

## 의사소통 중심의 수학사 기반 수업이 초등학생의 수학적 의사소통과 태도에 미치는 영향<sup>1)</sup>

허도하<sup>2)</sup> · 오영열<sup>3)</sup>

본 연구는 초등학교 수학에 적용 가능한 수학사를 추출하고 이를 효과적으로 활용할 수 있는 수업 모형을 개발하여, 수학사를 활용하는 수업이 학생들의 수학적 의사소통과 수학적 태도에 어떠한 영향을 미치는지 알아보았다. 이를 위해 실험집단에는 수학사를 활용한 수업을, 비교집단에는 교과서를 활용한 교사 중심적인 수업을 실시하였으며, 연구 중에 수집된 자료는 양적 분석과 질적 분석 방법을 병행하여 분석하였다. 그 결과 첫째, 의사소통 중심의 수학사 기반 수학 수업은 학생들의 의사소통 참여도를 향상시키는 데에 도움을 주었으며, 둘째, 학생들이 수학적 논리를 가지고 자신의 의견을 상대방에게 정당화하게 하였다. 그러나, 수학사를 활용한 수학 수업이 학생들의 수학적 태도에 통계적으로 유의미한 차이를 가져왔다고 볼 수는 없으나, 긍정적 변화의 조짐을 질적으로 관찰할 수 있었다.

[주제어] 수학사, 수학적 의사소통, 수학적 태도

### I. 서 론

2007 개정을 포함하여 지금까지 국가 수준 교육과정 고시를 통하여, 교육계는 사회의 변화에 발맞추고 보다 더 현실에 적합한, 그리고 수요자의 요구와 필요를 모두 만족시킬 수 있는 다양한 교육적 변화를 시도해왔다. 현재 시행중인 개정 수학과 교육과정의 기본 방향 중에서 특히 눈여겨 살펴보아야 할 점으로는 학생들의 수학적 사고력 신장을 꾀하기 위하여 수학적 의사소통 능력을 강조하고 있다는 점과 현실 세계 속에서 수학의 역할과 유용성에 대한 인식을 강화하는 수학의 가치 제고를 위하여 수학 학습에 대한 즐거움, 자신감, 흥미 등 수학에 대한 긍정적 태도 배양 문제를 들 수 있다.

우리나라 수학 교육의 문제적인 요소로 추출할 수 있는 수학적 의사소통 능력의 향상과 수학의 가치 제고, 긍정적인 수학적 태도 형성은 수학 교육에서 추구해야 할 중요한 목적이다. 전미수학교사협의회(NCTM, 1989)에서 강조한 이후 지금까지 지속적으로 수학교육의 핵심적인 개념으로 자리 잡고 있는 수학적 의사소통 능력의 경우 강의 및 설명 위주의 교사 중심적인 수업에서 벗어나 학생 중심적인 탐구 및 토론식 수업을 가능하게 한다. 이는 수학을 다루는 학생들 스스로가 느끼고 생각하면서 완성하는 수학 학습을 가능하게 하며,

1) 이 논문은 2010년 한국초등수학교육학회 연구대회에서 발표한 논문을 수정·보완한 것임.

2) [제1저자] 서울 청덕초등학교

3) [교신저자] 서울교육대학교 수학교육과

학생들의 수학적 사고 내용을 그대로 노출하게 함으로써 그에 알맞은 구체적인 피드백을 제공하는 교육을 추구하게 한다.

그리고 수학의 가치를 제고하고 긍정적인 수학적 태도를 배양함으로써 학생들 스스로 흥미롭게 수학을 학습을 할 수 있도록 지속적인 동기 부여가 가능하게 한다. 수학 학습이 본질적으로 학생들의 필요에 의해 일어나게 함으로써 다양하고 매혹적인 수학적 문제와 상황을 학생들이 제대로 즐기고 이해할 수 있게 하는 토대를 마련하게 된다. 학생들이 수학을 왜 배워야 하는지, 수학을 배워서 얼마나 실생활에 유용하게 활용할 수 있는지에 대하여 충분히 경험하고 이해한다면 수학 학습에 보다 더 적극적인 자세로 임하게 될 것이다. 이는 학생들에게 훨씬 더 다양한 수학적 경험을 제공하고 습득하게 하여 바람직한 수학 학습 능력과 수학적 사고력을 신장시키는 긍정적인 학습의 순환 고리를 형성할 수 있게 된다.

이처럼 수학적 의사소통 능력과 수학적 태도의 신장은 수학 학습에서 매우 중요한 목표가 된다. 이에 따라 학생들의 수학적 의사소통의 양과 질을 신장시키기 위해서 인지적 요구 수준이 높은 수학적 과제 제시가 매우 중요한 요소임이 이미 선행 연구를 통해서 드러났다(이미연, 오영열, 2007). 따라서 본 연구에서는 위와 같은 주요한 목적을 달성하기 위해서 과제 요인으로 수학사의 활용에서 그 의미를 찾고자 하였다.

수학사를 수학 교육에 이용하면 수학의 역사적 발달 과정에서 수학적 사고의 인간적인 모습을 접하게 됨으로써, 학습 동기를 유발하고 수학 학습에 생기를 불어넣을 수 있는 방안을 찾는데 도움을 줄 수 있다(우정호, 1998). 일찍이 프로이덴탈(Freudenthal)도 안내된 재발명(guided reinvention)이라는 개념을 통하여, 교사의 의도적인 계획 아래에서 수학적 개념이 발명되어 온 방법을 학생들이 다시 한 번 발명해내게 하는 것을 통해서 효과적인 수학 학습이 가능하다고 보았다. 이에 따라 흥미로운 수학사를 학생들에게 제공함으로써 학생들은 수학적 사고를 형성하는데 도움을 받게 되며 형성된 수학적 사고를 통해서 또래 친구들과 수학적으로 의사소통 할 수 있게 된다.

이에 따라 본 연구에서는 수학사와 수학적 의사소통, 수학적 태도 간의 유의미한 관계를 파악하고자 하였다. 이를 위해서 초등학교 수학 3학년 2학기에 적용할 수 있는 흥미로운 수학적 소재를 추출 및 개발하여 수업에 적용한 후 학생들의 수학적 태도에 어떠한 변화가 생기는지 살펴보고자 하였으며, 궁극적으로 학생들의 수학적 의사소통 참여 정도와 정당화 과정을 관찰 및 분석함으로써 수학사 활용이 학생들의 수학적 의사소통과 어떠한 관계를 맺고 있는지 연구하고자 하였다.

## II. 이론적 배경

### 1. 수학사 도입의 필요성

초등 수학 교육에 있어서 수학사 도입의 필요성에 대한 논의는 수학사가 가지는 다양한 장점이 수학 교육의 문제를 해결해 줄 수 있다는 측면에서 일찍부터 전개되어 왔다. 이러한 근거로 수학사는 수학 교육이 갖고 있던 고질적인 문제점 중 하나인 학생들의 수학에 대한 태도에 긍정적 영향을 미칠 수 있다는 점을 들 수 있다. 이러한 주장을 뒷받침 하듯, 예를 들어 Savizi(2007)의 연구에서는 수학사적인 문제를 수업에 활용함으로써 학생들의 수학에 대한 흥미와 관심을 불러일으킬 수 있다고 보았으며, 국내의 다양한 연구(김춘영,

1992; 김순화, 2001; 유금순, 2006; 김하영, 2006; 윤상현, 2007; 김상화, 2010)에서도 수학사와 수학적 태도 간의 긍정적 관계에 대한 연구를 뒷받침 해오고 있다.

또한, 수학사는 유의미한 과정을 학생들에게 제공하고 직접 경험하게 함으로써 학생들로 하여금 수학의 가치를 제고할 수 있도록 도움을 준다. NCTM(1989)에서는 수학사는 학생들에게 수학에 대한 동기를 부여할 수 있고 또한 수학이 인간의 노력의 산물이라는 점을 알게 해 줄 수 있기 때문에 수학사를 도입할 필요가 있다고 하였다. 그리고 Toeplitz는 수학의 각 내용이 최초로 수학자에 의해 어떻게, 왜 만들어지게 되었는지에 대해 자문했던 상황에서와 같이, 이러한 상황을 수학 수업을 통해서 재현함으로써 학습자가 이러한 질문에 대해 생각해보고 경험해보게 함으로써 수학에 생명력을 불어 넣게 되고 수학 학습 역시 의미 있고 활기찬 수업이 된다고 보았다(강완 외, 2009).

