

## 항공사 지상직 승무원 근무 당번표 작성문제\*

고영대\*\* · †오용희\*\*\*

### A Mathematical Model for Airline Ground Crew Scheduling Problem

Young Dae Ko\*\* · †Yonghui Oh\*\*\*

#### ■ Abstract ■

For the past several decades, personnel scheduling and rostering problem has been one of the most popular research topics in optimization area. Among the numerous applications, airline (aviation) industry has been given most attention due to the economic scale and impact. Most of the literatures about the staff scheduling problem in airline industry are dealing with the air crew, pilots and flight attendances, and the rest of the literatures are about the ground staff, by whom cleaning, maintenance, fueling of aircraft and handling luggage are done from landing to taking off. None of the literatures found by the authors are dealing with the airline ground crew. In this paper roster of airline ground crew, who is responsible for issuing boarding pass, checking baggage, etc, is introduced, formulated and solved using CPLEX. Some expressions of the mathematical formulations, which are not suitable input format of the CPLEX, were transformed. Numerical examples are presented for the validation of proposed scheduling system.

Keywords : Shift Scheduling, Roster, Ground Crew, Mathematical Formulation, CPLEX

논문접수일 : 2012년 10월 29일    논문수정일 : 2012년 11월 12일    논문게재확정일 : 2012년 11월 13일

\* 이 논문은 2012학년도 대전대학교 학술연구비 지원에 의한 것임.

\*\* 한국과학기술원 산업경영연구소

\*\*\* 대전대학교 산업경영공학과

† 교신저자

## 1. 서 론

본 연구에서 다루고자 하는 항공사 지상직 승무원의 항공 산업 분야에 근무하는 파일럿이나 객실 승무원 또는 지상 유지보수 팀 등과는 구별되는 직업군으로 항공권을 확인하여 탑승권을 발행하고 승객을 확인하며 수화물 및 항공기 이륙 전에 해야 하는 여러 가지 업무를 수행하는 직업이다. 항공사 지상직 승무원은 24시간 근무는 아니지만 이른 아침부터 늦은 밤까지 근무해야 하는 특성상 교대근무로 이루어지고 있다. 교대근무를 운영하는 데 있어서 큰 고민거리 중 하나가 근무 당번표를 작성하는 것이다. 근무 당번표란 정해진 기간(보통 한 달) 동안 각 근무자가 일별로 어느 근무 시간대에 근무하고 언제 비번을 할 것 인지에 관한 스케줄을 모든 근무자에 대해 작성하는 표를 말한다. 일반적으로 근무 당번표를 작성하는 방법은 크게 두 가지로 나눌 수 있는데, 하나는 일정 패턴을 작성하여 모든 근무자가 그 패턴대로 순환하며 근무하는 것이고 다른 하나는 매 계획기간의 초에 각 근무자의 근무신청을 받아서 근무 당번표를 작성하는 방법이 있다. 근무 당번표를 작성하는 데 있어서의 어려운 점은 각 교대근무의 특성을 반영하는 제약조건을 만족시키면서 정해진 목적식을 최대화 하는 데 있다. 예를 들어 항공 승무원에 관한 제약조건은 허브 공항에서 출발하면 주어진 시간이나 횟수 이내에 허브 공항으로 돌아와야 하는 것과 근무와 근무 사이에 일정 휴식을 취해야 하는 점 등이 있고, 목적식은 일반적으로 비용의 최소화, 만족도의 최대화 등이 있다.

교대근무에 관한 연구는 1954년 L. Edie의 “Traffic delays at toll booths”[5]를 시작으로 지금까지 항공, 철도, 대중교통버스 등과 같은 운송 시스템, 콜센터, 의료 시스템, 경찰, 구급대원, 소방대원, 경비업체 등과 같은 방재 및 응급 서비스, 공공 서비스 및 공공시설, 마지막으로 공항, 화물 터미널, 카지노, 스포츠 경기장 등의 관리단 등과 같은 많은 분야에 적용되고 연구발전 되었다[6].

이러한 많은 연구 분야 중에서도 항공 산업에 대

한 연구가 두드러졌는데, 그 이유는 날로 치솟는 국제 유가와 항공사 간의 치열한 경쟁, 인건비 상승 등으로 경영 압박을 받고 있는 항공 산업에 효율적인 운영 및 비용 절감이 절실하기 때문이라 할 수 있겠다. 대형 항공사에서 쓰이는 여러 가지 비용 항목 중에 가장 높은 것은 유류비용이고, 그 다음이 인건비다[10]. 유류비용을 절감하는 것이 현실적으로 매우 어렵기 때문에 항공사는 인건비 절감에 대단히 많은 노력을 기울이고 있는 실정이다.

