

경제위기시 환율신뢰구간 예측 알고리즘 개발[†]

김태운¹ · 권오진²

¹²계명대학교 통계학과

접수 2011년 7월 26일, 수정 2011년 8월 24일, 게재확정 2011년 9월 2일

요약

본 연구는 경제위기시 환율의 신뢰구간 예측 알고리즘을 개발하는 것을 주된 목적으로 한다. 경제위기시 환율의 움직임의 특징은 평상시에 비해 변동성이 극도로 증가한다는 점이다. 본 연구에서는 이러한 변동성을 효율적으로 추정하기 위해 시계열 데이터의 변동성 추정에 유용한 것으로 알려진 블록 붓스트랩 기법을 사용하여 그 유용성을 보인다.

주요용어: 경제위기, 변동률, 블록화 붓스트랩, 신뢰구간, 환율예측

1. 서론

현재 세계적인 개방의 급진전으로 인하여 개별 국민경제의 거시경제의 운용에 있어 환율의 비중이 크게 증가하고 있다. 특히 우리나라는 대외의존도가 높은 소규모 개방경제로서 환율의 변동은 국제수지, 성장, 물가 등 실물경제 변동에 직접적인 영향을 줄 뿐만 아니라 금리, 주가등과도 밀접하게 연계되어 금융시장의 움직임을 이끌고 있다. 이에 따라 환율의 움직임을 정확히 예측하는 일은 정책당국은 물론이고 환 리스크 등 각종 금융리스크를 관리해야 하는 개별 경제주체들의 주요 관심사이다. 지금까지 환율 결정과정과 메커니즘을 설명하는 다양한 경제이론이 개발되어 실증분석에 적용되었지만 환율변동을 정확히 예측하는 일은 여전히 경제학의 난제에 속한다. 환율의 장단기 예측을 위한 기법들로서 최근에 김태운 등 (2007)과 권오진 등 (2010) 등이 통계적 기법을 활용하는 환율예측 기법을 제시하였으며 경제 이론적 관점에서 환율 예측에 대한 기법들에 대한 연구로서 김치호와 김승원 (2002), 박준용 등 (2002) 등을 참조할 수 있다.

과거 두 차례 (1997년, 2008년)에 걸쳐 경제위기를 겪은 우리나라는 경제위기시 환율의 극도로 불안정한 움직임에 의해 큰 피해를 보았다. 즉, 경제위기 기간 중 환율의 변동이 매우 심하게 되어 익일의 예측이 거의 불가능해진 결과, 합리적인 경제활동이 어려워졌으며 그에 따라 경제 전반에 걸친 악영향을 미쳤을 뿐만 아니라 경제위기의 극복을 어렵고 더디게 만들었다. 본 연구에서는 경제위기시 환율의 단기예측 (특히 익일예측)을 효율적으로 수행하는 알고리즘 개발을 통해 경제위기가 다시 다가올 경우 이를 효과적으로 극복하는데 필요한 기저 예측기술 (basis forecasting technology)을 제시하고자 한다. 본 연구의 환율예측 알고리즘은 신뢰구간을 사용하여 환율을 예측하는 알고리즘이다. 신뢰구간을 활용하는 이유는 경제위기시 환율의 정확한 추정이 어려우므로 그에 대신한 신뢰구간 예측이 적절할 것으로 판단되기 때문이다. 잘 알려진 대로 신뢰구간 예측에서 주요한 절차는 표준오차를 구하는 절차이

[†] 본 연구는 2010년도 계명대학교 비사연구기금으로 이루어졌음.

¹ (704-701) 대구광역시 달서구 달구벌대로 1095, 계명대학교 통계학과, 교수.

² 교신저자: (704-701) 대구광역시 달서구 달구벌대로 1095, 계명대학교 통계학과, 박사과정.

E-mail: dy1334@kmu.ac.kr

며 이는 환율 신뢰구간 예측의 경우 환율의 변동성에 의해 결정된다. 본 연구에서 환율 신뢰구간 예측을 위해 고려하는 주된 통계적 기법은 “환율변동성” 예측에 초점을 맞추는 기법인 블록 부트스트랩 (block bootstrap) 기법이다. 기존에 개발되었던 대부분의 기법들이 주로 환율움직임의 평균추정을 통해 환율 예측을 수행하나 본 논문에서는 변동성 추정을 통해 환율 예측을 시도한다는 점에 차별성이 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 변동률을 이용한 블록 부트스트랩 방법으로 신뢰구간 예측 모형을 설정한다. 3절에서는 2008년 8월~12월 환율 데이터를 이용하여 실제 데이터 분석 알고리즘을 제시하고, 4절 결론의 순으로 기술된다.

