

# 스위치드 릴럭턴스 전동기의 회전자 정렬과 비정렬 위치에서의 인덕턴스 예측

논 문
61-1-6

## Analytical Estimation of Inductance at Aligned and Unaligned Rotor Positions in a Switched Reluctance Motor

이 치 우\*  
(Cheewoo Lee)

**Abstract** - Flux linkage of phase windings or phase inductance is an important parameter in determining the behavior of a switched reluctance motor (SRM) [1-8]. Therefore, the accurate prediction of inductance at aligned and unaligned rotor positions makes a significant contribution to the design of an SRM and its analytical approach is not straightforward due to nonlinear flux distribution. Although several different approaches using a finite element analysis (FEA) or curve-fitting tool have been employed to compute phase inductance [2-5], they are not suitable for a simple design procedure because the FEA necessitates a large amount of time in both modeling and solving with complexity for every motor design, and the curve-fitting requires the data of flux linkage from either an experimental test or an FEA simulation. In this paper, phase inductance at aligned and unaligned rotor positions is estimated by means of numerical method and magnetic equivalent circuit as well, and the proposed approach is analytically verified in terms of the accuracy of estimated inductance compared to inductance computed by an FEA simulation.

**Key Words** : Inductance estimation, Numerical method, SRM

### 1. 서 론

직류전동기 또는 유도전동기가 주로 사용되어 왔던 많은 고효율 분야에서 최근에는 브러쉬리스 타입의 가변속 전동기로 대체되고 있다. 직류전동기의 전유물로 생각되었던 자동차 내부에도 고급화, 고기능성의 전략으로 브러쉬리스 타입의 가변속 전동기로 점차 바뀌고 있으며, 중소형의 산업용, 가정용, 업소용의 전기제품에도 동일한 경향이 나타나고 있다. 이러한 가변속 전동기는 브러쉬리스 DC 전동기와 같은 영구자석형 타입과 스위치드 릴럭턴스 전동기와 같은 릴럭턴스 타입으로 구분하여 연구되고 있다. 영구자석형 전동기는 높은 효율로 많은 관심을 보이고 있으나 영구자석의 수급과 비용 문제로 가격 경쟁력이 가장 중요한 사업군에서는 그 사용이 제한되고 있다. 이에 대한 대안으로 스위치드 릴럭턴스 전동기가 주목받고 있으며, 이 전동기는 간단한 자기적 구조, 고정자에만 있는 집중권, 영구자석과 권선이 없는 회전자를 가지고 있어 견고하고 간단한 전자계 구조 때문에 다른 전동기에 비해 생산단가를 낮추는 것이 용이하여 고성능, 고속 운전, 저비용 등의 장점으로 많은 연구가 진행되고 있다.

이런 스위치드 릴럭턴스 전동기를 분석하거나 설계할 때 고려되는 중요한 인자 중 하나로서 상권선의 쇄교 자속(flux linkage)이 있으며, 이 자속의 양을 수치적으로 계산함으로써 해당 전동기의 성능을 예측할 수 있다. 유한요소법 또는

곡선접합법(curve-fitting)과 같은 기법에 의한 자속 계산의 경우 전동기의 초기 모델링이 복잡하고 해석과 계산 과정에서 많은 시간이 요구되어 복잡한 전자계 구조에서 치수 수정을 동반한 빠른 설계 초기화에는 적합하지 않다[2-5].

쇄교 자속량은 상권선의 전류값과 회전자 위치에 따라 가변되며, 여자된 권선을 갖는 고정자 자극을 기준으로 했을 때 회전자 자극의 위치가 완전히 정렬된 경우(fully aligned position)와 비정렬된 경우(unaligned position)로 구분된다. 이런 정렬과 비정렬된 회전자 위치에서 나타나는 자속의 변화가 스위치드 릴럭턴스 전동기의 특성에 큰 영향을 미치는 데, 특히 완전히 어긋난 회전자 위치의 경우 많은 누설 자속의 경로가 발생되고 그 경로들의 치수 변화가 비선형이기 때문에 이 위치에서 발생하는 쇄교 자속의 계산은 매우 까다롭고, 그 결과가 정확하지 않아 오차를 줄이기 위한 노력이 필요하다. 따라서 본 연구의 목적은 복잡한 전자계 구조를 갖는 E-코어 스위치드 릴럭턴스 전동기를 대상으로 하여 정렬과 비정렬 회전자 위치에서 발생하는 쇄교 자속에 대한 고찰이며, 예측된 인덕턴스의 정확도를 향상하기 위해 수치적 계산 방법과 자기적 등가회로법(Magnetic equivalent circuit)을 접목하였다.

