

초등수학에서 직관적 원리에 의한 교육 내용 분석¹⁾

이대현²⁾

이 연구는 초등학교 수학 지도에서 직관적 교수 원리의 중요성을 인식하고, 교육과정과 그 해설서, 그리고 교과서에 제시된 직관적 원리에 의한 교육 내용을 분석하였다. 이를 위해 초등학교 교육과정과 그 해설서에 제시된 교육 내용에서 직관적 원리에 의한 내용을 추출하고, 이 내용이 교과서에 어떻게 구현되었는가를 분석하였다. 분석결과, 교육과정의 수학 교과 성격에서는 직관적 원리에 의한 지도를 제시하고 있었으나, 목표와 교수·학습 방법, 평가에서는 직관적 원리에 의한 지도 내용을 제시하지 않고 있었다. 또한 내용영역에서는 교육과정 문서에는 직관적 원리에 의한 지도 내용을 제시하지 않았고, 교육과정 해설서에만 도형 영역 12개, 측정 영역 1개, 확률과 통계영역 2개가 제시되어 있었다. 그리고 본 연구에서 제시한 직관적 지도 원리 6가지 중에서 특정 원리에 치중되어 있었다. 이러한 결과를 바탕으로 교육과정 구안과 교과서 집필에 필요한 직관적 원리에 따른 수학 지도의 시사점을 도출하였다.

[주제어] 직관적 원리, 교육과정, 교육과정 해설서, 교과서, 교육 내용

I. 서 론

수학교육을 담당하는 수학교육 연구자들은 빠르게 변화하는 세계의 삶에 필요한 수학적 능력을 학생들이 겸비할 수 있도록 다양한 교수·학습지도 방법을 모색해 오고 있다. 이러한 교수·학습지도 방법을 통해 학생들은 수학을 내실 있게 배우고 이해해 갈 수 있다. 연구자들은 수학 교수·학습을 효율적으로 운영하기 위하여 활동성의 원리, 역사-발생적 원리, 직관적 원리 등과 같은 다양한 학습지도 원리를 제시하고 있다. 이 중에서 직관적 원리는 인간 내부에 잠재되어 있는 '직관'의 힘에 의한 학습지도 방법을 제시한 이론으로, 추리나 판단 등과 같은 사고 과정을 거치지 않고 대상이나 사실을 직접 인식하도록 이끄는 교수 방법이다.

수학의 역사를 통해 직관은 수학적 발견에 힘을 주는 사고 작용으로 인정되어 왔다. 특히 Poincaré(1905)는 자신의 수학적 발견 과정에 대한 경험과 수학자들의 수학적 발견의 과정에 대한 고찰을 통하여 수학에서 직관 없이는 진정한 창의적인 활동이 불가능하며, 직관은 논리적으로 타당한 길을 선택하는 힘을 부여한다고 하였다. 수학의 역사에서 알 수 있듯이, 직관의 힘은 학교 수학에서 학생들이 수학을 행하는 과정에서도 그 역할을 할 수

1) 본 논문은 2010학년도 광주교육대학교 학술연구비 지원에 의해 연구되었음.

2) 광주교육대학교 수학교육과

있다. 왜냐하면 학생들은 기성의 수학을 따르기보다는 자신의 탐구적이고 발견적인 사고 과정을 거쳐 수학을 경험할 수 있기 때문이다. 즉, 학생들은 처음부터 형식적인 수학을 배우는 것이 아니라, 경험적으로 또는 비형식적으로 정신적인 활동을 통해 직관적으로 경험하는 아이디어를 바탕으로 추측하고 개선하는 과정을 통해 지식의 구성 활동에 참여할 수 있기 때문이다.

특히 초등학교 학생들은 연역적 추론 과정이나 증명을 통하여 형식화된 수학을 배우기 보다는 경험이나 일상적인 소재 및 교구를 이용한 구체적인 조작 활동을 통해 수학을 배우고 행하는 것에 적절한 인지구조를 가지고 있다. 이에 초등 수학교육은 경험이나 활동을 통해 수학적 사실을 즉각적으로 인식하고 이해하도록 하는 직관적 원리에 의한 교육에 더 많은 관심을 가져야 한다. 따라서 초등 수학 학습은 논리적이고 분석적인 사고 과정을 통한 학습보다, 실생활의 경험이나 구체적 조작 활동을 바탕으로 수학적 사실을 직관적으로 인식하고 이를 활용할 수 있도록 해야 한다. 즉, 초등 수학 지도는 수학의 발생적 맥락에서 나타날 수 있는 개념 형성의 과정을 재현하여, 개념의 의미를 직관적으로 파악할 수 있는 직관적인 탐구의 길을 열어두어야 한다.

초등학교 수학에서 직관적 원리에 의한 학습 내용은 학생들의 사고와 발달 과정에 적합하도록 적절한 내용을 추출하여 교육과정과 이에 대한 해설서, 그리고 교육과정을 실현한 교과서를 통해 제시될 수 있다. 그리고 이러한 학습 내용은 학습의 접근 방법에서 차별화가 될 수 있도록 학습 안내와 교과서 구성 및 학습 방법에 구체화되어야 한다. 그간의 직관에 관한 연구는 주로 '직관'의 의미나 직관과 관련된 교수 원리를 추출하는데 그치는 경향이 있었다(Wittmann, 1981). 실제로 교육현장에서 직관을 근간으로 한 교육을 구현하기 위하여 직관적 원리에 의한 수학 학습에 대해 탐구가 필요하다.

2007 개정 수학과 교육과정 해설서에는 도형 개념의 도입, 합동, 대칭 등의 개념과 같이 초등학생들에게 논리적인 전개가 어려운 수학 내용을 지도할 때 직관적 원리를 적용하도록 권고하고 있다. 따라서 단일 교과서로 제시되는 현행 교과서에 비추어 논리적으로 제시하기 어려운 학습 내용을 직관적 원리에 따라 적절히 제시하고 있는가를 분석할 필요가 있다. 또한 직관적 원리에 의한 지도를 제시하고 있지는 않지만, 직관적 원리에 따라 지도할 것을 권고할 수 있는 내용을 추출할 필요가 있다. 이러한 분석 결과는 직관적인 이해를 바탕으로 수학 학습을 이끌 수 있는 직관적 원리에 따른 교육 방법을 도출할 수 있는 출발점이 될 것이다.

이에 본 연구에서는 2007 개정 수학과 교육과정과 그 해설서에 제시된 초등학교 교육 내용에서 직관적 원리에 의한 내용을 추출하고, 이 내용이 교과서에 어떻게 제시되었는가를 분석하고자 한다. 그리고 이를 바탕으로 초등학교 수학 학습지도에서 직관적 원리에 의한 교육과 교수 방법의 구현에 대한 시사점을 도출하고자 한다.

II. 직관과 직관적 지도 원리

초등학생들은 일상적이고 비형식적인 경험을 바탕으로 수학을 배우는 경향이 있다. 예를 들어, 덧셈과 뺄셈에 대하여 학교 교육을 받지 않은 학생들도 이러한 문제 상황에 직면하게 되면 일상적인 세기 경험과 같은 개개인의 경험이나 사전 지식을 이용하여 문제를 해결하게 된다(Baroody, 1989; Mack, 1993; 2001). 일상적이고 비형식적인 경험에 의한 학

습은 주로 감각기관을 통한 경험에 대한 판단에 의존하게 되며, 그 과정은 즉각적이고 내재적으로 확신하는 과정에서 일어난다는 면에서 직관적 판단에 의존하는 경향이 크다.

일반적으로 직관은 추리나 판단 등을 거치지 않고 대상을 직접 파악하는 작용으로, Fischbein(1987)은 직관적 지식과 동등한 것으로 파악하여 '전체는 그 각각의 부분보다 크다.'는 것을 직관적으로 받아들이는 것과 같이, 하나의 인지 유형으로 사용하고 있다. Kant(1781)는 단순히 대상을 직접 파악하게 해주는 기능으로 직관을 제시하고 있다. 이것은 모든 사고가 직접적이든 간접적이든 직관과 관계를 갖지 않을 수 없는데, 감성 외의 다른 방식으로는 대상이 우리에게 주어질 수 없기 때문이라고 한다. 그에게 수학적 인식의 기본은 '직관'으로, 공간과 시간이 선천적인 인식의 원리로 존재한다고 한다.

