

## 인장막구조물의 단축인장응력에 관한 연구

### A Study on Uniaxial Tensile Stress of Tensioned Membrane

강 주 원\*

Kang, Joo-Won

김 재 열\*\*

Kim, Jae-Yeol

#### 요 약

막재는 매우 유연하여 압축력이 가해지면 주름이 생길 수 있다. 이러한 주름은 막재료를 재단하거나 접합하는 과정에서 생기는 제작오차, 시공오차 및 장기간의 편심하중에 의해 막재 표면에 주름이 발생할 수 있다. 본 논문에서는 막재 요소가 단축응력상태가 되어 주름을 일으키는 과정을 기술하고, 주름을 체크할 수 있는 방법을 제안하였다. 막구조물에 대한 형상해석이 완료된 후 실제 하중을 적용한 응력-변형해석 시, 주응력을 계산하여 주응력 2가 0보다 작은 경우 주름이 발생한 것으로 간주되었다. 적용성을 알아보기 위해서 먼저 안장형 구조물을 해석하였고, 실제구조물인 수원야외 음악당 지붕구조에 설치된 막구조물과 1975년 오키나와 엑스포에 세워졌던 막구조물을 예제로 하여 본 논문에서 제안된 방법을 적용하여 해석해 보았다.

#### Abstract

Membrane materials are very flexible, thus wrinkling, uniaxial state, can be occurred. The wrinkling are due to lots of various factors as eccentric force, construction errors, and fabrication errors. These wrinkled membrane elements are in status of uniaxial stress. In the paper, a method which be able to check the wrinkling is proposed. The stress-deformation analysis of membrane structures for given external load will be carried out, and here the membrane elements are regarded as wrinkled state if the principal stress 2 is smaller than 0. With proposed method, two existed construction examples, Suwon auditorium and Okinawa 75 Expo, are analyzed.

키워드 : 막구조물, 주름, 단축응력상태, 주응력

Keywords : membrane structures, wrinkling, uniaxial stress state, principal stress

#### 1. 서 론

막구조물은 작은 조형물에서부터 초대형공간구조물에 이르기까지 응용되고 있으며, 최근에는 베이징 올림픽 주 경기장이나 국내의 서남권야구장과 같은 대규모 경기장에 막재료를 많이 적용하고 있다. 막구조물은 초기형상해석, 응력해석, 재단, 용착접합, 운반 및 시공 등의 과정이 필요하다. 이때, 막재료를 재단하거나 접합하는 과정에서 생기는 제작오차, 시

공오차 및 장기간의 편심하중에 의해 발생할 수 있는 주름을 체크하고 예전하여 조치할 수 있는 방법이 요구되고 있다.

외국에서는 막구조물의 주름발생에 대해 이미 많은 연구가 진행되거나 완료되었으며, 국내에서는 몇몇 연구자들에 의해 진행되고 있으나 대부분 항공 및 기계분야에 한정되어 건축구조물과는 다른 분야에서 진행되고 있다. 강석우와 임세영<sup>1)</sup>은 주름진 막의 동적 반응을 유한요소법으로 해석하였다. 당초 정적 해석을 위해 개발되었으나, 새로운 주름진 막의 유한요소해석 방법이 주름진 막의 동적해석으로 확대 되었다. 이 방법은 중앙 차분법에 기반을 둔

