른 고유진동수 변화에 대한 분석에서 D/a=0~0.8에 대하여 Solid, Continuum Shell, 그리고 Conventional Shell 요소 해석 결과는 요소별로 유사한 고유진동수와 감소율을 보였다. Model I에 대한 약간의 값의 차이는

2차원 쉘 모델에서 발생하는 차이로 판단할 수 있으며, 크로스 플라이 적층된 견고한 단면으로 층간분리의 증가에도 고유진동수 변화에는 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

(4) 3가지 요소를 적용한 첫 번째 적층면 위치에 내재된 층간분리 크기 변화에 따른 무차원 고유진동수는 단면 중앙 두께(0.5h)에서 층간분리가 발생한 경우가 상단(첫번째 적층면)에서 층간 분리가 발생한 경우보다 진동 저감(강성 감소)양 약간 높음을 알 수 있었다. 반면, D/a=0.8에서는 반대 현상이 발생하므로 유의해야 한다.

#### 참고 문헌

1. 박대용, 장석운(2010) 강화변형률 솔리드 요소를 사용한 사각형태 층간분리를 갖는 복합적층판의 탄성 좌굴해석, 한국복합신소재구조학회 논문집, 제1권 제2호, pp.1-13.
2. 박대용, 이상열, 장석운(2004) ANS를 갖는 DKM 요소에 EAS를 적용한 새로운 4절점 Mindlin 평판 쉘 요소, 대한토목학회논문집, 제25권 제1A호, pp. 107-115.
3. 이상열, 장석운(2010) 다양한 기하학적 형상을 갖는 층간 분리된 복합신소재 적층구조의 동적 불안정성, 한국복합신소재구조학회 논문집, 제1권 제1호, pp.1-8.
4. ABAQUS (2007) *ABAQUS/CAE user's manual, version 6.7*, Hibbit, Karlsson and Sorensen Inc., Pawtucket, R.I.
5. Andelfinger, U. and Ramm, E. (1993) EAS-elements for two-dimensional, three-dimensional, plate and shell structures and their equivalence to HR-elements, *Int. J. Nume. Meth. Engng.* Vol. 36, pp. 1311-1337
6. Kant T, and Swaminathan K. (2001) Free vibration of isotropic, orthotropic, and multilayer plates based on higher order refined theories. *J Sound Vib.* Vol.241 pp.319-27.
7. Lee SY and Park DY (2007) Buckling analysis of laminated composite plates containing delaminations using the enhanced assumed strain solid element. *Int J Solids Struct*, Vol.44, pp. 8006-8027.
8. Naganarayana, B.P. and Atluri, S.N. (1995) Strength reduction and delamination growth in thin and thick composite plates under compressive loading, *Computational Mechanics*, Vol.16, pp.170-189.
9. Noor, A. K. and Mathers, M. D. (1975) Anisotropy and shear deformation in laminated composite plates, *AIAA Journal*, Vol.14, pp.282-285.
10. Pandya, B.N. and Kant, T. (1988) Finite element stress analysis of laminated composite plates using higher order displacement model, *Composite Science and Technology*, Vol.32, pp.137-155.

11. Park, D.Y. (2006) *Buckling behavior of laminated composite structures with delamination*, Ph.D. dissertation, University of Seoul, Seoul, Korea.
12. Pian, T.H.H., Chen, D.P., and Kang, D. (1983) A new formulation of hybrid/mixed finite element, *Computers and Structures*, Vol.16, pp.81-87.
13. Reddy, J.N. (1984a) Exact solutions of moderately thick laminated shells, *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, Vol.110, pp.794-809.
14. Reddy, J.N. (1984b) A simple higher-order theory for laminated composite plates, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.51, pp.745-752.
15. Rinderknecht, S. and Kroplin, B. (1995) A finite element model for delamination in composite plates, *Mechanics of Composite Materials and Structures*, Vol.2, pp.19-47.
16. Senthilnathan, N. R., Lim, K.H., Lee, K.H. and Chow, S.T. (1987) Buckling of shear deformable plates, *AIAA Journal*, Vol.25, pp.1268-1271.
17. Sheinman, I. and Soffer, M. (1990) Effect of delamination on the nonlinear behavior of composite laminated beams, *ASME Journal of Engineering Material and Technology*, Vol.11, pp.393-397.
18. Simites, G.J., Sallam, S. and Yin, W.L. (1985) Effect of delamination of axially loaded homogeneous laminated plates, *AIAA Journal*, Vol.23, pp.1437-1444.
19. Simo, J.C. and Rifai, M.S. (1990) A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible modes, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol.29, pp.1595-1638.
20. Suemasu H. (1993) Effects of multiple delaminations on compressive buckling behaviors of composite panels, *Journal of Composite Materials*, Vol.27, pp.1172-1192.
21. Wang, J.T., Pu, H.N., and Lin, C.C. (1997) Buckling of beam-plates having multiple delaminations, *Journal of Composite Materials*, Vol.31, pp.1002-1025.
22. Whitcomb, J.D. (1989) Three-dimensional analysis of a postbuckled embedded delamination, *Journal of Composite Materials*, Vol. 23, pp. 862-889.
23. Whitcomb, J.D. (1989) Predicted and observed effects of stacking sequence and delamination size on instability related delamination growth, *Journal of Composite and Technology Res*, Vol.11, pp.94-98.
24. Whitney, J. M. and Pagano, N.J. (1970) Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.37, pp.1031-1036.