현재까지 항공 산업 분야에 적용된 근무 당번표 문제는 크게 항공 승무원 스케줄링 문제와 지상직 직원 근무 당번표 문제로 나눌 수 있다. 항공 승무원 스케줄링 문제는 비행기 조종사와 승무원 등 항공편의 운항할 때 조종, 관리 및 승객 서비스를 제공하는 사람들을 대상으로 이들의 근무 당번표를 작성하는 것이다. 항공 승무원 스케줄링 문제가 다른 근무 당번표 작성 문제와 가장 크게 다른 점은 근무자가 근무하는 동안 장소를 이동하게 되며, 정해진 횟수의 장소 이동 후에는 다시 출발지로 돌아와야 한다는 점이다. 항공 승무원 스케줄링 문제를 해결하는 방법으로는 문제를 몇 개의 부분문제로 쪼개어 해결하는 방법이 가장 널리 사용되고 있다. 그 중 가장 많이 쓰이는 방법은 3-단계 분해법인데, 1) 승무원 조 생성 단계, 2) 최적 조 편성 단계, 3) 근무 당번표 작성 단계로 이루어져 있다. 승무원 조 편성 단계에서는 주어진 항공 운항 시간표를 바탕으로 가능한 직능 별로 조 편성의 조합을 모두 찾아내는 단계이고, 이를 바탕으로 2단계에서는 비용을 최소로 모든 항공편을 운항할 수 있도록 편성된 조를 가능한 방법으로 할당하는 단계이다. 마지막 단계는 최적 조 편성 단계에서 선택된 조를 근무 당번표의 각 직원에게 할당하는 단계이다[7]. 항공 승무원 스케줄링 문제에 관해서는 일찍이 1969년에 survey 논문[2]이 있었고, 최근에도 여러 가지 해법을 소개하고 비교, 분석한 state-of-the-art 논문이 발표되었다[8].

반면에, 지상직 직원 근무 당번표 문제는 공항, 화물 터미널, 카지노, 스포츠 경기장 등의 관리단에

관한 문제 중 많은 부분을 차지하는 연구분야로, 항공기를 타고 이동 중에 서비스를 제공하는 승무원이 아니라 공항에서 항공기의 착륙에서 다음 번 이륙까지 필요한 모든 서비스(실내의 정리/청소, 급유, 정비, 수화물 취급 등)를 제공하는 직원에 관한 문제이다. 공항에서 항공기의 이착륙과 관련된 업무를 보는 직원은 두 가지로 나눌 수 있는데, 하나는 공항 직원이고 또 하나는 항공사 직원이다. 지상직 직원의 근무 당번표를 다루는 문제가 다른 문제에 비해 다루기 어려운 이유는 다양한 직능을 보유하고 있는 작업자별 기술 제약이 다른 근무 당번표 문제에 비해 복잡하고 여러 가지 기술을 많은 작업에 할당하는 문제의 복잡도가 높기 때문이다. 지상직 직원 스케줄링에 관한 연구 중에는 Auckland 국제공항의 세관 직원 스케줄링 문제[9], 항공기 재급유 직원에 관한 스케줄링 문제[1], 수화물 담당 직원을 포함한 일반적인 지상직 직원 스케줄링 문제[4] 등이 있다. 현재까지 발표된 모든 지상직 직원 근무 당번표 문제는 공항 근무 직원, 항공기 급유 직원, 수화물 취급 직원 등에 국한되어 있어 본 논문에서 다루는 항공사 지상직 승무원 문제를 해결할 수 있는 스케줄링 시스템의 개발이 시급한 실정이다.

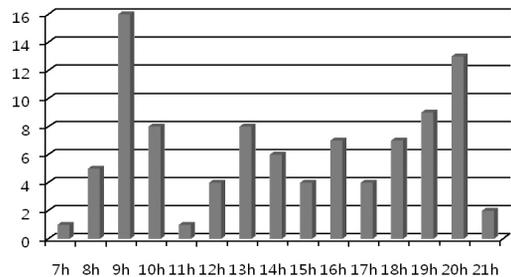
본 연구에서 다루고자 하는 항공사 지상직 승무원은 파일럿이나 객실 승무원 또는 지상 유지보수 팀 등과는 구별되는 직군으로 항공사 지상직 승무원은 항공권을 확인하고 탑승권을 발행하고 승객을 확인하며 수화물과 관련된 여러 가지 업무를 수행하는 직업이다. 항공사 지상직 승무원 문제가 다른 문제와 다른 점은 일반적인 근무조는 교대시간을 제외하고는 근무조별 근무시간이 겹치지 않는 반면에, 오전 근무조와 오후 근무조를 포함하는 종일 근무조를 운영하고 있다는 점이다. 이에 따라 휴식시간을 포함하며 오전과 오후 피크타임의 수요를 모두 처리할 수 있는 종일 근무조를 고려한 근무 당번표 작성 시스템을 구축하여 직원들의 근무 만족도를 향상시키고 항공사의 인건비 절감에 기여하고자 한다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장은 항공사 지상직 승무원에 대한 소개와 항공사 지상직 승무

원 근무 당번표를 작성할 때 고려해야 하는 점 및 특이사항 등을 소개하고 있다. 제 3장은 제 2장에 소개된 근무 상황을 바탕으로 총 비용을 최소화하며 형평성을 유지할 수 있는 수리적 모형을 만들고, 제 4장은 CPLEX 등 최적해를 도출할 수 있는 패키지 프로그램을 이용하기 위해서 제안된 수리적 모형을 어떻게 변형해야 하는지에 대해 제안하고 있다. 제 5장은 제안된 모형 및 변형에 대한 검증이며 마지막으로 제 6장은 결론 및 향후 연구 과제로 구성되어 있다.

