제로터 펌프/모터의 유량과 배제용적 해석기법
Analysis Methods for the Flowrate and Volumetric Displacement of Gerotor Pumps/Motors

김성동 · 함영복 · 김대명
S. D. Kim, Y. B. Ham, D. M. Kim

1. 서 론

제로터 펌프는 내부로터와 외부로터의 조합으로 구성된 내접 기어(혹은 로브) 형태로 구조가 간단하며 부피나 무게에 대하여 토출유량이 크고, 출력밀도가 높아서 소형화에 효과적으로 응용될 수 있다. 기어 형태가 트로코이드 기어로 설계되는데 기어 잇수가 3~4 정도로 매우 적게 설정하더라도 언더컷(undercut)이 발생하지 않으며, 기어치 형상이 매우 크게 설계할 수 있어서 큰 배제용적을 얻을 수 있기 때문이다. 반면에 기어 잇수를 적게 설정하면 토출유량의 맥동이 심각하게 될 우려가 커진다.

본 원고에서 제로터 펌프의 순간 유량과 1회전당 배제용적을 산출하는 방법으로서 네 가지 해석기법을 소개하고자 한다. 트로코이드 기어 형상이 매우 복잡하기 때문에 토출 유량의 해석 방법에 따라서 매우 복잡할 수 있으며, 간단할 수도 있다.

제로터 유량과 배제용적에 관한 네 가지 해석 방법은 표 1과 같이 요약된다.

본 원고에서는 제로터 펌프의 유량과 배제용적에 관한 네 가지 해석 방법에 관하여 소개하고 각각의 특성을 비교하고자 한다. 또한 네 가지 유량해석법을 소개하기에 앞서서 제로퍼 펌프 내외부 기어의 치형 설계 방법을 먼저 소개한다.

2. 기어 형상 설계

2.1 내부로터 기어 설계

제로터 펌프 기어는 트로코이드 기어 치형으로 이루어지며 다음과 같이 표현된다.

내부로터의 잇수는 항상 외부로터의 잇수 m보다 하나 적게 설계 되므로 $m-1$이며, 트로코이드 기어 창생 방법에 필요한 기초원(base circle) 반경과 구름원(rolling circle) 반경은 다음과 같이 설정한다.

$$r_g = \frac{m-1}{m} r_t \tag{1}$$

$$r_h = \frac{1}{m} r_t \tag{2}$$

기초원 위에서 구름원이 구르면, 외부로터에 해당하는 궤적원(locus circle)의 중심 T점의 궤적은 트로코이드 곡선이 된다. 이때 기초원의 반경과 구름원의 반경이 식 (1)과 (2)로 주어지는 경우에 T점의 궤적은 다음과 같이 결정 된다.

$$\vec{r_t} = (r_t \sin\theta_p + e \sin m\theta_p)\vec{i} + (r_t \cos\theta_p + e \cos m\theta_p)\vec{j} \tag{3}$$

여기서 θ_p는 구름원의 공전 회전각이며, 자전 회전각은 $m\theta_p$가 된다.

표 1 제로터 펌프 네 가지 유량해석법

해석 방법		특성
내·외부로터 사이 용적 산출법	기어형상 적분법	- 유량 수식화 가능 - 기어형상 적분 과정이 매우 복잡
	CAD 폐곡선 면적산출 기능 이용법	- 유량 수식화 가능하지 않음 - 기어형상 데이터 이용한 수치해석적 기법
내·외부로터 사이 접촉점 산출법	회전날개길이법	- 유량 수식화 가능 - 내외부로터 접촉점 및 유량 산출이 간단
	에너지보존-토크평형원리 이용법	- 유량 수식화 가능 - 내외부로터 접촉점 및 유량 산출이 간단

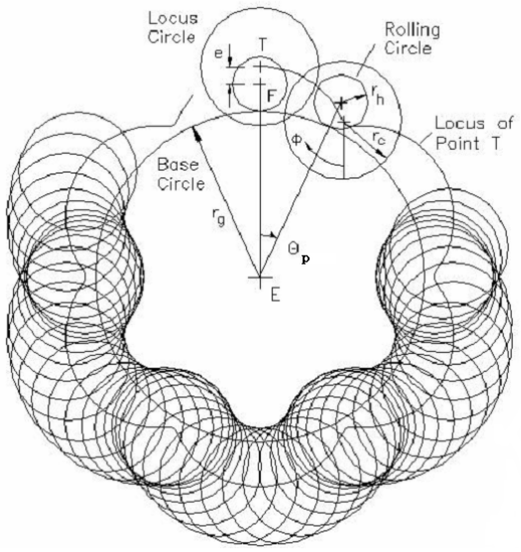


Fig. 1 Generation of the inner-rotor profile

이때, T점 궤적에 중심을 둔 반경 r_c는 다음과 같다.

$$\vec{r_c}(\theta_p,\phi) = u\vec{i}+v\vec{j} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} u &= -r_c\sin\phi + r_t\sin\theta_p + e\sin m\theta_p \\ v &= -r_c\cos\phi + r_t\cos\theta_p + e\cos n\theta_p \end{aligned} \tag{5}$$