### 2. E-코어 SRM의 구조 및 특징

그림 1(a)는 2상 분리형 E-코어 SRM의 자기적 구조를 보여주고 있다. 2상 분리형 E-코어 SRM의 고정자의 자기적 구조는 두 개의 E 글자 모양의 고정자 코어의 양쪽에 있는 작은 자극에 집중권으로 코일이 감겨져 있고 각 고정자

\* 정 회 원 : 경성대학교 전기공학과 교수

E-mail : cwlee1014@ks.ac.kr

접수일자 : 2011년 10월 31일

최종완료 : 2011년 11월 23일

코어의 중간에 있는 큰 공통 자극(common pole)에는 권선이 없다. 그림 1(a)는 A상 고정자 자극 S5a와 S5b에 완전히 정렬된 위치에 있는 두 회전자 자극을 보여주고 있다. 이 회전자 위치에서 B상 고정자 자극 S6a와 S6b에는 회전자 자극들이 정렬되어 있지 않은데 이것은 반시계 방향으로 회전을 할 때 다음 토크를 발생시킬 수 있는 위치이다. E-코어 SRM의 모든 고정자 자극은 대칭이고 자속 통로도 대칭이기 때문에 방사방향의 힘은 균형을 이룬다. 그리고 그림 1(b)는 일체형 E-코어 SRM으로서 분리형과 그 동작원리는 같으나, 제작성과 성능을 높이기 위한 또 다른 자기적 구조이다.

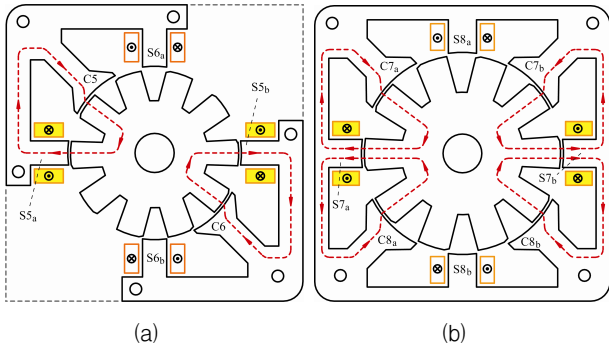


그림 1 2상 E-core SRM

- (a) 분리형 E-core SRM
- (b) 일체형 E-core SRM

Fig. 1 Two-phase E-core SRMs

- (a) segmented E-core SRM,
- (b) monolithic E-core SRM

### 3. 비정렬 회전자 위치의 인덕턴스 예측

#### 3.1 회전자 슬롯의 벡터 포텐셜

본 논문에서는 일체형 E-코어 SRM에서 비정렬 회전자 위치의 인덕턴스 값을 계산하기 위해서 Radun이 사용했던 수치적 기법[7]을 적용하고, 인덕턴스 예측치의 정확도를 향상시키기 위해 추가로 보완하는 방법을 채택한다. 비정렬 회전자 위치의 자기적 구조를 확대하여 그림 2에서 제시한다. 고정자 자극은 인접한 2개의 회전자 자극 사이에 위치하고 있으며, 코일은 고정자 자극위에 집중권 방식으로 감겨져 있다. 이때, 2개의 회전자 자극과 그 사이에 있는 고정자 자극은 충분히 인접해 있기 때문에 회전자 자극과 고정자 자극 사이의 공간은 그림 2에서 제시된 것처럼 좁은 실선의 사각형이 그려진다고 가정할 수 있다. 이런 사각형은 인접한 2개의 회전자 자극에서 형성되는 회전자 슬롯이라 볼 수 있다. 그림 2와 같이 고정자 자극이 어떠한 회전자 자극과도 중첩되지 않은 경우는 대부분의 자속이 회전자 슬롯을 지나가기 때문에 이 슬롯 안에서 흐르는 자속을 계산할 수 있다면 그 값을 이용해 회전자의 비정렬 위치에서 나타나는 인덕턴스를 쉽게 예측할 수 있다.

회전자 비정렬 위치의 인덕턴스를 예측하기 위해서는 아래에서 제시된 식 (1), (2), (3)을 만족하는 해를 찾아야 한다.

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B} \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0 \tag{2}$$

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{H} \tag{3}$$

여기서  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{J}$ 는 각각 벡터 포텐셜, 자속밀도의 벡터, 자계세기의 벡터, 전류밀도의 벡터를 나타낸다.

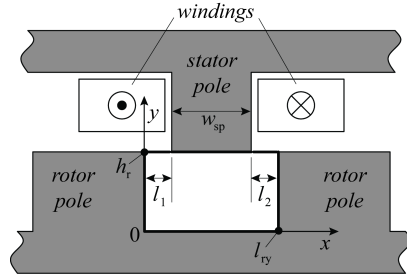


그림 2 비정렬 회전자 위치에서 본 일체형 E-core SRM  
Fig. 2 Zoomed-in monolithic E-core SRM at the unaligned rotor position

다시 말해서, 비정렬 위치의 인덕턴스를 예측하기 위한 시작은 상기의 세 식을 모두 만족시키는 벡터 포텐셜을 찾는 것이다. 그러므로 식 (3)은 식 (1)과 결합되어 식 (4)로 정리될 수 있고, 그 다음에 식 (2)를 이용해서 식 (4)는 다시 식 (5)와 같이 간소화될 수 있다. 이로써 식 (1), (2), (3)은 모두 합쳐져서 하나의 식으로 완성된다. 정리된 식 (5)를 이용하여 그림 2의 직사각형 회전자 슬롯의 경계 조건을 만족하는 해를 찾고, 그 과정에서 일체형 E-코어 SRM의 회전자 비정렬 위치에서 중요한 설계 변수인 인덕턴스를 예측할 수 있다.

