

## 촉매변환기를 캐닝할 때 발생하는 매트와 압력분포 유한요소해석 프로그램의 개발<sup>§</sup>

주 석 재\*† · 이 영 대\*

\* 울산대학교 기계공학부

### Development of a Finite Element Program for Determining Mat Pressure in the Canning Process for a Catalytic Converter

Seok Jae Chu\*† and Young Dae Lee\*

\* Dept. of Mechanical Engineering, Univ. of Ulsan

(Received June 21, 2011 ; Revised September 20, 2011 ; Accepted September 21, 2011)

**Key Words:** Catalytic Converter(촉매변환기), Substrate(담체), Mat(매트), Can(캔), Hyperfoam(초탄성발포재료), Finite Element Analysis(유한요소해석)

**초록:** 자동차 배기계의 앞쪽에 배치된 촉매변환기는 배기가스 중 유해한 성분을 무해한 것으로 변환하는 제품이다. 이것의 중심부인 담체는 단면의 윤곽이 원형이나 타원형이고 내부는 미세한 격자형 벽으로 채워진다. 담체를 매트와 두르고 캔에 넣는 캐닝과정 중 과도한 압력을 받아서 담체가 취성과파괴될 것이 염려된다. 담체의 파괴를 방지하고자 매트의 압력의 분포를 예측하는 유한요소 프로그램을 개발하였다. 이것은 Microsoft EXCEL로 작성되어 입출력이 모두 간편하다. 담체는 강체, 캔은 선형탄성체로 단순하게 취급하고 매트의 재료비선형성을 고려하였다. 캔은 굽힘과 균일인장이나 압축에 저항하는 것으로 모델링하였다. 편의상 요소의 갯수는 35개, 반복 횟수는 20회로 제한하였다. ABAQUS의 해석결과와 잘 일치하여 본 프로그램의 타당성을 입증하였다.

**Abstract:** The catalytic converter in the front part of an automobile's exhaust system converts toxic exhaust gas into nontoxic gas. The substrate in the central part of the converter has a circular or oval-shaped cross section and fine lattice-shaped walls. In the canning process, the substrate is wrapped in mats and inserted into a can. During this process, mat pressure is induced, which may cause brittle fracturing in the substrate. In this paper, a finite element program for determining the mat pressure distribution was developed to avoid these fractures. The program was created in Microsoft EXCEL, so the input and output procedures are relatively simple. It was assumed that the substrate is rigid, the mat is material nonlinear, and the can is linear elastic. The can is modeled as a beam element to resist both bending and uniform tension/compression. The number of elements is fixed to 35, and the number of iterations, to 20. The solutions are compared to ABAQUS solutions and found to be in good agreement.

- 기호설명 -

|                 |            |                |                      |
|-----------------|------------|----------------|----------------------|
| $a, b$          | : 장반경, 단반경 | $X, Y, R$      | : 매트 외면의 좌표, 반경방향 거리 |
| $F_x, F_y, M_z$ | : 힘과 모멘트   | $r_1, r_2$     | : 담체의 곡률반경           |
| $g_t$           | : 목표틈새     | $u, v, \theta$ | : 변위와 회전각            |
| $L$             | : 보 요소의 길이 | $\epsilon$     | : 공칭 변형도             |
| $p_m$           | : 매트의 압력   | $\eta$         | : 반영비율               |

### 1. 서론

Fig. 1과 같은 촉매변환기는 자동차 배기계 매니폴드 다음에 설치되어 배기가스 중 유해한 성분을 무해한 것으로 변환하여 정화한다. 담체라

§ 이 논문은 대한기계학회 2011년도 울산지회 춘계 학술대회(2011. 5. 13., 울산대) 발표논문임

† Corresponding Author, [sjchu@ulsan.ac.kr](mailto:sjchu@ulsan.ac.kr)

© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

고 부르는 격자형 단면 세라믹 표면에서 변환이 이루어진다. 담체는 세라믹이어서 깨지기 쉬우므로 외부 충격을 받지 않도록 상대적으로 폭신폭신했던 매트와 싸서 캔에 넣는다. 담체를 누르는 매트의 압력은, 담체와 캔의 틈새와 매트의 두께에 따라 결정된다. 매트의 압력이 너무 낮으면 담체가 미끄러지기 쉽고, 너무 높으면 담체가 깨지기 쉬우므로 적당하여야 한다.