위의 식들에 의하여 내부로터의 치형은 식(4)의 곡선족의 포락선으로 나타내어지고, 내부로터 중심을 중심으로 한 원과 접하는 접선에 수직한 방향의 ϕ 각에서 치형점이 되므로 다음과 같이 전개된다.

$$\frac{\partial r_F}{\partial\theta_p}\times\frac{\partial r_F}{\partial\phi}=0 \tag{6}$$

$$r(\theta_p) = u\vec{i}+v\vec{j} \tag{7}$$

$$\phi(\theta_p) = \tan^{-1}\frac{r_t\sin\theta_p + em\sin m\theta_p}{r_t\cos\theta_p + em\cos m\theta_p} \tag{8}$$

위의 식들을 통하여 내부로터의 치형함수를 구하고, 치형함수를 통하여 내부로터를 설계 할 수 있다.

2.2 외부로터 설계

외부로터는 Fig.2에서 반지름r_t의원주상에 반지름 r_c의 원 n개를 균등각(2π/n) 으로 배치되는 곡선으로 정의된다.

3. 기어형상 적분용적 유량해석법

3.1 순간 토출 유량

제로터펌프에서 내부로터와 외부로터의 상대 운동의 형태는 내•외부로터가 동시에 자전회전하는 형태와 고정된 외부로터에 대해서 내부로터가 공전운동과 자전회전의 복합 운동의 형태로 나누어진다. 외부로터가 고정된 상태에서 내부로터가 공전과 자전을 하는 운동형태를 예를 들어 설명한다.

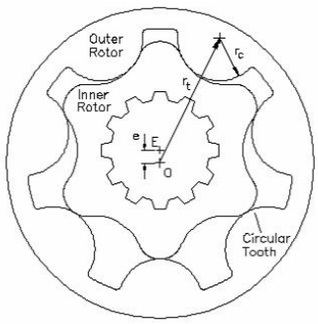


Fig. 2 Definition of the outer-rotor

Fig. 3에서 보는 바와 같이 내부로터와 외부로터 사이에 m개의 접촉점과 챔버공간이 형성된다. 이 중에서 절반에 해당하는 공간은 팽창하는 위상에 놓이게 되면 나머지 절반은 축소하는 위상에 위치한다. 팽창하는 챔버공간들을 합하거나 혹은 축소하는 챔버공간들을 합한 용적의 변화율을 구하여 순간 용적변화율을 구하며, 구동축 1 회전 당 배제용적, 순간유량, 평균유량 등에 관한 이론식을 유도할 수도 있다.

펌프가 작동하는 한 순간의 순간유량은 내・외부로터의 사이 용적이 시간에 대하여 변화하는 비율로 정의 될 수 있다. 주어진 한 순간에 주어지는 내・외부로터 접촉점 사이 챔버의 용적은 내・외부로터 챔버 면적에 기어 두께를 곱하여 얻는다. 접촉점 사이 챔버 면적은 Fig. 3에서 $C_0D_0D_1C_1C_0$ 폐곡선 내부면적에 해당하며, $OC_0D_0D_1C_1O$ 폐곡선의 외부로터의 면적에서 EC_0C_1E 폐곡선의 내부로터 면적의 면적을 감한 결과이다.

Fig. 3에서 EC_0C_1E 폐곡선의 내부로터 면적은

$$A_I = -\frac{1}{2}\int_{\theta_k}^{\theta_{k+1}}(uv' - u'v)d\theta_p \tag{9}$$

$$\begin{aligned} u' &= -r_c\phi'\cos\phi + r_t\cos\theta_p + en\cos m\theta_p \\ v' &= r_c\phi'\sin\phi - r_t\sin\theta_p - en\sin m\theta_p \\ \phi' &= \frac{r_t^2 + e^2m^3 + r_tem(m+1)\cos(m-1)\theta_p}{r_t^2 + e^2m^2 + 2r_tem\cos(m-1)\theta_p} \end{aligned}$$

으로 주어진다. Fig. 3에서 $OC_0D_0D_1C_1O$ 폐곡선의 외부로터의 면적은 아래 식과 같이 복잡한 함수로 표현된다.

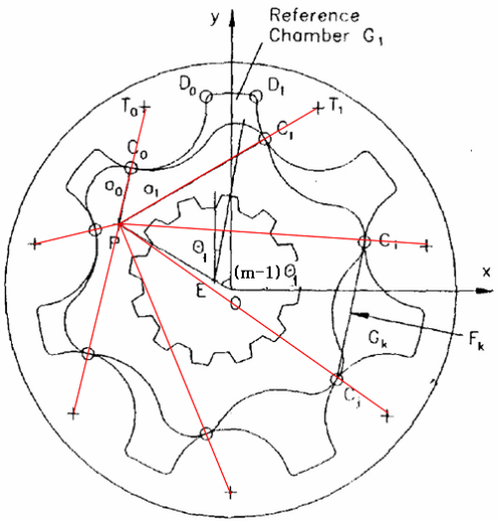


Fig. 3 Driving principle of the gerotor pump.