## 2. 문제 상황

대개 승객들은 발권 및 탑승수속을 위해 2~4시간 전에 공항에 도착한다. 도착한 승객을 공항에서 처음으로 맞이하여 항공권 확인, 탑승권 발권, 수화물 탁송 등의 업무를 담당하는 직원이 바로 항공사의 지상직 승무원이다. 승객은 비행기 스케줄에 따라 오전 6~7시부터 오후 8~9시 정도까지 공항에 도착하므로 항공사 지상직 승무원의 근무시간은 오전 6시경부터 오후 10시 정도까지가 된다. 연착이나 특별 배정 항공편과 같은 특수한 상황에는 퇴근 시간이 12시를 넘기는 경우도 있다. 일반적인 근무시간이 약 8시간 정도 되므로 공항의 발권 및 탑승수속에 필요한 근무는 하루에 2교대로 운영하는 것이 바람직하다.



〈그림 1〉 인천공항 출발 국제선 항공기 시간표 분포

하지만 연일 최고치를 경신하는 유가와 점점 더 치열해지는 경쟁으로 인해 항공사는 원가절감의 압

박을 받을 수밖에 없다. 고객 서비스 수준을 유지하면서도 인건비를 절감하는 방법으로 항공사는 오전 교대와 오후 교대 이외에 항공기의 출발 스케줄을 고려한 종일 근무라는 새로운 형태의 근무조를 운영하고 있다. 종일 근무란 오전 피크타임의 시작인 오전 7시 전후에 출근하여 오후 피크타임의 오후 7시 정도에 퇴근하는 근무이다. 종일 근무는 긴 근무 시간 사이에 3~4시간 정도의 휴식시간을 갖게 되는데, 점심시간 전후로 가지게 되는 이 휴식 시간 동안이 공항의 탑승 수속 카운터가 비교적 한가한 시간이 되겠다. A항공사의 하루 동안 국제선 운항 스케줄을 나타낸 <그림 1>을 보면 항공사의 비행기 스케줄이 오전 9시 전후와 오후 7~8시에 가장 많으므로 체크인 카운터는 오전 7시경과 오후 5시 전후가 가장 붐비는 시간이 되는 것을 알 수 있다. 따라서 항공사 지상직 승무원의 근무형태는 오전 6시에 출근하여 오후 2시에 퇴근하는 오전 근무조(A), 오후 2시에 출근하여 오후 10시에 퇴근하는 오후 근무조(P)와 더불어 오전 7시에 출근하여 오후 7시에 퇴근하는 종일 근무조(S)의 3가지 근무조 및 비번(O)으로 구성되며 근무조 및 근무 당번표는 다음과 같이 설명할 수 있다[3].

근무조 : 하루 중 언제 일을 하는지를 말한다. 오전 6시에 출근하여 오후 2시에 퇴근하는 오전 근무조(A)를 24시간을 기준으로 일을 하지 않는 시간을 0, 근무중인 시간을 1로 나타내면 자정부터 오전 6시 이전인 6시간 동안은 0으로 표현하고, 오전 6시부터 오후 2시까지의 8시간 동안은 1로, 나머지 시간은 0으로 표현하여 6개의 0, 8개의 1, 10개의 0으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

근무 당번표 : 정해진 기간 동안의 근무조 및 비번의 조합을 말한다. 어떤 승무원의 1월 4일부터 1월 8일까지의 근무 당번표

가 A O A S P라고 하면, 1월 4일과 1월 6일은 앞서 설명한 바대로 다음과 같이 표현되고, 1월 5일은 비번이므로 모두 일하지 않는 0으로, 1월 7일과 1월 8일은 각각 S 근무와 P 근무이므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

2012년 1월 4일 : 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0  
 0 0 0 0 0 0 0 0  
 2012년 1월 5일 : 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
 0 0 0 0 0 0 0 0  
 2012년 1월 6일 : 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0  
 0 0 0 0 0 0 0 0  
 2012년 1월 7일 : 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1  
 1 1 1 1 0 0 0 0  
 2012년 1월 8일 : 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1  
 1 1 1 1 1 1 0 0

근무 당번표를 작성하기 위해 항공사는 월말에 다음 달 각 일자 별 지상직 승무원의 희망 휴일 및 희망 근무조를 받는다. 현재 근무 당번표는 수동으로 작성되기 때문에 승무원의 한달 전체의 휴일 및 근무조 희망사항을 접수하여 반영하지는 못하고 사람마다 3~5개 정도의 희망사항을 접수하여 반영하는 것이 현실이다. 접수된 희망 근무와 다음 달의 항공 운항 스케줄을 바탕으로 근무 당번표를 작성하고 충족시키지 못하는 희망 근무조는 개별적으로 연락하여 조정하는 상황이다.