매트와 담체 사이 마찰력이 담체 단면에 작용하는 배기가스의 압력에 담체의 진동충격 관성력을 더한 것보다 커야 담체가 미끄러지지 않는다.<sup>(1)</sup> 경우민<sup>(2)</sup>은 캐닝공정이나 운전조건에 대하여 매트의 압력분포를 유한요소 프로그램을 이용하여 구하였다. 초탄성 발포재료모델을 사용하여 매트의 재료비선형성을 고려하였다. 백석흠 등<sup>(3)</sup>은 담체의 온도와 유속의 분포를 측정하고 상용 유한요소 프로그램에 입력하여 담체의 열응력을 구하였다. 열유동-구조 연계해석이 이루어졌다.

본 논문에서는 촉매변환기를 설계할 때 사용할 간편한 유한요소 프로그램을 개발하였다. 일반적인 타원단면에 대한 담체, 매트와 캔의 치수를 입력하면 매트의 압력분포를 출력하는 프로그램이다. 프로그램은 입력과 출력이 간편한 Microsoft EXCEL로 작성되었다.<sup>(4)</sup>

2. 매트의 압력 유한요소해석 프로그램

촉매정화기 모델을 단순화하여 유한요소 프로그램을 작성하고 결과를 ABAQUS와 비교하였다.

2.1 타원단면의 생성

일반적인 타원단면은 Fig. 2와 같이 2 개의 원호를 조합하여 생성한다. 중심 (x<sub>1</sub>, 0) 반지름 r<sub>1</sub> 중심각 θ<sub>1</sub>인 원호와 중심 (0, y<sub>2</sub>) 반지름 r<sub>2</sub> 중심각 θ<sub>2</sub>인 원호이다.

$$a = x_1 + r_1 \tag{1}$$

$$b = y_2 + r_2 \tag{2}$$

$$\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ \tag{3}$$

$$x_1 + r_1 \cos\theta_1 = r_2 \sin\theta_2 \tag{4}$$

$$r_1 \sin\theta_1 = r_2 \cos\theta_2 + y_2 \tag{5}$$

미지수는 8 개, 방정식은 5 개이므로 a, b, r<sub>1</sub> 3 개가 주어지면 나머지 미지수가 결정된다.



(a) Substrate wrapped in a mat



(b) Canned

Fig. 1 Substrate, mat and can

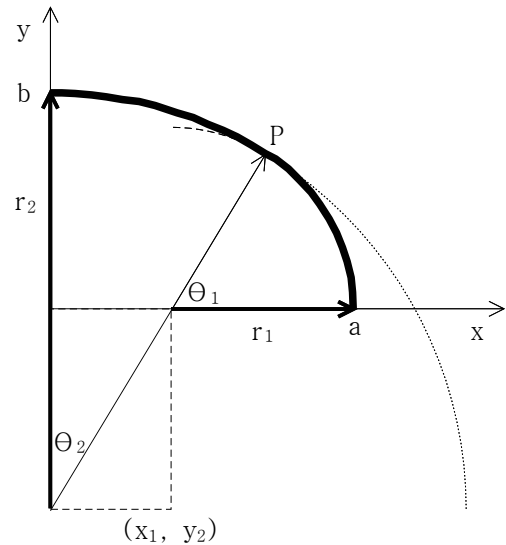


Fig. 2 Generation of oval section

$$r_2 = \frac{(a^2 + b^2 - 2ar_1)}{2(b - r_1)} \tag{6}$$

2.2 담체, 매트, 캔의 모델링

담체는 격자형 구조로 방향성이 있으나 보통 균질등방체로 취급한다. 매트는 Fig. 3과 같이 비선형적이다.