\* 영남대학교 건축학부 교수, 공학박사

\*\* 교신저자, 협성대학교 건축공학과 부교수, 공학박사

Tel : 031-299-0758 Fax : 031-298-2737

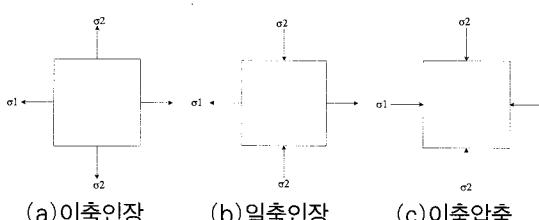
E-mail : jykim@uhs.ac.kr

TLF 프로그램으로 완성되었다. 서삼열<sup>2)</sup>은 모아의 원을 이용하여 단축응력상태를 설명하였다. 후지카케(Fujikake)<sup>3)</sup>는 인장 막 구조의 비선형 해석 방법과 수치해석 예를 발표하였다. 하중해석에서 대변 위를 포함하는 기하학적 비선형성을 고려하였으며 ULF를 이용하여 정식화 하였다. 유한요소 해석에서 삼각요소가 도입되어졌고 단축의 응력-변위 관계식을 이용하여 주름공식에 사용하였다. 주응력을 이용한 방법으로 주름이 발생한 막 요소에서의 수치 불안정을 피하기 위해 수치안정화계수를 도입하였다. 그러나 범위 및 특성에 대한 정확한 설명이 부족 했으며, 해석예제 또한 단순한 구조물에 국한 되었다. 저자들<sup>4,5)</sup>은 후지카케의 방법을 기본으로 하여 수치안정화계수의 특성과 사용범위에 대해 설명하고, 다양한 막구조물에 대한 주름발생 여부를 체크하여 보았다. 그러나, 이들 기준 논문에서는 대부분 주름방정식의 정식화 및 프로그래밍에 관한 연구가 중점적으로 수행되었으며, 실제구조물에 적용한 예가 전혀 없다. 본 연구에서는 막구조물에서 주름을 일으키게 하는 단축응력에 대해서 기술하고, 수원음 악당, EXPO '75 전시장과 같은 기존 구조물에 대해 실제 설계에서 적용하는 하중과 비슷한 하중을 가하여 주름발생 여부를 점검해보기로 한다.

## 2. 막구조에서 발생하는 단축인장

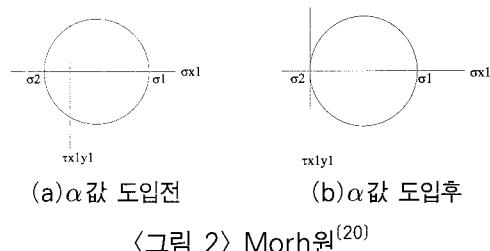
### 2.1 단축인장

막에서 발생하는 주응력의 상태는 <그림 1>과 같이 3가지로 나타낼 수 있다.



<그림 1> 막에서 발생하는 주응력의 상태

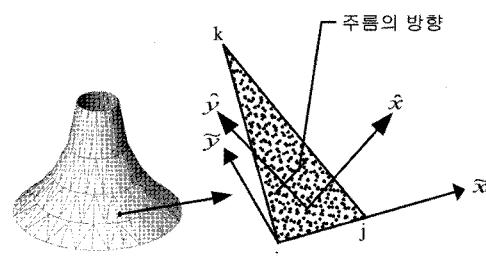
막재에 하중이 가해졌을 때, 막 요소의 응력 상태는 주응력과의 관계를 통하여 나타낼 수 있다. <그림 1>과 같이 (a)는 양축이 순수한 인장 상태인 이상적인 인장구조물이고, (c)의 경우에는 이축모두 압축을 받게 되어 막구조물과 같은 인장 구조물에서는 존재할 수 없는 비활성 요소이다. (b)의 경우는 한축이 인장을 받고 한 축은 압축을 받는 일축인장 상태가 된다. 막구조물 해석시 일반적으로는 (a)와 같은 상태가 되어 무리없이 해석이 진행된다. 그러나, (c)와 같이 이축주름이 발생하게 되면 해당요소는 무시되고 다음단계로 넘어가게 되며, 단축인장의 경우 주름이 발생하는 경우가 되어 수치안정화 계수  $\alpha$ 값을 도입하여 <그림 2>의 Morh원에서 나타난 바와 같이 주응력의 상태를 변화 시키고 있다.



