

RPG 시스템의 접촉 피로수명

남형철* · 권순만*** · 신중호**

* 창원대학교 대학원 기계설계공학과, ** 창원대학교 기계설계공학과

Contact Surface Fatigue Life for RPG System

Hyoungchul Nam*, Soon-Man Kwon*** and Joong-Ho Shin**

* Graduate School, Dept. of Mechanical Design and Manufacturing, Changwon Nat'l Univ.

** Dept. of Mechanical Design and Manufacturing, Changwon Nat'l Univ.

(Received June 7, 2011 ; Revised July 28, 2011 ; Accepted July 28, 2011)

Key Words: Roller Pinion Gear(롤러 피니언 기어), Cam Gear(캠 기어), Profile Shift Coefficient(전위계수), Load Stress Factor(하중응력계수), Pitting Life(피팅 수명)

초록: 외접기어의 어느 한쪽 기어를 핀 또는 롤러로 대체한 롤러 피니언 기어 (RPG) 시스템은 기어 치물림 시 미끄럼 접촉을 줄이고 구름운동을 증대시켜 기어 내구성을 향상시킬 수 있다. 우선 본 논문에서는 전위계수(profile shift coefficient)를 고려하여 RPG 시스템의 캠 기어(cam gear)의 엄밀 치형설계 방법 및 치 꼬임으로 인한 간섭 방지조건을 제시하였다. 또 기어구동에 있어 치면에서 발생하는 진동이나 소음의 원인이 되는 피팅(pitting) 발생수명을 고려하기 위해, 설계인자의 변화에 따른 Hertz 접촉응력 및 하중응력계수(load stress factor)의 변화를 검토하였다. 이를 통해 RPG 시스템의 내구성을 향상시킬 수 있는 방안으로 전위계수의 증가를 제안하였다.

Abstract: A roller pinion gear (RPG) system composed of either a pin or a roller and its conjugated cam gear can improve the gear endurance from that of a conventional gear system by reducing the sliding contact while increasing the rolling motion. In this paper, we first proposed the exact cam gear profile and the self-intersection condition obtained when the profile shift coefficient is introduced. Then, we investigated the Hertzian contact stresses and the load stress factors while the varying the shape design parameters to predict the gear surface fatigue life, which is strongly related to the gear noise and vibration at the contact patch. The results show that the pitting life can be extended significantly by increasing the profile shift coefficient.

1. 서 론

기어는 한 축에서 다른 축으로 회전운동 및 입력토크를 전달하는 데 사용되며, 다른 동력 전달 장치와 비교하여 내구성이 뛰어나고 전달효율이 매우 크다는 장점을 가지고 있다. 하지만 인벌루트 기어는 한 쌍의 기어가 맞물려 회전하는 경우, 두 기어의 피치점을 제외하고는 미끄럼 접촉이 일어나고 이로 인한 마찰, 마멸이 발생한다. 이는 치의 변형과 동력손실을 가져오고 나아가서는 동력전달장치로서의 기능을 상실할 수 있다. 따라서 치면의 접촉에서 가능한 미끄럼 접촉을

줄이고 구름운동을 증가시키면 기어의 내마멸 특성을 증대시킬 수 있다.

이에 최근 산업계 일각에서는 일반적인 인벌루트 기어쌍의 미끄럼 접촉과 비교하여 구름운동을 증가시키기 위해 Fig. 1과 같이 피니언 기어를 핀 또는 롤러로 대체한 기어 시스템을 고려하고 있다. 이러한 치형을 가진 기어 시스템에 대한 연구는 거의 전무한 상태이며, Litvin⁽¹⁾이 제안한 핀 피니언 기어(pin pinion gear)를 이용한 외접기어의 설계법이 유일한 것으로 조사되었다. 하지만 Litvin⁽¹⁾의 치형은 치선역(addendum)과 치저역(dedendum)을 두 곡선으로 연결한 합성치형으로 핀과 기어사이의 간섭과 언더컷이 발생하며 기어 마멸, 소음 그리고 진동의 원인이 될 수 있다.