그리고 수학사는 그 본연에 내포하고 있는 역사성과 개념성을 토대로 학생들의 수학적 의사소통을 촉진할 수 있는 소재이기 때문에 수학 학습에서 유의미한 역할을 할 수 있다. 이미연과 오영열(2007)은 수학적 의사소통의 양과 질의 신장은 그에 적합한 수학적 과제를 제시함으로써 가능하다고 하였다. 다양한 풀이 방법이 존재하고 인지적으로 높은 수준을 요하는 수학적 과제를 통해서 학생들의 발화 의지가 복돋워지고, 이는 곧 수학적 의사소통의 신장을 가져올 수 있다는 것이다. 수학사는 학생들에게 생소한 소재이기 때문에 학생들의 집중을 이끌어내기에 좋고, 더불어 그 자체가 포함하고 있는 수학적 개념의 역사성을 다루어야 하기 때문에 인지적으로 높은 수준의 해결 능력을 요하는 문제를 구성해내기에 적합하다. 따라서 수학사를 활용한 과제 제시는 학생들의 의사소통을 자극하고 촉진시키는데 적합한 소재가 될 수 있다.

Howard(2009)는 학생들이 수학사를 효과적으로 배우게 되면, 내용 영역을 넘어서 내용들 간의 연결 관계를 알 수 있게 되고 수학을 통합된 전체로서 바라볼 수 있다고 하였다. 따라서 수학사를 효과적으로 활용할 수 있는 방법에 대한 연구가 무엇보다도 중요하다. 그러나 우리나라의 경우 수학 교육의 측면에서 수학사에 대한 연구의 정도가 아직은 미흡한 수준이며, 지금까지의 연구는 최근에 들어서야 수학사를 활용한 수업 모형과 자료 개발(정용식, 2003; 배민혜, 2000; 박화영, 2003), 수학사와 수학에 대한 학생들의 태도 및 학업 성취도에 대한 연관성(김하영, 2006; 윤상현, 2007; 김찬희, 2008) 등에 대한 연구에 한정되어 있는 실정이다.

## 2. 수학적 의사소통

일반적으로 의사소통은 어떠한 논제나 화제와 관련한 자신의 생각이나 감정 등을 상대방과 주고받는 과정을 의미한다. 이러한 일반적 정의로 미루어 볼 때, 수학적 의사소통(mathematical communication)이란 수학적 개념 이해나 문제 해결 상황에서 학생들이 수학적 언어, 예를 들어 용어, 기호, 부호나 그림 등을 사용하여 의사소통을 하는 것으로 정의해볼 수 있다. 또한 포괄적으로 학생들 상호 간에 또는 교사와 학생 간에 수학적인 생각과 느낌을 교환하기 위해서 말하고 듣고 쓰고 토론하는 활동 또는 과정을 의미한다. 특히 서로 의견을 주고받는 과정에서 사용 가능한 방법은 크게 말로 전달하는 방법과 글로 전달하는 방법으로 나누어볼 수 있는데, 이는 구체적으로 말하기, 듣기, 읽기, 쓰기라 할 수 있다.

수학적 의사소통이란 앞서 언급한 바와 같이, 자신의 생각을 수학적으로 말하고 듣고 쓰고 토론하는 활동으로서 바람직한 수학 교육을 위해 반드시 필요한 과정이다. 그 가치는 학습자와 교사의 두 가지 측면으로 나누어 생각해 볼 수 있다. 먼저 학습자의 측면에서 수

학적 의사소통은 학습자 간 또는 학습자와 교사 간에 서로의 생각을 폭넓게 이해하는 데에 도움을 주며, 학습자들이 가지고 있는 오개념을 드러나게 하여 학습자의 생각이 점검받을 수 있는 기회를 제공한다. 더불어, 수학적으로 말하고 듣고 읽고 쓰는 과정의 빈번한 경험을 통해, 학습자가 수학을 생활화할 수 있는 데에 좋은 밑거름이 된다. 한편, 교사 측면에서 수학적 의사소통은 학습자의 학습 정도에 대한 정보를 제공해주고, 적절한 피드백을 가능하게 하기 때문에 매우 중요하다.

Mumme과 Shepherd(1990)의 경우에도 수학적 의사소통의 장점으로 다음과 같이 열거하고 있다. 첫째, 학생들의 수학적 이해를 강화한다. 둘째, 학생들에게 학습자로서의 능력을 길러줄 수 있다. 셋째, 학습을 위한 편안한 환경을 조성한다. 넷째, 교사가 학생들의 사고에 대한 통찰을 얻는 것을 돋는다. 다시 말해, 수학적 의사소통 과정을 통해서 학습자와 학습자 사이, 또는 학습자와 교사 사이에서 서로의 생각에 대한 이해를 강화시킬 수 있고, 학습을 위한 교육적인 환경이 조성될 수 있다는 것이다.

수학 수업에서 일어나는 수학적 의사소통은 그 내용적인 측면과 방법적인 측면에서 매우 다양한 유형으로 발생하게 된다. 본 연구에서는 그 유형을 김상화(2010)의 연구를 참고로 하여 의사소통의 방향성에 따라 <표 1>과 같이 분류해보고, 또한 의사소통이 어떠한 수단에 의해서 일어나는지에 따라 <표 2>로 분류해보았다.

<표 1> 의사소통의 방향성에 따른 유형 분류

분류 기준	유형	의미
개체 관계	수직적 의사소통	<input type="checkbox"/> 교사와 학생 간의 의사소통 <input type="checkbox"/> 학습 능력의 차이가 있는 학생 간 의사소통 <input type="checkbox"/> 상향식·하향식 의사소통 모두 포함
	수평적 의사소통	<input type="checkbox"/> 동등한 수준의 학생과 학생 간의 의사소통 <input type="checkbox"/> 일원으로 참여한 교사와 학생 간 의사소통
소통 정도	일방적 의사소통	<input type="checkbox"/> 수학적 권위가 있는 교사 주도의 의사소통 <input type="checkbox"/> 응답·교류가 발생하지 않는 의사소통
	쌍방적 의사소통	<input type="checkbox"/> 함께 하는 의사소통 <input type="checkbox"/> 응답·교류가 활발하게 발생하는 의사소통

<표 2> 의사소통의 수단에 따른 유형 분류

기준	방식	유형	방법
구어의 의사소통	받아들이기	듣기	<input type="checkbox"/> 동료나 교사로부터 평가적·분석적·변화적 듣기
	표현하기	말하기	<input type="checkbox"/> 동료나 교사에게 토론·설명·질문·발표·대화하기
문어의 의사소통	받아들이기	읽기	<input type="checkbox"/> 이야기·신문·잡지·동료의 글 등에 제시된 수학 개념 해석하기
	표현하기	쓰기	<input type="checkbox"/> 요약·질문·설명·문제 만들기 노트 만들기·이야기 만들기 그래프와 다이어그램 만들기 등

### 3. 수학적 태도

수학적 태도(mathematical attitude)는 학생들이 수학이나 수학 학습에 대하여 기본적으로 가지는 정의적인 성향을 말하는 것으로, 예를 들어 수학에 대한 흥미와 관심, 자신감, 또는 수학의 가치에 대한 확신 등 수학에 대하여 학습자가 가지는 심리적인 경향성을 뜻한다. 학생들은 오랜 기간에 걸쳐 수학을 학습하게 되고 수학에 대하여 자신의 호불호를 정할 수 있을 만큼 수학적으로 다양한 경험을 하게 된다. 이러한 수학적 경험 속에서 학생들은 수학적으로 성공과 실패를 경험하게 되고, 이는 학생들에게 긍정적 또는 부정적인 인식을 심어준다. 이러한 과정이 계속적으로 되풀이되면서 학생들은 무의식적으로 혹은 의식적으로 수학에 대한 자신의 심리적인 경향을 스스로 정립하게 되는 것이다.

Webb(1972)은 수학에 대한 학습자 자신의 태도가 수학 성취를 예언하는 중요한 요인이 된다고 주장했다. 이처럼, 학생들의 수학적 능력을 신장시킬 수 있는 든든한 학습 바탕을 마련해주기 위해서는 무엇보다도 학생들의 수학적 태도가 긍정적이어야 할 것이며 그 이유를 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 수학적 태도는 수학 학습에 대한 추진력과 인내력을 결정하는 데에 큰 영향을 미치게 된다. 일반적으로 수학을 좋아하는 학생들은 수학을 싫어하는 학생들보다 문제해결을 위한 인내심이 더 강하게 나타나는 것으로 알려져 있다. 반대로, 수학을 학습하는 과정에서 많은 실패를 경험하게 되는 학생들은 수학에 대한 두려움을 갖게 되는데 이를 극복하기 위해서는 심리적인 안정감이 중요하며 이는 바로 수학에 대한 긍정적 태도를 갖도록 함으로써 가능한 것이다.

