

지반공학에서의 하중저항계수설계법 (LRFD)의 활용



장연수
동국대학교 교수,
토질 및 기초 기술사

1. 하중저항계수설계법(LRFD)의 기초이론

1.1 한계상태 함수(limit state function)

안전 여유에 해당하는 한계상태함수 g (즉, 저항에서 하중을 뺀)는 식 1과 같이 나타낸다.(그림 1)

$$g = R - Q \quad (1)$$

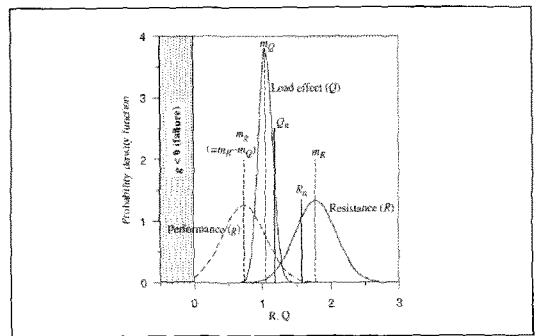


그림 1. 하중, 저항, 한계상태함수에 대한 확률밀도함수

여기서 R 은 부재에 의하여 나타나는 저항, Q 는 부재에 주어지는 하중을 나타내며 안전하기 위해서는 $G > 0$ 인 상태를 유지하여야 한다.

하중이 저항을 넘어서게 되는 상태인 면 설계된 구조물이나 요소가 안전하지 못하다. 즉, 파괴확률을 확률(P)로서 표현하게 되면:

$$pf = P(G < 0) \quad (2)$$

1.2 신뢰도지수(reliability index)

파괴확률을 계산은 확률밀도함수에서 안전여유에 대한 계산과 신뢰도지수(β)를 사용하여 표현되는 신뢰성으로 얻을 수 있다. 그림 2에 따르면 신뢰도지수는 0으로부터 확

률변수 g 의 평균 (m_g)까지의 거리를 표준편차 (σ_g)로 나눈 비이다(식 2).

$$\beta = \frac{m_g}{\sigma_g} = \frac{m_R - m_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}} \quad (3)$$

여기서, m_g 와 σ_g 는 한계상태함수에서 각각 정의된 안전 여유(g)의 평균과 표준편차이다. 신뢰도지수(β)와 파괴확률(p_f)의 관계는 식 3을 기본으로 저항(R)과 하중(Q)가 정규분포인 경우 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$P_f = p(g \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - m_g}{\sigma_g}\right) = \Phi\left(\frac{-(m_R - m_Q)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}}\right) = \Phi(-\beta) \quad (4)$$

여기서, Φ 는 누적정규분포함수(cumulative normal

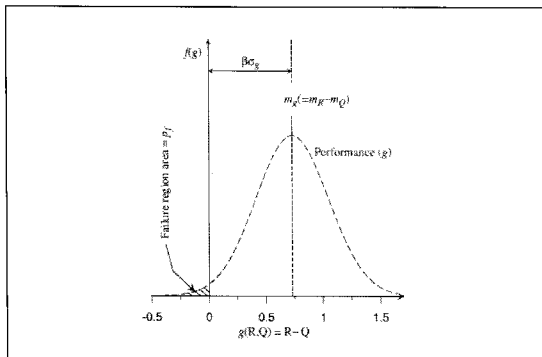


그림 2. 한계함수의 확률 밀도 함수와 신뢰도 지수

표 1. 신뢰지수와 파괴확률의 관계

Reliability index(β)	Probability of failure(p)	Reliability index(β)	Probability of failure (p)
1.0	0.159	2.6	0.00466
1.2	0.115	2.8	0.00256
1.4	0.0808	3.0	0.00135
1.6	0.0548	3.2	6.87E ⁻⁴
1.8	0.0359	3.4	3.37E ⁻⁴
2.0	0.0228	3.6	1.59E ⁻⁴
2.2	0.0139	3.8	7.23E ⁻⁵
2.4	0.00820	4.0	3.16E ⁻⁵

distribution function)

일반적인 경우 확률변수들이 정규분포일 때 신뢰지수와 파괴확률과의 관계는 표 1과 같이 나타난다.

1.3 저항계수의 결정방법

한계상태함수의 다차원 적분에 대해서 엄밀한 신뢰성 분석을 실시하고 구조물의 요구 안전도와 일관된 파괴확률을 도출하는 하중계수와 저항계수를 산정하는 것을 보정(calibration)이라 한다. 하중저항계수설계법의 일반적인 보정단계는 다음과 같다.