근무 당번표 작성시 고려해야 할 사항은 다음과 같다.

- 1) 근무형태는 A(오전 근무), P(오후 근무), S(종일 근무), O(비번)의 네 가지로 구성된다.
- 2) 모든 직원은 휴일(토요일, 일요일 및 공휴일)에 적어도 2회 비번(off-duty)을 받아야 한다.
- 3) 각 직원은 매달 일정 개수 이하의 희망 근무형태(A, P, S, O)를 미리 정하고, 직원들의 근무 희망사항은 가급적 지켜져야 한다.
- 4) 각 직원간의 종일 근무(S) 횟수, 휴일에 비번을

받는 횟수 등 직원 간의 형평성(principle of equity)이 맞아야 한다.

- 5) 연속 근무가 5일을 넘지 않도록 한다.
- 6) 연속 2일 이상 비번인 경우가 월 2회 이상(또는 연속 3일 비번인 경우가 월 1회 이상)이 되도록 한다.

항공사 지상직 승무원의 근무 당번표 작성 시스템을 구축하여 다음과 같은 효과를 기대할 수 있다.

- 1) 근무 당번표 작성은 지상직 승무원 중 한 명이 월말에 담당하여 진행하는데 여기에 드는 시간과 비용을 절감할 수 있다.
- 2) 근무자가 각자의 원하는 휴일 및 근무형태를 타인에게 노출하지 않고 직접 입력하여 개인 사생활이 보호된다.
- 3) 탑승객이 많은 달에 초과근무를 할 경우 최소 비용으로 수요를 충족시키는 근무 당번표를 작성할 수 있다.
- 4) 향후 항공사 운항 스케줄 및 좌석 예약 시스템과 연동하여 예매 상황에 따른 인원 배정을 효율적으로 할 수 있다.

### 3. 수리모형

• 가정

모델링의 편의를 위해 오전 근무는 오전 시간대의 수요를 모두 처리할 수 있고, 오후 근무는 오후 시간대의 수요를 모두 처리할 수 있으며 종일 근무는 오전과 오후 시간대의 수요를 모두 처리한다고 가정한다.

• 결정변수

$x(k)_j^A$  : 직원  $k$ 의  $j$ 일 근무스케줄이  $A$ 이면 1, 아니면 0.

$x(k)_j^P$  : 직원  $k$ 의  $j$ 일 근무스케줄이  $P$  이면 1, 아니면 0.

$x(k)_j^S$  : 직원  $k$ 의  $j$ 일 근무스케줄이  $S$  이면 1, 아니면 0.

$x(k)_j^O$  : 직원  $k$ 의  $j$ 일 근무스케줄이  $O$  이면 1, 아니면 0.

• Notations

$J$  : 근무 당번표를 작성하려고 하는 근무일의 수.

예를 들어 한달 동안의 근무 당번표를 작성하고자 한다면 그 달의 날 수가 된다.

$K$  : 직원의 수

$M$  : 초과 근무에 대한 형평성을 위한 가중치를  $M$  단계로 설정.

$c_{staff}$  : staff 1명에 대한 기본 비용

$c_m^A$  :  $A$  근무를  $m$ 번 초과 근무하도록 할당할 때, 추가적으로 드는 비용.

$c_m^P$  :  $P$  근무를  $m$ 번 초과 근무하도록 할당할 때, 추가적으로 드는 비용.

$c_m^S$  :  $S$  근무를  $m$ 번 초과 근무하도록 할당할 때, 추가적으로 드는 비용.

$n^A$  :  $J$ 일의 근무 스케줄링 동안 한 명의 근무자에게 기본적으로 할당 가능한  $A$  근무의 수.

$n^P$  :  $J$ 일의 근무 스케줄링 동안 한 명의 근무자에게 기본적으로 할당 가능한  $P$  근무의 수.

$n^S$  :  $J$ 일의 근무 스케줄링 동안 한 명의 근무자에게 기본적으로 할당 가능한  $S$  근무의 수.

$l^A$  :  $J$ 일의 근무 스케줄링 동안 한 명의 근무자에게 추가로 할당 가능한  $A$  근무의 수.

$l^P$  :  $J$ 일의 근무 스케줄링 동안 한 명의 근무자에게 추가로 할당 가능한  $P$  근무의 수.

$l^S$  :  $J$ 일의 근무 스케줄링 동안 한 명의 근무자에게 추가로 할당 가능한  $S$  근무의 수.