이에 본 논문에서는 전위(profile shift)를 고려하

† Corresponding Author, smkwon@changwon.ac.kr

© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers



Fig. 1 RPG (Roller Pinion Gear) system

여 원통형 롤러를 가진 피니언과 캠 기어(cam gear)로 이루어진 롤러 피니언 기어(이하 RPG) 시스템의 엄밀 치형⁽²⁾을 제시하고자 한다. 이를 통해 구름운동을 극대화하여 기어의 내구성을 향상시킬 수 있으며 일반적인 기어 치형과 비교하여 수리 및 교체가 용이한 장점도 있다. 또 엄밀 치형설계로 정밀도 및 소음, 진동에 대한 성능향상도 기대할 수 있다.

이러한 RPG 시스템 또한 일반적인 기어 전동과 마찬가지로 치의 접촉에 있어서 한 쌍의 접촉구간과 두 쌍 이상의 접촉구간의 주기적인 변화가 발생하고, 이때 하중 전달 측면에서 급격한 하중 변화가 발생한다(Fig. 8 참조). 이의 변화는 표면피팅(surface pitting)에 관여하는 인자 중의 하나로 알려져 있다. 일단 발생된 피팅은 소음과 진동으로 운전조건을 악화시키며, 방치할 경우 우발적인 파손을 유발시킬 수 있다.

이에 접촉 피로에 의한 표면피팅 현상은 오래전부터 많은 연구자들의 관심사가 되어 왔다. 1935년 Way⁽³⁾는 구름 접촉하중 상태에서의 피팅 발생에 대한 실험적 연구를 수행한 바 있다. 이후 Littmann과 Winder⁽⁴⁾는 표면 피로로 인한 균열발생과 전파에 관한 연구내용을 보고하였다. 또한 Morrison⁽⁵⁾은 재료의 표면피로에 대한 실험적 연구를 24년간 실시하여 그 결과를 바탕으로 특정 내구수명에 대한 안전한 내구하중을 규정하였다. 그리고 Tabourdet⁽⁶⁾는 광범위한 실험을 통해 압축응력이 Hertz식으로 예측한 값과 거의 일치함을 발견하였다. 하지만 피팅기구(pitting mechanism)를 완벽히 규명한 이론은 현재까지 존재하지 않으며, 이에 다양한 접근을 통해 그 연구가 활발히 수행되고 있다.

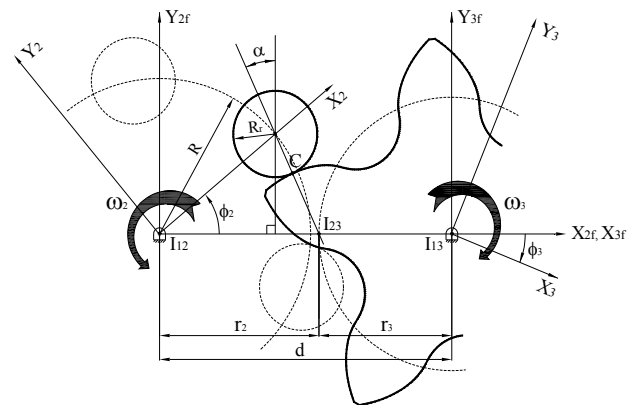


Fig. 2 Schematic for cam gear profile design

본 논문에서는 RPG 시스템에 대해 우선 접촉력 및 접촉응력 해석을 수행하고, Morrison⁽⁵⁾의 하중응력계수(load stress factor)를 이용하여 피팅수명(pitting life) 또는 표면피로한도(surface fatigue limit)를 평가하여 RPG 시스템 내구성 향상을 도모하고자 한다.

2. 캠 기어 형상 설계

일반적인 인벌루트 기어의 설계제원과 마찬가지로 RPG 시스템의 형상설계 제원은 기어 모듈(m), 롤러 피니언과 캠 기어의 잇수(N_2 및 N_3), 롤러 직경계수(C_r), 기어의 전위계수(e)와 치선연장계수(β) 또는 물림률(contact ratio) ϵ 으로 구성된다. 전위 기어의 일종인 RPG 시스템의 캠 기어 치형은 기어 치형 창성 기본원리인 Camus 정리⁽¹⁾를 이용하여 결정할 수 있다.

Fig. 2와 같이 롤러 피니언과 캠 기어는 각 회전중심(I_{12} , I_{13})을 기준으로 서로 반대방향의 각속도 ω_2 , ω_3 로 회전하며, 기어 피치점(I_{23})을 기준으로 일정 속도비를 가진다.