2. 모형 설정

본 논문에서는 익일 환율예측을 위한 신뢰구간을 도출하며 이를 위해 블록 부트스트랩 기법 (권오진 등, 2010)을 사용한다. 변동성을 이용하여 구간 예측을 도출하는 과정은 다음과 같다. 먼저 우리가 예측하고자 하는 현재로부터 t 시점 이후 환율을 Z_t 라고 할 때 다음과 같이 분해를 할 수 있다.

$$Z_t = \frac{Z_t}{Z_{t-1}} \cdot \frac{Z_{t-1}}{Z_{t-2}} \cdots \frac{Z_1}{Z_0} \cdot Z_0 \quad (2.1)$$

여기서 Z_0 는 현재시점의 환율이다. 이제 식 (2.1)의 양변에 \log 를 적용하여 간단히 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$\log(Z_t) = \log(Z_0) + \sum_{i=1}^t \log(r_i) \quad (r_i = \frac{Z_i}{Z_{i-1}}) \quad (2.2)$$

식 (2.2)를 이용하여 신뢰구간을 결정할 모형을 설정하게 된다. $\log(Z_0)$ 이 현재시점의 환율에 \log 를 취한 값이며, $\log(Z_t)$ 는 우리가 예측하고자 하는 시점의 \log 환율이라고 하자. 그러면 $\sum_{i=1}^t \log(r_i)$ 는 현재시점과 t 시점 사이의 \log 변동률의 합이 되며 현재시점을 기준으로 미래 t 시점의 구간예측을 실행하기 위하여서는 $\sum_{i=1}^t \log(r_i)$ 의 분포 혹은 변동성을 추정하여야 한다.

식 (2.2)에서 정의한 \log 변동률 $\log(r_i)(i = 1, \dots, t)$ 는 일반적으로 \log 차분에 의해 정상과정 (stationary process)이 되는 것으로 알려져 있으며 그에 따라 의존변수에 대한 중심 극한 정리를 적용할 수 있다 (김태윤 등, 2007). 즉, 의존변수에 대한 중심극한정리에 의해서 $\sum_{i=1}^t \log(r_i)$ 의 분포는 다음과 같으며

$$\sum_{i=1}^t \log(r_i) \sim N(E(\sum_{i=1}^t \log(r_i)), \text{Var}(\sum_{i=1}^t \log(r_i)))$$

$\log(Z_t)$ 의 신뢰구간은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\log(Z_0) + E(\sum_{i=1}^t \log(r_i)) \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\text{Var}(\sum_{i=1}^t \log(r_i))} \quad (2.3)$$

여기서 $z_{\alpha/2}$ 는 표준정규분포의 $1-\alpha/2$ 분위수이다. 식 (2.3)에서 $E(\sum_{i=1}^t \log(r_i))$ 와 $\text{Var}(\sum_{i=1}^t \log(r_i))$ 은 미래 변동률 합의 평균과 분산이므로 적절한 값으로 추정되어야 함은 물론이다. 본 연구에서는 이들 값을 추정하기 위하여 과거 t 시점 (즉 현재 0시점을 기준으로 $-t$ 시점)부터 현 0시점까지의 자료

$$Z_{-t}, Z_{-t+1}, \dots, Z_{-1}, Z_0$$

를 활용한다. 특히 붓스트랩 기법을 사용하는데 이는 식 (2.3)의 분산의 추정에 있어 붓스트랩 기법이 유용한 것으로 알려져 있기 때문이다. 본 연구에서 사용하는 붓스트랩기법은 일반적 붓스트랩 방법이 아닌 블록화 붓스트랩 방법이다. 여기서 블록 붓스트랩을 사용하는 이유는

$$\log(r_{-i}) = \log(Z_{-i+1}/Z_{-i}) \quad (i = 1, \dots, t) \tag{2.4}$$

들이 의존적이며 블록화 붓스트랩 방법이 의존성이 있는 자료를 효과적으로 다룰 수 있는 것으로 알려져 있기 때문이다 (신기동, 1997). 블록 붓스트랩 방법은 관찰순서에 의거 데이터를 블록화 시킴으로써 블록 내 자료들 간의 의존성을 유지하게 되어 의존적인 데이터로부터 붓스트랩하는 경우 유용하다. 참고로 블록 붓스트랩에서 블록간은 서로 독립이다.