둘째, 수학적 태도는 수학 학습을 하는 데에 있어서 가장 강력한 동기 유발 요소가 된다. Ricks(2010)는 학교 수학에서 학생들에게 동기를 부여할 수 있는 방법을 찾을 수 없고 또한 학생들은 틀에 박힌 과정에 의해서 수학을 학습하기 때문에 학생들이 지속적으로 수학을 학습할 수 있게 하는 동기 부여가 가능하지 못함을 지적하였으며, 이에 학생들의 수학 학습에 대한 동기를 자극할 수 있는 실제적인 변화를 촉구하였다.

지금까지 수학적 태도를 증진할 수 있는 방안에 대한 연구는 지속적으로 이루어져왔다. 이를 크게 교육 내용적 측면과 수업 모형적 측면에서 살펴보면, 교육 내용적 측면에서는 학생들이 직접 조작할 수 있는 패턴 블록, 탱그램, 지오보드, 퀴즈네어 막대, 소마큐브 등과 같은 다양한 교구를 활용한 활동 중심의 수업 내용과 함께 동화나 이야기를 통한 도입, 수학사를 활용한 동기 유발 등 대체로 학생들이 흥미로워 할 만한 수업 소재를 선택하여 투입함으로써 학생들의 수학적 태도의 신장을 유도하는 경우가 많았다.

한편, 수업 모형적 또는 교수학습 방법적인 측면에서 수학적 태도 증진 방안에 대한 연구에서는 또래와의 소집단 협동 학습을 활용한 수업, 스스로 문제 만들기를 통한 학습, 프로젝트형 문제 해결, 체험수학 학습 방법의 도입, 게임을 활용한 수학 수업 등이 주를 이루었다. 특히 Matsuda(2008)는 학생들이 수학을 시험을 통과하기 위해 배우는 과목이라고 여기는 부정적인 수학적 태도를 고집으며, ICT(Information and Communication Technology), IAG (Instructional Activities Game), STG(Simulate Teaching Game) 등을 학생들의 수학적 태도 개선을 위한 방법으로 제안하기도 하였다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

본 연구의 대상은 서울특별시 성북구 소재 C초등학교 3학년 학생 26명(남 13명, 여 13명)이다. 재적수 29명 가운데서 학습 도움반(특수학급) 남학생 1명은 수학 수업 전체가 학습 도움반에서 이루어지기 때문에 연구 참여가 어려울 것으로 판단되어 제외되었다. 또한 연구 진행 중에 전출을 간 여학생 1명, 그리고 연구 자료 수집 기간에 장기간 결석하고 ADHD(주의력결핍 과잉행동장애) 판정을 받은 남학생 1명에 대해서는 자료 수집 불충분 및 연구 목표 대상으로서의 부적격성 때문에 본 연구 대상에서 제외되었다. 한편 비교집단은 같은 학교 3학년 학생 27명(남 15명, 여 12명 참여)이다. 비교집단의 경우 재적수 28명 중, 학습 도움반(특수학급) 남학생 1명은 실험집단의 학습 도움반 학생과 같은 이유로 목표 연구 대상으로서 부적합하다고 판단하여 연구 대상에서 제외되었다.

#### 2. 검사 도구 및 자료 수집

본 연구에서는 실험의 사전과 사후에 걸쳐 수학적 의사소통 능력과 수학적 태도에 대한 검사가 이루어졌다. 또한 본 실험 전에 실험집단과 비교집단을 대상으로 학업 성취도 측면에서 동질성이 있는지를 파악하고 수학적 의사소통 능력 검증을 위한 모둠을 구성하는데 근거자료로 활용하기 위해서 수학 학업성취도 검사를 실시하였으며, 이 검사에 대한 신뢰도(Cronbach  $\alpha$ )는 .802로써 만족할만한 수준이었다.

수학적 의사소통 능력 측정은 사전 및 사후 검사를 통해서 실시하였으며, 이를 위해서 실험집단과 비교집단 학생들을 대상으로 성별, 상·중·하 성취 수준을 고려하여 7개의 모둠을 구성하였다. 각각의 모둠은 평균적으로 남녀 각각 2명씩, 성취 수준별 상·하위 수준 학생 각각 25%, 중위 수준 학생 50%의 비율로 구성되었다. 학생들은 자신이 속한 모둠의 구성원들과 주어진 문제를 협동하여 해결하도록 하였으며, 문제 해결 과정은 모두 비디오로 녹화되어 수학적 의사소통 능력 측정을 위한 자료로 활용하였다. 검사 도구를 활용한 수학적 의사소통 능력에 대한 사전 및 사후 검사의 신뢰도는 각각 .815와 .895로써 높은 수준인 것으로 드러났다.

또한 실질적인 수학적 의사소통 참여 정도와 수업 중 일어나는 의사소통의 특성을 질적으로 연구·분석하기 위해 실험집단의 수업을 2회 비디오로 녹화하였으며, 첫 번째 비디오 촬영은 수학사 활용 수업의 시작 전에 실험집단 학생들을 대상으로 한 일반적인 수학 수업이 대상이었다. 두 번째 비디오 촬영은 본 연구가 거의 마무리 될 시점에서 시행한 실험집단의 수학사 활용 수업이었다. 사전에 실시된 수학적 의사소통 능력 검사 결과를 바탕으로 구성된 7개 모둠 중 무작위로 2개 모둠을 뽑아 비디오로 각각 촬영하였고, 연구자는 이 비디오 촬영 내용을 통해 수업 중에 일어나는 학생들의 의사소통 상황을 기록하고 분석하였다.

본 연구에서 수학사 활용 수업이 학생의 수학적 태도에 미치는 영향을 알아보기 위하여, 2007 개정 수학과 교사용 지도서에도 소개되어 있는 수학과의 정의적 영역 검사를 사

전·사후에 동일하게 실시하였다. 이 검사는 수학에 대한 흥미와 호기심, 수학에 대한 자신감, 수학에 대한 불안, 수학의 유용성 인식, 과제집착력과 의지, 창의적 사고, 수학 수업에의 참여 등 총 7개 영역 28개 문항으로 구성되어 있으며, 각 문항은 5단계 평정 척도로 24개의 긍정형 문항과 4개의 부정형 문항으로 구성되어 있다. 학생들의 수학적 태도 측정을 위해 실험집단과 비교집단에 적용한 검사도구의 신뢰도는 .912로 매우 높게 나타났다.

더불어, 수학사 활용 후 학생들에게 수학사 활용 수업에 대한 소감문을 작성하게 함으로써 수학사 활용 수업과 수학에 대한 학생들의 생각이나 태도에 구체적으로 어떠한 변화가 일어났는지를 알아보기 위해서 추가적인 자료를 수집하였다.

### 3. 연구 설계

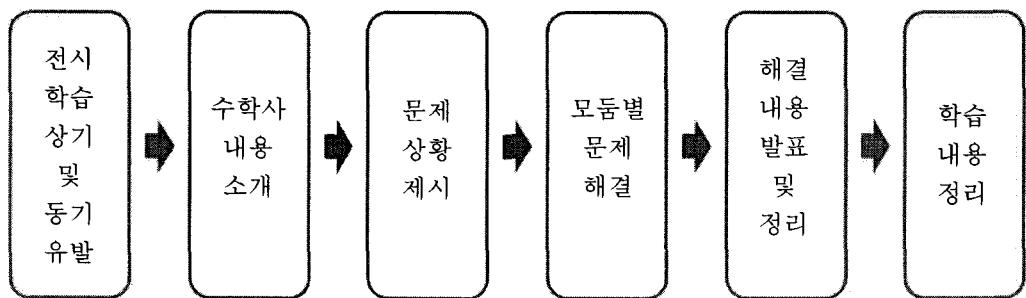
본 연구의 궁극적인 목적은 수학 수업에서 수학사를 어떻게 활용하면 학생의 수학적 의사소통 능력의 향상을 가져올 것인지, 의사소통 참여와 특성이 어떠한 차이를 보이는지, 그리고 학생의 수학적 태도는 어떻게 변화하는지를 분석하는 데에 있다. 따라서 실험집단과 비교집단으로 선정된 두 학급은 각각 다음과 같은 실험처치를 하였다. 실험집단에게는 수학사를 활용한 수업을 진행하였고, 비교집단에게는 일반 교과서를 활용한 교사 중심적인 수업을 진행하였다.

실험집단에 실시한 수학사 활용 수업은 약 2개월의 연구기간 동안 1주에 2차시 정도의 분량으로 총 12차시의 수학사 수업을 일정한 수학사 활용 수업 모형에 입각하여 실험집단 학생들에게 제공하였다. 학생들은 교과서에 나와 있는 수업 내용을 수학사와 관련된 내용으로 색다르게 체험할 수 있는 경험을 하게 되었다. 교사가 수업 내용을 수학사와 관련하여 학생들의 수준에 맞게 재구성한 뒤 이를 파워포인트 자료로 만들어 학생들에게 소개하고, 학생들은 교사가 소개해준 내용을 이해하고 받아들인 가운데 주어진 수학사 학습지를 모둠 활동을 통해 해결하였다.