캠 기어의 형상을 결정하기 위해 2개의 고정좌표계(S_{2f} , S_{3f})와 2개의 회전좌표계(S_2 , S_3)를 설정하였으며, 동차 좌표변환을 통해서 S_3 -좌표계에서 캠 기어의 형상좌표(3C)를 최종적으로 다음과 같이 결정할 수 있다(Fig. 2 참조).

$${}^3C = M_{3,2f} {}^{2f}C \tag{1}$$

여기서 ${}^{2f}C = \begin{bmatrix} m(N_2 \cos \phi_2 + C_r \sin \alpha) / 2 \\ m(N_2 \sin \phi_2 - C_r \cos \alpha) / 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이다. 또,

$M_{3,2f}$ 는 S_{2f} -좌표계에서 S_3 -좌표계로의 동차 변환 행렬을 나타내고 $\alpha = f(e, m, N_2)$ 는 압력각이다.

롤러와 접촉하는 접촉점(C)에서 캠 기어의 곡률반경(ρ)은 매개변수 곡률식을 이용하여 결정할 수 있으며, 창성된 기어의 치형이 볼록한 부분에서는 곡률반경 값이 항상 '0'보다 큰 값을 가져야 한다. 만약 음의 값을 가지는 경우 치형이 서로 꼬이는 간섭현상(self-intersection)이 발생할 수 있다. 따라서 $d\rho/d\phi_2 = 0$ 의 조건을 적용하여 기어 치형의 간섭을 피하기 위한 롤러 직경계수의 최대 값 $(C_r)_{\max}$ 를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$(C_r)_{\max} = \frac{N_2}{\mu} \left(\frac{3}{2N_2 + N_3} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{N_3 [1 - \mu^2 (N_2 + N_3)^2]} \quad (2)$$

여기서 $\mu = m/(2d)$ 이다.

롤러 직경계수(C_r)는 롤러와 접촉하는 캠 기어의 치형 창성에 영향을 미친다. 하지만 롤러 피니언 기어가 동작하기 위한 기하학적 조건에 의해 롤러와 롤러 사이의 공간이 필요하며, 이는 롤러의 개수와 관련이 있고 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$(C_r)_g < N_2 \sin(\pi/N_2) \quad (3)$$

따라서 RPG 시스템의 정확한 기어의 형상을 설계하기 위해서는 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다.

$$C_r < \min [(C_r)_{\max}, (C_r)_g] \quad (4)$$

3. 하중응력계수

Fig. 3에서와 같이 캠 기어 중심 I_{13} 에 입력 토크 T_{in} 이 주어질 경우, 접촉 상태에서 캠 기어와 접촉하는 i -번째 롤러에서의 접촉력 F_i 는 변형을 고려한 부정정 문제 접근^(7,8)을 통해 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$F_i = \frac{T_{in} l_i}{\sum_{j=1}^n l_j^2}, \quad (i=1,2,3,\dots,n) \quad (5)$$

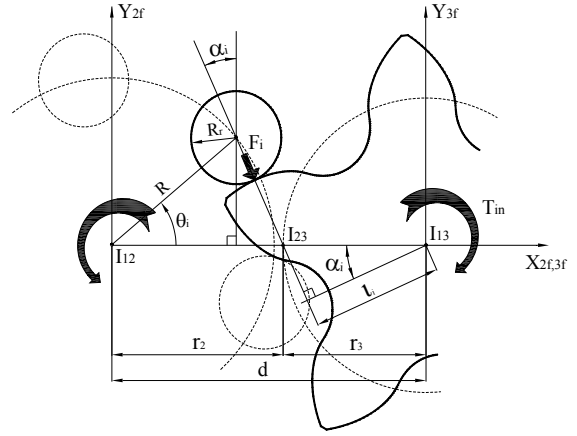


Fig. 3 Schematic for determination of contact force

여기서 l_i 는 모멘트 암, n 은 롤러 피니언과 캠 기어 간의 초기 접촉개소를 의미하고 각각은 다음과 같다.

$$l_i = \begin{cases} r_3 \cos \alpha_i & (0 \leq \alpha_i < \frac{\pi}{2}) \\ 0 & (\frac{\pi}{2} \leq \alpha_i < \pi) \end{cases} \quad (6)$$

$$n = 2[\beta] + 1 \quad (7)$$

여기서 $[\]$ 는 Gauss 기호이다.