$$\vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \frac{1}{\mu_0} \{ \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \} \tag{4}$$

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \tag{5}$$

그림 2에서 제시된 회전자 슬롯은 x축과 y축으로 구성된 2차원 사각형이다. 이때, 코일에 흐르는 전류방향을 감안하면 전류밀도는 적층방향인 z축의 값만 존재한다는 것을 알 수 있다. 따라서 식 (5)는 아래의 식 (6)과 같이 정리될 수 있고, 그 결과 좌변과 우변의 모든 변수는 벡터에서 스칼라 값으로 바뀌게 된다.

$$\nabla^2 A_z = -\mu_0 J_z \tag{6}$$

회전자 슬롯 내에는 어떠한 형태의 여자장치도 없기 때문에 흐르는 전류가 없고, 또한 이 회전자 슬롯의 경계 조건은 x축과 y축으로 형성된 2차원에 존재하므로 상기에서 제시된 식 (6)은 라플라스 방정식(Laplace's equation)과 같이 식 (7)로서 정리될 수 있다.

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = 0 \tag{7}$$

### 3.2 회전자 슬롯의 경계조건

본 연구에서는 그림 2에서 주어진 회전자 슬롯에서 나타나는 자속의 분포를 분석함으로써 비정렬 회전자 위치의 인덕턴스 값을 예측하고자 한다. 식 (7)에서 정리된 적층방향 포텐셜에 대한 라플라스 방정식을 이용하여 회전자 슬롯의 경계조건을 만족하는 벡터 포텐셜을 구하고 그 과정에서 인덕턴스의 수치적 표현을 유도한다. 그림 2에서 제공된 회전자 위치는 완전히 비정렬이므로 고정자 자극과 회전자 자극 간에는 중첩이 전혀 없어 자속밀도가 높지 않다. 이런 점을 감안하여 경계조건을 간소화 하기위해 전기 강판(silicon steel) 영역의 포화는 무시하고 그 투자율은 무한대에 가깝다고 가정한다. 따라서 회전자 슬롯을 형성하는 경계 중에서 전기 강판에 해당하는 곳의 자계세기(영(zero))이지만, 고정자 자극과 회전자 자극사이의 공극에 존재하는 두 개의 경계( $l_1$ ,  $l_2$ )에서의 자계세기는 암페어 법칙에 의해 아래와 같이 정의되어야 한다.

$$H_x(x, h_r) = \frac{N_p I_p}{l_1}, \quad 0 < x < l_1 \tag{8}$$

$$H_x(x, h_r) = 0, \quad l_1 < x < l_1 + w_{sp} \tag{9}$$

$$H_x(x, h_r) = -\frac{N_p I_p}{l_2}, \quad l_1 + w_{sp} < x < l_1 + w_{sp} + l_2 \tag{10}$$

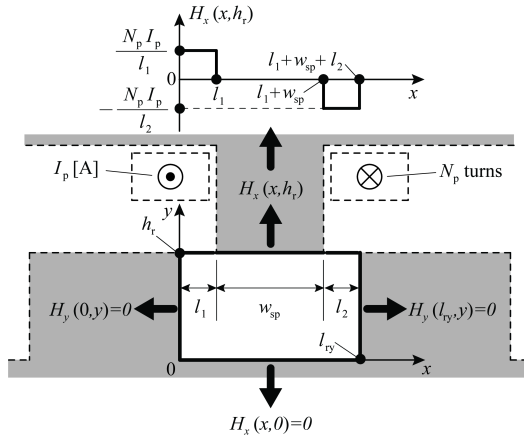


그림 3 회전자 슬롯 둘레에 대한 경계 조건  
Fig. 3 Conditions of magnetic field intensity on the boundary of the rotor slot

회전자 슬롯의 둘레 중에서 x축에 평행하면서  $y = h_r$  상에 있는 경계를 따라 발생되는 자계세기는 식 (8), (9), (10)과 같이 세 가지 조건으로 나누어지며, 이때 대상 영역은  $x = 0$ 에서  $x = l_{ry}$ 까지 이다. 그 결과 직사각형 회전자 슬롯의 경계조건은 그림 3과 같이 정리될 수 있다.

그림 3에서 제시된  $y = h_r$  상에 있으면서  $x = 0$ 에서  $x = l_{ry}$ 인 자계세기  $H_x(x, h_r)$ 는 식 (11)과 같이 푸리에 급수(Fourier series)로 나타낼 수 있다.  $H_x(x, h_r)$ 는 우함수이므로  $b_n$ 이 모든  $n$ 에 대해 영이다. 식 (12)와 같이  $a_n$ 을 유도하면,  $a_0$ 가 영이 됨을 발견하게 되고, 그 결과 식 (11)은 식 (13)으로 간소화 될 수 있다.