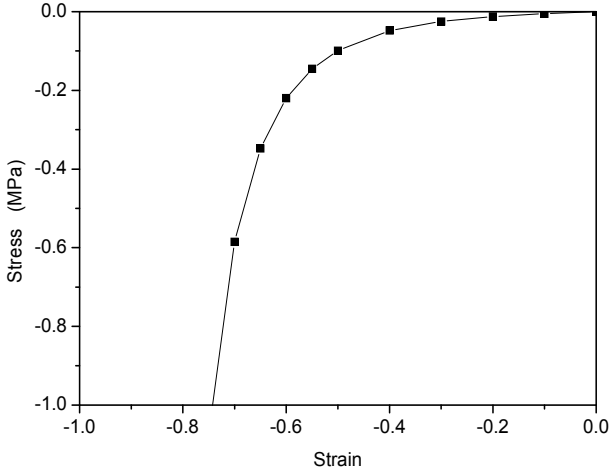


Fig. 3 Compression behavior of a mat

EXCEL은 거의 모든 계산과정을 펼쳐보이므로 요소 개수, 반복 회수 등의 변경이 번거롭고 이것이 많아질수록 급격히 복잡하여진다. 따라서 요소 개수는 최소한도로 제한하였다. 담체는 매트와 비하여 거의 강체와 같으므로 강체로 가정하여 모델링하지 않았다. 매트도 모델링하지는 않고 담체와 캔의 틈새에 해당하는 압력만 계산하여 캔에 작용하였다. 캔은 보 요소 35 개로 모델링하였다. 보 요소는 평면요소에 비하여 처짐을 구하는 데 유리하다.

매트는 재료 비선형적이므로 반복 계산이 필요하다. 반복 회수는 20 회로 제한하였다.

2.3 유한요소 프로그램

다음 6 단계로 진행되었다.

① 장반경 a, 단반경 b, 곡률반경 r<sub>1</sub>으로 담체의 외면 윤곽을 계산한다.

② 매트의 두께 t<sub>m</sub>과 (담체의 외면과 캔의 내면 사이) 목표틈새 g<sub>t</sub>로 매트의 초기압력 p<sub>m</sub>을 계산한다.<sup>(5)</sup> α<sub>i</sub>와 μ<sub>i</sub>는 Ogden 재료모델의 계수이다.

$$p_m = \frac{2}{1 + \epsilon} \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} [(1 + \epsilon)^{\alpha_i} - 1] \quad (7)$$

$\epsilon = \frac{g_t - t_m}{t_m}$  이므로

$$p_m = \frac{2t_m}{g_t} \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} \left[ \left( \frac{g_t}{t_m} \right)^{\alpha_i} - 1 \right] \quad (8)$$

③ 원호길이를 계산하고 보 요소 35 개를 원호

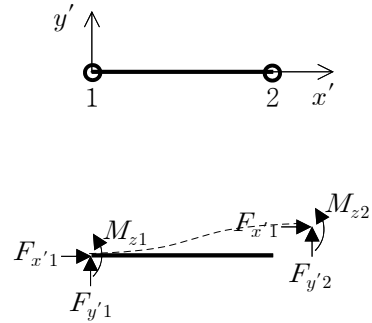


Fig. 4 Beam element

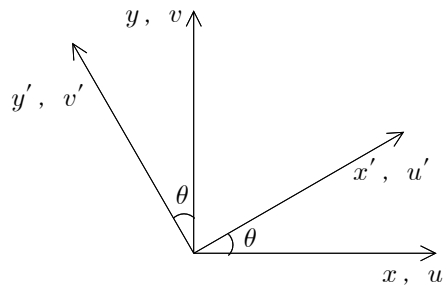


Fig. 5 Rotation of a coordinate system

길이 1, 2에 비례하여 배분하여 보 요소 길이 L 이 서로 비슷하게 한다.

$$(cl)_1 = r_1\theta_1, (cl)_2 = r_2\theta_2 \quad (9)$$

④ 캔을 보 요소를 사용하여 모델링하고 매트와 압력을 작용하여 캔의 변위를 구한다.