반면 비교집단은 일반 교과서를 활용한 교사 중심적인 수업으로, 교과서 내용을 담임교사가 학생들에게 일괄적으로 설명하며, 학생들은 그 설명에 따라 문제를 해결하고 수학 익힘책 등의 풀이를 반복하는 방식으로 수업이 이루어졌다. 그 때문에 비교집단에서는 모둠 학습이 거의 일어나지 않고, 수업 중 문제해결이 또래와의 의사소통보다는 스스로의 능력에 의존하거나 담임교사와의 소통에 의해서 일어나는 경우가 많았다.

### 4. 수학사를 활용한 수학 수업 모델

추출·개발된 수학사 내용을 토대로 교사는 수업을 구상한다. 수학사 내용은 수업의 다양한 측면에서 훌륭한 자료로 활용될 수 있는데, 특히 본 논문에서의 수학사 활용 수업에서는 수학사를 수업의 주요 내용 요소로 삼고 이를 통하여 궁극적으로는 필수적인 교육 내용 요소에 대한 이해를 목적으로 한다. 주로 수업은 수학사 내용을 활용한 동기유발에서 출발하여, 담임교사가 소개해주는 수학사 이야기를 학생들이 함께 상호작용하며 이해하고, 이해한 내용을 바탕으로 모둠끼리 주어진 수학사 학습지 내용을 협동하여 해결해내는 과정을 따르도록 한다. 여기에서 학생들의 의사소통 활동이 활발하게 일어나는 과정으로 학습지 해결 활동에 많은 시간을 할애하고 초점을 둔다. 본 연구에서 사용한 수학사 활용 수업 모델을 제시하면 다음 [그림 1]과 같다.



[그림 1] 수학사를 활용한 수학 수업 모델

### 5. 자료 분석 방법

본 연구는 양적 분석 방법과 질적 분석 방법을 병행하였다. 먼저 양적 분석 방법으로 수학적 태도와 수학적 의사소통 능력과 관련하여 사전·사후에 실시한 검사지 결과를 SPSSWIN 12.0 프로그램을 이용하여 t-검정을 실시하였으며, 사전 동질성을 보장할 수 없는 경우에는 공분산분석(Analysis of Covariance, ANCOVA)을 실시하였다. 더불어 수업 녹화분을 프로토콜화한 자료를 통해 학생들의 의사소통 참여도를 수치적으로 분석하기도 하였다.

질적 분석 방법으로는 사후에 실시한 학생들의 수업 소감문을 토대로 수학적 태도에 대한 변화를 학생들의 응답을 토대로 분석하였으며, 사전·사후에 실시했던 비디오 녹화 영상에서 나타난 다양한 수학적 에피소드의 해석을 통해서 수학적 의사소통 과정 속의 정당화 특징을 살펴보았다.

## IV. 연구 결과

본 연구는 수학 수업에서 수학사 활용이 학생의 수학적 의사소통 능력과 수학적 태도에 어떠한 영향을 미치는지를 알아보는데 그 목적이 있었으며, 이를 위해서 실험집단에는 수학사를 활용한 수업이, 비교집단에는 교과서를 활용한 일반적인 교사 중심적 수업이 이루어졌다. 각각의 집단에는 사전과 사후에 수학적 의사소통 능력을 측정하는 검사가 실시되었으며, 더불어 수학적 태도를 알아볼 수 있는 검사지가 투입되었다.

그 연구 결과를 정리하기 위해서 본 연구의 핵심적인 종속 변수인 수학적 의사소통에 대한 사전·사후 검사 결과에 대한 양적 분석 및 수업 녹화를 통한 질적 분석을 실시하였다. 또한 수학적 태도에 대한 효과를 검증하기 위해서도 검사 도구를 이용한 분석 방법과 함께 학생들의 소감문 내용에 대한 질적 분석을 병행하여 실시하였으며 그 결과는 다음과 같다.

### 1. 수학적 의사소통

#### 가. 양적 분석 결과

##### 1) 수학적 의사소통 분석 결과

실험집단과 비교집단을 대상으로 실시된 수학적 의사소통 검사지 분석 결과, <표 3>과 같이 사전 검사에서 실험집단의 평균(M)은 2.17이고 비교집단의 평균은 2.16으로 나타났으며 p값이 0.949로 나타남에 따라 두 집단은 동질집단인 것으로 드러났다. 그리고 사후 검사 결과를 보면, 실험집단의 평균이 2.45이고 비교집단의 평균은 2.03으로 나타났으며, 이는 p값 0.046으로 유의수준 0.05에서 두 집단은 수학적 의사소통 능력 측면에서 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 드러났다.

&lt;표 3&gt; 사전 · 사후의 수학적 의사소통 능력 t-검정

집단	N	사전 검사 t-검정				사후 검사 t-검정			
		M	SD	t	p	M	SD	t	p
실험반	26	2.17	0.662	-.064	0.949	2.45	0.711	-2.04	0.046*
비교반	27	2.16	0.758			2.03	0.773		

\* p &lt; 0.05

이러한 검사 결과는 교과서를 중심으로 한 교사 중심적인 수업을 받은 비교집단의 학생들에 비해, 수학사를 활용한 수학 수업을 받은 실험집단 학생들이 수학적 의사소통 능력에서 많은 성장을 보였다고 해석할 수 있다. 특히 평균값의 측면에서 볼 때, 비교집단은 평균이 2.16에서 2.03으로 하락한 반면 실험집단은 2.17에서 2.45로 크게 증가한 것을 알 수 있는데, 이는 수학사의 활용이 학생들의 수학적 의사소통 능력 향상에 기여할 수 있는 중요한 요인이라는 점을 분명히 보여주는 증거라고 할 수 있다.

이처럼 실험집단이 비교집단에 비해 수학적 의사소통 측면에서 우월한 것으로 나타나게 된 원인을 추측해 보자면 다음과 같은 세 가지를 들 수 있다. 첫째, 수학사 활용 수업에서 제공된 과제가 학생 혼자서 해결하기에는 역부족인 수준으로 제공되었던 것이다. 학생들은 기존에 단원과 관련하여 미리 학습했던 내용들이 수학사 과제를 해결하는 데에 별다른 도움이 되지 않자, 적극적으로 주변 친구들에게 의견을 묻고 답하기 시작하면서 의사소통이 증가했다. 둘째, 수학사를 활용한 수업이 학생들에게 의사소통 할 수 있는 기회와 경험을 다양하게 제공하여 학생들의 자연스러운 발화를 자극하면서, 학생들의 의사소통 능력에 향상을 가져왔다고 볼 수 있다. 셋째, 수학사가 학생들의 의사소통을 신장시키는 데에 적합한 학습 요소였기 때문에, 의사소통에 참여하도록 동기를 부여하면서 서로 활발하게 의견을 나눌 수 있게 하는 소재로 적절하게 작용했던 결과로 풀이된다.

## 2) 수학적 의사소통 참여 분석 결과

### 가) 사전 - 실험집단의 일반 수업

사전의 일반 수업에서 이루어진 학생들의 의사소통은 <표 4>와 같이 대부분 문제에 대한 학생들의 즉각적인 설명이 먼저 이루어지고, 그에 대해서 모둠원들이 질문을 하고 답하는 초보적인 의사소통 활동이 벌어졌다. 조금 더 구체적으로 의사소통 내용의 특징을 살펴보면, 학생들의 설명 수준이 일단 자신이 답이라고 생각하는 것을 충분한 생각이나 고민 없이 짧게 던지는 모습들이 많았다. 예를 들어, “이거 아니야? 5cm!”, “나는 21cm야!”, “11cm! 11cm!”와 같이 단순히 제시된 문제에 대한 답만 나열하는 데에 그치는 수준이었다. 충분한 사고의 과정이 없이 표현하는 것이었기 때문에 답의 정확성이 많이 떨어지는

경우가 많았고, 그 때문에 설명 내용에 대한 모둠원들의 부정적인 반응이 많이 표출되었다.

<표 4> 실험 집단의 사전 의사소통 참여 횟수

모둠	의사소통 참여 횟수								계	
	화자					청자				
	설명	의견	제안	요청	질문	긍정 반응	부정 반응	응답 (진술)		
A	9	.	.	1	9	.	8	4	31	
B	14	1	.	1	6	5	8	6	41	
합계	23	1	.	2	15	5	16	10	72	

부정적인 반응의 질 또한 “만약에 아닐 수도 있잖아.”, “그래. 너네는 12로 해. 난 9로 할 거야. 누가 맞는지 해보자.”등과 같이 막연하거나 논리 없는 고집에 근거한 반응들이 있었다. 질문의 경우에는 질문의 목적이 대부분 상대방 표현에 대한 내용 확인의 수준이나 상대방의 설명이 맞는지 틀리는지 확인하는 수준, 예를 들어 “이게 5cm이고 이게 7cm인 거지?”, “이 삼각형 말하는 거지?”, “빼라는 거야? 더하라는 거야?”등과 같이 한정적이었다.