<그림 2> Morh원<sup>(20)</sup>

### 2.2 단축 좌표계

이축응력 상태에서의 좌표계 및 주름방향은 <그림 3>과 같다.  $\tilde{x}$ 와  $\tilde{y}$ 는  $i-j-k$  삼각요소를 사용 할 때  $x$ 와  $y$ 에 대한 국부 좌표계이다. 막에서  $y$  방향의 주응력이 0이나 음수 이면 주름이 일어난다.  $\tilde{x}$ 와  $\tilde{y}$ 는  $x$ 와  $y$ 방향에 대한 주름 좌표계이다. 여기서  $\hat{y}$ 의 방향의 주응력이 0보다 작으면 주름은  $\hat{x}$ 방향과 평행하게 일어날 것이다.



<그림 3> 주름좌표계

### 2.3 해석상 단축응력

막구조물에서 단축응력의 존재는 응력계산을 하는 과정에서 아래 조건에 따라 체크된다.

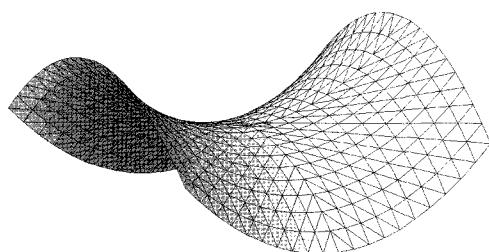
- 1) 최대주응력, 최소주응력이 모두 0보다 큰 경우는 이축인장상태이다. 이 상태는 형상해석시 전제조건이며, 응력해석에서도 당연히 유지되어야 한다.
- 2) 최소주응력이 모두 0보다 작은 경우는 일축인장상태이고 주름이 발생한다. 이 상태는 요소의 한축은 이미 압축이 되어 주름이 발생한 상태이고, 이 요소를 찾아 주름해석이 수행된다.
- 3) 최대주응력, 최소주응력이 모두 0보다 작은 경우는 이축압축상태이다. 이 요소는 비활성 요소로 사용 할 수 없다. 본 논문에서는 모두 0으로 두고 해석을 하고 있다.

### 3. 막구조물 해석 적용

실제 막구조물에서 주름의 발생여부와 프로그램의 적용성을 체크해보기 위해 구조물 두 개를 선정하여 해석하였다. 해석 및 설계상의 제원은 실제로 면 및 하중조건과 같다.

#### 3.1 안장형(saddle) 모델

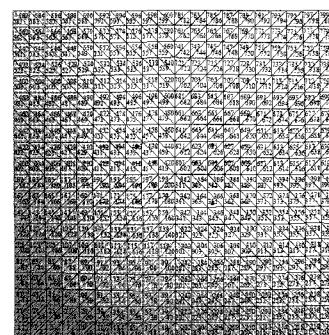
안장형 모델의 경우도 지금까지 해왔던 방식과 마찬가지로 형상해석을 수행한 후 응력·변형해석을 수행하였다.