$$H_x(x, h_r) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n \cos\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) + b_n \sin\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) \right\} \tag{11}$$

$$a_n = \frac{2N_p I_p}{\pi n} \left\{ \sin\left(\frac{\pi n l_1}{l_{ry}}\right) / l_1 + \sin\left(\frac{\pi n (l_{ry} - l_2)}{l_{ry}}\right) / l_2 \right\} \tag{12}$$

$$H_x(x, h_r) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) \tag{13}$$

식 (13)의 푸리에 급수에서 알 수 있듯이 자계세기  $H_x(x, h_r)$ 는 전개되는 모든 항에서 코사인 항을 포함하므로 식 (7)의 라플라스 방정식을 만족하는 벡터 포텐셜의 해를 식 (14)와 같이 채택할 수 있고, 이는 벡터 포텐셜과 자계세기의 상관관계인 식 (1)을 이용하여 최종 벡터 포텐셜의 해를 구하기 위함이다. 참고로 식 (14)의 해는 코사인을 포함하는 라플라스 방정식에 대한 유명한 해로서 오래전에 이미 수학자들에 의해 증명되었다.

$$A_z = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh\left(\frac{\pi n y}{l_{ry}}\right) \cos\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) \tag{14}$$

식 (1)에서 알 수 있듯이 회전자 슬롯 내의 벡터 포텐셜이 결정되면 그에 상응하는 자계세기 벡터의 해도 구할 수 있다. 따라서 식 (14)를 식 (1)에 대입하면 식 (15)로 정리된다. 여기서 식 (14)의 벡터 포텐셜에서  $A_n$ 을 알 수 없기 때문에 두 개의 식 (13)과 (15)에서 제시된 자계세기의 수치적 표현을 비교함으로써 벡터 포텐셜의 해를 완성할 수 있다.

$$\vec{H}(x, y) = \frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \left\{ \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \hat{x} + \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \hat{y} + \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \hat{z} \right\} \tag{15}$$

식 (15)에서  $A_x$ 와  $A_y$ 가 존재하지 않는다는 것을 알기 때문에 자계세기 벡터  $\vec{H}$ 는 식 (16)처럼 간단히 정리할 수 있다. 그리고 식 (14)의 벡터 포텐셜을 식 (16)에 대입하면 자계세기 벡터  $\vec{H}$ 는 식 (17)처럼 x축 방향 성분( $H_x$ )과 y축 방향 성분( $H_y$ )으로 나눌 수 있다. 이때, x축과 y축 성분은 각각 식 (18)과 (19)에서 제시된다.

$$\vec{H}(x, y) = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \hat{x} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \hat{y} \right) \tag{16}$$

$$\vec{H}(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \{ H_x(x, y) \hat{x} - H_y(x, y) \hat{y} \} \tag{17}$$

여기서

$$H_x(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\pi n}{\mu_0 l_{ry}} \sinh\left(\frac{\pi n y}{l_{ry}}\right) \cos\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) \tag{18}$$

$$H_y(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\pi n}{\mu_0 l_{ry}} \cosh\left(\frac{\pi n y}{l_{ry}}\right) \sin\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) \tag{19}$$

### 3.3 인덕턴스 예측

식 (18)과 (19)에서 제시된 자계세기 벡터의 x축과 y축의 두 성분을 이용하여 그림 3의 회전자 슬롯 둘레의 경계조건을 모두 만족하는지 확인해야 한다. 식 (20), (21), (22)에서 알 수 있듯이 그림 3에서 제공된 경계조건 중 3개는 식 (18)과 (19)가 모두 충족시킴을 확인할 수 있다. 반면, 고정자 자극 면에 존재하는 마지막 경계조건에 대해서는 추가의 확인이 필요하다. 따라서 식 (23)과 앞서 유도된 식 (13)을 비교하여 x축에 평행하면서  $y = h_r$  상에 있는 마지막 경계의 자계세기를 만족하는 조건을 찾아야 한다. 그 결과 식 (14)의 벡터 포텐셜은 모든 경계조건을 만족시키게 되고 그에 상응하는 벡터 포텐셜의 수치적 표현을 이용해서 회전자 비정렬 위치에서의 인덕턴스를 예측할 수 있다.

$$H_x(x,0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\pi n}{\mu_0 l_{ry}} \sinh(0) \cos\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) = 0 \quad (20)$$

$$H_y(0,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\pi n}{\mu_0 l_{ry}} \cosh\left(\frac{\pi n y}{l_{ry}}\right) \sin(0) = 0 \quad (21)$$

$$H_y(l_{ry},y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\pi n}{\mu_0 l_{ry}} \cosh\left(\frac{\pi n y}{l_{ry}}\right) \sin(\pi n) = 0 \quad (22)$$

$$H_x(x,h_r) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\pi n}{\mu_0 l_{ry}} \sinh\left(\frac{\pi n h_r}{l_{ry}}\right) \cos\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) \quad (23)$$

두 식 (23)과 (13)을 동일하게 만들기 위한  $A_n$ 의 해를 구함으로써 식 (14)에서 제시된 벡터 포텐셜을 수치적으로 완성시킨다.  $A_n$ 의 해는 아래 식 (24)에서 주어진다.

$$A_n = \frac{2\mu_0 l_{ry} N_p I_p}{(\pi n)^2 \sinh\left(\frac{\pi n h_r}{l_{ry}}\right)} \left\{ \sin\left(\frac{\pi n l_1}{l_{ry}}\right) / l_1 + \sin\left(\frac{\pi n (l_{ry} - l_2)}{l_{ry}}\right) / l_2 \right\} \quad (24)$$