보의 너비는 단위길이로 가정하여 단면적은

$$A = t \quad (10)$$

굽힘관성모멘트는

$$I_z = t^3/12 \quad (11)$$

x'은 보 길이 방향이다.

보는 굽힘 외에 균일인장이나 압축에 저항하는 것으로 취급하였다.

$$\begin{Bmatrix} F'_{x'1} \\ F'_{y'1} \\ M'_{z1} \\ F'_{x'2} \\ F'_{y'2} \\ M'_{z2} \end{Bmatrix} = \frac{EI_z}{L^3} \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 & -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & -6L & 2L^2 \\ -\alpha & 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_1 \\ v'_1 \\ \theta_{z1} \\ u'_2 \\ v'_2 \\ \theta_{z2} \end{Bmatrix}$$

여기서  $\alpha = \frac{AL^2}{I_z}$  (12)

전체좌표계로 바꾸면

$$\begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ M_{z1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ M_{z2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{EI_z}{L^3} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 & -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & -6L & 2L^2 \\ -\alpha & 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_{z1} \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_{z2} \end{Bmatrix}$$

하중벡터 {f}는

$$\begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ M_{z1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ M_{z2} \end{Bmatrix} = p_m \frac{L}{2} \begin{Bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \\ -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Assemble 후

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (15)$$

EXCEL로는 역행렬을 곱하여 변위를 구한다.

$$\{u\} = [K]^{-1}\{f\} \quad (16)$$

⑤ 담체와 캔의 간격이 변하였으므로 매트와 캔 내면 접촉면의 반경방향 거리  $R_i$ 를 계산한다.

원호 1에서는

$$R_i^* = \sqrt{(X_{i-1} - x_1 + u_i)^2 + (Y_{i-1} + v_i)^2} \quad (17)$$

원호 2에서는

$$R_i^* = \sqrt{(X_{i-1} + u_i)^2 + (Y_{i-1} - y_2 + v_i)^2} \quad (18)$$

이것을 100% 반영하지 않고 식(19)와 같이  $\eta \ll 1$ 을 넣어 일부만 반영하는 방법을 사용하여야 수렴하였다.

$$R_{i+1} = (1 - \eta) R_{i-1} + \eta R_i^* \quad (19)$$

⑥ 수정된 매트와 캔의 압력을 다시 작용하여 캔의 변위를 다시 구한다.

⑤~⑥을 반복하여 매트와 캔의 압력이 거의 달라지지 않을 때까지 계속한다.

Table 1 Input data

|           |                   |                  |
|-----------|-------------------|------------------|
|           | E                 | 206 GPa          |
| Can       | $\nu$             | 0.28             |
|           | t                 | 1.5 mm           |
|           | $\mu_1, \alpha_1$ | 0.705e-3, 11.412 |
| Mat       | $\mu_2, \alpha_2$ | 1.186e-6, 25.000 |
|           | $\mu_3, \alpha_3$ | 1.511e-3, -2.183 |
|           | $t_m$             | 10.6 mm          |
|           | $g_t$             | 3.8 mm           |
| Substrate | a                 | 40.00 mm         |
|           | b                 | 28.50 mm         |
|           | $r_1$             | 24.09 mm         |