#### 나) 사후 - 실험집단의 수학사 활용 수업

사후 수업의 의사소통 참여도를 분석해보면, 우선 횟수 부분에서 <표 5>와 같이 설명 38회, 의견 9회, 제안 4회, 요청 11회, 질문 31회, 긍정반응 21회, 부정반응 15회, 응답 30회로 총 159회의 발화 유형을 찾아낼 수 있었으며 이는 사전 수업에 2배 이상이 되는 수치였다. 전체적으로 횟수가 크게 늘고 다른 유형에 비해 설명과 질문, 응답의 유형이 빈번하게 발생하였지만, 의견이나 요청과 같은 사전에서는 거의 볼 수 없었던 발화 유형이 나타나는 것을 발견할 수 있었다.

사전과 비교하여 설명과 질문, 응답의 유형이 다른 유형에 비해 많이 발생한 것이 비슷한 결과였으나, 내용적인 측면에서는 약간 다른 양상이 발견되었다. 사전에서는 설명의 수준이 단순한 답을 말하는 데에 그치는 경우가 많았다. 하지만 사후에서는 학생들의 설명이 문제에 대한 자신의 풀이 과정에 대한 좀 더 명확한 설명이나 부연 설명에 해당하는 경우가 많았다. 예를 들어, “7에 2를 더하면 9잖아.”, “네 번째가 일곱 개니까 거기에서 2개 더 많아지면 다섯 번째는 9개잖아.”, “아홉 개에다가 2개를 더 더하면 되잖아.”등과 같이, 조금 더 자세한 풀이 방법에 대한 자신의 생각을 표현하는 설명 내용이 많았다.

질문의 내용은 사전의 경우에 학생들이 표현에 대한 확인 수준에서 머무르는 것이 많았다면, 사후에서는 문제의 풀이 방법에 대한 자신의 생각을 다른 학생들에게 물어보는 내용의 질문이 많았다. 예를 들어, “덧셈은 했고, 뺄셈은 안 되고, 그럼 곱셈으로?”, “다섯 번째가 5 곱하기 5니까, 열 한 번째면 11 곱하기 11 아니야?”, “그럼 내 규칙이랑 비슷한 거네?”, “3에 더하기 2를 하면 5했잖아. 그러면 5 더하기 얘 4를 더해야 하는 거 아니야?”등 등 질문의 초점이 문제 해결 과정에 맞추어져 있다고 볼 수 있다.

&lt;표 5&gt; 실험 집단의 사후 의사소통 참여 횟수

모둠	의사소통 참여 횟수								계	
	화자					청자				
	설명	의견	제안	요청	질문	긍정 반응	부정 반응	응답 (진술)		
A	10	3	2	1	19	7	4	16	62	
B	28	6	2	10	12	14	11	14	97	
합계	38	9	4	11	31	21	15	30	159	

부정반응의 경우에는 전체적으로 빈번하게 발생하지는 않은 편이지만, 무조건적으로 또는 비논리적으로 부정적인 반응을 보인 경우가 많았던 사전에 비해, 사후에서는 “처음에 1이 나오고 그 다음에 4가 나와야 하는데, 4가 나와?”, “1 곱하기 2는 2, 2 곱하기 3은 6, 그럼 답이 다르게 되잖아.” 등과 같이 학생의 설명에 대한 정확한 근거를 들면서 부정 반응을 보이는 경우가 보다 더 많이 발견되었다.

사후의 의사소통 발화 유형과 관련한 두드러진 특징을 살펴보면, 사전에는 거의 볼 수 없었던 의견이나 요청과 관련한 발화 유형이 증가했다는 것이다. 사후에서 찾아볼 수 있었던 학생들의 의견은 공통적으로 상대방의 설명이나 의견에 대한 자신의 생각을 나타내는 내용이었다. 상대방의 의견에 대해서 자신이 조금 더 덧붙였으면 좋겠다고 생각하는 점이나, 그 의견에 평가를 내리는 등 좀 더 고차원적인 의견을 표현하는 모습을 두드러지게 관찰할 수 있었다.

더불어 상대방에게 다시 설명해주기를 요청하거나 활발히 의견을 개진하기를 촉진하는 등 요청과 관련한 내용이 증가했다. 예를 들어, “칸을 나눠보자. 일단 자기 의견을 써 보자.”, “그래. 뭐가 제일 일리가 있는지, 적합한지 따져보자.”, “네가 생각한 의견을 설명 좀 해봐.”와 같은 것이다. 이는 학생들이 실험을 통해 다양한 의사소통 수업을 경험하게 되면서, 바람직한 의사소통 분위기를 형성하기 위해서는 어떻게 행동해야 하는지 자연스럽게 알게 되었고, 그렇게 알게 된 내용을 실제 다양한 수업 속에서 적용하면서 정확한 이해를 통한 올바른 의사소통에 참여한 것으로 파악해볼 수 있다. 즉 경험을 통해 스스로 터득한 의사소통 기술의 향상을 보여준 것으로 해석해볼 수 있겠다.

#### 나. 질적 분석 결과

학생들에게 수업 소재로 수학사를 제공하면서, 학생들의 의사소통의 질적인 측면이 어떻게 변화하는지 알아보고자 조금 더 면밀하게 분석을 시도하였다. 실험집단에게 사전에 이루어졌던 일반 수업에서 교과서 문제를 활용했던 경우와 수학사 관련 문제를 활용했을 경우를 대비하여, 사전·사후의 수업 촬영 내용을 프로토콜화 하였다. 이 기록을 바탕으로 학생들이 또래와의 의사소통을 하면서 문제에 대한 자신의 생각을 어떻게 정당화시키고 명료화시키는지 그 과정을 비교·분석해보았다. 학생들의 정당화 과정이 권위에 의존하는지, 직관에 의존하는지, 과거에 풀었던 문제에 대한 경험을 활용하는지, 아니면 자신의 수학적인 논리에 근거하여 이루어지는지를 사전과 사후 수업 중에 벌어진 몇 가지의 에피소드를 중심으로 살펴보았다.

<Pre-episode 4 : 일방적인 의사소통의 모습>

예원 : 21cm잖아.

성빈 : (머리를 비비며)아~ 난 이해가 안 가~!

민재 : 어! 나 두 번째 문제도 풀었어!

예원 : (성빈에게 설명을 한다.) 전체 둘레를 구하라니까, 일단 여기는 7, 여기는 5,  
그 다음 여기는 두 개를 더한 값에서 여기를 빼버리면 되잖아.

성빈 : 아~~~~(이해가 되지 않아 머리를 쥐어짜며)

예원 : 그럼 여기를 구해보면 9. 거기에 7 더하기 5 해서 21.

2) 사후 수업에서의 정당화 과정 분석

사후에 실시된 수학사 활용 수업에서 학생들은 수학사와 관련된 학습지 활동을 모둠을 통해 해결하였다. 본 수업의 경우 학생들이 삼각수와 관련된 피타고라스의 일화를 교사와 함께 배우면서 도형수를 인식하고, 그 과정에서 규칙을 발견하는 경험을 하게 구성하였다. 학생들은 이와 같은 경험을 바탕으로 사각수를 묻는 수학사 학습지를 해결하게 되고, 사각수를 표현할 수 있는 규칙을 어떻게 생각해볼 수 있는지 함께 의논하고 사각수 이름을 붙여주는 활동을 통해서 모둠 학습을 지속해나갔다. 의사소통 방식에 대한 별다른 언급 없이, 10여 차례의 수학사 활용 수업을 경험한 후 학생들에게 모둠 활동을 통해서 주어진 문제를 함께 해결하도록 한 결과, 사전과 마찬가지로 학생들은 자신의 해답을 설명하기 시작했다. 그 과정에서 '사후 수업에서 학생들이 보인 수학적 정당화 과정(Post-episode)'의 특징은 다음과 같이 정리해볼 수 있다.

가) 직관·과거 경험·권위에 의한 정당화에 의존

여전히 학생들은 직관적으로 판단하거나 과거 경험에 의존하고 권위에 의존하는 모습들이 일부 존재했다. 에피소드 5의 경우는 사각수를 만들어내는 수 규칙을 찾아내는 데에 있어서, 이와 비슷한 문제를 해결했던 경험을 떠올리며 “이것밖에 할 수 있는 것이 없어서”라는 생각으로 곱셈을 사용하려는 자신의 생각을 정당화하고 있다. 또한 그 설명을 듣고 동조하는 학생의 경우에도 막연하게 “맞을 수 있어!”라고 어떠한 논리 없이 막연한 생각에 의존하여 짐작만 하고 있을 뿐이다.

