

제로터 펌프의 설계 및 배제용적 특성 실험[§]

김대명** · 김성동**† · 구지석** · 오성진** · 함영복*

* 한국기계연구원 에너지기계연구실, ** 금오공과대학교대학원 생산기계공학과,

Design of a Gerotor Pump and Experimental Investigation of Its Volumetric Displacement Characteristics

Dae Myoung Kim**, Sung Dong Kim**†, Ji Suk Gu**, Sung Jin Oh**,
and Young-Bog Ham*

* Dept. of Energy Systems, Korea Institute of Machinery & Materials,

** School of Mechanical and Production Engineering, Kumoh Nat'l Institute Technology Univ.

(Received December 15, 2010 ; Revised August 18, 2011 ; Accepted August 18, 2011)

Key Words: Gerotor Pump(제로터 펌프), Inner Rotor(내부로터), Outer Rotor(외부로터), Volumetric Displacement(배제용적), Rotor Profile(로터 설계)

초록: 제로터 펌프는 용적식 펌프로서 유압 및 수압장치에 적합하며, 다양한 분야에서 널리 사용되어지고 있다. 이러한 이유로 많은 연구자들에 의해 연구되어지고 있다. 본 연구에서는 선행연구자들에 의해 연구되어진 제로터의 이론적 설계 방법을 토대로 설계식의 타당성을 검증해보고 곡선족의 포락선으로부터 로터 프로파일을 설계하는 방법을 설명하고 CAD기법을 이용한 계산과 실험을 통하여 설계 프로파일과 배제용적 산출 방법의 타당성을 비교 검증 하였다. 제로터 펌프의 특성실험을 통하여 성능을 확인하고 제로터 펌프의 디자인과 배제용적 산출 방법을 설명하였다.

Abstract: Gerotor-type volumetric displacement pumps are suitable for oil or water hydraulics. For this reason, many researchers have studied this topic. Gerotor pumps have been widely used in various fields. In this study, we designed a rotor profile based on an envelope of a family of curves. An analytic method for determining the volumetric displacement of the gerotor pump is verified by comparing a result obtained using CAD technology and an experimental result. Throughout the experiment, the flow rate performance was verified. In addition, we describe the design and volumetric displacement characteristics of the gerotor pump.

- 기호설명 -

- e : 편심량
- m : 내부로터 기어 수
- n : 외부로터 기어 수
- r_g : 기초원 반경
- r_h : 구름원 반경
- r_t : 내부로터 중심과 구름원 중심 사이 반경
- r₁ : 내부로터 피치원 반경
- r₂ : 외부로터 피치원 반경

1. 서론

제로터는 주로 저속, 고토크용 유압모터에 사용되고 있으며, 소형 유압펌프로도 응용되어지고 있다. 일반적으로 제로터는 내접 물림운동을 하며, 외부로터는 외치차에 해당되고 일반적으로 설계 및 가공의 편의를 위하여 원호곡선을 치형으로 사용한다.⁽¹⁻³⁾ 내부로터의 형상은 외부로터의 치형에 의해 생성되며, 트로코이드 곡선으로 만들어진다. 선행연구자들 중 이성철 등⁽⁴⁾은 외부로터의 모든 기어는 전 물림구간에서 내부로터와 접촉하며, 기어 접촉 사이의 공간은 밀폐된 챔버를 형성하나 생성되는 이론곡선으로부터 내부로터를 가공하면 틈새가 없어 원활한 회전이 거의 불가능하므로, 적당한 틈새 간극을 부여하는 방

§ 이 논문은 대한기계학회 2010년도 추계학술대회 (2010. 11. 3.-5., ICC제주) 발표논문임

† Corresponding Author, sdkim@kumoh.ac.kr

© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

식으로 창성하였다. 제로터 유압펌프에서는 챔버의 체적이 증가되는 구간을 흡입포트, 감소되는 구간을 토출포트에 연결되며, 유압모터에서는 전자의 경우는 공급 측에 후자는 복귀 측에 연결되는 방법으로 기본 형상설계를 진행하였다.⁽⁴⁾