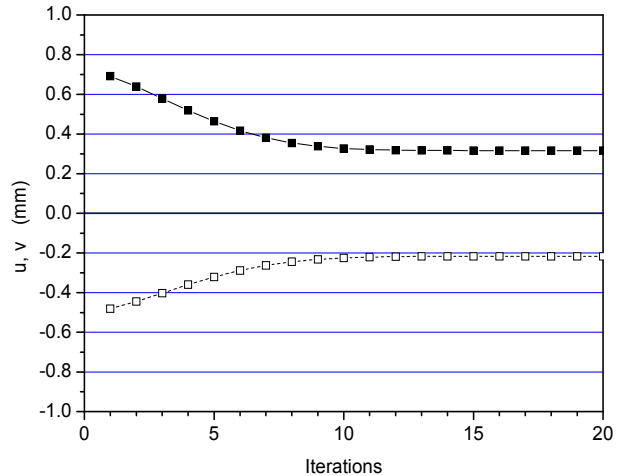


Fig. 6 Converged displacements

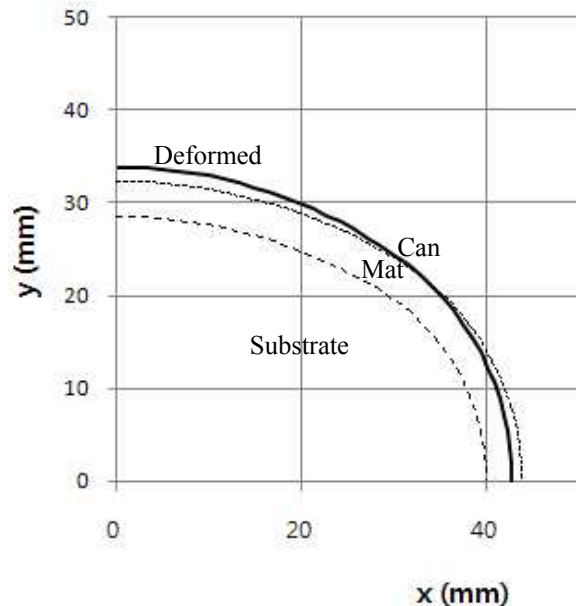


Fig. 7 Deformed shape(amplification factor 5)

Table 1과 같은 데이터를 입력하여 Fig. 6와 같이 수렴하고 Fig. 7과 같은 변형형상을 얻었다.  $\eta$ 는 0.06에서 0.48까지 반복횟수에 따라 점점 증가시켜 수렴속도를 점점 증가시켰다.

2.4 ABAQUS 해석 결과와 비교

Fig. 8과 같이 담체, 매트와 캔 모두 모델링하였다. 담체의 외면과 매트의 내면, 매트의 외면과 캔의 내면에 접촉조건을 부여하고 후자는 수축맞춤 \*CONTACT INTERFERENCE, SHRINK를 설정하였다.<sup>(6)</sup>

담체의 기계적 성질은  $E=11.8 \text{ GPa}$ ,  $\nu=0.29$ 를 입력하였다.

Fig. 8 캔은 원주방향으로 72 개 요소를 배치하였다. 2 배 늘려 144 개 요소를 배치하니 Fig. 9와 같이 본 논문의 결과를 향하여 접근하였다. (a)~(e) 점의 위치는 Fig. 8(b)에 표시하였다.