롤러 피니언과 캠 기어가 초기 접촉위치에서는 홀수개의 동시 접촉점이 나타나며, 이때 중앙에 있는 롤러를 n_c -번째 롤러라고 정의하면, 이를 기준으로 각 롤러의 회전각 θ_i 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\theta_i = (n_c - i)\phi_{2p} + \phi_2 \quad (8)$$

여기서 ϕ_2 는 접촉이 유지되고 힘이 작용하는 구간까지의 회전각을 의미하고, ϕ_{2p} 는 피치각(= $2\pi/N_2$)이다.

따라서 정해진 재료의 특성과 곡률반경 그리고 식 (5)를 통해 얻어진 접촉력을 이용하여 i -번째 롤러와의 접촉점에서의 Hertz 접촉응력은 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$p_H = \sqrt{\frac{K_i E^*}{2\pi}} \quad (9)$$

여기서 $E^*/2$ 는 등가 탄성계수이고 K_i 는 Morrison⁽⁵⁾의 하중응력계수로 다음과 같이 정의된다.

$$K_i = \frac{F_i}{R_i^* H} \tag{10}$$

이때 R_i^* 는 i -번째 롤러 피니언과 캠 기어의 접촉점에서의 등가 곡률반경이고 H 는 캠 기어의 치폭이다.

압축하중하의 표면 피로한도는 아직까지 정확히 규정할 수 없기 때문에 본 논문에서는 특정 내구수명 내에서 안전한 내구하중을 결정하는데 사용되는 하중응력계수(K_i)를 통해 표면피로강도 해석을 수행하였으며, 다음의 표면피로 S-N 선도식⁽⁵⁾으로 피팅수명을 평가하였다.

$$N_p = 10E(\zeta - \lambda \log_{10}(K_i)_{\max}) \tag{11}$$

여기서 λ 및 ζ 는 Morrison⁽⁵⁾의 실험적 강도계수이다.

4. 결과 검토

RPG 시스템의 접촉응력의 특성을 검토하기 위해 Table 1과 같은 3가지 형상 설계변수를 고려하였으며, 이를 통해 설계된 한 기어쌍의 초기 형상은 Fig. 4와 같다. Table 1의 물림률 ϵ 은 치선연장계수 β 의 함수($\epsilon=3-2/\beta$, $1 \leq \beta < 2$)로 동일 물림률을 고려하였다.

우선 전위계수의 변화에 따른 캠 기어 형상의 특성을 분석하고자 하였다. 즉 전위계수의 변화는 롤러 피니언 형상에는 영향을 미치지 않으므로, 동일한 롤러 피니언에 대한 3 종류 캠 기어들의 접촉특성 변화를 고찰할 수 있다.

Fig. 5와 Fig. 6에 전위계수에 따른 캠 기어 치형과 곡률반경의 변화를 도시하였다. 전위계수가 증가함에 따라 치저역의 폭은 증가하였으나, 치선역의 폭 및 치 높이는 다소 감소하는 것을 통해 형상의 변화를 확인할 수 있다. 또한 기어의 동작에 있어서 대부분의 하중을 담당하는 치선역의 곡률반경(볼록 부위)이 전위계수가 증가함에 따라 증가하는 결과를 보였다. 이는 곡률반경을 주요 인자로 가지고 있는 하중응력계수 및 접촉응력에 영향을 줄 것으로 기대된다.

Table 1 Design parameters

Design parameters	Values
m	4.75 (mm)
N_2	10
N_3	30
C_r	1.684
e	0.053, 0.158, 0.210
ϵ	1.442
H	16 (mm)

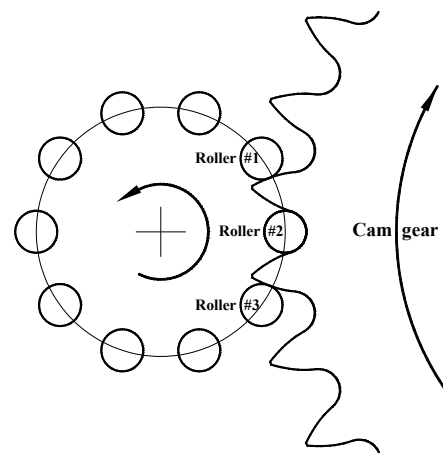


Fig. 4 Designed RPG system ($e=0.158$, $\phi_2=0^\circ$)