- ① 모든 확률변수를 고려한 정확한 한계상태함수를 도출한다. 각 한계상태함수는 규정된 파괴 메커니즘을 적용하되, 구조물 또는 구조적 구성요소의 확정론적 설계를 수행하기 위해 일반적으로 사용되는 모든 설계변수를 포함해야 한다.
- ② 보정의 기초가 될 자료에 대해서 엄밀한 통계 분석 및 신뢰성 분석을 수행한다. 주요 통계 특성에 평균, 표준편차, 변동계수 그리고 자료의 분포를 가장 적합하게 표현하는 분포형태를 포함한다.
- ③ 신뢰성 평가 결과 및 구조물 요구 안전도, 현행 설계 · 시공 실무 특성, 국내 특성 등을 종합적으로 고려하여 목표 신뢰도 수준을 선택한다.
- ④ 신뢰성 분석기법을 이용하여 선정된 목표 신뢰도 수



준에 대한 허용계수, 저항계수를 산정한다.

$$\rightarrow FS = \frac{\bar{\gamma}}{\phi} \quad (8)$$

보정 방법에는 일반적으로 공학적 판단(Engineering Judgement), 허용응력설계법에 맞추는 방법 (Fitting ASD to LRFD), 신뢰성 분석(Reliability Analysis)이 있다.

여기서 $\bar{\gamma}$: 평균하중계수(Average Load factor)
 ϕ : Resistance factor 이다.

① 공학적 판단

경험이 있는 공학자의 판단에 의하여 만족하는 결과를 얻을 때까지 구조물의 과거 및 장래의 거동에 의해서 저항계수를 계속적으로 재조정하는 방법이다. 이 방법의 단점은 보수적이면서도 대상구조물의 설계가 갖는 불확실성을 체계적으로 저항계수에 적용하지 못한다.

③ 신뢰성 해석

이 방법은 자료를 통해 얻어진 저항 및 하중 통계 특성들에 대해 신뢰성 분석기법에 따른 신뢰수준을 평가하여 저항계수를 산정하는 방법이다.

② 허용응력설계법에 맞추는 방법

이 방법은 세 번째 방법인 신뢰성 분석에 의한 보정을 위한 자료가 충분하지 않을 때 허용응력설계법에서의 안전율(FS)로부터 저항계수를 구하는 방법으로 간접적으로 저항계수를 계산할 수 있다.

신뢰성 해석기법으로는 LEVEL I, LEVEL II, LEVEL III 방법이 있다.

LEVEL I 방법은 목표 신뢰도지수로 표현된 안전성을 보장하기 위해 각 확률변수에 대해 부분안전계수를 적용하여 설계단계에서 이용하는 방법이다.

허용응력설계법에 맞추어 보정하는 과정은 다음과 같다. LRFD 식에서 ASD 식을 나누면,

LEVEL II 방법은 모든 확률변수의 확률분포가 평균과 분산, 또는 표준편차만에 의해 모든 통계적인 특성이 결정되는 정규분포라는 가정을 기본 전제로 하며, 파괴확률의 간접적인 지표인 신뢰도지수(reliability index)를 계산하는 방법이다.

$$\frac{\phi R_n}{R_n} \geq \frac{\sum \gamma_i Q_i}{FS \times \sum Q_i} \quad (5)$$

LEVEL III 방법은 한계상태식을 정의하는 확률변수들의 결합밀도 함수를 직접 적분하거나 몬테칼로 시뮬레이션 등 직접 모의실험을 한 결과를 이용하여 근사적으로 구조물의 파괴확률을 산정하는 방법이다.

저항계수에 대하여 정리하면

$$\phi \geq \frac{\sum \gamma_i Q_i}{FS \times \sum Q_i} \quad (6)$$

일반적인 한계상태 함수에 대한 파괴 확률은 식 9와 같이 표현되는 다차원 적분식으로 정의 되는데, 대부분의 실제적인 공학문제에서 한계상태함수에 포함되는 확률변수들의 결합 확률밀도 함수를 정의하는 것은 거의 불가능하며, 또한 확률변수의 수가 많아지면 식 9의 직접적인 다중적분 해석을 통한 파괴확률 산정은 매우 어렵다. 따라서, 이러한 실제적인 경우에 파괴확률을 계산하기 위하여 신뢰성 해석방법으로 LEVEL III, LEVEL II 방법이 사용된다(그림 3).