의존적인 데이터로부터 블록 붓스트랩 기법을 사용하여 $E(\sum_{i=1}^t \log(r_i))$ 와 $Var(\sum_{i=1}^t \log(r_i))$ 을 추정하기 위한 절차를 구체적으로 기술하면 다음과 같다. 먼저 중복을 허용하는 경우 데이터를 아래와 같이 블록화 시킬 수 있다.

$$(R_1, R_2, \dots, R_s), (R_2, R_3, \dots, R_{s+1}), \dots, (R_{t-s+1}, \dots, R_t)$$

여기서 $R_i = \log(r_{-i}), (i = 1, \dots, t)$ 이며, 블록의 크기는 s 개이므로 총 블록의 개수는 $t - s + 1$ 개가 된다. 추정하려는 값은 $E(\sum_{i=1}^t \log(r_i))$ 와 $Var(\sum_{i=1}^t \log(r_i))$ 이므로 각 블록에서 R_i 들의 합을 구하여 $t - s + 1$ 개의 합인 $R'_j = \sum_{i=j}^{s+j-1} R_i, (j = 1, 2, \dots, t - s + 1)$ 을 만들면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R'_1 &= R_1 + R_2 + \dots + R_s \\ R'_2 &= R_2 + R_3 + \dots + R_{s+1} \\ &\vdots \\ R'_{t-s+1} &= R_{t-s+1} + R_{t-s+2} + \dots + R_t \end{aligned}$$

이 R' 들 중 $x = t/s$ 개를 복원 추출하게 되는데 그 이유는 원래 자료와 같은 크기인 t 개의 비율들의 합이 붓스트랩으로부터 계산되어야 하기 때문이다. 즉, s 개의 연속된 R 들의 합인 R' 을 x 번 복원 추출하여 이들의 합을 구하면 이는 크기가 s 인 블록화된 비율을 x 번 복원 추출하여 비율들의 개수가 원자료 비율 개수 t 가 되는 블록 붓스트랩된 표본으로부터 합을 구하는 것과 동일한 값을 줄 것이기 때문이다. 여기서 $sx = t$ 이다. j 번째 추출된 R' 의 값을 $R'_{(j)} (j = 1, \dots, x)$ 라고 하고, 복원 추출된 x 개의 $R'_{(j)}$ 들로부터 이들의 합을 구하여 이를 L_k^* 라고 하자. 이 과정을 b 번 반복하면

$$L_k^* = \sum_{j=1}^x R'_{(j)} \quad (k = 1, 2, \dots, b)$$

를 얻게 될 것이며 L_k^* 들의 표본평균과 표본분산을 계산함으로써 그 값을 $E(\sum_{i=1}^t \log(r_i))$ 와 $Var(\sum_{i=1}^t \log(r_i))$ 의 추정량으로 사용한다. 즉,

$$\bar{L} = \sum_{k=1}^b L_k^*/b, \quad S_L^2 = \sum_{k=1}^b (L_k^* - \bar{L})^2 / (b - 1)$$

이다.

위의 추정의 과정에서 몇 가지 관련모수들을 선택하는 문제들이 발생한다. 첫 번째 모수는 블록의 크기 s 결정 방법이다. 블록 크기가 커질수록 총 블록 수 x 가 줄어 들고 반대로 블록의 크기가 작아질수록

총 블록 수가 늘어난다. 블록 수가 줄어든다는 것은 본래의 의존성이 많은 부분은 유지되지만 붓스트랩의 장점인 반복가능성 (replicability)이 감소된다는 것을 뜻하고 반대로 블록수가 많게 되면 반복가능성은 유지되지만 붓스트랩 블록들 간의 독립성에 의해 원래 데이터가 갖고 있던 의존성을 대부분 잃어버리게 된다. 이처럼 블록의 크기를 정하는 것이 중요한 일이지만 아직까지 블록의 크기 결정 문제에 대한 연구는 완전한 해결책이 없는 상태이다. 본 연구에선 권오진 등 (2010)이 제시한 경험 법칙 (rule of thumb)을 사용하여 블록의 크기를 결정한다.