<Post-episode 5 : 과거 경험에 의존한 정당화>

민경 : 그럼 우리가 아는 단어는 곱셈 밖에 없어~! 요 사칙 연산 중에 하나야...

일연 : 이건 또 덧셈이잖아?

민경 : 1더하기 3은 4. 4더하기 5는 9.

일연 : 9 더하기 7은 16! 그래! 맞을 수 있어!

나) 수학적 논리에 기초한 정당화

사전에 비해 사후 수업에서 두드러지게 드러나는 특징으로, 수학적으로 논리성을 갖춘 설명들이 많이 발견되었다. 에피소드 6의 경우는 사각수의 규칙이 늘어나는 수가 일정하게 2씩 증가하고 있다는 사실을 설명하려는 친구와 그것을 이해하지 못한 친구 사이에서 벌어지는 의사소통 양상이다. 두 친구 모두 다 막연하게 상대방의 생각이 틀렸다고 주장하는 것이 아니라, 왜 그러한 생각이 틀리다고 생각하는지 수학적인 설명을 덧붙여 가며 논리적으로 반박을 하고 있다. 정확한 수학적 근거를 들어 설명을 하고 있다 보니, 상대방이 어

면 부분에서 잘못 생각하고 있는지 잘 잡아내어 다시 설명해주는 것이 가능하기도 했다.

사후 수업에서 학생들의 이러한 변화는 그간 10여 차례의 수학사를 활용한 의사소통 중심의 수학 수업을 학생들이 경험하면서 스스로 체득한 결과라고 여겨진다. 학생들이 수많은 의사소통 상황을 경험하면서 단순히 직관에 의존하거나 권위에 의존해서는 자신의 논리에 힘이 없고, 그러한 논리는 상대방을 납득시킬 수도 없다는 것을 몸소 깨닫게 되었을 것이다. 상대방을 설득시키지 못한 자신의 설명은 상대로부터 추가적인 질문을 유발하게 되고 자신은 이 질문에 합당한 진술을 해내야 하는 번거로운 과정을 반복하기 때문에, 점점 학생들은 상대방이 최대한 알아듣기 쉽고 다른 친구들이 받아들이기에 정확한 수학적인 근거를 들어가면서 말하게 되는 것이다.

#### <Post-episode 6 : 수학적 논리에 의한 정당화>

민재 : 2개씩 늘어나는 거잖아.

예원 : 아니지.

민재 : 내 말은 이렇게 하면 세 개잖아, 처음은 세 갠데, 세 개에다가 두 개 늘어나서 다섯 개잖아. 그럼 다섯 개에서 두 개 늘어나서 일곱 개잖아. 또 이렇게 해가지고 일곱에서 아홉.

예원 : 네가 설명한다면 만약에 맨 처음에 전부 수가 늘어나는 수가 똑같아야 할 거야. 그런데 얘는 세 개씩 늘어나고 이건 계속 두 개씩 늘어나고 두 개씩 늘어나고...

민재 : 무슨 소리야? 뭐가 두 개씩 늘어나?

예원 : 얘는 1이야. 맨 처음에 1이 있어. 근데 얘는 세 개씩 늘어났지. 일단 원래 세 개씩 늘어났다 쳐봐? 그 다음에는 두 개씩 늘어났어.

민재 : 그럼 다 더하면 다섯 개잖아. 생각해봐.

예원 : 아니 근데, 원래 얘도 늘어나는 수라면 얘도 똑같아야 할 거야. 두 개씩 늘어나야 할 거야. 모두 다 두 개씩 늘어나야 하는데 얘만 세 개고 얘는 두 개씩 늘어났잖아.

민재 : 아니 내 말은 그게 아니라... 그 규칙이 아니라 내 말은 이게 세 개야. 3 더하기 2 하면은 5잖아. 그래서 이쪽은 5가 나왔어. 그 다음 5에서 더하기 2를 하면 7이잖아. 그래서 이렇게 된다는 말이야. 내 말 속에는 그런 말은 안 들어갔어.

#### 다) 쌍방적 의사소통의 빈번한 발생

사후 수업에서 학생들은 소속된 자신의 모둠원들과 서로 호흡을 맞추고 함께 주고 받으며 문제를 해결하는 모습이 뚜렷하게 나타났다. 사전의 일반 수업에서는 학생들끼리 자신만의 생각을 그저 풀어놓기에 급급하여 상대방이 자신의 생각을 이해했는지의 여부는 중요하게 생각하지 않았던 모습이 두드러졌다. 사후의 수학사 활용 수업에서는 학생들이 자신의 풀이 과정을 적극적으로 설명하면서 상대방의 궁정적인 반응을 살피고, 혹 문제 제기를 하는 학생의 질문에는 곧바로 자신의 논리를 세워 다시 반박하는 등의 모습을 보이는 것을 관찰할 수 있었다.

에피소드 7의 경우, 사각수 규칙을 발견해내기 위해서 모둠원들이 주어진 그림을 수로 표현하고 그 수들 사이의 연관성을 파악해보려고 시도한 모습을 나타내고 있는 것이다. 이 과정에서 주도적으로 풀이 과정을 이끌어나가는 친구가 있고, 그 친구의 풀이 과정을 유심히 듣던 친구들이 함께 묻고 답하면서 사각수의 규칙을 발견해나가고 있다. 기존에 혼자만의 생각에 머물러서 수학적인 과정을 무시하고 직관에 의존하여 해결하려 했기 때문에 다

른 모둠원들의 동의를 얻지 못하고 일방적인 설명에서 끝났던 모습에서, 모둠원들이 천천히 수학적인 과정을 함께 밟아 나가면서 정답에까지 이르는 모습으로 변화한 것이다. 과정 중에 모든 모둠원들의 동의가 전제되고 있기 때문에, 모둠원들이 수학적으로 일치된 생각에 이르게 되는 것이다.

이러한 의사소통 양상의 변화의 의미는 다음과 같이 생각해볼 수 있다. 사전에 모둠 활동을 접해본 학생들은 의사소통 과정이 단순히 자신의 생각을 표현하는 장으로 생각하고 대하였지만, 수차례의 의사소통 경험을 통해 학생들은 이러한 의사소통 과정을 통해서 자신의 생각을 다른 친구들이 다듬어주고 더 좋은 생각으로 발전할 수 있게 도와주는 존재라는 것을 인식하게 되는 것이다. 즉, 모둠 안에서의 의사소통 활동이 자신의 생각을 단순히 드러내는 자리의 개념을 넘어서서, 자신의 생각을 친구들로부터 점검 받고 완성하는 자리의 개념으로 확장된 것이라고 볼 수 있다.

#### <Post-episode 7 : 쌍방향 의사소통의 모습>

민경 : (주어진 문제를 푸는 데에 일단 집중한다.) 첫 번째는 1개, 두 번째는 4개. 세 번째는...

일연 : 9개. 네 번째는 16개

민경 : 왜?

일연 : (가로, 세로의 개수를 세며) 1,2,3,4, 그리고 1,2,3,4 그래서 16. 다섯 번째는 25.

민경 : 그러면 (첫 번째, 두 번째의 값을 비교하며) 여기는 3이 더 크고, 여기는...

일연 : 5! 그 다음은...

민경 : 그 다음은 5 아닌데?

혜빈 & 제준 : 7!

민경 : 그 다음은~

혜빈 & 제준 : 9!

민경 : 그래. 9가 커지고. 그러면 이 수들끼리 보면 여기서..(수들을 연결해 차를 구하려 한다.)

아이들 : (각 수를 연결하려고 할 때마다) 2! 2! 2!

사전의 일반 수업과 비교했을 때, 사후 수업의 수학적 의사소통에서 이와 같은 차이점이 발생한 이유는 수학사 학습지 자체가 원리적인 측면에서 접근한 면이 많아, 학생들의 풀이 과정이 단순한 답 맞히기 과정을 넘어서 논리적으로 접근하게 된 것이고, 학생들의 사고 과정을 잘 고려하여 배려된 학습 활동으로 꾸며졌기 때문에, 학생들이 자연스럽게 생각을 열고 발화하게 된 것으로 파악된다. 학생들의 발화를 유도하고 궁금증을 유발하거나 생각이 쉽게 모이지 않는 문제들로 이루어진 수학사 활용 학습지가 학생들에게 서로의 생각을 나눠 합일점을 찾아가도록 요구하고 인도하는 역할을 함으로써, 학생들은 자연스럽게 서로의 생각을 주의 깊게 듣고 긍정하거나 반박하는 등 활발한 의사 표현을 하게 되는 것이다.