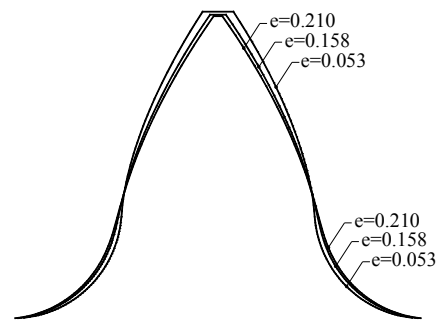


Fig. 5 Cam gear profile with the variation of e

통상적으로 인벌루트 치형을 가진 기어의 허용 압력각은 30° 이하로 설정하며 20° 가 가장 일반적으로 사용되고 있고, 본 논문에서도 그 특성을 전제로 분석하였다. 우선 전위계수에 따른 압력각의 변화를 Fig. 7에 도시하였으며, 전위계수가 증가함에 따라 압력각도 증가하는 결과를 보여 주고 있다. 하지만 기어의 물림에 있어서 하중을

전담하는 치선 접촉 영역에서의 압력각들은 주어진 전위계수에 상관없이 허용 압력각의 범위를 만족함을 확인할 수 있다.

RPG 시스템의 접촉력과 접촉응력의 해석 결과를 검토하기 위한 해석제원을 Table 2에 정리하였으며, 재료는 일반적으로 주로 사용되는 강 재질을 채택하였다. 먼저 기어가 동작함에 있어 접촉구간에 따른 롤러들의 접촉력 변화를 Fig. 8에 도시하였다.

물림 초기 두 쌍의 치들이 하중을 분담하며, 이후 한 쌍의 치가 하중을 전담한 후 다시 두 쌍의 치들이 하중을 분담하는 주기적 변화를 Fig. 8을 통해 확인할 수 있다. 따라서 하중을 전담하는 한 쌍 접촉영역을 줄여 가능한 접촉하중을 분산하기 위해서는 기어 물림률(ϵ)의 증가가 요구되며, 이는 치선연장계수(β)의 적절한 선정을 통해 결정할 수 있다.

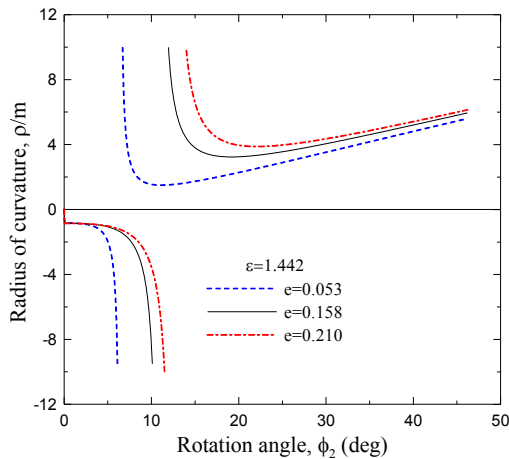


Fig. 6 Comparison of radius of curvature

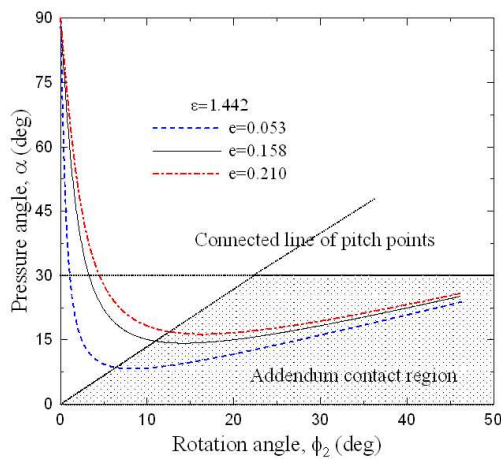


Fig. 7 Comparison of pressure angle

Fig. 9는 전위계수의 변화에 따른 2번 롤러(Fig. 4 참조)가 접촉을 시작하여 끝나는 전체 접촉 구간에 대한 접촉력 해석결과이다. 롤러와 캠 기어가 접촉을 시작하는 지점과 피치 접촉각 부근 지점에서의 변화를 제외하고 접촉력의 전체적인 결과는 전위계수의 영향을 거의 받지 않았다.