두 번째 문제는 블록 붓스트랩 표본 추출하는 데 있어 반복 횟수 b 결정 문제이다. 붓스트랩 방법에서는 가능한 많은 반복 회수를 시행하는 것이 바람직하다. 하지만 실제 연구에서 적용하기에는 많은 어려움이 있다. Efron과 Tibshirani (1993)와 이세연 (2009)은 표준편차를 구하기 위한 b 값으로 25~200 사이의 값을 제시하고 있다. 본 연구에선 이들의 제안을 토대로 b 값을 200으로 결정하였다. 따라서 변동률을 이용한 신뢰구간 예측의 최종모형식을 제시할 수 있다.

$$Z_t = \exp(\log(Z_0) + \bar{L} \pm 1.96 \cdot S_L) \quad (2.5)$$

3. 실제 데이터 분석

본 연구의 목적은 경제 위기 시 환율 예측을 위해 붓스트랩 예측구간 기법을 제시하는 것이다. 이를 위해 과거 불안정 구간을 대상으로 식 (2.5)에서 기술된 기법을 실험하였다. 즉, 2008년 10월 1일부터 12월 31일의 기간을 선택하였는데 이 기간은 미국발 서브프라임에 의해 시작된 금융위기로써 일반적으로 2008년 금융위기로 알려져 있다. 이 기간 동안에 국내 외환시장은 극심한 환율 변동을 겪었으며 특히 1일 최대 변동폭이 100원 이상인 경우가 발생하는 등 바로 다음날의 환율을 예측하기가 극히 어려운 상황이었다. 그림 3.1은 이 기간 동안의 일별 환율변동 그림이다. 또한 불안정 구간과 안정구간에서의 붓스트랩 환율구간 예측의 정확도를 비교하기 위해 안정구간으로서 2008년 8월5일~9월31일 (그림 3.2)을 고려하여 실험을 수행하였다. 그림 3.1은 그림 3.2에 비해 일별 자료의 경우에도 환율 움직임의 변동성이 큰 것을 알 수 있다.

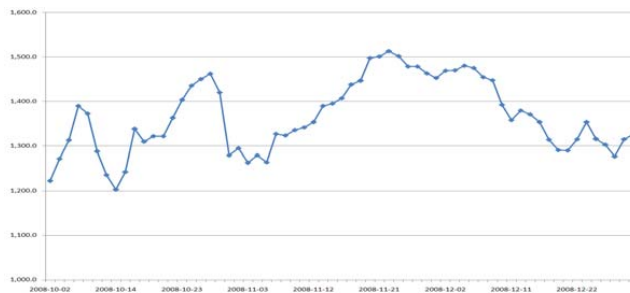


그림 3.1 2008년 10월1일 ~ 12월31일

본 연구에서 사용한 붓스트랩 환율 예측구간은 두 가지 t 를 사용한다. 즉, 금일의 환율 데이터를 사용하여 금일 증가기준으로 내일 증가의 환율 구간을 예측하거나 ($t = 16$) 어제와 오늘 이틀간의 환율 데이터를 사용하여 금일 증가기준으로 모레 증가의 환율을 예측 ($t = 33$)하는 것이다.

1 to 1 예측: 금일의 환율 데이터 $n = 17$ 개를 (9시부터 17시 까지 30분 간격으로 관찰되는 데이터, $Z_{-16}, \dots, Z_{-1}, Z_0$) 사용하여 다음날 증가 Z_{16} 예측한다. 그에 따라 계산되는 비율들은 $(R_1, R_2, \dots, R_{16})$ 이 된다. 여기서 $R_i = \log(Z_{-i+1}/Z_{-i})$ 이다 블록 크기는 $s = \lceil n/3 \rceil = 5$ 로 결정

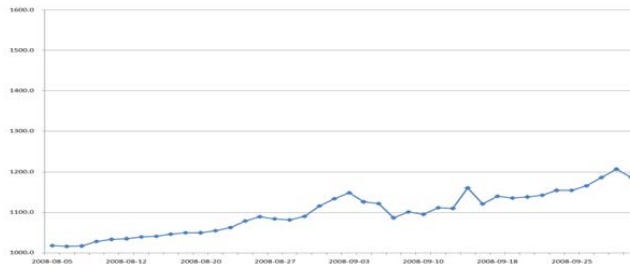


그림 3.2 2008년 8월5일 ~ 9월30일

하였는데 이러한 값을 선택한 이유는 기존의 권오진 등 (2010)의 실증연구 결과를 활용한 것이다. 이 선택값들을 사용할 경우 생성되는 블록은

$$\begin{aligned} (R_1, R_2, \dots, R_{16}) &\rightarrow (R_1, R_2, \dots, R_5) \\ &\quad (R_2, R_3, \dots, R_6) \\ &\quad \vdots \\ &\quad (R_{12}, R_{13}, \dots, R_{16}) \end{aligned}$$