## 2. 수학적 태도

### 가. 양적 분석 결과

실험집단과 비교집단 학생들의 수학적 태도에 대한 사전 동질성 여부를 확인하기 위하

여각 집단의 수학적 태도에 대한 사전 검사에 대한 t-검정을 실시하였다. 그 결과 실험집단의 평균은 3.14였으며 비교집단의 평균은 3.47로 유의수준 .05에서 p값이 .054로 나타났다. 이는 두 집단 간에 통계적으로 수학적 태도 측면에서 차이가 없음을 의미한다.

&lt;표 6&gt; 사전 수학적 태도에 대한 t-검정

집단	N	M	SD	t	p
실험집단	26	3.14	0.572		
비교집단	27	3.47	0.613	1.969	0.054

\*  $p < 0.05$ 

하지만 5점 만점의 수학적 태도 검사 척도에서 실험집단과 비교집단이 보인 평균의 차이(0.34)는 두 집단이 동질하다고 결론을 내리기에는 무리가 있다는 생각이 들어 수학적 태도와 관련하여 추가적인 분석을 하여 조금 더 정밀한 연구 결과를 얻고자 하였다. 따라서 사전에 발생한 수학적 태도 검사 결과에 의한 영향을 제거하기 위하여, 종속변수인 사후 수학적 태도에 영향을 미치는 사전 수학적 태도를 공변량(covariate)으로 설정하고 조정된 평균값을 바탕으로 공분산분석(Analysis of Covariance, ANCOVA)을 실시하였다. 그 결과를 살펴보면 아래의 <표 7>과 같으며, 조정된 평균값은 실험집단 3.369, 비교집단 3.383으로 도출되었다.

&lt;표 7&gt; 수학적 태도의 사전·사후 비교 및 조정된 사후 검사 결과

집단	사전검사		사후검사		조정된 사후검사	
	평균	표준편차	평균	표준편차	평균	표준오차
실험집단	3.14	0.572	3.35	0.602	3.369	0.127
비교집단	3.47	0.613	3.39	0.659	3.383	0.125

이러한 조정 평균값을 바탕으로 하여, 최종적으로 사전 태도 점수의 영향을 통제한 상황에서 집단 간에 사후 수학적 태도 검사 결과에 어떠한 변화가 일어났는지 알아본 결과, 다음의 <표 8>과 같다.

&lt;표 8&gt; 사후 수학적 태도 검사 공변량 분석 결과

변량원	제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
사전점수	0.173	1	0.173	0.248	0.516
학급	0.002	1	0.002	0.006	0.941
오차	20.217	50	0.404		
합계	20.417	52			

집단 간 사후 수학적 태도 검사에 대해 변량 분석을 실시한 결과,  $F=0.006$ ,  $p=0.941$ 로 유의수준 0.05에서 사전 수학적 태도 검사 결과의 영향을 통제한 후에도 두 집단 간의 별다른 차이를 발견할 수 없음을 알 수 있었다. 즉, 학생들을 대상으로 실시한 수학적 태도

검사지를 통해서는 통계적인 분석 값으로, 유의미한 결과의 차이를 얻어내지 못하였다. 이와 더불어 추가적으로 수학적 태도의 세부 항목별로 공분산분석을 실시해보았지만, 유의미한 결과를 발견할 수는 없었다.

#### 나. 질적 분석 결과

##### 1) 수학에 대한 불안 해소 및 자신감 회복

학생들은 수학사 수업을 통해서 수학에 조금 더 적극적으로 자신감을 가지고 참여하게 되었다고 생각을 풀어놓았다. 더불어 기존에 어렵고 딱딱하기만 했던 수학이 쉽고 재미있어져서, 앞으로도 이와 같은 수업을 또 하고 싶다고 응답한 학생들이 많았다. 평소 수학 시간에는 선생님으로부터 설명을 듣고 관련된 문제를 푸는 데에만 급급했던 것과는 달리, 재미있는 이야기 형식으로 선생님이 설명을 해주고 그것을 토대로 친구들과 토의했던 경험에 대해 학생들이 흥미로워했던 것을 알려주는 대목이다.

##### 2) 수학사가 가진 신선함

학생들은 수학사 수업을 통해서 자신이 알지 못했던 것에 대해 알게 되어서 좋았다고 말했다. 다소 수학사 내용이 어려웠지만 어디서도 배우지 못했던 내용을 학교에서 배운 것에 대해서 흥미로워했다. 대부분의 학생이 학원 등에서 선수 학습을 통해 이미 학습 내용을 알고 수업에 참여하는 것이 익숙했던 상황에서, 학급에 있는 친구 어느 누구도 접해보지 못한 내용을 학교 수학 수업을 통해 새롭게 알게 되는 것에 대해서 신기해했다. 특히 생소한 수학사를 다루게 되면서 접할 수 있었던 신기한 학습 분위기는 바로 모든 학생이 수업 내용에 대한 맘의 정도에 있어서 평등해지는 것이었다. 선수 학습을 하기 힘든 수학사의 특징 때문에 학생들이 누구도 그 내용에 대해서 확답을 내리지 않게 되면서, 수학을 잘 하는 학생이거나 못 하는 학생이거나 서로의 생각을 자연스럽게 나누게 된 것이다. 또한 학생들은 똑같은 시점에 함께 새로운 내용을 접하게 됨으로써, 새로운 것에 대한 맘이 총족되는 기쁨을 스스로 느꼈던 것으로 파악해볼 수 있었다.

##### 3) 수학의 유용성 경험

학생들은 옛날부터 발달해온 수학적인 개념을 통해서, 옛날 수학에 대해서 신기해한 것과 더불어, 수학이 점차 발전해서 지금은 쉽고 간단한 방법으로 우리가 배우고 있다는 것에 대해서 다행스럽게 여겼다. 오랜 세월을 걸쳐 발달해온 수학을 직접 경험해보면서, 수학이 옛날부터 어떻게 쓰여 왔는지를 알아보면서 수학이 그동안 많은 발전을 해왔고, 그 내용이 생활에 매우 유용하다는 것을 깨닫게 된 것으로 보였다.

실제 수업 시간에 본 연구자가 강조하면서 가르쳤던 부분이기도 했던 수학의 유용성 부분은 학생들이 수학사와 관련된 오래된 이야기나 문제, 혹은 수학적 개념의 발달 과정 등을 본 수업을 통해 접하게 되면서, 오랜 시간을 걸쳐 형성된 지금의 수학적 개념과 과정들이 얼마나 가치 있는 것인가에 대해서 학생들이 경험하기를 바랐던 부분이었다. 실제로 학생들 또한 복잡하기도 하고 생소하기도 한 수학사 내용을 접해보면서, 과거와 현재의 수학의 모습에 차이를 직접 느끼게 되고 그러한 발전에 힘입어 오늘날 사회의 발전에 든든한 기초가 되어준 수학의 힘을 스스로 깨닫게 되었다.

#### 다. 분석 결과에 대한 논의

위에서 언급한 바와 같이, 수학적 태도 검사지를 활용하여 실험집단과 비교집단 간의 t-검정, 공분산분석 방법으로 분석한 결과, 두 집단의 사전·사후의 수학적 태도 변화에 있어서 통계적으로 유의미한 변화를 찾아볼 수는 없었다. 세부 영역별로 살펴보았을 때에도 그 변화의 정도는 통계적으로 의미가 없었다. 소감문 발췌 기록을 볼 때 수학적 태도의 변화가 의미가 없었다고 단정하기에는 다소 무리가 있지만, 수학사 활용 수업이 통계적으로 유의미한 변화를 이끌어내지 못한 이유로 수학사 내용이 학생들에게 다소 어렵게 느껴졌고, 학생들의 심적인 변화를 이끌어내기에는 연구 투입 시간이 부족했던 결과로 짚어볼 수 있다.

하지만 눈여겨 볼만한 것은 비록 연구 결과가 유의미한 수준은 아니었지만 실험집단과 비교집단의 점수 변화 방향성이 서로 달랐다는 점이다. 비교집단의 경우, 수학에 대한 불안 영역과 수업에의 참여도 부분에서 상승을 보였지만 그 외의 나머지 영역에서는 평균의 하락을 보였다. 하지만 그에 비해 실험집단의 경우에는 전 영역에서 점수가 높아진 결과를 얻을 수 있었다. 이러한 연구 결과는 비록 학생들의 변화 수준이 통계적으로 의미 있다고 할 수 있을 정도로 명확하게 도출되지는 않았지만, 수학사 수업을 통해서 전반적으로 학생들이 수학에 대한 태도에서의 긍정적인 변화를 어느 정도 스스로 경험했다고 해석할 수 있겠다.