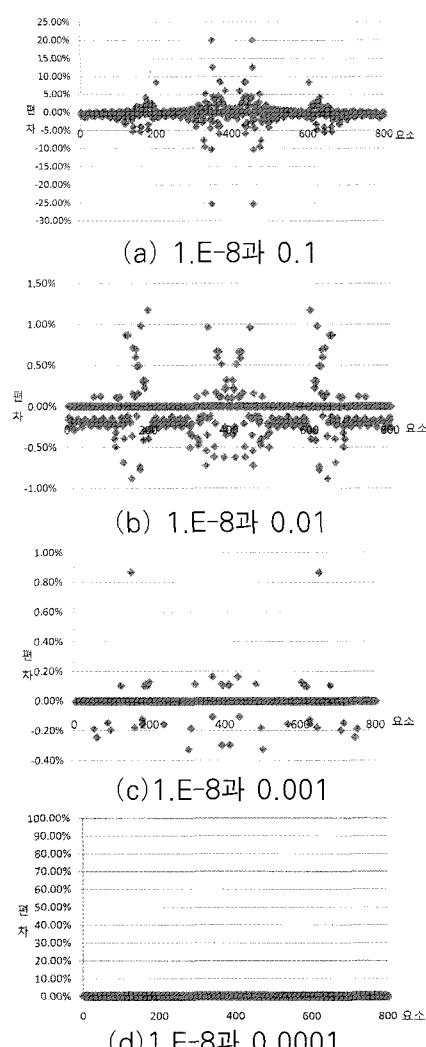
〈그림 4〉 안장형 모델의 형상해석

형상해석의 초기 형상과 해석 후 형상은 〈그림 4〉와 같다. 수행하는 과정에서 변위하중을 면의 중앙

에서 변위하중의 크기를 변화시켜가며  $\alpha$  값 흐름을 살펴 보았다. 형상해석 후 막의 정 중앙에 변위 하중을 10cm 및 15cm로 변화 시켜 가면 하중을 부여하여 〈그림 5〉와 같이 주름이 발생하였다.

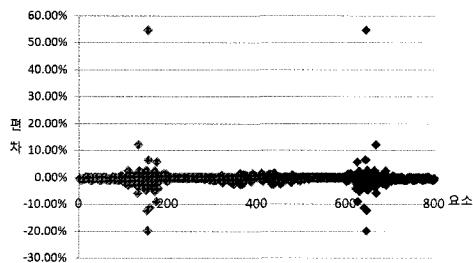
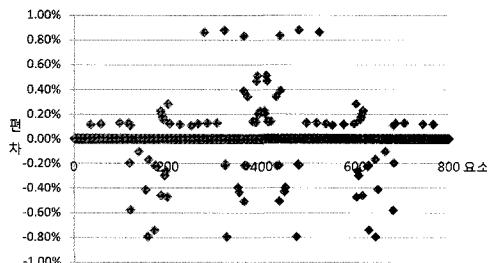
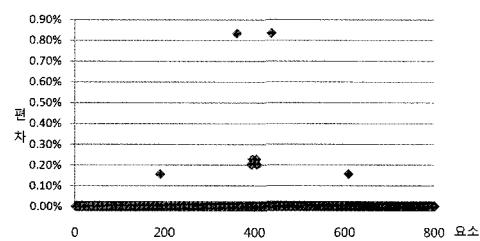
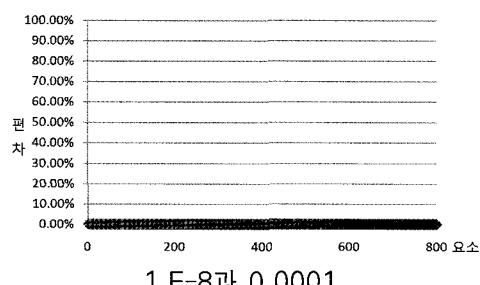


〈그림 5〉 안장형 모델 변위하중에 따른 주름의 발생



〈그림 6〉 변위하중에 따른 주응력편차

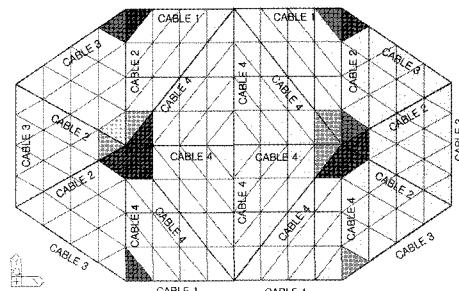
〈그림 6〉 및 〈그림 7〉에서는 3가지의 경우에 대하여 앞에서와 같은 방법으로  $1.E-8$ 과  $0.1, 0.01, 0.001$  과  $0.0001$ 일때의 주응력 편차를 비교해 보았으며,  $0.0001$ 에서  $0.5\%$  이내로 만족함을 볼 수 있었다.