또한, 식 (24)에서 주어진  $A_n$ 에 의해 자계세기 벡터의 x축과 y축 성분의 값은 식 (18)과 (19)로부터 최종적으로 결정될 수 있다. 그림 3에서 제시된 직사각형의 회전자 슬롯 내의 투자율이 일정하다는 것을 고려하면 주어진 슬롯의 경계에서 나타나는 자속밀도의 x축과 y축 성분은 아래의 식 (25)와 (26)과 같이 쉽게 계산된다.

$$B_x(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\pi n}{l_{ry}} \sinh\left(\frac{\pi n y}{l_{ry}}\right) \cos\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) \quad (25)$$

$$B_y(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\pi n}{l_{ry}} \cosh\left(\frac{\pi n y}{l_{ry}}\right) \sin\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) \quad (26)$$

x축 방향의 자속은 여자된 고정자 자극을 통과하지 못하며, 이를 다시 말하면 x축 방향의 자속은 고정자 권선과 쇄교하지 않는다. 따라서 y축 방향의 자속만이 고정자 권선과 쇄교하므로 자속밀도를 나타내는 식 (26)에 그 자속이 지나는 통로의 단면적과 그 자속과 쇄교하는 권선의 턴수를 곱하면 자속 쇄교량(flux linkage)이 되고, 그 결과는 식 (27)에서 주어진다.

$$\lambda = N_p \phi = N_p l \int_0^{l_y} B_y(x, h_r) dx \quad (27)$$

여기서

$$\int_0^{l_y} \sin\left(\frac{\pi n x}{l_{ry}}\right) dx = -\frac{l_{ry}}{\pi n} \{\cos(\pi n) - 1\} = \begin{cases} 0 & (n = \text{even}) \\ \frac{2l_{ry}}{\pi n} & (n = \text{odd}) \end{cases} \quad (28)$$

자속 쇄교량의 수치적 표현은 식 (29)에서 구체화되고, 주어진 식에는  $A_n$ 이 포함되어 있는 것을 볼 수 있다.

$$\lambda = N_p l \frac{2l_{ry}}{\pi n} \sum_{n=\text{odd}} A_n \frac{\pi n}{l_{ry}} \cosh\left(\frac{\pi n h_r}{l_{ry}}\right) \quad (29)$$

식 (24)에서 유도된  $A_n$ 을 식 (29)에 대입하면 비정렬 회전자 위치에서 상권선의 총 자속 쇄교량이 되고, 그 최종 식은 아래와 같다.

$$\lambda_{ph} = \lambda_0 \sum_{n=\text{odd}} \frac{\sin\left(\frac{\pi n l_1}{l_{ry}}\right) / l_1 + \sin\left(\frac{\pi n (l_{ry} - l_2)}{l_{ry}}\right) / l_2}{(\pi n)^2 \tanh\left(\frac{\pi n h_r}{l_{ry}}\right)} \quad (30)$$

$$\lambda_0 = 4 \frac{n_s}{n_p} \mu_0 l_{ry} l N_p^2 I_{ph}$$

여기서  $n_s$ ,  $n_p$ ,  $I_{ph}$ 는 각각 상당 직렬 권선의 수, 상당 병렬 권선의 수, 상전류 이다.

식 (30)의 총 자속 쇄교량에서 상전류 값만 나누면 비정렬 회전자 위치의 인덕턴스가 되고, 그 수치적 표현은 식 (31)에서 제시된다. 인덕턴스의 최종 식 (31)은 직사각형 회전자 슬롯 내의 벡터 포텐셜을 유도하는 과정에서 시작하여 얻어진 해석적 결과이다.

$$L_u = L_0 \sum_{n=\text{odd}} \frac{\sin\left(\frac{\pi n l_1}{l_{ry}}\right) / l_1 + \sin\left(\frac{\pi n (l_{ry} - l_2)}{l_{ry}}\right) / l_2}{(\pi n)^2 \tanh\left(\frac{\pi n h_r}{l_{ry}}\right)} \quad (31)$$

$$L_0 = \frac{\lambda_0}{I_{ph}} = 4 \frac{n_s}{n_p} \mu_0 l_{ry} l N_p^2$$

고정자 자극과 회전자 자극 사이에 중첩이 없고 대상 SRM의 주요 치수와 턴수가 주어진다면 상기의 식 (31)을 이용하여 비정렬 회전자 위치에서의 인덕턴스 값을 예측할 수 있다. 일체형 E-코어 SRM에서 비정렬 회전자 위치의 인덕턴스가 0.0023H로 예측되었고 이는 식 (32)에서 구체적으로 제시되며, 이때 유한요소법을 이용하여 얻은 인덕턴스 예측값은 0.0030H 이다. 유한요소법 대비 제안된 방법으로 계산된 인덕턴스를 비교하면 23.3%의 오차를 보여주며, 이는 수치적 해석으로 예측된 비정렬 회전자 위치의 인덕턴스가 23.3%의 자속을 반영하지 못 하기 때문이다. 상대적으로 극수가 적은 4/2 SRM의 경우 회전자의 비정렬 위치에서 프