Kant에 따르면, 시간과 공간은 선형적인 직관의 형식으로, 수학적 판단은 선형적 형식인 시간과 공간에 의한 종합적 판단이고, 수학의 보편적 성질은 시간직관과 공간직관에 의해 보장된다. 여기서 종합이란 여러 가지 표상을 한데 모아서 그 가운데의 다양한 것을 한 가지 지식으로 파악하는 것이다. Kant는 수학적 인식의 선형적 조건을 시간직관과 공간직관, 범주, 이성의 세 수준으로 나누고, 모든 인간의 지식은 직관으로 시작되고 거기서 개념으로 나아가며 이념으로 끝난다고 하였다(우정호, 2011).

Hersh(1997)는 직관이 수학의 본질적인 부분이기 때문에 바람직한 수리철학은 직관을 무시할 수 없다고 하고, 직관이란 단어가 주는 의미에 대하여 '엄밀함의 반대, 시각적, 전체적, 통합적'을 제시하고 있다. 그는 관념과 정신적 대상의 영역에서 그 성질이 재현 가능한 개념을 수학적 대상이라고 하고, 재현 가능한 성질을 가진 정신적 대상에 대한 연구를 수학이라 하며, 직관을 이러한 내적이고 정신적인 대상들을 생각하고 조사하는 능력이라고 하였다. 또한 Pestalozzi는 합자연적인 조화로운 마음의 개발을 위해 직접적인 방법적 원리를 도입하기 위해 직관이 인식의 기초가 되어야 한다는 면에서 내적 직관의 원리를 제시하고 있다(우정호, 2011). 때때로, 직관이 사물에 대한 직접 관찰의 결과로 직접적인 인식의 과정으로 받아들여지지만, 직관을 '직접 관찰에 근거를 둔 결론내리기'와 구별할 필요가 있다(van Hiele, 1986). 왜냐하면 사물에 대한 관찰만 통해서도 사물의 외현적인 사실만을 인식하는 감각적 지식일 뿐이고, 직관으로 형성하는 사실은 직관적 지식으로 보편성을 가진 지식인 것이다.

수학의 역사를 통해 알 수 있듯이, 직관이 수학적 사실을 발견하거나 문제를 해결하는데 중요한 역할을 해 온 것은 주지의 사실이다(Noddings & Shore, 1984; Poincaré, 1905). 예를 들어 리만(B. Riemann)은 직관적 정신을 소유한 가장 전형적인 수학자 중의 한 명이었는데, 소수의 분포에 대한 그의 가설은 그의 직관에 의한 발견의 힘을 보여준다. 또한 갈루아(E. Galois)의 경우에도 생의 마지막에 남긴 발견의 결과는 그의 직관적 정신의 힘을 느낄 수 있게 해 준다. 그리고 폭스 함수를 발견하는 과정에 대한 포앙카레(H. Poincaré)의 일화는 수학적 발견의 과정에서 직관적 사고력의 가치를 암시해 준다(Poincaré, 1905). 이와 같이 수학의 역사에서 직관은 수학적 발견의 과정에서 불현듯 떠오르는 신호와 같은 영감을 주는 통찰로 나타났다.

수학자들이 수학 발명의 과정에서 보여주는 직관의 중요성은 학교 수학에서 직관을 통한 수학적 발명의 경험을 제공할 수 있는 학습 방안의 모색이 필요함을 제시한다. 특히 초등학생들에게는 그들의 인지 발달 과정에 부합하도록 하기 위하여 구체적인 조작물을 이용한 조작활동이나 주변의 구체물에 대한 관찰과 실험, 실측 등의 활동을 통하여 수학적 사실을 구성하도록 하는 직관적 원리에 의한 학습 방법이 적절하다. 예를 들면 초등학교에서는 직관적인 모델을 사용하여 새로운 수학적 개념을 도입하기도 하는데, 이것은 구체적 조

작기에 있는 학생들의 특성에 잘 부합하기 때문이다. 이런 면에서 직관적 원리에 의한 교수 방법을 언어적 설명 방법에 의존하지 않고 실제적인 사물이나 표본, 그림 등에 의한 직접적인 관찰을 통하여 지식을 습득하는 방법으로 생각할 수 있다(우정호, 2011).

직관적 원리에 의한 교수 방법을 구현하기 위하여 몇 가지 구체적인 원리를 추출할 필요가 있다. 여기서 '직관적 원리'란 단계적이고 분석적인 추리나 판단에 의존하지 않고, 수학적 대상이나 내용을 즉각적으로 인식하도록 이끌어 주는 교수 기법을 의미한다. 이 연구에서는 직관적 교수 방법과 관련된 선행 연구를 바탕으로, 학교 수학에서 구현 가능한 6가지 직관적 원리에 의한 교수 방법을 추출하였다. 특히 이 원리들은 직관적 원리에 의한 교육 내용의 분석 틀이 될 것이며, 이후의 교과서 및 교재 구성과 직관적 원리에 의한 학습 방법 마련에 근거가 될 것이다.

첫째, 직관적 원리를 구현할 방안으로 시각화를 들 수 있다. 이를 '시각화를 통한 직관적 교수 원리'라 칭하기로 한다. 시각화는 추상적인 수학적 개념·원리·법칙을 지도하는 효과적인 방안의 하나로, 전체적이고 자명하게 즉각적인 이해를 창출하는 중요한 기능을 가지기 때문에 어떤 교수학적 방법보다도 수학적 사실을 직관적으로 이해하게 하는데 도움을 준다(Fischbein, 1987). 시각화에 대하여 Hilbert도 그의 책 '기하학과 영상(Geometry and Imagination)'의 서문에서 '시각적인 영상의 도움으로 다양체의 사실과 기하학의 문제, 그리고 그 이상의 것들을 설명할 수 있다. 이것은 탐구와 증명 방법의 기하학적 윤곽을 묘사하는 많은 경우에 가능하다(Zimmermann & Cunningham, 1991, p. 1)'고 기술하며, 시각적인 영상에 의한 직관적 이해를 강조하고 있다. 시각화는 수학의 역사에서도 창의적인 발명 과정에서 중요한 역할을 수행해 왔다. 예를 들면 독일 수학자 클라인(F. Klein), 육각형 구조인 벤젠 분자의 원자의 배열을 발견한 케쿨레(Kekule), 1부터 100까지의 자연수의 합을 구하는 과정에 시각적 영상을 활용한 가우스(Gauss) 등을 들 수 있다. 이러한 예들은 수학적 영감을 얻는 수단으로서 시각화의 역할을 강조한다. 이에 비추어 학교 수학에서 시각화는 수학의 추상적인 개념을 구체적으로 표현해 주어 개념의 직관적인 이해를 도와주고, 문제해결의 과정에서 문제에 내재된 원리를 볼 수 있게 하고, 직접적인 단서나 해결책을 제공하여 직관적인 발견과 통찰을 이끌어 줄 수 있다.