$$A_0 = \pi\frac{r_f^2}{n} - r_f^2\beta - (r_f^2\gamma - r_f r_t \sin\gamma) - \frac{1}{2}r_c^2\alpha_0 + \frac{1}{2}r_t r_c \sin\alpha_0 + \frac{1}{2}r_c^2\alpha_1 - \frac{1}{2}r_t r_c \sin\alpha_1 \quad (10)$$

여기서 $\alpha_0 = \phi(\theta_k) + (\frac{\pi}{n} + \theta_1)$

$\alpha_1 = \phi(\theta_{k+1}) - (\frac{\pi}{n} - \theta_1)$

$\beta = \cos^{-1}\frac{r_c^2 + r_t^2 - r_f^2}{2r_c r_t}$

또한 Fig. 3에서 $C_0D_0D_1C_1C_0$ 폐곡선 챔버의 면적은 다음 식으로 표현된다.

$$A_c = A_O - A_I - \frac{1}{2}\rho\frac{r_t}{r_2}\alpha_0 \sin\alpha_0 + \frac{1}{2}\rho\frac{r_t}{r_2}\alpha_1 \sin\alpha_1 \quad (11)$$

$\alpha_0 = \overline{pc_0}$, $\alpha_1 = \overline{pc_1}$, $\rho = \cos^{-1}\frac{r_f^2 + r_t^2 - r_c^2}{2r_f r_t}$

$C_0D_0D_1C_1C_0$ 폐곡선 챔버의 면적은 외부로터 기어 잇수에 해당하는 n 개가 형성하는데, k번째 챔버 면적에 대한 경계구간은 $\theta_k \le \theta \le \theta_{k+1}$ 의 영역이다.

$$\theta_k = -\frac{\pi}{m} - [\theta_1 + \frac{2\pi}{m(m-1)}(k-1)] \quad (12)$$

$$\theta_{k+1} = \frac{\pi}{m} - [\theta_1 + \frac{2\pi}{m(m-1)}(k-1)]$$

으로 되며, 식 (9) ~ (12) 과정을 적용하여 챔버의 면적을 구한다.

토출영역에 존재하는 모든 챔버들의 면적합에 기어 두께를 곱하여 내·외부로터 접촉점 사이 공간의 용적을 얻는다. 로터 회전 각속도에 미소 시간 간격을 곱하여 미소 각변위 증가량을 구하고, 각변위가 변화된 위치에서의 토출 챔버용적들을 구하여 챔버 용적의 미소 변화량을 구하고, 시간 간격으로 나누어서 순간 유량을 구한다.

3.2 1회전당 배제용적

구동축의 1회전하는 동안에 펌프가 토출하는 배제용적 V_D는 최대 챔버용적에서 최소 챔버용적을 감한 값에 펌프 구동축이 한 회전하는 동안에 증감하는 챔버의 총 갯수를 곱한 값으로 주어진다.

구동축이 1회전하는 동안에 흡입·토출하는 챔버의 갯수는 내·외륜의 자전과 공전운동에 연관된 운동의 형태와 선택된 구동축의 종류에 따라서 결정되어진다. 외부로터를 고정한 상태에서 내부로터 공·자전을 운동 형태에서 내부로터의 자전회전운동을 구동축에 연결하는 경우에는 구동축이 1회전하는 동안에 m(m-1)개의 챔버가 팽창과 수축을 반복하게 되어서 배제용적 V_D는 다음과 같이 주어진다.

$$V_D = m(m-1)(V_{ijmax} - V_{ijmin}) \quad (13)$$

여기서 V_{ijmax} , V_{ijmin} 는 각각 내·외부로터의 두 접촉점 사이에 형성되는 챔버의 최대 용적과 최소 용적을 각각 의미한다.

외부로터를 구동하는 경우와 내부로터를 구동하는 경우는 다음과 같다.

$$V_D = m(V_{ijmax} - V_{ijmin}) \quad (14)$$

$$V_D = (m-1)(V_{ijmax} - V_{ijmin}) \quad (15)$$

4. CAD 폐곡선 면적 산출 기능 이용한 유량해석법

4.1 순간 유량

3절에서 설명한 내·외부로터 챔버용적은 CAD 폐곡선 면적 산출기능을 이용하여 구할 수 있다.

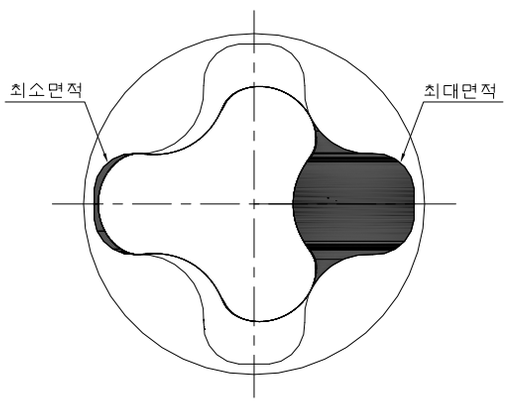


Fig. 4 The area of the chamber

Fig. 4에 도시한 바와 같은 챔버 면적을 CAD 폐고선 면적 산출기능으로부터 구하여 수간 유량과 배제용적을 구할 수 있다. 순간 유량은 챔버면적이 감소하는 토출영역의 모든 챔버면적의 감소율에 기어 두께를 곱한 값으로 주어진다.