• 하중계수와 저항계수를 이용하여 허용응력 설계법(ASD)의 안전률로 Calibration하면 다음과 같은 식이 성립된다.

$$FS = \frac{R_n}{\sum Q_n} \rightarrow \phi = \frac{\sum \gamma_i Q_n}{R_n} = \frac{\sum \gamma_i Q_n}{FS \sum Q_n} \quad (7)$$

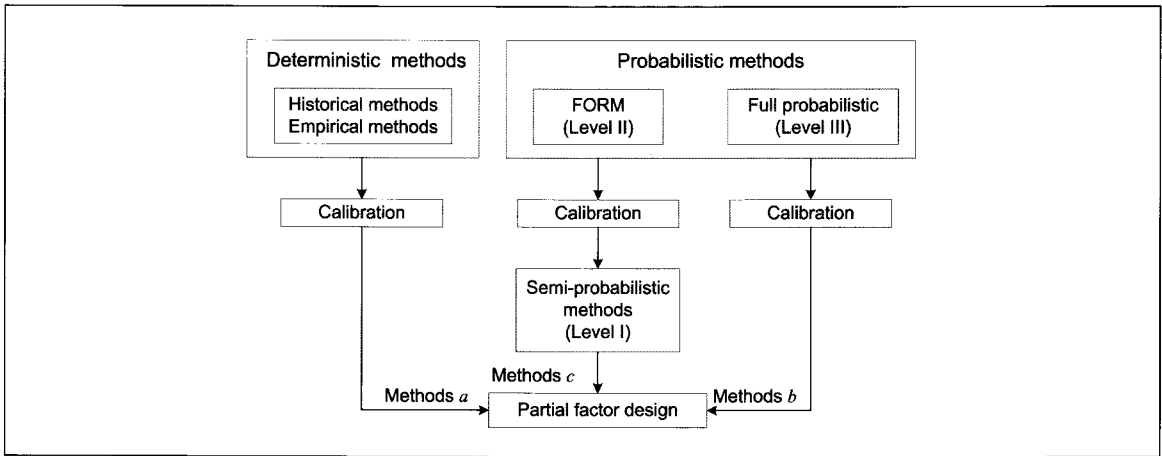


그림 3. 확정론적(deterministic)방법(a)과 신뢰도에 기반한 하중 및 저항계수를 결정하는 확률론적(probabilistic)방법(b, c)의 비교

$$P_f = \int \dots \int_{g(x) \leq 0} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n \quad (9)$$

도하면

1.4 저항계수의 산정

하중저항계수설계법(LRFD)은 사하중과 활하중으로 구분된 설계하중과 저항값에 대하여 확률신뢰성분석을 통해 얻어진 하중 및 저항계수를 적용하게 되며, 식 10과 같이 표현 될 수 있다.

$$\phi R_n \geq \gamma_D Q_D + \gamma_L Q_L = \sum \gamma_i Q_i \quad (10)$$

두 확률변수인 하중과 저항이 통계적으로 독립이며 모두 대수정규분포를 따른다고 가정하고 하중을 사하중(Q_D), 활하중(Q_L)의 조합으로 고려한 한계상태함수로 나타내면

$$g(R, Q) = \ln(R) - \ln(Q_D + Q_L) = \ln\left(\frac{R}{Q_D + Q_L}\right) \quad (11)$$

신뢰성 해석기법 중에서 일제이차모멘트분석법(First Order Second Moment, FOSM)에 의하여 $\mu_Q = \lambda_Q Q_n = \lambda_{QD} Q_D + \lambda_{QL} Q_L$, $\mu_R = \lambda_R Q_n$ 을 적용하여 신뢰도 지수를 유

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{\ln\left(\frac{\lambda_R R_n}{\lambda_{QD} Q_D + \lambda_{QL} Q_L}\right) \sqrt{\frac{1 + COV_{QD}^2 COV_{QL}^2}{1 + COV_R^2}}}{\ln(1 + COV_R^2) + COV_{QD}^2 + COV_{QL}^2} \quad (12)$$

여기서, λ_R , λ_{QD} , λ_{QL} 은 각각 저항, 사하중, 활하중의 편향계수이며, COV_R , COV_{QD} , COV_{QL} 은 각각 저항, 사하중, 활하중의 변동계수이다.

편향계수(bias factor)란 저항이나 하중의 평균값을 이들의 공칭 값으로 나눈 값이거나 현장의 저항이나 하중의 실측치를 예측치로 나눈 값이다. 저항값에 대한 편향계수를 계산하는 예를 다음식에 나타내었으며 하중과 현장 지반정수에 대한 편향계수와 변동계수의 를 표 2, 3에 예시 하였다.

$$\lambda = \frac{R_m}{R_n} \quad (13)$$

여기서 λ : 편향계수(bias factor),

R_m : 계측저항(measured resistance)

R_n : 공칭저항(nominal resistance)이다.