둘째, 직관적 원리를 구현할 방안으로 주변의 현상이나 사물, 일상적이고 구체적 대상에 대한 경험을 통해 얻은 표상을 활용하는 것을 들 수 있다. 이를 '경험에서 얻은 표상을 통한 직관적 교수 원리'라 칭하기로 한다. 의사들과 같이 풍부한 경험을 가진 전문가들은 외관상으로 보이는 최소한의 정보를 바탕으로 자동적으로 판단에 이르게 된다. 이것이 경험을 통한 직관적이고 전체적인 평가의 예이다. 학생들은 생활을 하는 동안 주변의 여러 현상이나 사물, 경험을 바탕으로 개념을 표상하고 비형식적 지식을 구성해 간다. Vygotsky는 이러한 지식을 '자발적 개념'이라고 한다. 자발적 개념은 개념이 참조하는 대상에 주의를 기울이는 경향이 있다(Wertsch, 1985). 주변의 여러 현상이나 사물에 대한 경험을 통해 얻은 비형식적 지식은 학문적인 지식을 직관적으로 받아들이는데 매개체 역할을 한다. 이것은 공간직관과 관계가 있으며, 학생들은 시각·촉각·운동적인 기능을 통해 수용되는 대상에 대한 경험을 바탕으로 안정적이고 자기모순이 없는 자율적인 신념 체계를 구축해 가게 된다. 특히 초등 수학에서는 형식적인 수학의 엄밀한 정의가 어렵기 때문에 구체적인 대상이나 사례를 바탕으로 약속하는 경향이 많다. 이 과정에서는 어떤 정당화나 추론의 과정 없이 경험을 통해 즉각적으로 인식되는 사실을 바탕으로 개념에 대한 표상을 가지도록 이끌어 주고, 이를 바탕으로 개념을 형성하게 하는 것이다.

셋째, 직관적 원리를 구현할 방안으로 부분으로부터 전체의 현상이나 성질을 이끌어 내

게 하는 외삽법을 활용하는 것을 들 수 있다. 이를 '외삽을 통한 직관적 교수 원리'라 칭하기로 한다. 외삽은 타당하게 보이는 몇 가지의 정보만을 가지고도 전체적인 상황에 대한 타당성을 즉각적으로 부여하는 개인의 신념으로 나타나며, 잠재적 무한 개념을 인식하는 것과 같이 동적이고 구성적이다. Freudenthal(1973)은 음수의 지도에 이를 활용하도록 권고하고 있다. 외삽을 통한 직관적 교수 원리는 순환적인 적용을 통해 수학적 귀납법을 인식하는 것과 같이, 부분적인 정보만으로 전체 현상에 대한 즉각적인 판단을 이끄는 데 유용하게 활용할 수 있는 원리이다. 초등 수학에서는 두 점 사이의 가장 짧은 선이 선분이라는 것을 인식할 때 두 점 사이에 수많은 선을 그려보고, 각각을 비교함으로써 얻어지는 개념이 아니다. 우리는 선을 그려보지 않고서도 선을 그리는 활동의 외삽을 통해 언제까지나 두 점 사이에 선을 그려보는 시도를 할 수 있고, 그 결과는 항상 선분의 길이보다 길다는 것을 직관적으로 알게 되는 것이다.

넷째, 직관적 원리를 구현할 방안으로 동형 사상에 기초하여 한 체계의 성질이나 특성을 다른 대상에 적용·해석하는 직관적 모델을 활용하는 것을 들 수 있다. 이를 '모델을 통한 직관적 교수 원리'라 칭하기로 한다. 직관적 모델에는 유추적 모델, 패러다임 모델, 도해적 모델 등이 있다(Fischbein, 1987). 유추적 모델은 두 개의 서로 다른 체계에서 구조의 공통성을 바탕으로 한 체계의 성질이나 특성을 다른 체계에 즉각적으로 적용하는 모델이다. 패러다임 모델은 전형적인 예에 의해 그 체계의 성질이나 특성을 추출하는 모델로, 전형적인 예가 보편적인 예를 설명하는 모델 역할을 한다. 도해적 모델은 그래프나 수형도와 같이 한 체계의 성질이나 특성을 그림으로 표현하여 즉각적으로 이해하도록 하는 모델이다.

다섯째, 직관적 원리를 구현할 방안으로 직관적 사고를 유도하는 발문을 활용하는 것을 들 수 있다. 이를 '발문을 통한 직관적 교수 원리'라 칭하기로 한다. 직관적 사고를 유도하는 발문은 사고의 방향을 제시해 주는 것이 아니라, 학생들이 이해를 위한 탐색을 하도록 지원하고, 이를 통해 문제에 대한 통찰을 경험하도록 해 주는 역할을 한다. 교사가 수업을 통해 많은 지식을 전달해 주고, 학생들이 많은 지식이 소유하는 것이 수학을 하는데 도움이 되겠지만, 학생들이 주어진 자료를 바탕으로 무언가를 스스로 발견하도록 유도하는 발문은 학생들이 끊임없이 노력할 수 있는 문제해결의 의지를 기를 수 있다. 예를 들어 문제를 해결하는 과정에서 교사는 '이 문제는 네가 전에 본 문제와 어떻게 같거나 다르니? 무얼 생각하고 있니? 네 생각을 들어보자. 친숙한 것으로 만들기 위해 무얼 할 수 있니? 이것을 믿을 수 있니? 믿는 것을 기술해 보아라. 더 많은 정보가 필요하니?(Noddings & Shore, 1984, p. 102)'라는 발문을 할 수 있다. 이 발문을 통해 학생들은 문제를 해결하려는 의지를 가지고 문제에 의식적으로 접근하여 고찰하는 과정을 통해 문제를 보고 이해할 수 있는 통찰을 제공하여 '유레카'를 경험할 수 있다.

여섯째, 직관적 원리를 구현할 방안으로 반복적이고 시행착오적인 조작과 실험을 활용하는 것을 들 수 있다. 이를 '조작과 실험을 통한 직관적 교수 원리'라 칭하기로 한다. 수학에는 많은 공식과 원리들이 내재되어 있는데, 이를 형식적이고 기계적인 연습 과정을 통해 무조건적으로 수용하고 활용하도록 지도한다면 학생들은 수학을 무의미한 공식과 원리들의 집합체로 생각하게 될 것이다. 그러나 학생들은 이전의 이해를 바탕으로 반복적이고 시행착오적인 조작과 실험을 통해 공식과 원리의 기본 바탕을 이해하고 발견해 낼 수 있다. 예를 들어 학생들은 쌓기나무 활동을 통해 직육면체의 부피가 쌓기나무의 개수와 같기 때문에 직육면체의 부피를 구하는 공식은 쌓기나무의 개수를 구하는 과정에서 얻을 수 있다는 통찰을 얻을 수 있다.

수학을 지도할 때 형식적이고 연역적인 수학 내용과 체계를 논리적이고 단계적인 정당화 과정을 통해 초등학생들에게 이해시키기가 어렵기 때문에 직관적 원리를 통한 교수 방법에 관심을 가지는 것은 당연하다. 그런데 학생들의 직관적 사고를 자극하는 직관적 원리를 바탕으로 수학을 전개하기 위해서는 교육 내용의 대한 체계적인 분석과 그 내용에 적합한 직관적 원리를 추출하고, 이를 구현할 수 있는 방안을 모색하는 것이 필요하다. 이후에서는 현 교육과정에 제시된 직관적 원리에 의한 교육 내용을 추출하고, 각각의 내용이 어떤 직관적 원리에 의해 구성되었는가를 알아보기로 한다. 이를 통해 직관적 원리에 의한 교수 원리를 구현할 방안을 모색할 것이다.

Ⅲ. 직관적 원리에 의한 지도 내용의 분석

지식 기반 사회에 적합한 자기주도적으로 지적 가치를 창조할 수 있는 자율적이고 창의적인 인간 양성을 목표로 하는 2007개정 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2007)은 2011년에 초등학교 전 학년에 적용되기에 이르렀다. 이하에서는 2007개정 수학과 교육과정과 교육과정 해설서, 이에 따른 교과서를 중심으로 직관적 원리에 의한 교육 내용을 분석하였다. 먼저, 2007개정 수학과 교육과정 문서에서는 교육 내용에 대하여 직관적 원리를 명시적으로 제시한 부분이 한 곳도 없다. 다만, 교육과정의 성격에서는 직관적 원리에 따른 교육 방법에 대하여 '직관이나 구체적인 조작활동에 바탕을 둔 통찰 등의 수학적 경험을 통하여 형식이나 관계를 발견'하도록 하고 있고, 1학년 측정 영역의 양의 비교에 대한 교수·학습 방법에서는 직관적인 비교 활동을 통하여 양감을 느끼게 하는 지도를 권고하고 있는 것이 전부이다(교육과학기술부, 2007).