린징(fringing) 자속의 경로가 많지 않으나 E-코어 SRM의 경우 고정자와 회전자 자극의 수가 각각 8개, 10개로서 그 전자계 구조가 복잡하여 누설 자속의 경로가 더 많이 생긴다. 따라서 그림 4에서 보여지 듯 회전자의 비정렬 위치에서 나타나는 프린징 자속의 경우의 수가 많을 뿐만 아니라 고정자에 존재하는 공통 자극에 의해 추가되는 자속의 경로까지 있어서 인덕턴스를 정확하게 예측하기가 더 어렵다. 특히, 공통 자극의 경우 극호가 크고 자극 폭이 넓어서 자극 주변에서 발생하는 자속들을 무시할 수 없기 때문에 이에 대한 반영이 필요하며, 그 과정에서 비정렬 회전자 위치의 인덕턴스의 예측에 대한 오차를 줄일 수 있다.

$$L_u = L_0 \sum_{n=odd} \frac{\sin\left(\frac{\pi n l_1}{l_{ry}}\right)/l_1 + \sin\left(\frac{\pi n (l_{ry} - l_2)}{l_{ry}}\right)/l_2}{(\pi n)^2 \tanh\left(\frac{\pi n h_r}{l_{ry}}\right)} = 0.0023H \quad (32)$$

$$L_0 = \frac{\lambda_0}{I_{ph}} = 4 \frac{n_s}{n_p} \mu_0 l_{ry} l N_p^2$$

여기서  $n_s = 2$ ,  $n_p = 1$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$ ,  $l_{ry} = 7.855mm$ ,  $N_p = 100turns$ ,  $h_r = 14.997mm$ ,  $l_1 = l_2 = 0.809mm$  이다.

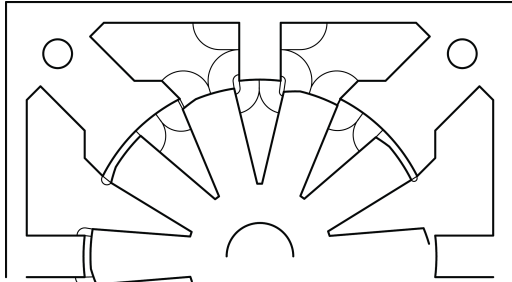


그림 4 회전자 자극의 비정렬 위치에서 발생하는 공극 주변의 자속 경로

Fig. 4 Flux paths around air gap of single-body E-core SRM at the unaligned position

그림 5는 공통 자극 주변에서 발생하는 오버랩 자속과 프린징 자속의 대표적인 사례를 보여준다. 본 연구에서는 공통 자극 주변의 자속 경로를 감안하여 인덕턴스 예측치의 정확도를 향상시키기 위해 자기회로 등가법(Magnetic Equivalent Circuit)을 활용하고자 한다. 그림 5(a)는 회전자 위치에 따른 고정자 공통 자극 주변의 중첩 퍼미언스를 나타내고 있다. 이때, 중첩 합성 퍼미언스는 식 (33)과 같이 두 퍼미언스  $P_{ov3,max}$  와  $P_{ov4,max}$  의 합으로 계산된다.

$$P_{ov,c}(\theta) = P_{ov3}(\theta) + P_{ov4}(\theta) + P_{ov5}(\theta) + P_{ov6}(\theta) \quad (33)$$

$$\therefore P_{ov,c}(\theta) = P_{ov3,max} + P_{ov4,max}$$

여기서

$$P_{ov3,max} = \frac{\mu_0 l \theta_r}{0.5(l_g + l_{g,max})} \frac{r_s + r_r}{2}, P_{ov4,max} = \frac{\mu_0 l \beta_s}{l_g} \frac{r_s + r_r}{2}$$

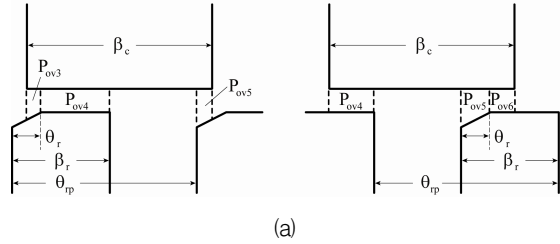
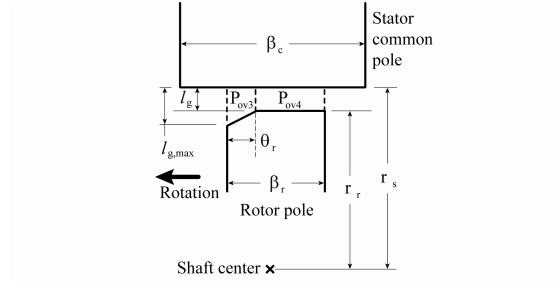


그림 5 공통자극 주변의 퍼미언스 (a) 오버랩 퍼미언스, (b) 프린징 퍼미언스

Fig. 5 Permeances around a common pole (a) Overlap permeance, (b) Fringing permeance

그림 5(b)는 공통 자극 주변에서 발생하는 누설 자속의 경우이며, 누설 퍼미언스의 합성 과정은 식 (34), (35), (36), (37)과 같이 유도된다.