표 2. 하중 통계 특성치 (AASHTO 2007)

하중의 종류	계수(γ)	편향계수(λ_D, λ_L)	변동계수(COV_{Q_D}, COV_{Q_L})	비고
사하중	1.25	1.05	0.10	대수정규분포
활하중	1.75	1.15	0.20	

표 3. 지반정수의 편향계수(λ_R)와 변동계수(COV_R)의 예시

지반정수	λ_R	COV_R
SPT	1.3	0.6~0.8
CPT	1.0	0.4
내부마찰각 (ϕ)	1.0	0.1
점착력 (c)	1.0	0.4
Wall friction angle (δ)	1.0	0.2
Earth pressure coefficient (K)	1.0	0.15

표 4. AASHTO LRFD교량 시방서에 수록된 부재저항의 통계치

구조물 형태		편향계수(λ)	변동계수(COV)
비합성 강재주형	모멘트	1.12	0.10
	전단	1.14	0.105
합성 강재주형	모멘트	1.12	0.10
	전단	1.14	0.105
철근콘크리트 부재	모멘트	1.14	0.13
	전단(철근있음)	1.20	0.135
	전단(철근없음)	1.41	0.17
프리스트레스트	모멘트	1.05	0.075
콘크리트부재	전단	1.15	0.14

표 5. AASHTO LRFD교량 시방서에 나타난 저항계수

구조물 형태		저항계수(ϕ)
비합성강재주형	모멘트	1.0
	전단	1.0
합성강재주형	모멘트	1.0
	전단	1.0
철근콘크리트부재	모멘트	0.90
	전단	0.90
프리스트레스트	모멘트	1.0
콘크리트부재	전단	0.90

표 4에는 일반 교량구조물의 모멘트 및 전단강도에 대한 편향계수와 변동계수를 예시하였다.

식 12를 공칭저항(R_n)에 대해서 정리하여 LRFD의 기본 식인 식 10에 대입하고 분모와 분자를 Q_L 로 나누면 저항계수는 식 14와 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = \frac{\lambda_R(\gamma_D \frac{Q_D}{Q_L} + \gamma_L) \sqrt{\frac{1+COV_{Q_D}^2+COV_{Q_L}^2}{1+COV_R^2}}}{(\lambda_{QD} \frac{Q_D}{Q_L} + \lambda_{QL}) \exp(\beta_T \sqrt{\ln(1+COV_R^2)(1+COV_{Q_D}^2+COV_{Q_L}^2)}}) \quad (14)$$

여기서, ϕ 는 저항계수; γ_D, γ_L 는 사하중 및 활하중 계수; $\frac{Q_D}{Q_L}$ 는 하중비, β_T 는 목표신뢰도지수이다.

식 10과 14를 살펴보면 4개의 미지수($\beta_T, \gamma_i, \phi, \lambda$)를 포함하고 있다. 하중계수와 저항계수를 결정하기 위해서는 각각의 편향계수와 목표 신뢰성 지수를 먼저 결정하여야 한다.

표 2와 4의 통계치를 이용하고 $\beta_T=3.5$ 로 결정하여 계산한 저항계수를 표 5에 수록하였다(AASHTO LRFD교량 시방서).

표 5의 저항계수를 사용하여 교량에 적용한 결과 신뢰도 지수가 3.4~3.9정도의 분포를 보여 실제 목표 신뢰도 지수에 근접함을 알 수 있었다(황의승, 1996).

2. 결론 및 요약

* 기초를 포함한 지반구조물의 설계시 하중계수와 저항 계수를 사용한 한계상태설계법을 적용한다면?

1. 한계상태법의 장점인 하중과 저항능력의 불확실성을 체계적으로 반영할 수 있다.
2. 상부구조물의 설계시 적용된 하중계수를 하부 기초 설계에 사용하여 상부와 하부구조물의 설계를 일체

화할 수 있다. → 효율적인 설계가 가능.

* 국내에서의 기초분야 한계상태 설계 적용사례 : 인천대학교에서 하중-저항 계수 설계법(Load and Resistance Factor Design)의 적용

* 본 내용은 CPD교육용 자료를 편집위원회에서 축소 편집한 것이며, 전체내용은 CPD 교육자료를 참조하시기 바랍니다.

[참고문헌]

1. 광기석 외(2008) LRFD 기초구조물 설계를 위한 저항계수 결정연구. 한국건설기술연구원
2. 김명학(2005) 지반공학에 대한 현황과 전망-LRFD 시방서를 이용한 기초설계법, 지반, 2005. 2.
3. 황의승(1996) AASHTO LRFD 교량 시방서의 하중 및 저항계수 -학회기사-, 한국 강구조 학회지, No 8.
4. 허정원 외(2007) 국내항타강관말뚝 설계법의 신뢰성평가, 한국지반공학회논문집 (2007.12)
5. Smith, G.N.(1986) Probability and Statistics in Civil Engineering, Collins.
6. Transportation Research Board (2010), NCHRP Report 651 - LRFD Design and Construction of Shallow Foundations for Highway Bridge Structures. Paikowsky, et al.
7. Whitiam, J.L., Voytko, E., Barker, R., Duncan, M., Kelly, B., Musser,S. and Elias,V.(2001), Load and Resistance Factor Design (LRFD) for Highway Bridge Sub-structures, FHWA HI-98-032.