따라서 2007개정 수학과 교육과정 해설서(교육과학기술부, 2008)에서 직관적 원리에 의한 지도를 권고하고 있는 내용을 살펴볼 필요가 있다. 2007개정 수학과 교육과정 해설서에는 몇 가지 내용에서 직관적 원리에 의한 지도를 제안하고 있다. 이를 크게 나누어 교육과정의 성격과 목표, 교수·학습 방법, 평가 영역과 학년별 교육 내용으로 살펴보았다.

먼저, 2007개정 수학과 교육과정 해설서의 수학 교과서의 성격과 목표, 교수·학습 방법, 평가 영역에서는 성격에 대한 해설에서 '직관이나 통찰 등은 수학의 발명 또는 발견에 중요한 역할을 하므로 구체적인 조작활동에 바탕을 둔 통찰의 경험을 풍부하게 할 필요(교육과학기술부, 2008, p. 48)'가 있음을 제시하고 있다. 그 외의 교수·학습 방법이나 평가에서는 직관적 원리에 의한 지도를 제시하고 있지 않으며, 수와 연산 영역의 지도의 의의에서 학생들이 가정과 사회에서 수를 비형식적이고 직관적인 방법으로 배우고 있다는 것과 도형 영역의 지도의 의의에서 공간에 대한 직관적 감각을 '공간감각'이라고 정의하는 정도에 그치고 있다.

다음으로 영역별·학년별 지도 내용에 대한 교육과정 해설 부분과 교과서에 나타난 직관적 원리에 의한 교육 내용을 분석한 결과는 다음과 같다. 여기서는 II장에서 제시한 직관적 원리에 의한 6가지 교수 방법을 바탕으로 교육과정 해설서에 제시된 직관적 원리에 의한 교육 내용과 이것이 교과서에 어떻게 반영되었는가를 분석하는데 초점을 두었다. 첫째, 수와 연산 영역, 규칙성과 문제해결 영역에는 직관적 원리에 의한 교수 방법을 제시한 부분이 한 곳도 없다. 둘째, 도형 영역에서 직관적 원리에 의한 교수 방법을 제시한 부분은 <표 1>과 같다³⁾. 초등학교 수학에서 도형 영역은 평면도형과 공간도형에 대한 기본적

인 사실뿐만이 아니라, 공간에 대한 직관적인 감각이라고 할 수 있는 공간감각을 기르는 것이 중요하다. 따라서 도형 영역을 지도할 때에는 구체물이나 그림 등을 활용한 구체적 조작활동을 통해 도형의 기본 개념과 성질을 발견하는 것뿐만 아니라, 공간감각을 기르는 것이 필요하다(교육과학기술부, 2008). 이러한 지도 관점에 따르면, 도형 영역을 지도할 때는 학생들이 주변에서 쉽게 접할 수 있는 다양한 구체물로부터 이를 만지고 조작하는 경험의 과정에서 직관적으로 도형을 인식하는 것이 필요하다. 이러한 측면에서 <표 1>과 같이 도형 영역에서 제시된 12개의 직관적 원리에 의한 교육 내용은 새로운 도형의 개념을 도입할 때 '경험에서 얻은 표상을 통한 직관적 교수 원리'에 의하여 지도하도록 권고하고 있다는 것을 알 수 있다.

<표 1> 도형 영역의 학년별 교육 내용에 나타난 직관적 원리에 의한 내용

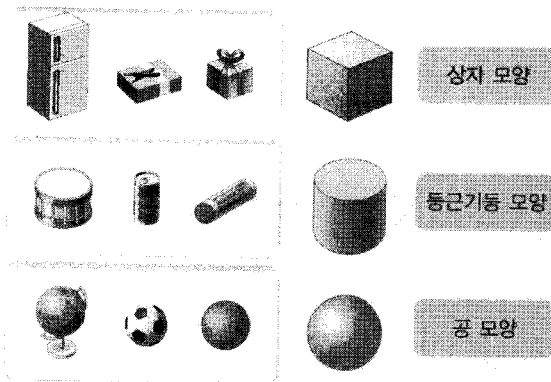
영역	학년	지도내용 ⁴⁾
도형	1	<ul style="list-style-type: none"> ✓여러 가지 물건을 관찰하여 직육면체, 원기둥, 구의 모양을 찾을 수 있다. =주변 사물을 관찰하는 것을 통해 직관적으로 입체도형의 모양을 인식하고, 그 특징을 파악하며,... ✓여러 가지 물건을 관찰하여 사각형, 삼각형, 원의 모양을 찾을 수 있다. =생활 주변 사물을 관찰하는 것을 통해 직관적으로 모양을 인식하고, 그 특징을 파악하며,...
	2	<ul style="list-style-type: none"> ✓선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원을 이해하고, 그 모양을 그리거나 만들 수 있다. =원은 구체물을 이용하여 본을 떠서 관찰하게 한 뒤 원을 직관적으로 정의한다. ✓쌓기나무로 만들어진 입체도형을 보고 똑같이 만들 수 있다. =쌓기나무로 만든 입체도형을 보고 입체도형의 구조를 직관적으로 파악하여 똑같이 만들어 보게 한다.
	3	<ul style="list-style-type: none"> ✓각과 직각을 이해한다. =실생활에 있는 구체물이나 활동을 통해 직관적으로 각과 직각을 이해하게 한다.
	4	<ul style="list-style-type: none"> ✓수직과 평행의 관계를 이해한다. =사물이나 건물 등에서 수직(평행)인 곳과 수직(평행)이 아닌 곳을 관찰하여 그 차이점이 무엇인지를 알아보는 활동을 통해 수직(평행)의 의미를 직관적으로 이해한 후, ...
	5	<ul style="list-style-type: none"> ✓직육면체와 정육면체의 전개도와 겨냥도를 그릴 수 있다. =직육면체와 정육면체를 평면으로 펼쳐보는 활동을 통해 직육면체와 정육면체의 전개도를 직관적으로 이해하고,... ✓도형의 합동의 의미를 알고, 합동인 도형을 식별할 수 있다. =실생활에서 ... 모양과 크기가 같아서 완전히 포개어지는 것을 찾아보게 함으로써 합동의 의미를 직관적으로 이해하게 한다.

3) 직관적 원리에 의한 교육 내용은 내용 수준이나 해설 수준에서 '직관적'이라는 용어가 들어있는 내용을 추출하였음.

4) ✓은 내용 수준에서 기술한 것이고, =은 내용에 대한 해설 수준에 대해 기술한 것임.

	<p>✓선대칭도형과 점대칭도형의 의미를 알고, 그릴 수 있다. =실생활에서 쉽게 볼 수 있는 물건이나 무늬, 동식물, 건축물, 조형물 등을 살펴봄으로써 대칭의 의미를 직관적으로 이해하게 한다.</p>
6	<p>✓각기둥과 각뿔을 이해하고, 구성 요소와 성질을 안다. =실생활의 다양한 물건을 관찰하여 각기둥과 각뿔을 직관적으로 인식하고, ✓원기둥과 원뿔을 이해하고, 구성 요소와 성질을 안다. =실생활의...물건, 건축물 등을 관찰하여 원기둥과 원뿔을 직관적으로 인식하고, ✓회전체를 이해한다. =원기둥, 원뿔, 구를 통하여 회전체와 회전축을 직관적으로 이해하게 하고, ...</p>

한편, 도형 개념의 지도에서는 주변 사물을 관찰하는 것을 통해 직관적으로 입체도형의 모양을 인식하고, 그 특징을 파악하며, 예가 되는 모양과 예가 되지 않는 모양을 다양하게 다룰 수 있어야 한다(교육과학기술부, 2008). 그렇지만 도형 영역에서 직관적 원리에 의한 교수를 권고하고 있는 교육 내용에 대한 교과서 내용을 분석해 보면, 교과서에서는 그러한 과정보다는 [그림 1]과 같이 여러 개의 구체물에서 모양을 추상화하는 과정으로만 제시되어 있어(교육과학기술부, 2009a), 주변의 여러 가지 사물로부터 입체도형의 모양을 직관적으로 인식할 수 있는 교수학적 처치가 필요하다는 것을 알 수 있다. 이러한 교과서 진술 방식은 사각형, 삼각형, 원의 모양에 대한 교과서 내용 전개에서도 유사하게 나타나 있다(교육과학기술부, 2009b).