$$\frac{1}{P_{fr,c1}} = \frac{1}{P_{fc1} + P_{fc2}} + \frac{1}{P_{fc3}} \quad (34)$$

$$\therefore P_{fr,c1} = \frac{P_{fc1} P_{fc3} + P_{fc2} P_{fc3}}{P_{fc1} + P_{fc2} + P_{fc3}}$$

$$P_{fc1} = \frac{\alpha}{\theta_r} P_{fc1,max} (0 \leq \alpha \leq \theta_r) \quad (35)$$

$$= P_{fc1,max} (\theta_r \leq \alpha \leq \theta_{s,lm})$$

$$= \frac{\theta_r - (\alpha - \theta_{s,lm})}{\theta_r} P_{fc1,max} (\theta_{s,lm} \leq \alpha \leq \theta_{s,lm} + \theta_r)$$

$$= 0 (\theta_{s,lm} + \theta_r \leq \alpha \leq \beta_r)$$

$$P_{fc2} = 0 (0 \leq \alpha \leq \theta_r) \quad (36)$$

$$= \frac{\alpha - \theta_r}{\theta_{s,lm}} P_{fc2,max} (\theta_r \leq \alpha \leq \theta_{s,lm} + \theta_r)$$

$$= P_{fc2,max} (\theta_{s,lm} + \theta_r \leq \alpha \leq \beta_r)$$

$$P_{fc3} = \frac{\mu_0 A_{fc3}}{l_{fc3}} = \frac{4\mu_0 l}{\pi} \quad (37)$$

여기서

$$P_{fc1,max} = \frac{\mu_0 l \theta_r}{0.5(l_{g,max} + l_{g,fc1}(\alpha))} \frac{r_s + r_r}{2}$$

$$P_{fc2,max} = \frac{\mu_0 l \theta_{s,lm} r_s + r_r}{l_g} \frac{r_s + r_r}{2}$$

$$l_{g,fc1}(\alpha) = l_{gc1}(\alpha) (0 \leq \alpha \leq \theta_{s,lm})$$

$$= l_{gc3}(\alpha) (\alpha \geq \theta_{s,lm})$$

$$l_{gc1}(\alpha) = -(l_{g,max} - l_g) \frac{\alpha}{\theta_r} + l_{g,max}$$

$$l_{gc3}(\alpha) = -\frac{(l_{g,max} - l_g)(\alpha - \theta_{s,lm})}{\theta_r} + l_{g,max}$$

$$A_{fc3} = \alpha r_s l, l_{fc3} = \frac{\alpha r_s}{2} \frac{\pi}{2} (0 \leq \alpha \leq \theta_{s,lm})$$

$$A_{fc3} = \theta_{s,lm} r_s l, l_{fc3} = \frac{\theta_{s,lm} r_s}{2} \frac{\pi}{2} (\theta_{s,lm} \leq \alpha \leq \beta_r)$$

그림 5(a)와 5(b)에서 계산된 퍼미언스 값들을 이용해서 공통 자극 주변의 누설 자속에 따른 인덕턴스 증가분을 나누어 계산한 뒤 식 (32)에서 제시된 수치적 해석에 의한 인덕턴스 예측치에 추가로 반영하여 예측치의 정확도를 보완한다. 그 결과 비정렬 회전자 위치의 인덕턴스는 0.0029H로 상승하고, 이는 유한요소법에 의한 인덕턴스(0.0030H) 대비 대략 3.3%의 오차를 가지므로 철판에 의한 인덕턴스의 산포가 최대 10% 정도 인 것을 감안하면 그 사용에 지장이 없는 것으로 판단된다.

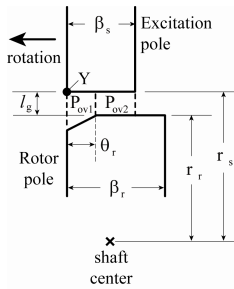


그림 6 여자된 고정자 자극의 중첩 퍼미언스  
Fig. 6 Overlap permeance around an excited stator pole

### 3.4 정렬된 회전자 위치의 인덕턴스 예측

완전 정렬된 회전자 위치의 인덕턴스를 예측할 때는 누설 자속 보다는 중첩된 고정자와 회전자 자극사이의 자속이 중요하다. 따라서 중첩된 자극에서 발생하는 퍼미언스를 계산함으로써 완전 정렬된 회전자 위치의 인덕턴스를 추정한다. 그림 6은 여자된 고정자 자극의 중첩 퍼미언스를 나타내고 있다. 중첩 합성 퍼미언스는 식 (38), (39), (40)에서 주어진  $P_{ov1}$ 과  $P_{ov2}$ 의 합으로 계산된다. 이렇게 계산된 퍼미언스를 전기 강판의 포화율 고려하여 그 값이 수렴하도록 해를 구한 뒤 수렴된 값을 이용해서 인덕턴스를 산정한다[9]. 자기 등가 회로법으로 예측된 완전 정렬된 회전자 위치의 인덕턴스는 상전류 4, 6, 8A에서 각각 0.01176, 0.00872, 0.00693H이며, 유한요소법에 의한 인덕턴스는 각각 0.01133, 0.00873, 0.00705H로서 두 방법 사이의 오차 최대값은 4A에서 3.8%이다.