하지만 Fig. 10에서 보듯이 접촉응력은 확연하게 감소함을 알 수 있다. 이는 전위계수 증가에 따라 곡률반경이 증가하면서 하중을 분산하여 하중응력계수가 감소하였고, 이에 접촉응력이 감소하는 결과를 보였다. 즉 전위계수의 증가에 의한 접촉응력 감소의 주요 요인은 증가 곡률반경의 증가임을 알 수 있다.

앞서 살펴본 접촉력과 접촉응력을 기반으로 하중응력계수를 이용한 RPG 시스템의 표면피로강도 해석을 통해서 피팅수명을 예측할 수 있다. 이를 위해 본 해석에 사용된 실험적 강도계수 및

Table 2 Analysis parameters

Analysis parameters		Values
Elastic modulus	E_c (cam gear)	205 (GPa)
	E_R (roller)	200 (GPa)
Poison's ratio	ν_c (cam gear)	0.29
	ν_R (roller)	0.29
Input torque, T_{in}		140.0 (N · m)

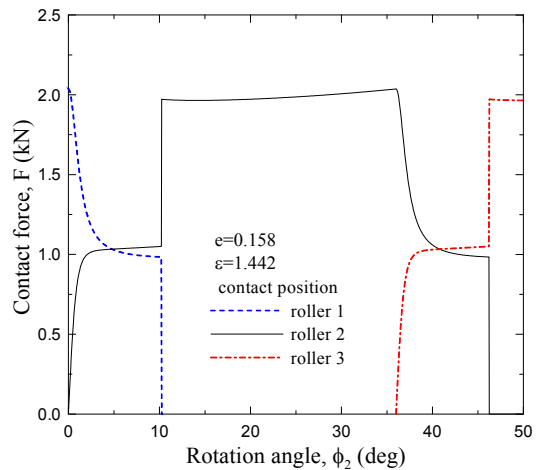


Fig. 8 Distribution of contact force

Table 3 Analysis properties for surface fatigue

Properties	Materials & values
Roller pinion	HRC 60-62 : tool steel
Cam gear	HB 270-300 : 4340 steel
λ	18.05
ζ	75.55
Rolling & sliding	9.0 (%)

Table 4 Analysis results of surface fatigue

e	$(K_i)_{max}$, MPa	N_P , cycles
0.053	47.983	1.544×10^6
0.158	38.814	7.154×10^7
0.210	37.538	1.306×10^8

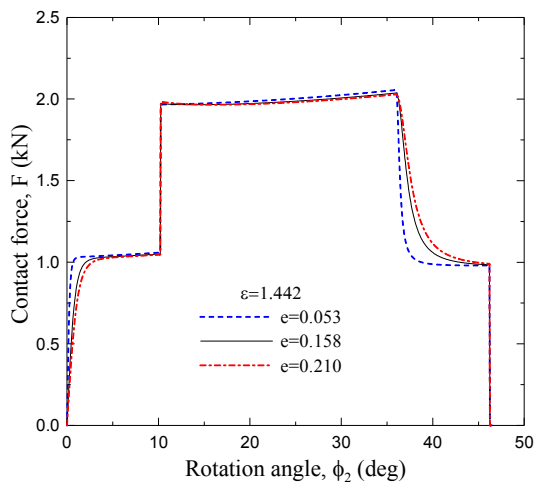


Fig. 9 Comparison of contact force

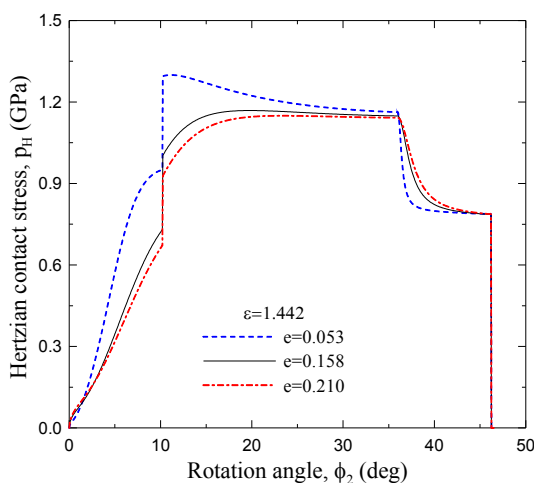


Fig. 10 Comparison of Hertzian contact stress

재질은 Table 3과 같다. 이때 일반적인 캠 및 기어의 구름-미끄럼 조합운동을 나타내기 위해 평균 9%의 미끄럼률을 고려하였다.