[그림 1] 입체도형의 개념 도입의 예(교육과학기술부, 2009a, p. 37)

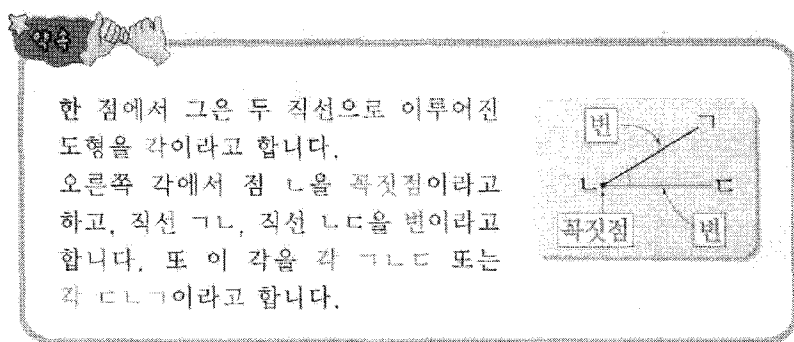
한편, 원의 정의에서는 원을 수학적으로 정의하지 않고, 구체물을 이용하여 본을 떠서 관찰하게 한 뒤 직관적으로 원을 정의하도록 하고 있으며, 교과서도 동그란 모양의 본을 떠 보도록 한 후에 이를 원으로 정의하고 있다(교육과학기술부, 2009c). 이 경우에는 교과서 내용을 바탕으로 주변 사물에 대한 관찰 경험과 동그란 모양의 본을 떠 보는 활동적인 과정을 바탕으로 원을 직관적으로 이해하도록 지도할 수 있을 것이다.

다음으로 쌓기나무로 만든 입체도형을 보고 입체도형의 구조를 직관적으로 파악하여 똑같이 만들어 보게 하는 활동에서는 직관적으로 공간적 구조를 파악하여 재구성하는 의도

로 제시되었으나, 쌓기나무의 구성 형태나 방식을 구체적인 언어나 진술로 설명하는 과정이 없이 시각적으로 인식한 형태를 그대로 구현한다는 의미에서만 직관적 원리를 적용하고 있음을 알 수 있다(교육과학기술부, 2009c).

각과 직각의 개념 이해에서는 실생활에 있는 구체물이나 이를 이용한 활동을 통해 직관적으로 각과 직각을 이해하도록 권고하고 있다. 직각의 경우에는 각도가 상위 학년에서 도입되는 이유로 실생활의 구체물에 대한 관찰로부터 직각을 도입하고 있다. 그러나 각의 개념에서는 실생활의 구체물에 대한 관찰 활동을 거치지만, 궁극적으로는 ‘한 점에서 그은 두 직선으로 이루어진 도형’으로 각을 형식적으로 정의함으로써(교육과학기술부, 2010a) 직관적인 개념 인식과 개념의 형식적 정의가 동시에 포함되어 있음을 알 수 있다([그림 2 참조]).

수직과 평행 개념의 도입에서는 사물이나 건물 등에서 수직(평행)인 곳과 수직(평행)이 아닌 곳을 관찰하여 그 차이점이 무엇인지를 알아보는 활동을 통해 수직(평행)의 의미를 직관적으로 이해하도록 권고하고 있다. 수직(평행)의 개념 도입에서도 각과 마찬가지로 실생활의 구체물에 대한 관찰 활동을 거치지만, ‘두 직선이 만나서 이루는 각이 직각일 때, 서로 만나지 않는 두 직선’을 수직과 평행으로 형식적으로 정의함으로써(교육과학기술부, 2010b) 직관적인 개념 인식과 개념의 형식적 정의가 동시에 포함되어 있음을 알 수 있다.



[그림 2] 각의 개념 도입의 예(교육과학기술부, 2010a, p. 35)

다음으로 직육면체와 정육면체의 전개도에서는 평면으로 펼쳐보는 활동을 통해 직육면체와 정육면체의 전개도를 직관적으로 이해하도록 권고하고 있다. 이 내용에 대한 교과서에서는 직육면체의 모서리를 잘라서 펼쳐보도록 하고, 이를 이용하여 ‘직육면체를 펼쳐서 평면에 그린 그림’을 직육면체의 전개도라고 약속하고 있어(교육과학기술부, 2011a) 직관적인 개념 인식과 개념의 형식적 정의가 동시에 포함되어 있음을 알 수 있다. 합동의 경우에도 완전히 포개어지는 것을 찾아보게 함으로써 합동의 의미를 직관적으로 이해하도록 권고하고 있는바, 교과서에서는 완전히 겹쳐지는 도형을 찾도록 하고 난 후에 ‘모양과 크기가 같아서 완전히 겹쳐질 수 있는 두 도형’을 서로 합동이라고 약속하고 있어, 개념 인식과 개념의 형식적 정의가 동시에 포함되어 있음을 알 수 있다. 또한 선대칭도형과 점대칭도형의 경우에도 실생활의 여러 사물을 살펴봄으로써 대칭의 의미를 직관적으로 이해하도록 권고하고 있는바, 교과서에서는 직관적인 개념 인식과 개념의 형식적 정의가 동시에 포함되어 있음을 알 수 있다.

각기둥과 각뿔, 원기둥과 원뿔, 회전체에서는 실생활의 다양한 물건을 관찰하여 각(원)기

등과 각(원)뿔을 직관적으로 인식할 수 있게 지도하도록 권고하고 있다. 이들 내용에 대한 교과서에서는 주변의 사물이나 입체도형의 모형을 이용한 관찰을 통하여 직관적으로 인식하도록 하고 있으나, 용어의 약속에서는 형식적인 진술 방식을 택하고 있어 직관적인 개념 인식과 개념의 형식적 정의가 동시에 포함되어 있음을 알 수 있다. 또한 회전체에서도 활동을 통한 직관적인 개념 인식과 개념의 형식적 정의가 동시에 포함되어 있음을 알 수 있다(교육과학기술부, 2011c; 2011d).

셋째, 측정 영역에서 직관적 원리에 의한 교수 방법을 제시한 부분은 <표 2>와 같다. 측정 영역에서 직관적 원리에 의한 교수를 권고하고 있는 교육 내용은 비교하는 과정을 통해 양의 개념을 직관적으로 형성하도록 하며, 이때 직관적으로 비교가 가능한 자료를 이용하도록 권고하고 있다. 특히 1학년 측정 영역은 양의 속성을 파악할 수 있도록 직관적, 직접 비교 방법을 활용한다. 이러한 측면에서 교육과정에서는 직접비교가 가능한 자료를 사용하여 직관적으로 비교를 하는 과정을 통해 직관적으로 양의 개념을 형성하도록 하기 위하여 '조작과 실험을 통한 직관적 교수 원리'에 의하여 지도하도록 권고하고 있는 것을 알 수 있다.