$$Q(t)=\frac{\sum_{i=0}^{h}(A_i(t+\triangle t)-A_i(t))b}{\triangle t} \tag{16}$$

여기서 $A_i(t+\triangle t)$는 $\triangle\theta_1=\omega_1\triangle t$ 만큼 변위된 위치의 챔버면적을 의미한다. b는 내·외부로터의 두께이다. h는 토출영역에 있는 기어 잇수이다.

4.2 배제용적

제로터 펌프/모터의 1회전 당 배제용적 V_D는 Fig. 4에서 보여주는 바와 같이 챔버의 최대면적과 최소면적을 CAD 기능으로부터 구하여 식(13)에 적용할 수 있다.

외부로터를 고정한 상태에서 내부로터 자전과 공전회전으로 구동하는 경우에는 다음과 같다.

$$V_D=m(m-1)b(A_{\max}-A_{\min}) \tag{17}$$

식(17)에서 $A_{\max}$와 $A_{\min}$는 Fig. 4의 접촉점 사이 해칭부 평면적의 최대값과 최소값을 의미한다.

5. 회전날개길이법

5.1 회전날개 길이법에 의한 유량, 배제용적

회전날개길이법은 내·부로터의 접촉점 사이의 챔버 용적을 구할 필요가 없으며 로터의 순간 중심인 피치점으로부터 접촉점까지의 거리의 함수로 유량과 배제용적이 표현된다. 이것은 마치 베인 펌프에서 베인의 길이로 유량과 배제용적이 표현되는 것과 유사하게 생각할 수 있는 것으로 순간 중심에서 접촉점까지 거리를 회전날개(vane)의 길이로 생각하는 개념이다. 내부로터가 공전운동과 자전회전의 복잡한 운동을 수행하여 챔버 공간의 용적변화율을 구하는 과정이 복잡할 것 같지만, 순간 중심인 피치점 좌표와 내·부로터 접촉점 좌표만으로 간단하게 유략과 배제용적을 산출할 수 있다. Fig. 5에서 보여주는 바와 같이 내·부로터의 접촉점 A와 B 사이의 챔버용적을 모르더라도 챔버용적의 변화율은 순간 중심에 대한 자전회전운동만으로 표현이 가능하기 때문이다.

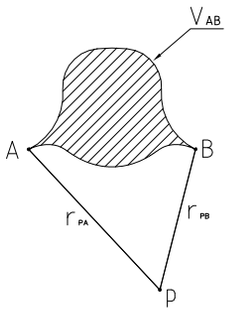


Fig. 5 Volume of a camber between two contact points of A and B

Fig. 5에서 AB 접촉점 사이의 용적 변화 $\triangle V_{AB}$는 다음과 같이 표현된다.

$$\triangle V_{AB}=\frac{b}{2}(r_{pA}^2-r_{pB}^2)\triangle\theta_1 \tag{18}$$

여기서 b는 내·외부로터의 두께인데, 피치점 p에 대한 접촉점 A사이의 거리 r_{pA}는 회전날개의 길이를 의미하며, 내부로터가 $\triangle\theta_1$ 회전하는 동안에 증가하는 챔버 면적은 $\triangle\theta_1$에 의하여 만들어지는 삼각형면적인 $r_{pA}^2\,\triangle\theta_1/2$가 된다. 동일한 방법으로 회전날개 r_{pB}의 회전에 의하여 $r_{pB}^2\triangle\theta_1/2$만큼 챔버 면적이 감소한다.

Fig. 6에서 접촉점 C_0부터 C_h까지 생성되는 챔버를 흡입 챔버라고 가정할 경우 접촉점 C_0와 접촉점 C_h을 이용하여 전체 흡입 챔버의 용적변화 $\triangle V$를 정의 할 수 있다. 한 흡입 챔버의 A점 좌표는 다음 흡입 챔버의 B점 좌표에 해당하여서 서로 상쇄되어지게 되어서 전체 흡입 챔버의 용적변화 $\triangle V$은 최대 날개길이와 최소날개 길이만의 함수로 표현된다. 전체 흡입 챔버의 용적변화 $\triangle V_{total}$을 구동축의 미소 회전각으로 나누어준 변화율은

$$\frac{\triangle V}{\triangle\theta_1}=\frac{\sum_{i=0}^{h}\triangle V_{ABi}}{\triangle\theta_1} \tag{19}$$

$$=\frac{b}{2}(r_{pC_h\max}^2-r_{pC_0\min}^2)$$

여기서 h는 흡입 챔버의 갯수이며, $r_{pC_k\max}$은 피치점과 접촉점 사이의 최대거리를 의미하고 $r_{pC_0\min}$은 최소거리를 의미한다.