남윤주 등⁽⁵⁾은 불필요한 압력맥동을 제거하기 위해 피스톤 펌프의 릴리프 그루브와 베인 펌프의 노치에 관한 연구를 응용하여 압력맥동에 관한 이론적 해석을 수행하고, 측판과 측판 포트의 설계 변수 및 펌프의 작동환경에 관한 변수들이 압력맥동에 미치는 영향에 관하여 고찰하였다.⁽⁵⁾

김재훈 등⁽⁶⁾은 원형의 로버(lobe) 형상을 가진 외부로터의 설계변수와 설계한계를 고려한 기하학적이고 운동학적인 분석을 수행하였다. 이러한 분석을 통하여 첨점(cusp)과 루프(loop)를 발생시키지 않는 기하학적인 설계한계 영역과 접촉 중에 있는 로터들 사이의 압력각과 마모와 관련된 미끄럼률도 설계한계 영역 내에서 고찰하였다. 또한, 로버 잇수를 고정시키고 유량과 유량맥동을 계산함으로써 최적의 설계변수를 얻었다.⁽⁶⁾

선행연구자들의 형상설계 방법 중 곡선족의 포락선으로부터 내부로터의 형상을 구하는 방법을 사용하여 내부로터의 원호치형을 결정하고, 내외부로터의 치형을 설계한다.

본 논문에서는 선행 연구자들이 제시한 이론적 설계방법을 이용하여 소형타입의 제로터 펌프를 제작하고 이론적 배제용적과 새롭게 도출된 배제용적 산출 공식을 한 가지 모델에 대하여 적용하여 배제용적을 수치해석적으로 구하였다. 산출한 수치해석의 결과를 CAD의 폐윤곽 면적 산출 기능을 이용한 결과와 비교하고 실험을 통하여 검증하였다.

2. 형상 설계

2.1 내부로터 설계

2.1.1 내부로터의 기어 수

Fig. 1에서 내부로터의 잇수 m 은 항상 외부로터의 잇수 n 보다 하나 적게 설계 되므로 $n = m + 1$ 이며, 트로코이드 기어 창성 방법에 필요한 기초원 반경과 구름원 반경은 다음과 같다.

$$r_g = \frac{m}{n} r_t \quad (1)$$

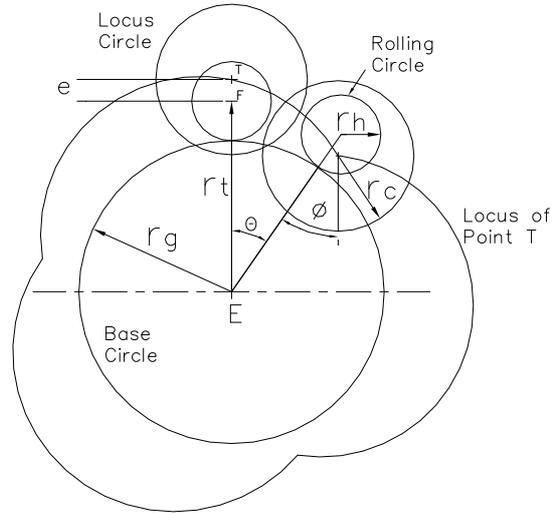


Fig. 1 Generation of the inner-rotor profile

$$r_h = \frac{1}{n} r_t \quad (2)$$

2.1.2 원호치형 중심의 T점 궤적

Fig. 1에서 원호치형 중심의 T점이 기초원(Base Circle) 위에서 구름원(Rolling Circle)이 굴러갈 때 T점의 궤적은 트로코이드 곡선이 된다. 이때 기초원의 반경과 구름원의 반경은 T점의 궤적이 닫혀야 한다는 조건을 만족해야 하므로 다음과 같이 결정 된다.