<표 2> 측정 영역의 학년별 교육 내용에 나타난 직관적 원리에 의한 내용

영역	학년	지 도 내 용
측정	1	<p>✓구체물의 길이, 둘이, 무게, 넓이를 비교하여 각각 '길다, 짧다', '많다, 적다', '무겁다, 가볍다', '넓다, 좁다' 등의 말로 나타내고 구별할 수 있다.</p> <p>=길이, 둘이, 무게, 넓이를 비교하는 활동을 통해 양의 개념을 직관적으로 형성하고, ...사용하는 그릇은 직관적으로 둘이의 비교가 가능한 그릇을 사용하도록 한다. ...길이나 둘이, 무게, 넓이 등을 비교할 때 사용되는 자료는 직접 비교가 가능한 것을 사용하도록 하고, 학생들이 직관적으로 비교할 수 있는 경험을 제공하며, ...</p>

측정 영역에서 직관적 원리에 의한 교수를 권고하고 있는 교육 내용에 대한 교과서 내용을 분석해 보면, 높이와 둘이는 주변의 사물에 대한 측정 활동에서 직관적 비교와 직접 비교 활동이 혼합되어 제시하고 있다. 또 길이, 무게, 넓이는 주변의 사물에 대한 측정 활동에서 직접 비교 활동만을 제시하고 있다.

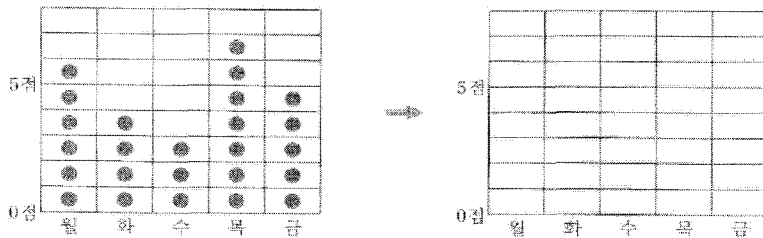
<표 3> 확률과 통계 영역의 학년별 교육 내용에 나타난 직관적 원리에 의한 내용

영역	학년	지 도 내 용
확률과 통계	5	<p>✓평균의 의미를 알고, 주어진 자료의 평균을 구할 수 있다.</p> <p>=실생활에서 일상적인 평균의 의미, 예를 들어 가장 많은, 대략, 보통, 중간 등의 의미로 사용하는 상황을 생각해 보거나 자료의 높이를 맞추는 것과 같이 평균의 시각적인 의미를 파악하는 것을 통해 평균의 직관적인 의미를 파악하게 하고, 주어진 자료의 ...</p>

확 률 과 통 계	6	<p>✓경우의 수를 바탕으로 확률의 의미를 이해한다.</p> <p>=...실생활에서 확률이 사용되는 상황이나 확실한, 불확실한, 불가능한, 그럴듯한, 그럴듯하지 않은 등의 실생활과 관련된 표현에 대한 논의를 통해 확률을 직관적으로 인식하게 한다. ...수학적 확률과 통계적 확률의 관계는 많은 수를 시행했을 때 통계적 확률이 수학적 확률에 가까워짐을 직관적으로 이해하게 하는 정도로 간단하게 다룬다.</p>
-----------------------	---	---

넷째, 확률과 통계 영역에서 직관적 원리에 의한 교수 방법을 제시한 부분은 <표 3>과 같다. 확률과 통계 영역에서는 일상적인 의미에서 평균의 의미를 다루거나 자료의 높이를 맞추는 것과 같은 평균의 시각적 의미 파악을 통해 평균의 의미를 직관적으로 이해시키도록 권고하고 있다. 그리고 확률의 지도에서도 실생활에서 이용되는 확률적인 표현에 대한 논의를 통해 확률을 직관적으로 이해시키고, 많은 시행 결과를 통해 수학적 확률이 통계적 확률로 다가가는 정도를 직관적으로 이해시키도록 권고하고 있다. 이러한 측면에서 확률과 통계 영역에서는 ‘경험에서 얻은 표상을 통한 직관적 교수 원리’, ‘시각화를 통한 직관적 교수 원리’, ‘조작과 실험을 통한 직관적 교수 원리’에 의하여 지도하도록 권고하고 있는 것을 알 수 있다.

확률과 통계 영역에서 직관적 원리에 의한 교수를 권고하고 있는 교육 내용에 대한 교과서 내용을 분석해 보면, 평균의 지도에서는 교육과정의 권고대로 붙임 딱지로 만들어진 그래프를 칸의 높이가 같도록 재배열해 봄으로써 평균의 의미를 시각화를 통해 이해하도록 제시하고 있다. 그렇지만 ‘전체를 더한 합계를 개수로 나눈 것’과 같이 평균에 대한 직관적인 개념 인식과 개념의 형식적 정의가 동시에 포함되어 있음을 알 수 있다(교육과학기술부, 2011b).



※ 칭찬 붙임 딱지를 하루에 몇 개씩 받은 셈입니까?

왜 그렇게 생각합니까?

[그림 3] 평균 개념의 직관적 도입(교육과학기술부, 2011b, p. 98)

확률의 경우에서는 동전던지기로 축구 경기를 시작할 때 공격자를 결정하는 것이 공평한가를 결정하는 발문을 제외하고는 동전을 던져 나오는 면의 비율을 이용하여 확률을 형식적으로 정의하고 있다. 또한 통계적 확률이 수학적 확률에 가까워짐을 직관적으로 이해하게 하는 권고 내용도 교과서에는 제시되어 있지 않다(교육과학기술부, 2011d).

IV. 직관적 원리에 의한 지도 방법에 대한 논의

초등학교 수학을 지도하는데 교육과정은 그 근거가 된다. 교육과정의 수학 교과 성격, 목표, 교수·학습 방법, 평가 영역에서 직관적 원리에 의한 지도를 제시한 부분은 성격에서만 '직관이나 구체적인 조작활동에 바탕을 둔 통찰 등의 수학적 경험을 통하여 형식이나 관계를 발견'하도록 하는데 그치고 있다. 그리고 교수·학습 방법이나 평가에서는 직관적 원리에 의한 지도를 제시하고 있지 않다(교육과학기술부, 2007). 교과의 성격은 그 교과를 교수·학습하는 방법에 대한 전체적인 방향을 설정해 주는 기능을 가지고 있다. 따라서 현행 교육과정의 성격에 부합하는 교수의 방향을 교육 내용과 방법, 평가 등에서 명시하여 이를 구현할 수 있는 방안을 마련할 필요가 있다.

특히 교수·학습 방법은 학교 현장의 실제 수업에 구현할 수 있는 일반적이면서도 구체적인 지침을 제공한다는 면에서 다양한 교수·학습의 방법의 제공 부분에 직관적 원리에 의한 지도 방안에 대한 안내가 필요하다. 예를 들어 수학과 수업에서 적용 가능한 교수·학습 방법으로 '수학과 교수·학습에서는 연역적 추론이나 형식적 증명을 통하여 수학적 사실을 정당화하는 논리적 접근 방법과 조작활동이나 관찰과 실험, 실측 등의 활동을 통하여 수학적 사실을 구성하는 직관적 접근 방법을 이용하도록 한다.'를 제시하는 방안을 고려할 수 있다. 이를 바탕으로 교육 내용의 구성에서도 적극적으로 직관적 원리에 의한 교육 내용을 제시함으로써 교과서 집필과 수업 운영의 근거로 작용하도록 해야 한다.

한편, 현행 교육과정과 교과서에 제시된 직관적 원리에 의한 교육 내용을 비판적으로 검토하면 다음과 같다. 먼저, 교육과정과 교과서에서 제시하고 있는 직관적 원리의 경우에 직관적 원리를 구현할 수 있는 다양한 방안에도 불구하고, III장에서 살펴본 바와 같이, '경험에서 얻은 표상을 통한 직관적 교수 원리'나 '조작과 실험을 통한 직관적 교수 원리'에 치중되어 있었다. 특히 초등 수학에서는 수학적 개념의 이해 단계에서 형식적 정의보다 즉각적으로 인식하도록 이끌어 주는 교수 방법을 활용하는 경향이 있기 때문에 주로 도형과 같은 개념 학습에서 직관적 원리를 적용하는 경우가 많았다. 그런데 이에 대한 교과서 내용 전개에서는 직관적 원리에 의한 교육과정의 권고를 충분히 반영하지 못하고 있는 상황이었다. 예를 들어 1학년에 제시되고 있는 입체도형과 평면도형에서는 그 모양을 인식하는데 주변 사물을 관찰하는 것을 통해 직관적으로 모양을 인식하는데 초점을 두고 있으나, 교과서에서는 분류된 모양에서 그 특징을 추상화하는 과정으로 통해 비형식적인 용어로 개념을 도입하고 있다.