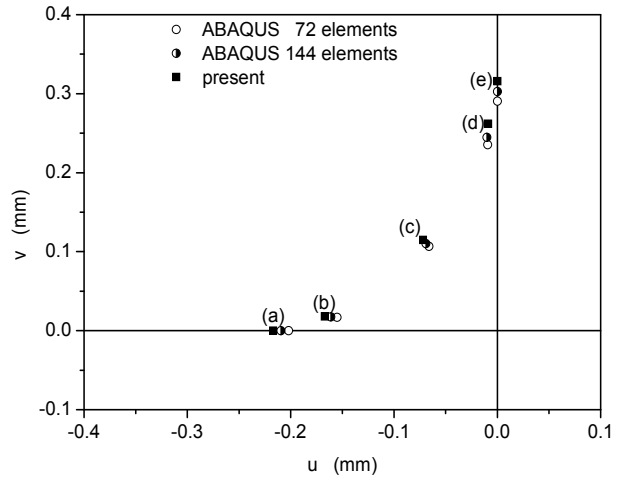


Fig. 9 Comparison of can displacements

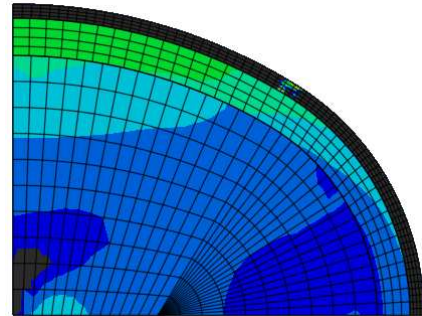


Fig. 10 Pressure distribution

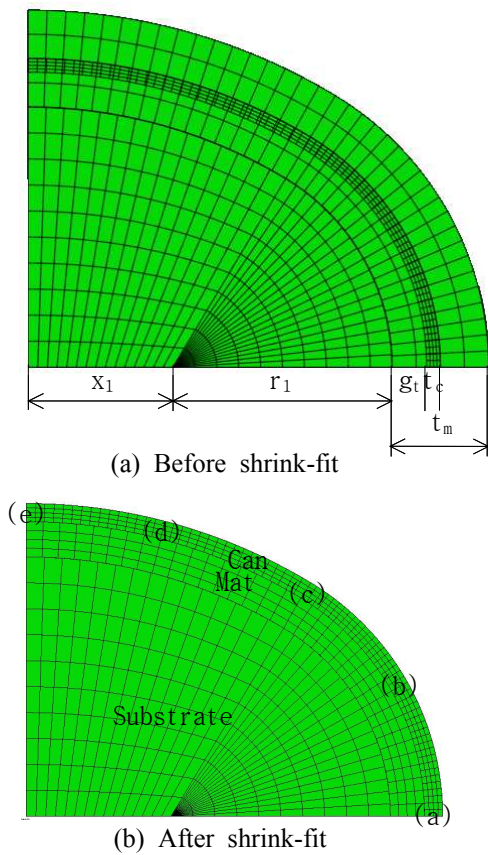


Fig. 8 Pressure distribution

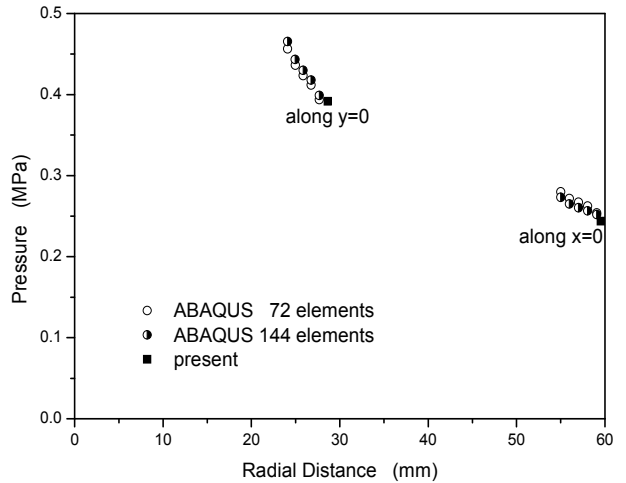


Fig. 11 Comparison of mat pressure

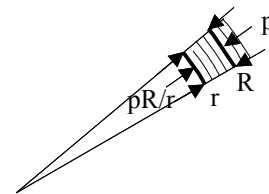


Fig. 12 Force equilibrium of a mat

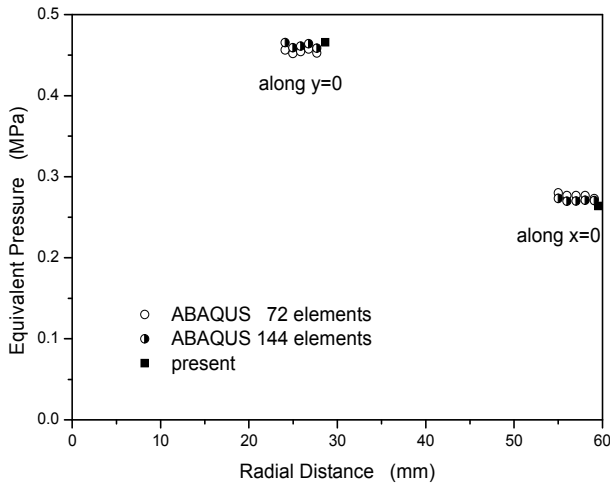


Fig. 13 Comparison of equivalent mat pressure

Fig. 10은 최소주응력, 즉 압력분포를 그린 것이다. 매트와 단반경쪽( $x=0$ )에서 장반경쪽( $y=0$ )으로 갈수록 압력이 높아졌다. Fig. 11은 본 논문의 결과와 ABAQUS의 결과를 비교한 것이다. 매트와 압력은 부채꼴 중심에서 멀어질수록 낮아졌고 캔의 두께 중간 위치에 해당하는 본 논문의 결과에 접근하였다. ABAQUS 결과는 캔을 원주방향으로 72 분할한 때보다 144 분할한 때가 본 논문의 결과에 더 접근하였다. 더 많은 요소를 사용하여 유연하여졌기 때문이다. Fig. 12와 같이 매트는 측면에서 작용하는 힘이 거의 없는 것처럼 압력이 반경방향 거리에 반비례하는 경향을 보였다. 담체의 외면과 매트와 내면의 접촉면을 기준으로 매트와 압력을 수정하여 Fig. 13과 같이 상당압력을 구하였다. 거의 일정한 분포를 보였다. 역시 ABAQUS 결과는 캔을 원주방향으로 72 분할한 때보다 144 분할한 때가 본 논문의 결과에 더 접근하였다.

### 3. 결론

본 논문에서는 촉매변환기를 설계할 때 사용할 Microsoft EXCEL로 작성된 유한요소 프로그램을 개발하였다.

담체는 강체로 가정하여 모델링하지 않았고,

매트도 모델링하지는 않고 압력만 계산하여 캔에 작용하였고, 캔은 보 요소로 모델링하였다.