$$\vec{r}_t = (r_t \sin \theta + e \sin n \theta) \vec{i} + (r_t \cos \theta + e \cos n \theta) \vec{j} \quad (3)$$

여기서 θ 은 구름원 공전각이며 다음의 관계가 성립한다.

$$n\theta = \text{구름원 자전각} + \text{구름원 공전각} \\ = m\theta + \theta = (m + 1)\theta \quad (4)$$

이때, T점 궤적에 중심을 둔 반경 r_c 는 다음과 같다.

$$\vec{r}_c(\theta, \phi) = u \vec{i} + v \vec{j} \quad (5)$$

$$u = -r_c \sin \phi + r_t \sin \theta + e \sin n \theta \quad (6)$$

$$v = -r_c \cos \phi + r_t \cos \theta + e \cos n \theta$$

위의 식들에 의하여 내부로터의 치형은 식 (5)의 곡선족의 포락선으로 나타내어지는데, Fig. 1에서 구름원이 기초원 위를 구를 때 공전각 θ 의 변화에 대한 r_c 의 미분 기울기와 r_c 원형 궤적의

회전각 ϕ 의 변화에 대한 미분 기울기가 서로 수직이라는 조건으로부터 다음 수식과 같이 주어진다. 혹은 궤적원(Locus Circle)에서 중심점 T에서 ϕ 각 변위방향으로 그은 반경과 수직방향으로 지나는 선과 접하는 점이 치형을 구성하는 점들이 되므로 다음과 같이 전개 된다.

$$\frac{\partial r_c}{\partial \theta} \times \frac{\partial r_c}{\partial \phi} = 0 \quad (7)$$

$$\phi(\theta) = \tan^{-1} \frac{r_t \sin \theta + e \sin n \theta}{r_t \cos \theta + e \cos n \theta} \quad (8)$$

위의 식들을 통하여 내부로터의 치형함수를 구하고, 치형함수를 통하여 내부로터를 설계할 수 있다.

2.1.3 외부로터 설계

외부로터는 Fig. 2에서 반지름 r_t 의 원주 상에 반지름 r_c 의 원 n 개를 균등각($2\pi/n$)으로 배치되는 곡선으로 정의된다.

3. 이론적 배제용적

3.1 챔버의 면적

내부로터와 외부로터의 상대운동의 형태에는 외부로터가 고정된 상태에서 내부로터가 공차전하는 경우와 내·외부로터가 공간상에서 일정한 중심점에 대하여 자전하는 경우로 나누어지는데, 본 절에서는 외부로터가 고정된 상태에서 내부로터가 공차전하는 경우를 예로서 설명한다.

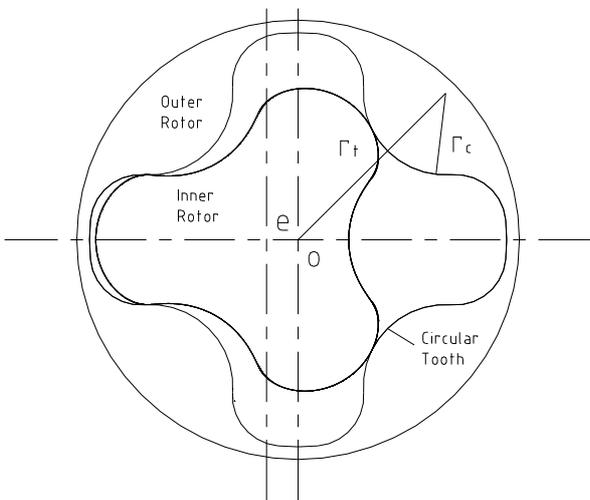


Fig. 2 Definition of the outer-rotor

Fig. 3에서 EC_0C_1E 폐곡선의 내부로터 면적은

$$A_I = -\frac{1}{2} \int_{\theta_0}^{\theta_1} (u'v - u'v) d\theta \quad (9)$$

$$u' = -r_c \phi' \cos \phi + r_t \cos \theta + e \cos n \theta$$

$$v' = r_c \phi' \sin \phi - r_t \sin \theta - e \sin n \theta$$

$$\phi' = \frac{r_t^2 + e^2 n^3 + r_t e n(n+1) \cos(n-1)\theta}{r_t^2 + e^2 n^2 + 2r_t e n \cos(n-1)\theta}$$