$$0 \leq \theta \leq \theta_r; \tag{38}$$

$$P_{ov1}(\theta) = \frac{\theta_r - \theta}{\theta_r} P_{ov1,max}$$

$$P_{ov2}(\theta) = \frac{\beta_s - \theta_r + \theta}{\beta_s} P_{ov2,max}$$

$$\theta_r \leq \theta \leq \theta_r + \beta_s; \tag{39}$$

$$P_{ov1}(\theta) = 0, P_{ov2}(\theta) = \frac{\beta_r - \theta}{\beta_s} P_{ov2,max}$$

$$\theta \geq \theta_r + \beta_s; \tag{40}$$

$$P_{ov1}(\theta) = P_{ov2}(\theta) = 0$$

여기서

$$P_{ov1,max} = \frac{\mu_0 l \theta_r}{0.5(l_g + l_{g1}(\theta))} \frac{r_s + r_r}{2}, P_{ov2,max} = \frac{\mu_0 l \beta_s}{l_g} \frac{r_s + r_r}{2}$$

$$l_{g1}(\theta) = -(l_{g,max} - l_g) \frac{\theta}{\theta_r} + l_{g,max} (0 \leq \theta \leq \theta_r)$$

이때  $l_{g1}(\theta)$ 은 Y에서 회전자 자극 표면까지의 거리이다.

## 4. 결 론

상권선에 쇄교되는 자속의 양 또는 그에 상응하는 인덕턴스는 스위치드 릴럭턴스 전동기의 특성을 결정하는 중요한 인자이다. 특히, 회전자의 정렬과 비정렬 위치에서 인덕턴스를 정확하게 예측하는 것은 스위치드 릴럭턴스 전동기의 설계에서 큰 비중을 차지하며, 자속 분포의 비선형성 때문에 그 위치에서의 인덕턴스 예측이 쉽지가 않다. 본 연구에서는 고정자와 회전자의 자극 수가 많아 자속의 경로가 복잡한 E-코어 SRM을 대상으로 수치적 방법을 적용하여 회전자 정렬과 비정렬 위치의 인덕턴스를 예측하고 예측치의 정확도를 향상시키기 위해 자기 등가회로법을 접목하였다. 그 결과 유한요소법 대비 정렬과 비정렬 회전자 위치에서 각각 3.8%와 3.3%의 오차를 갖는 인덕턴스의 예측을 가능하게 했고, 그 이론적 타당성을 입증하였다. 또한, 이 방법은 기존의 유한요소법과 달리 장시간의 복잡한 모델이 불필요하며, 그 적용이 쉽고 간단하여 스위치드 릴럭턴스 전동기의 빠른 설계 초기화 및 최적화에 적합한 방법이라 판단된다.

## 참 고 문 헌

- [1] R. Krishnan, R. Arumugam, and James F. Lindsay, "Design Procedure for Switched-Reluctance Motors", IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 24, no. 3, pp. 456-461, May-Jun. 1988.
- [2] D. A. Torrey and J. H. Lang, "Modeling a nonlinear variable reluctance motor drive," Proc. Inst. Elect. Eng., pt. B, vol. 137, pp. 314-326, 1990.
- [3] T. J. E. Miller and McGilp, "Nonlinear theory of the switched reluctance motor for rapid computer-aided design," Proc. Inst. Elect. Eng., pt. B, vol. 137, pp. 337-347, 1990.
- [4] D. A. Torrey, "An experimentally verified variable

reluctance machine model implemented in the saber circuit simulator," Electric Machines Power Syst., vol. 24, no. 2, pp. 199-209, Mar. 1996.

- [5] M. Stiebler and K. Liu, "An analytical model of switched reluctance machines," IEEE Trans. Energy Conversion, vol. 14, pp. 1100-1105, Dec. 1999.
- [6] Arthur V. Radun, "Design Considerations for the Switched Reluctance Motor", IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 31, no. 5, pp. 1079-1087, Sep-Oct. 1995.
- [7] Arthur V. Radun, "Analytical Calculation of the Switched Reluctance Motor's Unaligned Inductance", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 35, no. 6, pp. 4473-4481, Nov. 1999.
- [8] Arthur V. Radun, "Analytically Computing the Flux Linked by a Switched Reluctance Motor Phase When the Stator and Rotor Poles Overlap", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 36, no.45, pp. 1996-2003, Jul. 2000.
- [9] Cheewoo Lee and R. Krishnan, "New Designs of a Two-Phase E-Core Switched Reluctance Machine by Optimizing the Magnetic Structure for a Specific Application: Concept, Design, and Analysis", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 45, No. 5, pp 1804-1814, Sept./Oct. 2009

**감사의 글**

이 논문은 2011학년도 경성대학교 신입교수정착연구비에 의하여 연구되었음

**저 자 소 개**



**이 치 우 (李 致 雨)**

1972년 10월 14일생. 1996년 부산대 전기공학과 졸업. 1998년 부산대 전기공학과 대학원 졸업(석사). 2010년 Virginia Tech 전기공학과 대학원 졸업(박사). 1998~2003년 LG Electronics 선임연구원. 2010.01~2010.05 Ramu Inc (USA) senior engineer, 2010.07~2011.02 삼성전기 중앙연구소 책임연구원. 2011.03~현재 경성대학교 전기공학과 교수.