$d_j^A$  :  $j$ 일의 오전 시간대에 필요한 최소 근무 인원

$d_j^P$  :  $j$ 일의 오후 시간대에 필요한 최소 근무 인원

$J_{holiday}$  :  $J$ 일 중 주말 혹은 공휴일에 해당하는 날의 집합

(P-1)

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & \sum_{k=1}^K c_{staff} \\ & \times \min\{1, \sum_{j=1}^J (x(k)_j^A + x(k)_j^P + x(k)_j^S)\} \\ & + \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M c_m^A \\ & \times \text{Max}\{0, \sum_{j=1}^J x(k)_j^A - (n^A + m - 1)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M c_m^P \\
 & \times \text{Max}\{0, \sum_{j=1}^J x(k)_j^P - (n^P + m - 1)\} \\
 & + \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M c_m^S \\
 & \times \text{Max}\{0, \sum_{j=1}^J x(k)_j^S - (n^S + m - 1)\}
 \end{aligned}$$

Subject to :

$$\sum_{k=1}^K (x(k)_j^A + x(k)_j^S) \geq d_j^A, \quad j = 1, \dots, J \tag{1}$$

$$\sum_{k=1}^K (x(k)_j^P + x(k)_j^S) \geq d_j^P, \quad j = 1, \dots, J \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 x(k)_j^A + x(k)_j^P + x(k)_j^S + x(k)_j^O &= 1, \tag{3} \\
 j &= 1, \dots, J \text{ and } k = 1, \dots, K
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1}^{i+5} (x(k)_j^A + x(k)_j^P + x(k)_j^S) &\leq 5, \tag{4} \\
 i &= 1, \dots, J-5 \text{ and } k = 1, \dots, K
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1}^{J-1} \max\{0, x(k)_j^O + x(k)_{j+1}^O - 1\} &\geq 2, \tag{5} \\
 k &= 1, \dots, K
 \end{aligned}$$

$$\sum_{j \in J_{\text{holiday}}} x(k)_j^O \geq 2, \quad k = 1, \dots, K \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^J x(k)_j^A \leq n^A + l^A, \quad k = 1, \dots, K \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^J x(k)_j^P \leq n^P + l^P, \quad k = 1, \dots, K \tag{8}$$

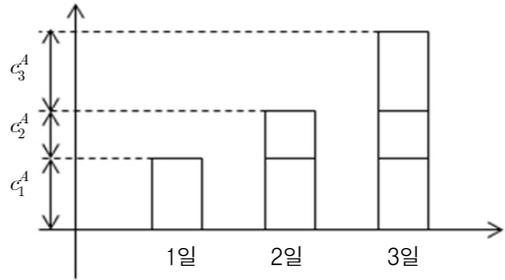
$$\sum_{j=1}^J x(k)_j^S \leq n^S + l^S, \quad k = 1, \dots, K \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 x(k)_j^A \text{ or } x(k)_j^P \text{ or } x(k)_j^S \text{ or } x(k)_j^O &= 1 \tag{10} \\
 \text{, when 승무원 } k \text{가 } j \text{일에 특정 근무나 비} \\
 \text{번을 요구한 경우}
 \end{aligned}$$

$$x(k)_j^A, x(k)_j^P, x(k)_j^S, x(k)_j^O \in \{0, 1\} \tag{11}$$

목적식은 총 인건비의 합을 최소화 하는 것이다. 본 연구에서 인건비는 고용된 지상직 승무원에 대한 급여와 초과근무 수당의 총 합으로 구성된다. 첫 번째 항은 하루라도 근무한 직원에 대해서 기본급을 지급해야 한다는 항목이며 2, 3, 4번째 항은 초과 근무 수당에 관한 항목이다. <그림 2>에서 표현한 바와 같이 형평성의 유지를 위해 초과근무 수당은 다음과 같이 설정되었다. 3일 동안 초과 근무를 한 경우 1일째 수당은  $c_1^A$ , 2일째 수당은  $c_1^A + c_2^A$ , 3일째 수당은  $c_1^A + c_2^A + c_3^A$ 로 총 3일간 지급한 초과 근무 수당은  $3c_1^A + 2c_2^A + c_3^A$ 가 된다. 이것은 한 사람에게 3일 초과근무를 시키는 것 보다 3사람에게 하루씩 초과근무를 시키는 비용이 더 적게 들도록 하여 형

평성을 유지하는데 기여하게 된다. 만약 일률적인 초과근무 수당을 설정하고자 한다면  $c_1^A$  이외의 다른 파라미터 값을 0으로 설정하면 된다.