으로 되고 Fig. 3에서 $OC_0D_0D_1C_1O$ 폐곡선의 외부로터의 면적은

$$A_0 = \pi \frac{r_f^2}{n} - r_f^2 \beta - (r_f^2 \gamma - r_f r_t \sin \gamma) - \frac{1}{2} r_c^2 \alpha_0 \quad (10)$$

$$+ \frac{1}{2} r_t r_c \sin \alpha_0 + \frac{1}{2} r_c^2 \alpha_1 - \frac{1}{2} r_t r_c \sin \alpha_1$$

여기서 $\alpha_0 = \phi(\theta_0) + (\frac{\pi}{n} + \theta_w)$

$\alpha_1 = \phi(\theta_1) - (\frac{\pi}{n} - \theta_w)$

$\beta = \cos^{-1} \frac{r_c^2 + r_t^2 - r_f^2}{2r_c r_t}$

으로 된다. 또한 Fig. 3에서 $C_0D_0D_1C_1C_0$ 폐곡선 챔버의 면적은

$$A_c = A_0 - A_I - \frac{1}{2} \rho \frac{r_t}{r_2} \alpha_0 \sin \alpha_0 + \frac{1}{2} \rho \frac{r_t}{r_2} \alpha_1 \sin \alpha_1$$

$$\alpha_0 = \overline{pc_0}, \alpha_1 = \overline{pc_1}, \rho = \cos^{-1} \frac{r_f^2 + r_t^2 - r_c^2}{2r_f r_t} \quad (11)$$

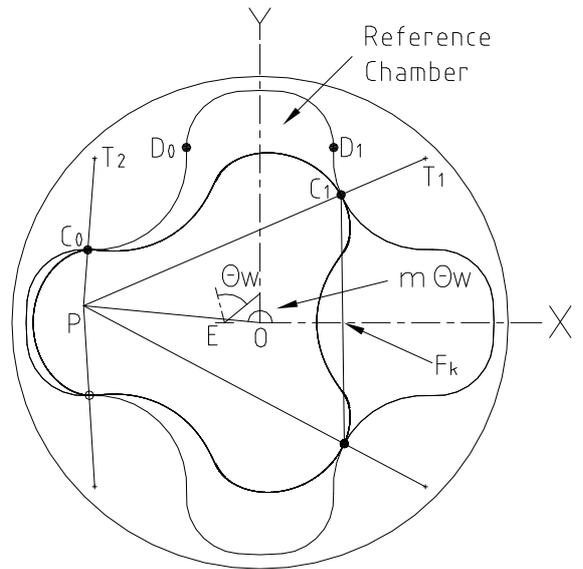


Fig. 3 Driving principle of the gerotor pump

으로 되고 k번째 챔버 면적의 경계지점의 각도는

$$\theta_0 = -\frac{\pi}{n} - [\theta_w + \frac{2\pi}{mn}(k-1)] \quad (12)$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{n} - [\theta_w + \frac{2\pi}{mn}(k-1)]$$

으로 되며, 식 (9) ~ 식 (12) 과정을 적용하여 챔버의 면적을 구한다.