모든 흡입 챔버들 총 용적의 평균 변화율 $\triangle V_{avg}/\Delta\theta_1$은 (19)식을 한 주기의 각도구간동안에 적분한 것을 해당 각도로 나누어서 구해진다.

$$\frac{\triangle V_{avg}}{\Delta\theta_1} = \frac{\int_0^{2\pi/m(m-1)} \frac{b}{2}(r_{pC_h\max}^2 - r_{pC_0\min}^2)\, d\theta_1}{2\pi/m(m-1)} \quad (20)$$

(20)식에 2π를 곱하여 1회전 당 배제용적 V_D이 구해진다.

$$V_D = m(m-1) \cdot \int_0^{2\pi/m(m-1)} \frac{b}{2}(r_{pC_h\max}^2 - r_{pC_0\min}^2) d\theta_1 \quad (21)$$

시간 변화에 대한 챔버 용적 변화율을 순간유량으로 정의하면 다음과 같이 순간유량을 구할 수 있다.

$$Q(t) = \lim_{\triangle t \to 0} \frac{\triangle V}{\triangle \theta_1}\frac{\triangle \theta_1}{\triangle t} \quad (22)$$

$$= \frac{b}{2}(r_{pC_h\max}^2 - r_{pC_0\min}^2) w_1$$

이때의 평균유량 Q_{avg}는 다음과 같다.

$$Q_{avg} = \int_0^{2\pi/m(m-1)} Q(t)\, d\theta_1 / [2\pi/m(m-1)] \quad (23)$$

$$= \frac{m(m-1)}{2\pi}\int_0^{2\pi/m(m-1)} \frac{b}{2}(r_{pC_h\max}^2 - r_{pC_0\min}^2) w_1\, d\theta_1$$

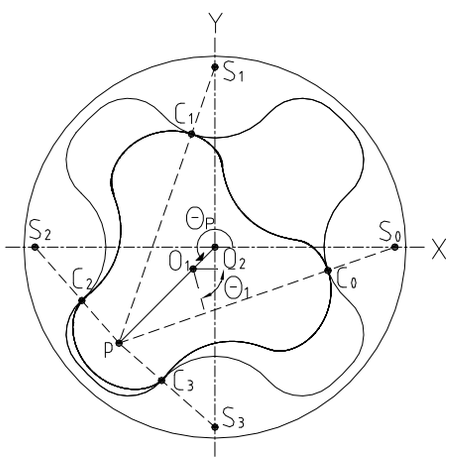


Fig. 8 Driving principle : rotation θ_1 and planetary revolution θ_p in the fixed outer rotor

5.3 접촉점 해석

이론적 배제용적의 계산과정에서 내부로터와 외부로터의 접촉점의 산출이 필요하다. 접촉점의 산출과정은 내부로터와 외부로터의 형상함수를 동시에 고려하는 것보다 피치점의 좌표와 외부로터 원형기어의 중심좌표를 이용하는 것이 더 용이하다. 피치점의 좌표는 외부로터 중심 O_2으로부터 내부로터 중심점 O_1의 방향으로 me 거리만큼 떨어진 좌표이다. 내·외부로터의 접촉점은 외부로터 원형 기어부의 중심에서 피치점으로 그은 직선이 기어 원형부위와 만나는 교점이 된다.

본 원고에서는 외부로터와 내부로터의 두 가지 상대운동 중에서 복잡한 경우에 해당하는 외부로터가 고정된 상태에서 내부로터가 자전회전과 공전회전을 동시에 운동하는 경우만을 고려한다.

내·외부로터의 피치점이 순간중심의 역할을 하게되며, 순간중심에 대하여 자전운동에 의한 내부로터 중심점 O_1의 변위와 외부로터 중심 O_2에 대하여 중심점 O_1의 변위는 일치하므로 다음 식이 성립한다.

$$r_1\theta_1 = -e\,\theta_p \quad (24)$$

여기서 θ_1는 자전각 변위이며, θ_p는 공전각 변위이다. r_1는 내부로터 중심점에서 피치점까지의 거리이며, e는 O_1은 O_2사이의 편심을 의미한다. r_1과 e 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$r_1 = (m-1)e \quad (25)$$

여기서 m은 외부로터의 로브 수에 해당하며, (24)식과 (25)식으로부터 자전각 변위 θ_1과 공전각 변위 θ_p 사이에 다음의 관계가 성립한다.

$$\theta_1 = \frac{1}{m-1}\theta_p \quad (26)$$

외부로터 원형부분의 중심 좌표 $\overrightarrow{S_k}$는 고정이며 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$\overrightarrow{S_k} = r_t\cos\frac{2k}{m}\pi\vec{i} + r_t\sin\frac{2k}{m}\pi\vec{j} \quad (27)$$

여기서 k=0,1,2...,m-1이며, $\vec{i}, \vec{j}$는 공정좌표계 $X_2O_2Y_2$에서 X_2 방향과 Y_2 방향의 단위벡터를 의미한다. r_t는 외부로터의 고정 중심점 O_2으로부터 원형부분의 중심 좌표 $\overrightarrow{S_k}$까지 의 거리이다. r_c는 외부로터 원형부분의 반경이다. 이때, 피치점 좌표 $\vec{p}$은 공전운동을 하며 다음과 같이 나타낸다.

$$\vec{p} = me\cos\theta_p\vec{i} + me\sin\theta_p\vec{j} \quad (28)$$

여기서 θ_p는 $-\frac{\pi}{m} \le \theta_p \le \frac{\pi}{m}$ 범위이다.