(a)  $1.E-8$ 과  $0.1$ (b)  $1.E-8$ 과  $0.01$ (c)  $1.E-8$ 과  $0.001$ 1.E-8과  $0.0001$ 

〈그림 7〉 변위하중에 따른 주응력편차

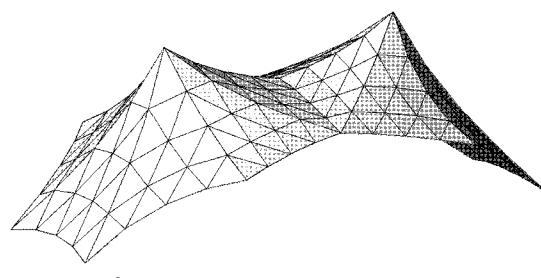
### 3.2 수원 야외 음악당

기존 건축물 사례로서 수원 야외 음악당을 고려하였고, 음악당의 지붕부분인 막을 모델링하여 해석하여 하중에 의한 일축인장상태 발생여부를 살펴보았다. 먼저 실제 도면을 바탕으로 모델링하여 형상 해석하였다. 모델은 정면부에 케이블로 지지한 부분과 측면에 앵커로 지지된 부분 그리고 가운데 2개의 지주, 안쪽의 건물과 접합되는 부분 총 4개의 형태로 결정된다. 절점 133개와 요소 224개를 사용하여 모델링 하였으며, 막의 초기 장력은  $200\text{kg/m}$ 를 warp방향과 fill방향에 동일하게 도입 하였다.



〈그림 8〉 케이블의 위치

케이블의 장력은  $1270\sim5000\text{kg/m}^2$ 으로 실제 도면과 일치하는 형상이 되도록 4개로 그룹핑 하여 다른 응력으로 조절하였으며, 케이블의 위치는 〈그림 8〉에서 표시한 부분이다. 형상해석 후 막의 장력은 초기장력에 따라 등장력곡선을 이루고 있으며, 실제 구조물과 동일한 모습으로 형상해석 되었다.



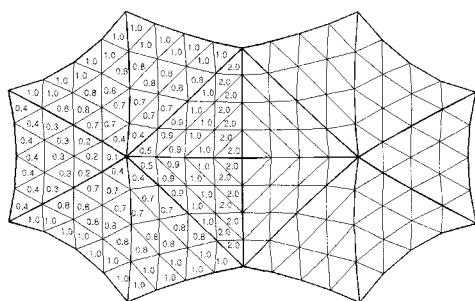
〈그림 9〉 야외음악당 형상해석

형상해석 후, 실제하중을 고려하기 위해 고정하중 + 적설하중에 대하여 검토하였다. 적설하중은 평지붕 적설하중( $S_f$ )에 경사도계수( $C_s$ )를 곱하여 산정한다<sup>[6]</sup>. 평지붕 적설하중( $S_f$ )은 식(1)과 같다. 또한, 경사도계수( $C_s$ )는 <그림 10>과 같다.

$$S_f = C_b \cdot C_e \cdot C_t \cdot I_s \cdot S_g \quad (1)$$

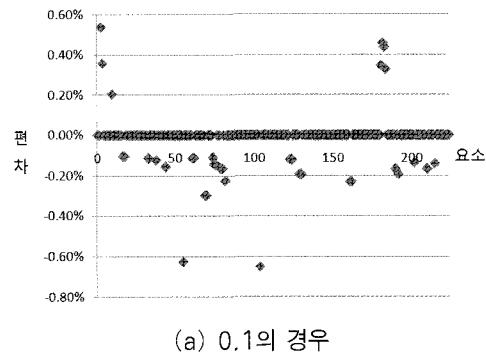
<표 1> 평지붕에서의 적설하중

적설하중 설계	계수	적설하중 설계	계수
기본 지붕적설 하중계수( $C_b$ )	0.7	중요도계수( $I_s$ )	1.1
노출계수( $C_e$ )	1	적설하중의 기본값( $S_g$ )	50kg/m <sup>2</sup>
온도계수( $C_t$ )	1.2	평지붕의 적설하중( $S_f$ )	46.2kg/m <sup>2</sup>