3.2 이론적 배제용적

외부로터와 내부로터의 중심이 서로 편심된 상태에서 회전운동을 하므로 내부로터와 외부로터 사이에 챔버 공간이 생기게 된다. 이때, 식 (9) ~ 식 (12)의 내·외부로터 사이의 챔버 면적을 구하고 로터의 두께를 곱해줌으로써 챔버 용적을 구한다. 내·외부로터 사이의 최대용적과 최소용적을 구하고 펌프가 1 회전할 동안에 흡입하거나 토출하는 동작의 챔버 개수를 곱하여 줌으로써 이론적 배제용적을 산출할 수 있다.

구동축이 1회전하는 동안에 각각의 챔버는 팽창과 수축의 주기운동을 하게 되며, 각각의 챔버는 최대용적 V_{max} 와 최소용적 V_{min} 의 차이 용적을 흡입하여 토출하게 된다. 구동축이 1회전하는 동안에 흡입·토출하는 챔버의 갯수는 내·외부의 자전과 공전운동에 연관된 운동의 형태와 선택된 구동축의 종류에 따라서 결정되어진다. 외부로터를 고정된 상태에서 내부로터 공·자전을 운동 형태에서 내부로터의 자전회전운동을 구동축에 연결하는 경우에는 구동축이 1회전하는 동안에 nm개의 챔버가 팽창과 수축을 반복하게 되어서 배제용적은 다음과 같이 주어진다.

$$V_D = nm(\text{최대챔버용적} - \text{최소챔버용적}) \quad (13)$$

내·외부로터의 중심점이 공간상에 고정된 상태에서 내·외부로터가 각각 자전회전의 운동을 하는 경우에는 구동축이 외부로터에 연결된 경우는 다음과 같다.

$$V_D = n(\text{최대 챔버용적} - \text{최소챔버용적}) \quad (14)$$

또, 내부로터를 구동하는 경우에는 다음과 같다.

$$V_D = m(\text{최대 챔버용적} - \text{최소챔버용적}) \quad (15)$$

4. 제로터 펌프의 배제용적 비교

4.1 CAD 면적산출기능을 이용한 배제용적

Table 1에서 수치해석에 사용된 제로터 펌프의 기

본 사양을 보여주며, Fig. 4에서 기본 사양의 외부로터와 내부로터의 프로파일 모습을 보여준다.

Fig. 4와 같이 설계된 제로터 펌프의 내·외부로터 사이의 챔버 면적을 CAD의 폐윤곽 면적 산출기능을 이용하여 산출하였다. 최대면적은 113.76 mm^2 이고 최소면적은 7.46 mm^2 이었다. 3.2절에서 유도된 배제용적 산출방법 중에서 내·외부로터의 중심점이 공간상에 고정된 상태에서 내·외부로터가 각각 자전회전의 운동을 하며 구동축이 내부로터에 연결된 경우에는 식 (15)를 이용한다. 로터의 두께는 15 mm 을 적용하여 산출한 결과 값으로 $4,783 \text{ mm}^3/\text{rev}$ 의 배제용적 값을 얻을 수 있다.

Table 1 Specification of gerotor pump/motor used in numerical analysis

사양 내용	데이터 (mm)
외부로터 로부수	4
내부로터 로브수	3
편심(e)	2.5
외부로터 원형부분 반경(r_c)	6.5
내부로터 중심과 구름원 중심 사이 반경(r_i)	16.5
로터 두께 (b)	15

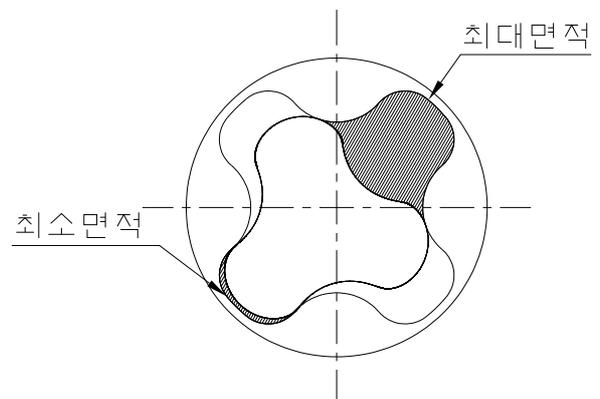


Fig. 4 Gerotor pump of the Volumetric displacement

4.2 P-Q 특성 실험을 이용한 배제용적

Fig. 5는 이론 설계 식을 이용하여 제작되어진 소형 타입의 제로터 펌프이다.