### V. 결론 및 제언

본 연구는 수학사 활용이 학생의 수학적 의사소통 및 수학적 태도에 어떠한 영향을 미치는지 알아보는 데에 그 목적을 두고 출발하여, 양적·질적 검사와 분석을 병행하였다. 이를 통해 수학사 활용 수업의 의사소통에의 영향을 참여도와 수학적 정당화 과정을 중심으로 살펴보고, 수학사 활용 수업의 수학적 태도에의 영향을 알아보았으며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 수학사 활용 수업은 학생들의 의사소통 참여도를 향상시키는 데에 도움이 된다. 교과서를 활용한 사전 일반 수업과 수학사 내용을 활용한 사후의 수업을 비교했을 때, 의사소통의 참여도는 2배 이상 증가하였다. 수학사 활용 수업에서는 학생들에게 프로젝트처럼 하나의 문제 덩어리가 주어지고, 학생들은 혼자 힘으로 해결할 수 없는 이 문제를 자연스럽게 모둠원과 함께 해결하게 되었다. 그 과정에서 학생들은 빈번하게 서로의 생각을 주고 받게 되었으며, 특히 수학사를 활용한 수업에서는 학생들이 다양한 질문과 설명을 하며, 더불어 사전의 일반 수업에서는 관찰하기 힘들었던 상대방의 설명에 대한 자신의 의견을 개진하는 모습이나, 바람직한 의사소통을 위해 상대방에게 요청하는 모습 등 조금 더 고차원적인 참여 태도를 엿볼 수 있었다.

둘째, 수학사 활용 수업은 학생들이 수학적인 논리를 가지고 자신의 의견을 상대방에게 정당화 하도록 유도한다. 수학사 활용 수업에서는 학생들이 자신들의 의견을 활발하게 표현하면서도 상대방의 의견을 관심 있게 듣고 이해가 되지 않는 부분이나 납득이 되지 않는 부분은 지속적으로 질문하며, 상대방이 꾀하는 수학적 정당화가 한층 더 완성도 있게 이루어질 수 있도록 도와주었다. 이러한 분위기가 형성되다 보니 수학적 정당화를 꾀하는

학생들 또한 상대방이 논리적으로 인정하고 받아들일 수 있는 설명을 하기 위해 노력했다. 이것은 수학사 학습지 자체가 원리적인 측면에서 접근한 면이 많아 학생들의 풀이 과정이 단순한 답 맞히기 과정을 넘어서 논리적으로 접근할 수 있도록 이야기 소재와 분위기를 형성해준 것이라 볼 수 있다. 또한 이미 역사적으로 밟아왔던 과정을 학생들이 경험하기에 충분한 수준으로 해석하여 제공된 학습 활동이었기 때문에, 학생들이 자연스럽게 생각을 열고 발화하고 논리적으로 생각하게 된 것으로 파악된다.

셋째, 수학사 활용 수업이 학생들의 수학적 태도에 통계적으로 유의미한 변화를 가져왔다고 볼 수는 없었으나, 긍정적인 변화의 조짐은 관찰할 수 있었다. 수학사 수업을 통해 관찰할 수 있었던 변화는 학생들이 수학에 대한 불안을 해소하고 자신감을 가지게 되었으며, 수학사가 가지고 있는 신선힘을 통해 수학에 대한 흥미를 불러일으킬 수 있었고, 수학의 유용성 또한 경험할 수 있었다는 점이었다. 특히 비교집단 학생들의 부정적인 태도 결과에 비해, 실험집단 학생들의 경우 모든 영역에서 고르게 향상된 모습을 관찰할 수 있었던 것은 조금 더 지속적인 수학사 활용 수업의 긍정적인 효과를 짐작해보는 데에 충분하다고 생각된다. 단, 기존의 수학사와 수학적 태도에 관한 논문들의 연구 결과가 일관되지 않은 부분이 많은 바, 수학사가 수학적 태도에 긍정적인 영향을 미친다고 단언하기에는 논란의 여지가 있다.

따라서 참된 의미에서 학생들의 의사소통 신장을 목적으로 한 수학사 자료의 활용이 이루어지게 하기 위해서는 학생들에게 적합하고 다양한 수학사 소재를 개발하고, 이를 제대로 활용할 수 있는 수업 모형이 구안되어야 하며, 수학사 활용과 관련된 구체적이고 다양한 교사 연수가 확산되어야 할 것이다.

또한 본 연구가 가지는 한계를 보완하기 위해, 후속하는 연구에서는 연구 대상을 확대하고 다양한 수준의 수학사 소재를 개발하여 의사소통의 특성을 분석하는 연구가 필요하다 하겠다. 또한 본 연구에서 연구 문제 중 하나였던 수학사 활용 수업과 수학적 태도 간의 영향 관계에 대해 논란의 여지가 있는 부분으로 남겨 둔 결과를 바탕으로 하여, 후속 연구에서는 수학사를 활용할 때 학생의 수학적 태도가 긍정적인 변화를 가져올 수 있도록 폭넓게 범용할 있는 수학사 내용과 수학사 수업 모델을 개발하는 연구가 지속되어야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- 강완, 김상미, 박만구, 백석윤, 오영열 (2009). 초등수학교육론. 서울: 경문사.
- 김상화 (2010). 초등학교 수업에서 수학적 의사소통의 목표 설정 및 지도의 실제. 한국교원대학교 교육대학원 박사학위논문.
- 김순화 (2001). 수학사를 도입한 초등학교 수학 교육의 학습 효과에 대한 연구 : 초등학교 6학년을 중심으로. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김찬희 (2008). 수학사를 활용한 교수·학습 자료가 수학적 성향 및 수학 학업 성취도에 미치는 영향. 진주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김춘영 (1992). 수학사를 이용한 국민학교 수학과 교재 개발연구. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김하영 (2006). 수학사를 활용한 학습 동기 유발 자료의 효과 분석. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 박화영 (2003). 수학사를 이용한 초등학교 수학 교수 학습 자료의 개발 및 적용에 관한 연구. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 배민혜 (2000). 수학사와 관련한 초등 수학 교수-학습 자료 개발 연구. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 우정호 (1998). 학교 수학의 교육적 기초. 서울: 서울대학교 출판부.
- 유금순 (2006). 수학사를 이용한 초등학교 수학과 읽기 자료가 수학과 학습 태도에 미치는 효과. 진주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 윤상현 (2007). 수학사 활용 학습이 학업 성취와 태도에 미치는 영향. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이미연, 오영열 (2007). 수학적 과제가 수학적 의사소통에 미치는 영향. 수학교육학연구, 17(4), 395-418.
- 전영자 (2000). 소집단 수학 학습의 협상 과정 분석. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 정용식 (2003). 수학 이야기 교수·학습 자료 개발과 적용에 관한 연구. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Howard, C. A. (2009). Mathematics problems from ancient Egyptian papyri. *Mathematics Teacher*, 103(5), 332-339.
- Matsuda, T. (2008). Using instructional activities game to promote mathematics : Teachers' innovative instruction. *Online Submission, U.S.-China Education Review*, 5(3), 24-30.
- Mumme, J., & Sheperd, N. (1990). Communicating in mathematics. *Arithmetic Teacher*, 38(1), 18-22.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards*

- for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Ricks, T. E. (2010). Mathematics "is" motivating. *Mathematics Educator*, 19(2), 2-9.
- Savizi, B. (2007). Applicable problems in the history of mathematics: Practical examples for the classroom. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, 26(1), 45-50.
- Webb, R. J. (1972). A study of the effects of anxiety and attitudes upon achievement in doctoral educational statistics courses. *Dissertation Abstracts International*, 32, 4997A-4998A.

<Abstract>

The Influence of Mathematical History-Based Mathematics Teaching on Mathematical Communication and Attitudes of Elementary Students

Heo, Do Ha<sup>4)</sup>; & Oh, Youngyoul<sup>5)</sup>

This study was to investigate the effects of mathematical history-based mathematics teaching on mathematical communication and attitudes of elementary students, through selecting mathematical history content to apply to elementary mathematics and devising an instruction model to use effectively. For this purpose, while the experimental group received instruction using mathematical history and the comparative group lecture-based instruction using the common textbook, both quantitative and qualitative methods were employed to analyze gathered data. To conclusion, first, instructions using mathematical history were helpful for increasing the student's participation in communication, and secondly helped the students justify their opinions to others with mathematical logic.

Keywords : mathematical history, mathematical communication, mathematical attitude

논문접수: 2011. 07. 12

논문심사: 2011. 07. 16

제재확정: 2011. 08. 02

4) grapehoi@hanmail.net

5) yyoh@snue.ac.kr