피치점과 외부로터 원형부분의 중심 좌표 $\overrightarrow{S_k}$를 연결하는 $\overline{pS_k}$ 직선식은 아래와 같고

$$Y_2 - m\,e\,\sin\theta_p = \frac{r_t \sin\frac{2k}{m}\pi - m\,e\,\sin\theta_p}{r_t \cos\frac{2k\pi}{m} - m\,e\,\cos\theta_p}(X_2 - m\,e\cos\theta_p) \quad (29)$$

중심 S_k인 외부로터 원형식은 다음과 같다.

$$(X_2 - r_t\cos\frac{2k\pi}{m})^2 + (Y_2 - r_t\sin\frac{2k\pi}{m})^2 = r_c^2 \quad (30)$$

(29)식과 (30)식을 이용하여 두 식의 교점을 구한다. 이때, 두 식의 교점이 내부로터와 외부로터의 접촉점 C_k가 된다.

6. 에너지보존과 토크평형을 이용한 배제용적

6.1 에너지 보존 원리

Fig. 7의 유압모터(혹은 펌프)에서 공급되는 유압에너지와 출력축의 기계적 토크에너지 사이에 에너지보존 원리를 적용한다. 해석의 편이를 위하여 효율이 100%인 이상적인 경우로 가정하고, 고압부의 압력은 P이며, 저압부의 압력은 0인 상태로 간주한다. 또, 내부로터에 출력구동축이 연결되어서 자전회전만을 출력하는 경우로 국한한다. 즉, 모터 축에 부과되는 부하토크만이 내부로터로 전달되도록 기구가 설치되며, 반경방향의 반작용력은 베어링 부에서 흡수하는 것으로 가정한다.

이상의 가정에서 모터 축의 $\Delta\theta_1$회전에 대하여 다음 식과 같은 에너지보존의 식이 성립한다.

$$T_L\,\Delta\theta_1 = P\ \Delta V \quad (31)$$

여기서 T_L은 모터의 축에 인가되는 부하토크를 의미하며, ΔV 은 $\Delta\theta_1$ 회전 당 유체 공급용적이거나 배제용적이다.

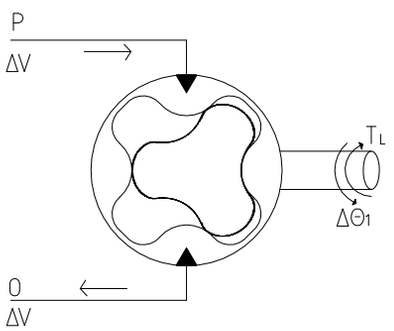


Fig. 7 Input hydraulic energy and output torque energy

6.2 토오크 평형

외부로터는 고정된 상태이며 스스로 평형을 이루며 필요한 추가의 정보를 얻지 못하며, 내부로터의 평형만을 고려한다.

(31)식에서의 부하토크 T_L은 Fig. 8 에서 보여주는 바와 같은 내부로터 자유 물체도에 대한 힘의 토크평형 방정식으로부터 압력 P의 함수로 구해질 수 있다. R_k는 내·외부로터의 접촉점 C_k에서 작용력을 의미하며, F_k는 압력 P에 의한 유체작용력을 의미한다.

Fig. 8의 자유 물체도에서 내부로터는 자전운동과 공전운동을 하는 상태이며, 축에 인가되는 부하토크 T_L과 유체력 F_k와 접촉력 R_k만이 작용한다.

제로터 설계이론[2, 9]에 의하면 내·외부로터 사이의 접촉마찰력을 무시할 경우에 모든 접촉력 R_k는 피치점 p를 향한다. 내·외부로터의 접촉점에서 모든 작용력 R_k가 피치점을 향하므로 피치점에 대한 모멘트 효과는 형성되지 않는다. 피치점 p를 중심으로 한 모멘트 평형식은 부하토크 T_L과 유체력 F_k의 토크효과가 균형을 이룬다.

$$T_L = \sum_{k=0}^{h} T_k \quad (32)$$

$$T_k = P\,b\,[(Y_B - Y_A)(\frac{Y_B + Y_A}{2} - Y_p) + (X_B - X_A)(\frac{X_B + X_A}{2} - X_p)] \quad (33)$$

여기서 T_k 는 유체력 F_k에 의하여 발생하는 토크를 의미하며, h는 고압부 압력 P가 작용하는 고압부 챔버 수에 해당한다.