<그림 2> 한 승무원이 3일간 초과근무를 할 경우 각 초과 근무일에 받는 수당

제약식 (1)와 제약식 (2)는 각각 오전 수요가 A 근무와 S 근무로 충족되고 오후 수요가 P 근무와 S 근무로 충족되어야 한다는 것이다. 제약식 (3)은 매일 A, P, S, O 중 하나의 근무형태만 할당 받을 수 있다는 제약식이다. 제약식 (4)는 근무일(A, P, S 중 하나가 할당된 날)이 연속으로 5일 이상 지속되면 안 된다는 제약조건이고, 제약식 (5)는 2일 연속으로 쉬는 날이 2번 이상 존재해야 한다는 조건이다. 제약식 (6)은 휴일에 비번일 경우가 한 달에 2일 이상 되어야 한다는 조건이고, 제약식 (7)~제약식 (9)는 각각 한 달 동안 A 근무, P 근무 및 S 근무를 할 수 있는 제한에 관한 제약조건이다. 제약식 (10)은 근무자별 희망 근무형태 및 비번을 요청한 경우 해당하는 변수를 미리 1로 설정해 두는 제약식이고, 제약식 (11)은 이진변수 설정이다.

### 4. 해법

해를 구하기 위해 CPLEX를 사용하였다. CPLEX 사용을 위해서는 목적함수의 min 또는 max를 포함한 항을 선형 수식으로 바꾸어야 하므로 다음과 같은 방법을 사용하여야 한다.

먼저 목적식의 max를 포함한 항은 다음과 같은

방법으로 치환이 가능하다.

$$\min \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M c_m^A \quad (12)$$

$$\times \max\{0, \sum_{j=1}^J x(k)_j^A - (n^A + m - 1)\}$$

↓

$$\min \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M c_m^A \cdot z(k)_m^A \quad (13)$$

subject to

$$z(k)_m^A \geq 0, \quad m=1, \dots, M, \quad k=1, \dots, K \quad (14)$$

$$z(k)_m^A \geq \sum_{j=1}^J x(k)_j^A - (n^A + m - 1), \quad (15)$$

$$m=1, \dots, M, \quad k=1, \dots, K$$

목적식의 2, 3, 4번째 항은 식 (12)와 같이  $\max\{0, f(x)\}$  형식으로 되어 있다. 이런 형식은 식 (13)과 같이 치환한 후, 제약식에 (14)의 비음조건과 식 (15)를 추가해 주면 간단하게 해결할 수 있다.

하지만 목적식에 있는  $\min$  항의 경우 같은 방식으로 하면 값이 무한으로 발산(unbounded)하기 때문에 다음과 같은 방식으로 변형하여 치환해 주어야 한다.

$$\min \sum_{k=1}^K c_{staff} \quad (16)$$

$$\times \min\{1, \sum_{j=1}^J (x(k)_j^A + x(k)_j^P + x(k)_j^S)\}$$

↓

$$\min c_{staff} K - \sum_{k=1}^K c_{staff} \quad (17)$$

$$\times \max\{0, 1 - \sum_{j=1}^J (x(k)_j^A + x(k)_j^P + x(k)_j^S)\}$$

↓

$$\min c_{staff} K - \sum_{k=1}^K c_{staff} \cdot y(k) \quad (18)$$

subject to

$$y(k) \leq 1 - \sum_{j=1}^J (x(k)_j^A + x(k)_j^P + x(k)_j^S) / K, \quad (19)$$

$$k=1, \dots, K$$

$$y(k) \in \{0, 1\} \quad (20)$$

목적식의 첫 번째 항인 식 (16)은 식 (17)과 같이  $\min\{1, f(x)\}$ 를  $\max\{0, f(x)\}$  형식으로 바꾸어 식 (18)의 형식으로 치환 해 주고 식 (19)를 제약식에 추가해 주면 된다. 단, 식 (18)에서 치환 한  $y(k)$ 는 이진변수여야 한다.

제약식 (5)의 있는  $\max$  항 역시 단순하게 처리할 경우 무한으로 발산하기 때문에 다음과 같은 방법을 사용하여 변형하여 처리해 주어야 한다.

$$\sum_{j=1}^{J-1} \max\{0, x(k)_j^O + x(k)_{j+1}^O - 1\} \geq 2, \quad (21)$$

$$k=1, \dots, K$$

↓

$$\sum_{j=1}^{J-1} h(k)_j \geq 2, \quad k=1, \dots, K \quad (22)$$

$$h(k)_j \geq x(k)_j^O + x(k)_{j+1}^O - 1, \quad (23)$$

$$j=1, \dots, J-1 \text{ and } k=1, \dots, K$$

$$h(k)_j < (x(k)_j^O + x(k)_{j+1}^O + 1) / 2, \quad (24)$$

$$j=1, \dots, J-1 \text{ and } k=1, \dots, K$$

$$h(k)_j \in \{0, 1\} \quad j=1, \dots, J-1 \text{ and } k=1, \dots, K \quad (25)$$

제약식 (21)은 제약식 (22) 형식으로 치환하고 치환된 항의 조건을 (23)으로만 제한하면  $x(k)$  값과 상관없이  $h(k)_j$ 가 1의 값을 가질 수 있어서 2 이상이라는 제약식 (22)를 너무 쉽게 충족할 수 있으므로 제약식 (24)를 추가하여  $h(k)_j$ 가 이틀 연속 비변일 경우만 1의 값을 가질 수 있도록 제한 해 주어야 한다.