설계 프로파일에 의해 제작되어진 소형타입의 제로터 펌프의 제작품으로 P-Q 특성실험을 수행하였다.

Fig. 6은 제로터 펌프의 배제용적 실험으로서 모터의 회전수를 600rpm으로 고정한 후 P-Q 특성 실험을 통하여 실험적 배제용적 값을 산출한 결과를 나타내고 있다.

Fig. 6의 특성곡선에서 압력이 0인 무부하 상태에서 최대 토출유량은 $2,625 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{min}$ 이었다. 이때 모터의 회전수는 600rpm으로 일정하였고, P-Q 특성실험을 통하여 약 $4,475 \text{ mm}^3/\text{rev}$ 의 실험적 배제용적을 산출하였다.

4.3 수치해석을 이용한 배제용적

4.3.1 접촉점 해석

Fig. 7과 같이 외부로터가 고정된 상태에서 내부로터가 자전회전과 공전회전을 동시에 운동하는 경우에 피치점의 순간중심에 대하여 자전운동에 의한 내부로터 중심점 O_1 의 변위와 외부로터 중심 O_2 에 대하여 중심점 O_1 의 변위는 일치한다.



Fig. 5 A trial product of gerotor pump

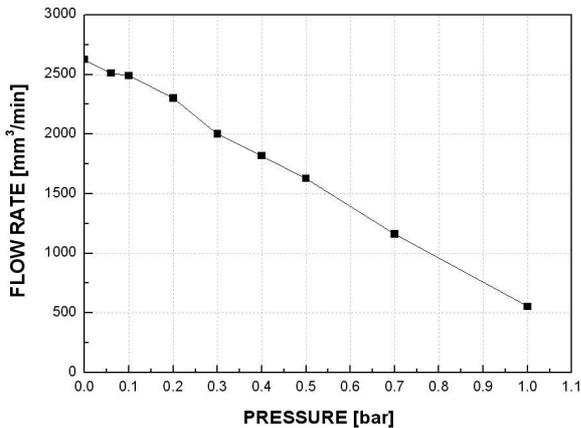


Fig. 6 Gerotor pump of the P-Q characteristics

$$r_1 \theta_1 = -e \theta_2 \quad (16)$$

여기서 θ_1 는 자전각 변위이며, θ_2 는 공전각 변위이다. r_1 는 내부로터 중심점에서 피치점까지의 거리이며, e 는 O_1 은 O_2 사이의 편심을 의미한다. r_1 과 e 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$r_1 = (n-1)e \quad (17)$$

여기서 n 은 외부로터의 로브 수에 해당하며, 식 (16)과 식 (17)로부터 자전각 변위 θ_1 과 공전각 변위 θ_2 사이에 다음의 관계가 성립한다.

$$\theta_1 = \frac{1}{n-1} \theta_2 \quad (18)$$

외부로터 원형부분의 중심 좌표 \vec{S}_k 는 고정이며 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$\vec{S}_k = r_t \cos \frac{2k}{n} \pi \vec{i} + r_t \sin \frac{2k}{n} \pi \vec{j} \quad (19)$$

여기서 $k=0,1,2,\dots,n-1$ 까지 나타내며, \vec{i}, \vec{j} 는 고정좌표계 $X_2O_2Y_2$ 에서 X_2 방향과 Y_2 방향의 단위벡터를 의미한다. r_t 는 외부로터의 고정 중심점 O_2 으로부터 원형부분의 중심 좌표 \vec{S}_k 까지의 거리이다. r_e 는 외부로터 원형부분의 반경이다. 이때, 피치점 좌표 \vec{p} 은 공전운동을 하며 다음과 같이 나타낸다.