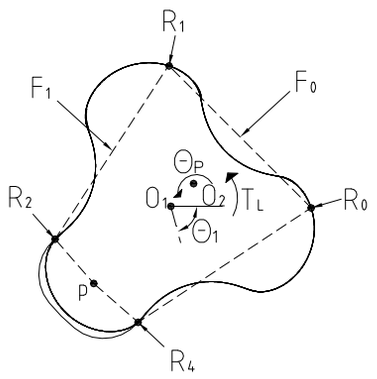


Fig. 8 Free body diagram of the inner rotor

Fig. 8에서 내부로터와 외부로터 사이에는 외부로터 로브 갯수만큼 접촉점이 생기는데 접촉점 C_0부터 C_h까지 생성되는 챔버를 고압챔버 혹은 흡입 챔버라고 가정하면, 전체 고압 챔버의 유체력 토크효

과 $\sum T_k$를 고압부의 최초 접촉점 C_0와 고압부의 최종 접촉점 C_h만을 이용하여 표현할 수 있다. 왜냐하면 한 고압 챔버의 A점 좌표는 다음 흡입 챔버의 B점 좌표에 해당하여서 서로 상쇄되어지기 때문이다. 전체 토크 효과 $\sum T_k$는

$$\sum_{k=0}^{h} T_k = P\,b\,[(Y_{C_h\max} - Y_{C_0\min})(\frac{Y_{C_h\max} + Y_{C_0\min}}{2} - Y_p) + (X_{C_h\max} - X_{C_0\min})(\frac{X_{C_h\max} + X_{C_0\min}}{2} - X_p)] \quad (34)$$

여기서 $(X_{C_h\max}, Y_{C_h\max})$는 피치점으로부터 가장 먼 접촉점 C_h를 의미하며, $(X_{C_0\min}, Y_{C_0\min})$은 가장 가까운 접촉점 C_0를 의미하기도 한다. h는 흡입 챔버의 개수이며.

6.3 모터 용적과 유량

(34)식을 (32)식 및 (31)식에 적용하면 $\Delta\theta_1$ 회전에 대한 유체의 용적변화율 $\Delta V/\Delta\theta_1$를 구할 수 있다.

$$\frac{\Delta V}{\Delta\theta_1} = b\,[(Y_{C_h\max} - Y_{C_0\min})(\frac{Y_{C_h\max} + Y_{C_0\min}}{2} - Y_p) + (X_{C_h\max} - X_{C_0\min})(\frac{X_{C_h\max} + X_{C_0\min}}{2} - X_p)] \quad (35)$$

모든 고압 챔버의 용적변화율의 평균값 $\Delta V_{avg}/\Delta\theta_1$은 (35)식을 한 주기의 각도구간동안에 적분하고, 그 적분 값을 해당각도로 나누어서 구해진다.

$$\frac{\Delta V_{avg}}{\Delta\theta_1} = b\int_0^{2\pi/m(m-1)} \frac{\Delta V}{\Delta\theta_1} d\theta_1 / [2\pi/m(m-1)] \quad (36)$$

$$= \frac{m(m-1)b}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi/m(m-1)} [(Y_{C_h\max} - Y_{C_0\min})(\frac{Y_{C_h\max} + Y_{C_0\min}}{2} - Y_p) + (X_{C_h\max} - X_{C_0\min})(\frac{X_{C_h\max} + X_{C_0\min}}{2} - X_p)]\,d\theta_1$$

또한, 1회전 당 배제용적 V_D는 (36)식에 1회전인 2π를 곱하여 구해진다.

$$V_D = \frac{\Delta V_{avg}}{\Delta\theta_1} \cdot 2\pi \quad (37)$$

$$= m(m-1)b \cdot \int_0^{2\pi/m(m-1)} [(Y_{C_h\max} - Y_{C_0\min})(\frac{Y_{C_h\max} + Y_{C_0\min}}{2} - Y_p) + (X_{C_h\max} - X_{C_0\min})(\frac{X_{C_h\max} + X_{C_0\min}}{2} - X_p)]\,d\theta_1$$

순간 유량 Q(t)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q(t) = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta V}{\Delta\theta_1}\frac{\Delta\theta_1}{\Delta t} \quad (38)$$

$$= b\,[(Y_{C_h\max} - Y_{C_0\min})(\frac{Y_{C_h\max} + Y_{C_0\min}}{2} - Y_p) + (X_{C_h\max} - X_{C_0\min})(\frac{X_{C_h\max} + X_{C_0\min}}{2} - X_p)]\omega_1$$

여기서 ω_1 은 내부로터 자전회전 각속도이며, t는 시간을 의미한다.

평균유량 Q_{avg} 은 다음과 같이 표현된다.

$$Q_{avg} = \frac{V_{2\pi}}{2\pi}\,\omega_1 \quad (39)$$

6. 결 론

본 원고에서 소개된 제로터 펌프의 유량과 배제용적에 관한 네 가지 해석법은 다음과 같이 특성지어진다.

1) 기어형상을 적분한 용적을 이용하는 유량해석법은 내·외부로터의 접촉점 좌표를 구해야 할 뿐만 아니라 기어형상을 적분하는 과정이 매우 큰 복잡함을 초래한다.