앞서 설명된 변환 과정을 적용한 최종 수리모형은 다음과 같다.

(P-2)

$$\text{Minimize } c_{staff} K - \sum_{k=1}^K c_{staff} \cdot y(k)$$

$$+ \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M c_m^A \cdot z(k)_m^A$$

$$+ \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M c_m^P \cdot z(k)_m^P$$

$$+ \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M c_m^S \cdot z(k)_m^S$$

Subject to :

$$y(k) \leq 1 - \sum_{j=1}^J (x(k)_j^A + x(k)_j^P + x(k)_j^S) / K,$$

$$k=1, \dots, K$$

$$z(k)_m^A \geq 0, \quad m=1, \dots, M, \quad k=1, \dots, K$$

$$z(k)_m^A \geq \sum_{j=1}^J x(k)_j^A - (n^A + m - 1),$$

$$m=1, \dots, M, \quad k=1, \dots, K$$

$$\sum_{k=1}^K (x(k)_j^A + x(k)_j^S) \geq d_j^A, \quad j=1, \dots, J$$

$$\sum_{k=1}^K (x(k)_j^P + x(k)_j^S) \geq d_j^P, \quad j=1, \dots, J$$



여기서 전체 근무자 수  $K$ 를 12명으로, 승무원 1명 당 기본급  $c_{staff}$ 를 2,000,000원으로 설정하여 CPLEX를 이용하여 근무표를 작성하면 <표 1>과 같다.

CPLEX를 이용하여 해를 구하는데 걸린 시간은 524.654초이고, 총 12명의 직원 중 11명이 overtime 없이 근무하여 총 비용은 22,000,000원으로 계산되었다. 이것은 각 근무자의 희망근무 사항을 지정하지 않은 결과로,  $K : 10$ 명,  $c_{staff} : 3,000,000$ 원인 상황에 대해 다음과 같이 근무자별 희망 비번일을 제약사항에 추가하여 문제를 다시 풀어 보았다. 이 때 S근무에 대한 초과근무 기준을 10일에서 3일로 줄여서 보다 현실적인 문제상황을 만들어 보았다.

근무자별 희망 비번 :

- 근무자 1 : 1일, 15일, 22일
- 근무자 2 : 6일, 16일
- 근무자 3 : 4, 14, 15
- 근무자 4 : 1, 12, 22
- 근무자 5 : 3, 8, 23
- 근무자 6 : 10, 21, 22
- 근무자 7 : 10, 15, 24
- 근무자 8 : 1, 2, 26
- 근무자 9 : 12, 13
- 근무자 10 : 14, 15

희망 비번을 고려한 문제를 CPLEX를 이용하여

최적해를 구하는데 걸리는 시간은 15869.053초이고, 8명으로 overtime없이 운영할 수 있어서 목적식의 값은 24,000,000원으로 최적의 근무표는 <표 2>와 같다. 일하는 승무원 모두 원하는 날에 쉴 수 있는 결과가 도출되었으며 오전 근무, 오후 근무 및 종일 근무의 배치가 형평성 있게 적절히 잘 배치된 결과를 볼 수 있다.

## 6. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 먼저 근무 당번표 작성을 위한 항공사 지상직 승무원의 근무상황 및 특이사항에 대해 소개를 하였다. 지상직 승무원은 승객의 항공권 발권 및 탑승 수속을 주 임무로 하는 직업이다. 항공편이 대략 오전 6~7시부터 오후 8~10시까지 편성되어 항공사 지상직 승무원의 업무는 1교대로 운영하는 것이 불가능하여, 오전 근무조(A)와 오후 근무조(B)로 나누어 운영하고 있다. 국내 항공사의 항공운항 스케줄의 특성상 대다수의 항공편은 오전과 오후의 특정 시간대에 편성되어 있기 때문에 항공사는 인건비 절감을 위해 오전과 오후의 피크타임(peak time)을 지원하며 순간적인 증원 효과를 낼 수 있는 종일 근무조(S)를 도입하여 운영하고 있는데, 각 근무조를 어떤 비율로 언제 누구에게 편성해야 형평성을 유지하고 근무 만족도를 높이며 인건비를 최소로 할 수 있는 지에 대해 수리적으로 모

<표 2> 2012년 1월 지상직 승무원 예제 결과 표( $K = 10$ ,  $C_{staff} = 3,000,000$ )