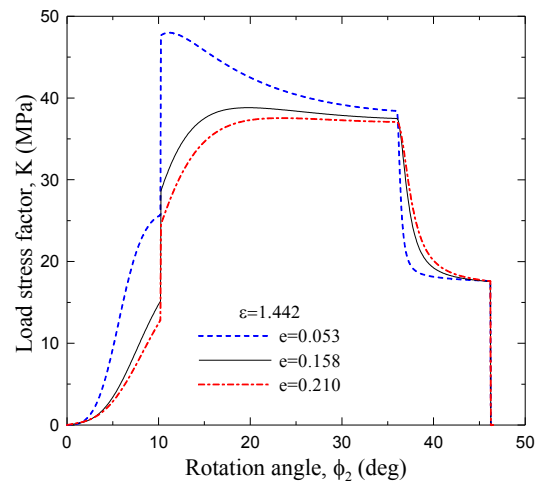


Fig. 11 Comparison of load stress factor

접촉응력과 마찬가지로 하중응력계수도 전위계수가 증가함에 따라 감소하는 경향을 나타내었으며, 그 결과는 Fig. 11과 같다. 그리고 하중응력계수를 이용한 피팅수명을 식 (11)을 통해 Table 4에 정리하였고, 전위계수가 0.210인 경우 예상 수명이 1.306×10^8 (cycles)로 전위계수 0.053 대비 약 85배의 피팅수명을 가짐을 확인할 수 있다. 이를 통해 전체적인 기어 시스템의 설계변수에 영향을 미치지 않으면서 RPG 시스템의 내구수명을 증가시킬 수 있는 방안으로 전위계수의 증가가 효과적일 것으로 판단된다.

5. 결론

본 논문에서는 RPG 시스템의 면압강도 해석을 통해 기어의 접촉 표면에 대한 내구수명을 평가하고자 하였고, 그 결과는 다음과 같다.

(1) 캠 기어의 엄밀한 치형 설계식 및 치 꼬임으로 인한 간섭 방지조건을 제시하여 RPG 시스템의 설계자유도에 유연하게 대응할 수 있다. 또한 형상에 있어서 전위계수의 증가에 따라 치형

의 곡률반경이 전체적으로 증가하였다.

(2) 전위계수가 증가함에 따라 접촉력의 변화는 미미하였으나 접촉 응력의 경우 감소하는 경향을 나타내었다.

(3) 하중응력계수를 통해 RPG 시스템의 피팅수명을 추정하였다. 접촉응력과 마찬가지로 전위계수가 증가함에 따라 표면피로한도가 증가하는 결과를 보였다.

결론적으로 전위계수의 변화를 통한 치형의 설계변경은 기 설계된 RPG 시스템에 거의 영향을 주지 않으면서 내구수명을 향상시킬 수 있는 주요한 방법이 될 수 있다.

후 기

이 논문은 2011-2012년도 창원대학교 연구비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- (1) Litvin, F. L., 1994, Gear Geometry and Applied Theory. PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- (2) Shin, J.-H. and Kwon, S.-M., 2006, "On the Lobe Profile Design in a Cycloid Reducer Using Instant Velocity Center," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 41, No. 5, pp. 596~616.
- (3) Way, S., 1935, "Pitting Due to Rolling Contact," *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 57: pp. A49~58.
- (4) Littmann W. E. and Winder, R. L., 1966, "Propagation of Contact Fatigue from Surface and Subsurface Origins," *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol. 88, p. 626.
- (5) Morrison, R. A., 1968, "Load/Life Curves for Gear and Cam Materials," *Machine Design*, Vol. 40, pp. 102~108.
- (6) Tabourdet, G. J., 1957, "Surface Endurance Limits of Various Usmc Engineering Materials," *Research Division of United Shoe Machinery Corporation*, Beverly, MA.
- (7) Kwon, S.-M., Nam, H.C., Lu, L. and Shin, J.-H., 2009, "A Study on Optimal Wear Design for a Gerotor Pump," *Transactions of the KSME, Series A*, Vol. 33, No. 1, pp. 82~88.
- (8) Kwon, S.-M., Sim, M., Nam, H.C. and Shin, J.-H., 2009, "Optimal Wear Design for a Hypotrochoidal Gear Pump Without Hydrodynamic Effect," *Transactions of the KSME, Series A*, Vol. 33, No. 12, pp. 1383~1392.