2) CAD 폐곡선 면적 산출 기능을 이용한 유량해석법은 내·외부로터 사이의 용적을 구하는 점에서 기어형상 적분법과 개념적으로 유사하지만, 상용화된 CAD에서 주어지는 기능을 단순히 이용하기 때문에 효율적이다. 하지만, 유량과 배제용적에 관한 수식이 제공되지 않으며, 먼저 기어 형상이 설계된 이후에야 적용이 가능하여 사전 예측이 어려운 단점이 있다.

3) 회전날개길이법은 피치점 좌표와 내·외부로터의 접촉점 좌표만을 이용하기 때문에 내·외부로터 사이의 챔버용적을 이용하는 방법보다 단순하다고 할 수 있다. 접촉점 좌표도 외부로터 원형 함수와 원형중심-피치점 직서선식의 교점으로부터 간단히 산출할 수 있다.

4) 에너지보존과 토크평형을 이용한 해석법은 회전날개길이법과 접근방법에서 완전히 별개이지만 그 결과는 동일하다. 토크평형식이 이용되는데 제로터 유압모터에서 토크가 발생하는 원리를 파악하는 과정에 효과적이다.

참고 문헌

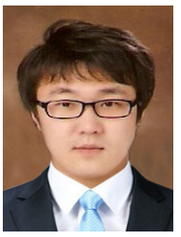
1) J.R. Colbourne, "The geometry of trochoid envelopes and their application in rotary pumps", Mechanism and Machine Theory, Vol. 9, pp.

421-435, 1974
2) Sung-Chul Lee and Sung-Nam Lee, "Design and Analysis of Gerotor for Hydraulic Motors", Journal of The Korean Society of Tribologists & Lubrication Engineers, Vol.11, No. 2, pp. 63-70, 1995
3) Y.J. Chang, J.H. Kim, C.H. Jeon, Chul Kim and S. Y. Jung, "Development of an Integrated System for the Automated Design of a Gerotor Oil Pump", J. Mech. Des. 129, 1099, 2007
4) 서종수, 정한식, 정효민, “저속 고토오크 제로터 유압모터의 최적 이 끝 틈새를 갖는 제로터 설계 연구”, 한국동력기계공학회지, 제10권 제4호, pp.119-126, 2006
5) 남윤주, 박면관, “제로터 펌프의 측판 설계”, 대한기계학회 논문집 B권, 제28권 제4호, pp.406-414, 2004
6) 김재훈, 박준홍, 정성윤, 손진혁, 김철, “지로터 오일 펌프의 성능 향상을 위한 치형의 최적 설계”, 한국정밀공학회지, 제22권 제5호, pp.28-36, 2005
7) 김재훈, 김철, “지로터 오일 펌프용 통합적 설계 자동화 시스템 개발”, 한국정밀공학회지, 제23권 제2호, pp.88-96, 2006
8) 김재훈, 김철, 김창호, “제로터 오일 펌프 로버 형상에 관한 최적설계”, 한국정밀공학회지, 제23권 제4호, pp.124-131, 2006
9) C. B. Tsay and C. Y. Yu., "Mathematical Model for the Profile of Gerotor Pumps.," J. CSME, Vol.10, No.1, pp.41-47, 1989.
10) C. Y. Yu and C. B. Tsay, Mathematical Model of Gerotor Pump Applicable to Its Characteristic Study," J. CSME, Vol.11, No.4, pp.385-391, 1990.
11) 김성동 · 김대명 · 함영복 · 한철호, “회전날개 길이를 이용한 제로터펌프/모터의 배제용적에 관한 연구”, 유공압시스템학회논문집 제8권 2호, 2011년 6월 게재예정

[저자 소개]

김성동(책임저자)
E-mail : sdkim@kumoh.ac.kr
Tel : 054-478-7395
1956년 5월 15일생
1987년 KAIST 생산공학과 박사 학위 취득. 1981년 대우중공업 입사, 1988년 금오공과대학교 기계공학과 조교수, 2000년 동대학 교수. 유공압제어, 유공압부품의 연구에 종사. 유공압건설기계학회, 대한기계학회, 정밀공학회 등의 회원, 공학박사.

함영복
E-mail : hyb665@kimm.re.kr
Tel : 042-868-7157
1965년 10월 23일생
2003년 금오공과대학교 기계공학과 박사 학위 취득. 1990년~현재 한국기계연구원 극한에너지기계연구실 책임연구원. 2004년 Tokyo Insti- tute of Technology 객원연구원. 유압 피스톤 펌프 및 모터, 수압 피스톤 펌프, 압전소자 응용 펌프 및 디스펜서 헤드 연구에 종사. 대한기계학회, 한국정밀공학회, 한국동력기계공학회, 한국윤활공학회, 유공압건설기계학회, 한국공작기계학회, 한국조명전기설비학회, 한국전기전자재료학회 등의 회원.



김대명
E-mail : d2120015@hankooktire.com
Tel : 042-670-5863
1984년 8월 31일생
2012년 금오공과대학교 기계공학과 석사 학위취득. 주식회사 대화산기에 입사. 유공압시스템학회, 대한기계학회 등의 회원.