등 12개의 블록이며 그에 따라

$$\begin{aligned} R'_1 &= R_1 + R_2 + \dots + R_5 \\ R'_2 &= R_2 + R_3 + \dots + R_6 \\ &\quad \vdots \\ R'_{12} &= R_{12} + R_{13} + \dots + R_{16} \end{aligned}$$

이 계산된다. 16개의 R 들로 이루어진 일일 붓스트랩을 재구성하기 위해 12개의 블록 중 3개를 랜덤하게 추출하며 이는 결국 3개의 R' 값들이 랜덤하게 추출된다는 것을 의미한다. 이 과정을 $b=200$ 번 반복함으로써 L^*, \dots, L^*_{200} 을 얻게 되고 이들의 표본평균 \bar{L} 과 표본분산 S^2_L 를 계산하여 식 (2.5)에 대입함으로써 블록 붓스트랩 환율 구간 예측치를 제시한다.

$$Z_t = \exp(\log(Z_0) + \bar{L} \pm 1.96 \cdot S_L)$$

2 to 2 예측: 1 to 1 예측과 동일한 절차를 밟게 되며 주된 차이점은 과거 2일 을 사용하여 예측을 함으로 인하여 데이터를 $n = 33$ 개를 사용하여 $(Z_{-33}, \dots, Z_{-1}, Z_0)$ 2일 후 증가 Z_{33} 을 예측한다. 블록의 크기는 $s = \lceil n/3 \rceil = 11$ 이 되고 생성되는 블록의 수는 23개로 각각 증가한다. 즉,

$$\begin{aligned} (R_1, R_2, \dots, R_{33}) &\rightarrow (R_1, R_2, \dots, R_{11}) \\ &\quad (R_2, R_3, \dots, R_{12}) \\ &\quad \vdots \\ &\quad (R_{23}, R_{13}, \dots, R_{33}) \end{aligned}$$

이다.

1 to 1과 2 to 2 예측을 이용한 예측결과들은 표 3.1에 주어져 있다. 표 3.1의 결과를 살펴보면 모든 구간에서 1 to 1 예측보다 2 to 2 예측이 실제값을 포함하여 예측할 확률이 높다는 사실을 보여주고 있

다. 또한 흥미로운 사실은 일반구간보다 위험구간에서 실제 값을 포함하는 확률이 더 높게 관찰된 점인데 이는 블록 붓스트랩 환율구간예측 기법이 특히 불안정한 구간에 대해 정확도가 월등하다는 점을 보여주고 있다. 이러한 현상이 관찰된 이유는 기본적으로 불안정 혹은 위기 구간에서 변동성의 증가가 예측 구간의 폭을 넓게 하기 때문이 것으로 보인다. 이러한 사실은 변동성이 증가되는 경우 블록 붓스트랩을 통한 분산 추정은 블록내의 변동성이 증가된 연속 관찰 값들을 포함하여 추정되므로 블록내의 증가된 변동성이 분산 추정에 효과적으로 반영되는 것으로 보인다. 다시 말하면 변동성이 증가된 금융시장에서 구간 예측을 하는 경우 블록 붓스트랩이 상당히 유용한 기법으로 판단된다.

표 3.1 예측된 신뢰구간이 실제값을 포함한 정확도

	일반구간	위험구간
1 to 1 예측 기법	68.29%	80.95%
2 to 2 예측기법	75.00%	82.54%

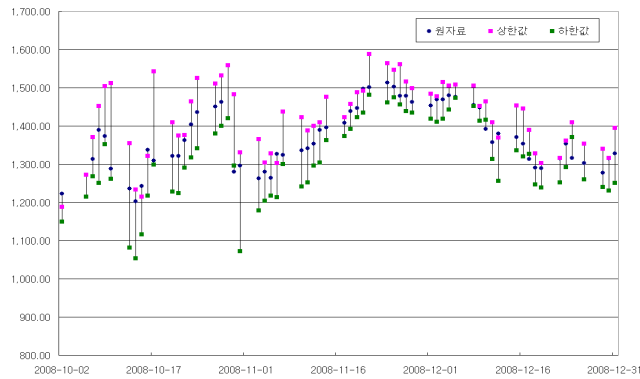


그림 3.3 위험구간의 신뢰구간 예측 (사용데이터 : 2일)

아래 그림 3.4는 1 to 1 예측 알고리즘의 구성 절차를 간략하게 보여주고 있다.