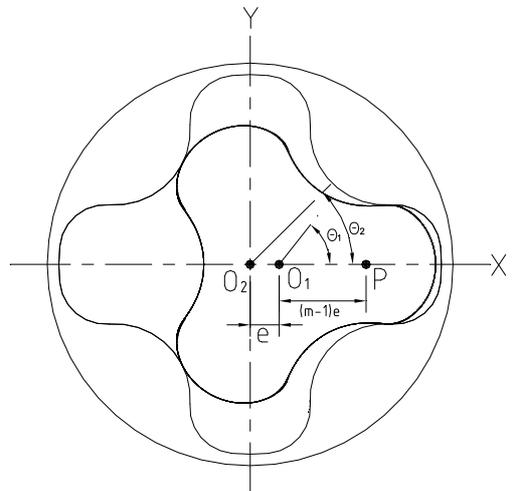


Fig. 7 Driving principle 2 : rotation θ_1 of inner rotor and rotation θ_2 of outer rotor

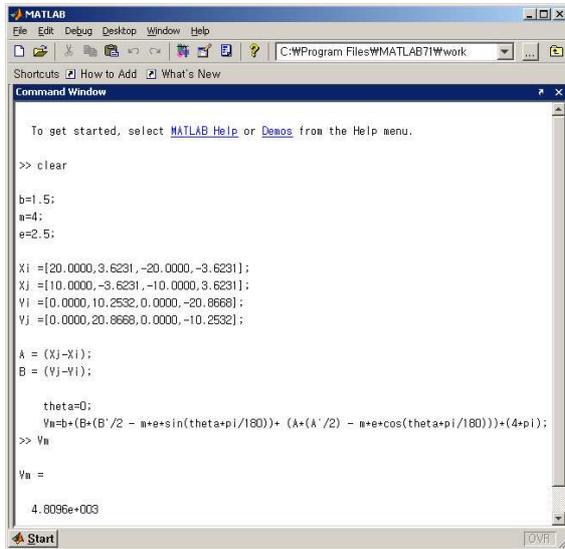


Fig. 8 numerical analysis of the volumetric displacement

$$\vec{p} = ne \cos\theta_2 \vec{i} + ne \sin\theta_2 \vec{j} \quad (20)$$

여기서 θ_2 는 $-\frac{\pi}{n} \leq \theta_2 \leq \frac{\pi}{n}$ 범위이다.

피치점과 외부로터 원형부분의 중심 좌표 \vec{S}_k 를 연결하는 \overline{pS}_k 직선 식은 아래와 같고

$$Y_2 - ne \sin\theta_2 = \frac{r_t \sin \frac{2k\pi}{n} - ne \sin\theta_2}{r_t \cos \frac{2k\pi}{n} - ne \cos\theta_2} (X_2 - \cos\theta_2) \quad (21)$$

중심 S_k 인 외부로터 원형 식은 다음과 같다.

$$(X_2 - r_t \cos \frac{2k\pi}{n})^2 + (Y_2 - r_t \sin \frac{2k\pi}{n})^2 = r_c^2 \quad (22)$$

식 (21)과 식 (22)를 이용하여 두 식의 교점을 구한다. 이때, 두 식의 교점이 내부로터와 외부로터의 접촉점 C_k 이 된다.

4.3.2 접촉점을 이용한 배제용적

Fig. 8은 설계 공식을 통하여 설계된 제로터 펌프에 대하여 식 (21)과 식 (22)을 수치계산을 통하여 접촉점을 구한 후에 식 (9)에서 식 (12)까지의 수식을 이용하여 내·외부로터 챔버면적을 구하고, 수식 (15)의 배제용적 공식을 적용한 결과이다. 계산 과정은 MATLAB을 이용한 수치해석 프

Table 2 Volumetric displacement of the Gerotor pump

Method	CAD	P-Q특성 실험	수치해석 방법
V_{th} (mm^3/rev)	4,783	4,475	4,809.6

로그래를 사용하였다. 산출된 배제용적은 약 $4,809.6cm^3/rev$ 의 배제용적이 산출되었다.