2012년 1월 근무표(10명 300만원)																															
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Staff 2	A	A	P	A	A	O	O	O	S	A	O	P	A	P	S	O	P	P	P	P	P	O	A	S	A	P	A	O	O	P	A
Staff 3	A	A	A	O	A	P	P	S	O	S	A	P	A	O	O	A	P	A	A	O	P	S	P	O	P	A	P	P	P	O	O
Staff 4	O	P	P	A	P	O	A	P	P	O	O	O	P	S	A	P	O	A	P	A	S	O	S	A	A	P	O	A	P	A	A
Staff 5	S	O	O	P	P	A	P	O	A	P	A	P	O	A	S	A	A	O	O	P	P	S	O	P	A	A	A	O	A	P	P
Staff 6	P	P	A	A	O	A	A	A	O	O	P	A	A	P	S	O	O	P	A	P	O	O	P	S	P	P	O	S	P	A	A
Staff 7	P	P	P	O	A	P	S	S	P	O	A	A	P	A	O	A	A	P	O	A	A	S	P	O	O	O	P	A	A	O	P
Staff 9	A	O	A	P	P	P	P	O	A	P	P	O	O	S	P	P	A	O	A	A	A	A	A	O	O	A	S	P	S	P	O
Staff 10	P	A	O	P	O	A	A	S	O	A	P	A	P	O	O	P	P	A	P	O	A	P	A	S	P	O	O	S	A	A	P

텔링을 하였다.

제한된 수리모형은 CPLEX에 입력할 수 없는 표현을 여러 개 포함하고 있기 때문에 문제가 되는 식 및 항을 일반적인 수리모형 형태로 변형해 주는 방법을 제안하였다. 아울러 작은 문제에 대해 수리적 모델링을 CPLEX를 이용하여 결과를 내어 모델의 타당성을 검증하였고, 그 결과 11명이 초과근무 없이 제약조건을 만족시키며 형평성을 유지하며 근무하는 결과를 도출할 수 있었다.

향후 지상직 승무원의 여러 가지 특성을 이용한 많은 연구가 이루어질 수 있을 것으로 예상된다. 실제 지상직 승무원의 근무조는 본 논문에서 소개된 3가지 이외에 약간의 변형이 가해진 근무조가 존재한다. 가끔 아주 늦은 시간에 경유하거나 출발하는 항공편이 있기 때문이다. 이러한 예외적인 항공편의 수속을 위해 배치되는 변형 근무조를 고려한 근무 당면표 작성은 좋은 연구 주제라 할 수 있겠다. 또한 항공편의 예약 상황에 맞추어 변동하는 승객수를 고려한 근무표 작성문제나 직원별 선호도를 반영하기 위해 희망근무를 필수와 선호로 나누어 신청 받는 방법 역시 향후 연구과제로 추천할 수 있겠다. 마지막으로, CPLEX를 이용하여 변수 또는 제약식의 수가 많아질수록 최적해를 찾는 데 걸리는 시간은 기하급수적으로 늘어나게 되므로 본 문제를 해결하기 위해서 휴리스틱의 개발이 필요할 것으로 보인다.

항공사 지상직 승무원 문제는 연구 문헌이 거의 없는 미개척 분야이므로 앞으로 많은 연구가 활발하게 진행될 것으로 기대된다.

## 참 고 문 헌

- [1] Alvarez-Valdes, R., E. Crespo, and J. Tamarit, "Labour scheduling at an airport refueling installation," *Journal of the Operational Research Society*, Vol.50, No.3(1999), pp.211-218.
- [2] Arabeyre, J.P., J. Fearnley, F.C. Steiger, and W. Teather, "The Airline Crew Scheduling Problem : A Survey," *Transportation Science*, Vol.3, No.2(1969), pp.140-163.
- [3] Brunner, J.O., *Flexible Shift Planning in the Service Industry*, Springer, New York, 2010.
- [4] Dowling, D., H. Mackenzie, M. Krishnamoorthy, and D. Sier, "Staff rostering at a large international airport," *Annals of Operations Research*, Vol.72(1997), pp.125-147.
- [5] Edie, L.C., "Traffic delays at toll booths," *Journal of the Operations Research Society of America*, Vol.2, No.2(1954), pp.107-138.
- [6] Ernst, A.T., H. Jiang, M. Krishnamoorthy, B. Owens, and D. Sier, "An Annotated Bibliography of Personnel Scheduling and Rostering," *Annals of Operations Research*, Vol.127, No.1/4(2004), pp.21-144.
- [7] Ernst, A.T., H. Jiang, M. Krishnamoorthy, and D. Sier, "Staff scheduling and rostering : A review of applications, methods and models," *European Journal of Operational Research*, Vol.153, No.1(2004), pp.3-27.
- [8] Gopalakrishnan, B. and E.L. Johnson, "Airline Crew Scheduling : State-of-the-Art," *Annals of Operations Research*, Vol.140, No.1 (2005), pp.305-337.
- [9] Mason, A., D. Ryan, and D. Panton, "Integrated simulation, heuristic and optimisation approaches to staff scheduling," *Operations Research*, Vol.46, No.2(1998), pp.161-175.
- [10] Schaefer, A.J., E.L. Johnson, A.J. Kleywegt, and G.L. Nemhauser, "Airline Crew Scheduling Under Uncertainty," *Transportation Science*, Vol.39, No.3(2005), pp.340-348.