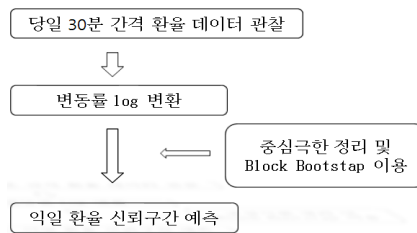


그림 3.4 경제위기 시 익일 환율 신뢰구간 예측 알고리즘

4. 결론

블록화 붓스트랩을 사용하여 신뢰구간을 예측한 결과는 몇 가지 흥미로운 결과를 보여주고 있다. 무

엇보다도 블록화 붓스트랩 기법이 위기구간에서 좀 더 효율적일 수 있다는 점은 흥미롭다. 이는 연속 구간에서 증가된 변동성이 블록화된 붓스트랩을 통해 효율적으로 반영되기 때문인 듯하다. 이외에도 위기 구간 적용 시 1 to 1 기법 보다 2 to 2 기법이 좀 더 정확한 결과를 보여주고 있는데 이는 기본적으로 2 to 2 기법이 더 많은 데이터를 확보함으로써 반복가능성 관점에서 바람직한 결과를 만들어내는 것으로 판단된다. 본 연구의 결과는 변동성과 연관된 블록 사이즈 결정, 반복가능성 관점에서 예측 데이터 크기 결정 등 추후 좀 더 구체적인 연구가 필요한 것으로 보인다.

참고문헌

- 권오진, 김태윤, 송규문 (2010). 붓스트랩 기법을 이용한 환율의 장단기 신뢰구간 예측. <한국데이터정보과학회지>, **21**, 493-502.
- 김치호, 김승원 (2002). <균형 원화환율의 추정과 평가>, 한국경제연구원, 서울.
- 김태윤, 김치호, 김현일 (2007). 시계열 모형을 이용한 환율 예측 및 유용성. <금융리스크리뷰>, 봄, 96-113.
- 박정수, 정보운, 전유나 (2003). 고차 일반화극치분포와 PMLE를 이용한 환율 자료 분석. <한국데이터정보과학회지>, **14**, 147-152.
- 박준용, 장유순, 한상범 (2002). <경제 시계열 분석>, 경문사, 서울.
- 이세연 (2009). <붓스트랩을 이용한 회귀계수의 표준오차 추정>, 석사학위논문, 이화여자대학교, 서울.
- 신기동 (1997). <블록화 붓스트랩 방법을 이용한 의존적 자료들의 경험적 과정에 관한 연구>, 박사학위논문, 계명대학교, 대구.
- 신양규 (2009). 글로벌경제위기에서 콜금리와 환율의 인과관계에 관한 연구. <한국데이터정보과학회지>, **20**, 655-660.
- Efron. B. and Tibshirani. R. J. (1993). *An introduction to the bootstrap*, Chapman & Hall, New York.

Confidence interval forecast of exchange rate based on bootstrap method during economic crisis[†]

Tae Yoon Kim¹ · O Jin Kwon²

¹²Department of statistics, Keimyung university

Received 26 July 2011, revised 24 August 2011, accepted 2 September 2011

Abstract

This paper is mainly concerned about providing confidence prediction interval for exchange rate during economic crisis. Our proposed method is to use block bootstrap method for prediction interval for next day. It is shown that block bootstrap method is particularly effective for interval prediction of exchange rate during economic crisis.

Keywords: Block bootstrap, change rate, confidence interval, economic crisis, exchange rate forecasting.

[†] The present research has been conducted by the Bisa Research Grant of Keimyung University in 2010.

¹ Professor, Department of Statistics, Keimyung University, Daegu 704-701, Korea.

² Corresponding author: Ph. D. student, Department of Statistics, Keimyung University, Daegu 704-701, Korea. E-mail: dy1334@kmu.ac.kr