5. 검 토

Table 2에서 CAD 폐윤곽 면적 산출 기능을 이용하여 산출한 배제용적과 압력-유량 특성 실험을 통한 실험 결과로부터 산출된 배제용적과 배제용적의 공식에 MATLAB 수치해석적 방법으로 적용하여 도출한 배제용적의 3가지를 보여주고 있다. 이론 공식을 이용하여 수치해석적으로 얻은 결과는 CAD 폐윤곽 면적 산출 기능을 이용하여 산출한 결과와 미소한 차이를 보이고 있으나, 계산과정상에서 발생하는 오차로 판단되며 결과적으로 제시된 이론적 용적 계산방법이 타당함을 보여주는 결과로 판단된다. 수치해석에 의한 이론적 배제용적과 CAD 폐윤곽 면적 산출 기능을 이용한 배제용적은 실험적 배제용적 산출결과와는 다소 차이가 나타났다. 그 이유로는 제로터 펌프의 측판에 누설로 인한 것으로 판단된다.

6. 결 론

본 연구에서는 기존 선행연구자들에 의해 제시된 제로터 펌프의 설계방법을 토대로 이론적으로 배제용적을 산출하는 방법을 제시하고, 이론적 공식을 이용한 수치해석적 방법과 CAD의 폐윤곽 면적 산출 기능을 이용한 방법, 또 실험적 방법의 3가지 방법을 이용하여 배제용적을 산출하고 비교하였으며, 이론적 결과가 타당함을 검증하였다.

후 기

이 연구는 금오공과대학교 연구비 지원에 의하여 수행되었음을 밝힙니다.

참고문헌

(1) Colbourn, J. R., 1975, "Gear Shape and Theoretical

- Flow Rate in Internal Gear Pumps," *Trans. of the CSME*, Vol. 3, No. 4, pp. 215~223.
- (2) Tsay, C. B. and Yu, C. Y., 1989, "Mathematical Model for the Profile of Gerotor Pumps," *J. CSME*, Vol. 10, No. 1, pp. 41~47.
- (3) Yu, C. Y. and Tsay, C. B., 1990, "Mathematical Model of Gerotor Pump Applicable to Its Characteristic Study," *J. CSME*, Vol. 11, No. 4, pp. 385~391.
- (4) Lee, S. C. and Lee, S. N., 1995, "Design and Analysis of Gerotor for Hydraulic Motors," *Journal of KSTLE*, Vol. 11, No. 2, pp. 63~70.
- (5) Nam, Y. J. and Park, M. K., 2003, "Design of the Port Plate for Gerotor Pumps," *Journal of KSME*, Vol. 28, No. 4, pp. 406~414.
- (6) Kim, J. H., Kim, C. and Kim, C. H., 2006, "Optimum Design on the Lobe Shapes of Gerotor Oil Pump," *Journal of KSPE*, Vol. 23, No. 4, pp. 124~131.
- (7) Manring, N. D. and Kasaragadda, S. B., 2003, "The Theoretical Flow Ripple of an External Gear Pump," *Transaction of ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 125, pp. 396~404.
- (8) Yang, D. C. H., Yan, J. and Tong, S.-H., 2010, "Flowrate Formulation of Deviation Function Based Gerotor Pumps," *Transaction of ASME, Journal of Mechanical Design*, Vol. 32.
- (9) Kuo Jao Huang, Wun Chuan Lian, 2009, "Kinematic Flowrate Characteristics of External Spur Gear Pumps Using an Exact Closed Solution," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 44, pp. 1121~1131.