이것은 교과서 집필의 한계에도 불구하고, 학습 내용과 방법을 구체적으로 제시하는 학습 자료의 중요한 성격을 가지는 교과서의 경우에 교육과정의 취지에 맞는 교육 내용의 제시 방법을 고려할 필요를 준다. 특히 교과서의 내용 전개에서는 학습 활동을 구체적으로 안내할 수 있는 다양한 구성 방식을 택할 필요가 있다. '확률'의 개념 도입의 경우에 확률을 직관적으로 인식하도록 하기 위하여 교육과정 해설서에서 제시하듯이 실생활과 관련된 확률적인 표현에 대한 논의를 통해 확률을 직관적으로 도입하는 방안을 생각해 볼 수 있다. 예를 들면 '공평한' 의사결정을 해야 하는 상황에서 공평하다는 의미에 대한 토론이나 공평하게 결정할 방법을 스스로 탐색해 보도록 발문을 할 수 있다. 또 '확실한, 불확실한'과 같이, 일상에서 '일어날 가능성'이 있는 정도를 판단해 보도록 할 수 있다. 이러한 탐구 활동은 확률이 일어날 가능성에 대한 수학적 표현이라는 직관적 인식을 하는데 도움을 줄

수 있다. 그리고 '확실한, 불확실한, 그럴 것 같은'과 같은 용어로 표현되는 가능성에 대한 상황을 제시하고, 이를 여러 가지 수적인 표현을 해 보는 과정을 거치도록 할 수 있다. 이런 활동은 이후에 확률을 0에서 1사이의 수로 표현할 수 있는 바탕이 될 것이다. 다음으로 동전던지기나 주사위 던지기, 회전판 돌리기 활동과 같이 상황이 균등하게 분할된 교구를 활용하여 반복적인 조작과 실험을 통하여 그 결과를 논의하는 과정으로 확률의 의미를 파악하도록 할 수 있다. 이러한 활동에서는 확률 개념의 직관적 인식을 위하여 '경험에서 얻은 표상, 조작과 실험, 발문을 통한 직관적 교수 원리'를 충분히 활용할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

도형 영역에서 직관적 원리에 의한 교육 내용을 권고한 교과서 내용에서는 직관적인 개념 인식과 개념의 형식적 정의가 동시에 포함되어 있었다. 이것은 교과서 내용 구성의 관점에서 교육과정 해설서의 진술 내용과 불일치하는 문제로 해석할 수 있다. 따라서 이러한 문제점을 해결하기 위하여 교육과정에 내용 전개 방식에 대한 상세한 해설을 제시할 필요가 있다. 또한 원의 개념 도입과 같이 직관적 인식을 통한 개념 도입과 이후에 형식적으로 개념을 정의하는 단계로 구분하여 순차적으로 제시하는 방법을 고려할 필요가 있다.

다음으로 현재의 교육과정에는 직관적 원리를 적용하도록 권고하지 않았지만, 직관적 원리를 적용해야 하거나, 적용하도록 권고할 내용을 몇 가지 추출해 볼 수 있다.

- 구체물, 수직선 등을 이용하여 수의 순서를 직관적으로 인식하고, 수의 크기를 비교할 수 있다.
- 실생활에서 물건이나 현상의 관찰을 통해 선분과 직선을 직관적으로 이해한다.
- 분수 띠나 구체물, 수직선 등을 이용하여 단위분수의 크기를 직관적으로 비교한다.
- 분수 띠나 구체물, 수직선 등을 이용하여 분모가 같은 분수의 크기를 직관적으로 비교한다.
- 분수 모형을 이용하여 크기가 같은 분수를 직관적으로 인식하고, 크기가 같은 분수를 구할 수 있다.

이 선정의 이유로는 '선분과 직선'의 경우에 교육과정 해설서에 직관적 원리에 의한 지도를 권고하지는 않았지만, 2학년 도형 영역의 지도 방법에 대한 해설에서 '실생활에서 찾을 수 있는 물건이나 현상으로부터 선분과 직선을 이해하게 하며, 점에...(교육과학기술부, 2008, p. 76)'는 궁극적으로 선분과 직선의 의미를 직관적으로 파악할 수밖에 없다. 이와 같이 직관적 원리에 의한 교수가 가능한 교육 내용을 적극 발굴하고 권고할 필요가 있다. 이것은 구체적 조작기에 있는 초등학생들의 특성에 잘 부합하기 때문이며, 직관적 원리에 의한 교수 방법은 언어적 설명 방법에 의존하지 않고 실제적인 사물이나 표본, 그림 등에 의한 직접적인 관찰을 통하여 지식을 구성해 가는 단계적인 과정을 중시하기 때문이다.

한편, 교육과정이나 교과서의 직관적 원리에 의한 교육 내용의 제시 방법에 대하여 학생들의 수준에 적합한 다양한 측면의 직관적 원리를 적용할 수 있는 교수학적 변환이 요구된다. 이 논문에서는 직관적 원리를 구현할 방안으로 시각화, 주변의 사물이나 현상, 일상적이고 구체적 경험을 통해 얻은 표상을 활용하는 것, 부분으로부터 전체의 현상이나 성질을 이끌어 내게 하는 외삽법을 활용하는 것, 동형 사상에 기초하여 한 체계의 성질이나 특성을 다른 대상에 적용하여 해석하는 직관적 모델을 활용하는 것, 직관적 사고를 유도하는 발문을 활용하는 것, 반복적이고 시행착오적인 조작과 실험을 활용하는 것을 들었다. 그런데 교육과정 해설서의 분석에서도 나타났듯이, 다양한 측면의 직관적 원리를 구현하지

못하고, 주로 일상적이고 구체적 경험을 통해 얻은 표상을 활용하는 것에 치중되어 있음을 알 수 있다. 따라서 수학 학습에서 즉각적으로 수학적 사실을 인식할 수 있는 다양한 직관적 접근 방법에 따른 수학 지도 방법을 모색할 필요가 있다.

앞에서 제시한 직관적 원리의 몇 가지 예로, 시각화는 추상적인 수학을 구체적인 그림을 통해 직관적으로 수학적 사실을 인식하도록 이끌어 주는 효과적인 방안이다. 이에 Nelsen(1993)은 시각화를 통해 즉각적으로 수학적 사실이 옳다는 것을 보여주는 다양한 예를 제시하고 있다. 특히 시각화는 문제해결의 수단으로서 중요한 역할을 할 수 있으며, 즉각적으로 문제해결의 실마리를 제공하거나 구체적으로 문제를 해결할 수 있는 도구가 되기도 한다. 직관적 모델은 초등 수학에서 활용할 수 있는 좋은 도구이다. 예를 들어 유추 모델은 평면도형에서 성립하는 성질을 이용하여 입체도형의 성질을 추출하는 바탕으로 활용할 수 있다. 패러다임 모델은 도형 개념을 지도할 때 전형적인 예를 제시하고 관찰하도록 함으로써 그 개념에 대한 보편적이고 포괄적인 직관적 인식을 길러주는데 이용할 수 있다. 다이어그램 모델은 조직화된 목록을 만들어 문제를 해결하거나, 수형도를 그리는 등의 과정에서 통찰을 얻도록 활용할 수 있다.