보는 굽힘 외에 균일인장이나 압축에도 저항하는 것으로 취급하였다.

매트의 재료비선형성 때문에 캔 내면의 반경방향 거리와 매트와 압력을 반복 수정하였다. 반경방향 거리 100% 반영하지 않고 제한된 비율만 반영하는 방법을 사용하여 수렴시켰다.

매트는 측면에서 작용하는 힘이 거의 없는 것처럼 압력이 반경방향 거리에 반비례하는 경향을 보였다. 담체의 외면을 기준으로 매트와 압력을 수정하여 상당압력을 구하니 거의 일정한 분포를 보였다. ABAQUS 결과는 캔을 원주방향으로 72 분할한 때보다 144 분할한 때가 본 논문의 결과에 더 접근하여 본 유한요소 프로그램의 타당성을 입증하였다.

### 후 기

본 연구는 2009년-2011년 지역산업선도기술개발사업(세종공업 위탁연구)으로 수행된 것으로 이에 감사를 표합니다.

### 참고문헌

- (1) Park, Y. C., 1995, "A Study On The Improved Design for Automotive Catalytic Converter," *KSAE*, Vol. 3, No. 5, pp. 135~142.
- (2) Kyoung, W. M., 2002, "Intumescent Mat Modeling for the Pressure Distribution Prediction of the Catalytic Converter System," *KSME Materials and Fracture Proceeding*, pp. 295~392.
- (3) Baek, S. H. and Cho, S. S., "Comparison of Experimental and Numerical Analysis for Ductility Design Criteria in Ceramic Catalyst Substrate," *KSPE*, Vol. 27, No. 9, pp. 58~66.
- (4) Chu, S. J., 2005, *Finite Element Analysis Using Microsoft EXCEL*, UOU Press,
- (5) ABAQUS 6.10 Benchmarks Manual 3.1.5.
- (6) ABAQUS 6.10 Keywords Reference Manual.