조작과 실험을 활용하는 예로 원의 넓이를 직관적인 수준에서 추출해 내기 위하여 플래시 자료를 통한 조작을 이용하는 것을 들 수 있다. 교과서에서는 원을 단계적으로 절단하는 과정을 통해 원이 직사각형으로 재구성되는 것을 보여주고 있다. 그러지만, 이러한 과정은 구체적인 조작이나 실험 과정을 통하지 않고서는 변형 과정에 대한 통찰을 줄 수 없다. 따라서 직관적 인식 과정이 가능하도록 구체적인 조작과 실험이 가능한 프로그램의 개발 및 보급이 선행되어야 한다. 이 과정에서 교사의 발문은 탐구 과정에서 수학적 사실을 추출하려는 학생들의 의지를 북돋아 줄 수 있다.

직관적 원리에 의한 초등 수학의 지도 방안이 현장에 적용 가능하기 위해서는 앞에서 제시한 의견에 터하여 직관적 원리의 구현 방식을 교육과정에 적극적으로 반영하고, 이를 바탕으로 교과서의 내용 기술에 다양한 직관적 원리가 적용되도록 노력해야 한다. 또한 추후에는 실제적인 교과서 개발의 모델이 될 수 있도록 직관적 원리에 의한 교과서 모형 개발의 연구가 요구된다.

V. 결 론

수학교육 연구자들은 학생들의 창의적인 문제해결력을 신장시키고 미래 시민으로서 올바른 인성과 태도를 갖추도록 하기 위하여 다양한 교수 원리를 제시하고 있다. 이 중에서 직관적 교수 원리는 종전의 수학교육이 논리적이고 연역적인 사고 체계를 강조해 온 사실에 비추어, 균형 잡힌 사고 기능의 발달과 이를 통한 수학을 행하는 방법의 다양성을 모색한다는 면에서 중요하다. 특히 초등학교 학생들은 형식화된 수학을 배우기보다는 시행착오적이고 귀납적이며 조작과 실험을 통해 수학적 대상을 인식하는데 적합한 사고 체계를 가지고 있다. 이에 초등학교 교육 내용이 이러한 사고 체계에 적합하도록 선정되고 제시되어 있어 직관적 원리에 의한 교수 방법에 더욱 관심을 가질 필요가 있다.

따라서 학교 수학에서는 직관적 원리에 따른 수학적 대상의 직관적 인식에 초점을 두어야 할 것이며, 이를 위해 교육과정과 교과서가 이를 얼마나 권고하고 지원하고 있는가를 살펴볼 필요가 있다. 이에 본 연구에서는 초등학교 교육과정과 교육과정 해설서, 교과서를

바탕으로 직관적 원리에 따른 교육 내용을 추출하고 분석해 보았다.

분석 결과, 2007개정 수학과 교육과정과 그 해설서의 수학 교과서의 성격에는 직관적 원리에 의한 지도를 제시하고 있고, 목표와 교수·학습 방법, 평가에는 직관적 원리에 의한 지도를 제시하고 있지 않았다. 교육과정 해설서의 내용 영역에서는 수와 연산 영역, 규칙성과 문제해결 영역에는 직관적 원리에 의한 교수 방법을 제시하지 않았다. 도형 영역에서 직관적 원리에 의한 교수 방법을 제시한 부분은 모두 12개인데, 대부분 '경험에서 얻은 표상을 통한 직관적 교수 원리'에 의하여 지도하도록 권고하고 있었다. 측정 영역에서 직관적 원리에 의한 교수 방법은 직관적 비교를 통해 직관적으로 양의 개념을 형성하도록 하기 위하여 '조작과 실험을 통한 직관적 교수 원리'에 의하여 지도하도록 권고하고 있었다. 확률과 통계 영역에서 직관적 원리에 의한 교수 방법을 제시한 부분은 평균과 확률에서 다루고 있었고, '시각화를 통한 직관적 교수 원리', '경험에서 얻은 표상을 통한 직관적 교수 원리'와 '조작과 실험을 통한 직관적 교수 원리'에 의하여 지도하도록 권고하고 있었다.

현행 교육과정과 교과서에 제시된 직관적 원리에 의한 교육 내용의 분석을 통하여 직관적 원리를 구현할 수 있는 다양한 측면에도 불구하고, 특정 원리에만 치중하고 있다는 것을 알 수 있었다. 또 교과서 집필에서 교육과정의 취지에 맞는 교육 내용을 제시하는 방안을 모색할 필요를 얻었다. 특히 직관적 원리는 초등학생들의 지적 특성에 부합하는 학습 원리이므로 수학적 사실을 즉각적으로 구성할 수 있는 직관적 접근 방법에 의한 수학 학습 방법을 모색할 필요가 있다. 이에 직관적 원리에 의한 초등 수학의 지도 방안이 현장에 적용 가능하도록 교육과정에 적극적으로 반영하고, 직관적 원리에 의한 교과서 모형 개발의 연구가 병행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 교육과학기술부 (2007). 수학과 교육과정 <교육과학기술부 고시 제 2007-79호[별책 8]>. 교육과학기술부.
- 교육과학기술부 (2008). 초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학, 실과. 광주: 한솔사.
- 교육과학기술부 (2009a). 수학 1-1. 서울: 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2009b). 수학 1-2. 서울: 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2009c). 수학 2-1. 서울: 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2010a). 수학 3-1. 서울: 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2010b). 수학 4-2. 서울: 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2011a). 수학 5-1. 서울: 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2011b). 수학 5-2. 서울: 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2011c). 수학 6-1. 서울: 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2011d). 수학 6-2. 서울: 두산동아(주).
- 우정호 (2011). 수학기초론-지도 원리와 방법. 서울: 서울대학교 출판부.
- Baroody, A. J. (1989). *Fostering children's mathematics power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Association.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. D. Reidel, Dordrecht.
- Hersh, R. (1997). What is mathematics, really? 허민 역 (2003). 도대체 수학이란 무엇인가? 서울: 경문사.
- Kant, I. (1791). *Kritik der reinen vernunft*. 전원배 역 (1999). 순수이성비판. 서울: (주)삼성출판사.
- Mack, N. K. (1993). Making connections to understand fractions. *Arithmetic Teacher*(February), 362-364.
- Mack, N. K. (2001). Building on informal knowledge through instruction in a complex content domain: Partitioning, units, and understanding multiplication of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(3), 267-295.
- Nelsen, R. B. (1993). *Proofs without words: Exercises in visual thinking*. Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Noddings, N., & Shore, P. J. (1984). *Awaking the inner eye*. New York: Teachers College Press.
- Poincaré, H. (1905). *La valeur de la science*. 김형보 역 (1983). 과학의 가치. 서울: 단대

출판부.

van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Florida: Academic Press, Inc.

Wertsch, J. V. (1985). Vygotsky and the social formation of mind. 한양대
사회인지발달모임 역 (1995). 비고츠키: 마음의 사회적 형성. 서울: 정민사.

Wittmann, E. (1981). The complementary roles of intuitive and reflective thinking in mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 389-397.

Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991). Editors' introduction: What is mathematical visualization. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.). *Visualization in teaching and learning mathematics*. New York: The Mathematical Association of America.

<Abstract>

An Analysis on the Instructional Contents by Intuitive Principles in Elementary Mathematics

Lee, Dae Hyun⁵⁾

Since elementary students are in the concrete operational stages, they have to learn mathematics using intuitive methods such as visualization, observation, operation, experiment instead of formal approach. For this, we should present the various intuitive methods in curriculum and textbook. It is because that curriculum and textbook are important tools to students when they study mathematics. So, this paper intended to analyze the instructional content by intuitive principle in elementary mathematics curriculum, textbook and curriculum guide.

The results are as follows: there is an intuitive principle in only character of mathematics in curriculum. I can't find the intuitive principle in other areas in curriculum. There are 12 intuitive principles in figures area, 1 in measurement area, and 2 in probability and statistics area in curriculum guide. But intuitive principles which are used are inclined to restricted to intuitive principle via representation obtained in the usual experience. Finally, I suggest some implications about teaching via intuitive principles, curriculum, and writing textbook based on the this findings.

Keywords: intuitive principle, curriculum, curriculum guide, textbook, instructional content

논문접수: 2011. 06. 23

논문심사: 2011. 06. 27

게재확정: 2011. 08. 09