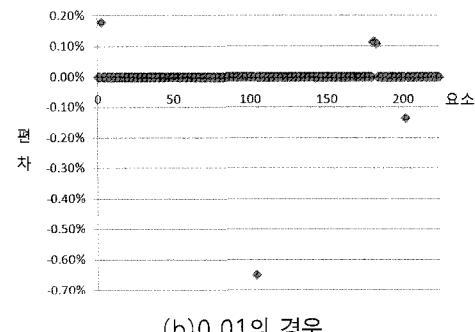


<그림 10> 적설하중에 의한 경사도 계수

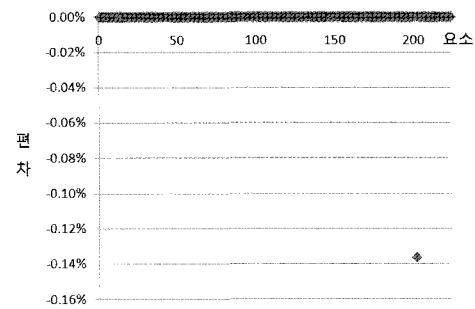
적설하중에 의해 생기는 주름의 발생량은 일축주름의 경우 1.6%(2개소), 이축주름의 경우 6.4%(8개소) 만이 발생하였고, 실제 하중으로는 주름의 수가 많이 일어나지 않을 수 있음을 알 수 있었다. <그림 11>과 같이 수치안정화계수도 잘 수렴되고 있음을 알 수 있다.



(a) 0.1의 경우



(b) 0.01의 경우



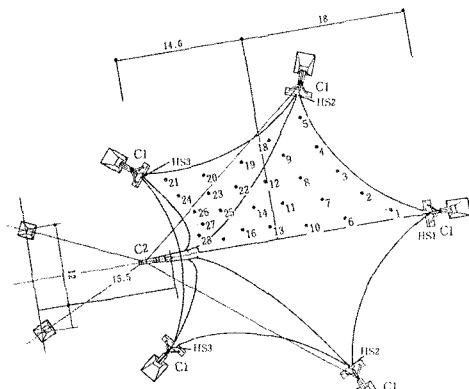
(c) 0.001의 경우

<그림 11> 수치안정화계수와 주응력 편차의 수렴관계

### 3.3 오키나와 해양 EXPO'75 전시장[7]

오키나와의 해양 엑스포장에 있는 막 구조물을 예제로 하여 해석해 보았다. 막구조물에 작용하는 풍하중을 선정하기 위한 풍압계수는 일반적으로 CFD해석이나 풍동실험에 의존해야 한다. 본 구조물은 일본 막구조 협회에서 실시한 풍동실험에 근거하여 하중으로 환산한 풍하중으로 해석을 수행하고 주

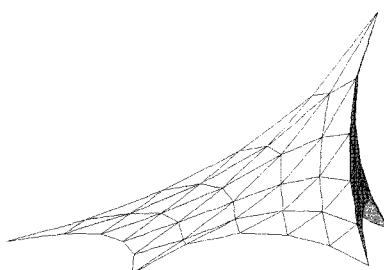
름의 발생여부를 알아보았다. 이 구조물의 평면도는 <그림 12>과 같다.



<그림 12> EXPO '75 전시장의 평면도

실제도면을 이용하여 초기형상을 모델링하여 형상해석을 수행하였다. 본 구조물은 막-케이블 구조로 절점은 총 76개이고 막의 요소는 125개 케이블의 요소는 50개의 형상으로 모델링 하였다.

막의 초기장력은 warp과 fill 방향으로 모두  $200\text{kg/m}$  으로 하였고 케이블의 경우 외부 케이블은  $5000\text{kg/m}^2$ , 내부 케이블은  $3000\text{kg/m}^2$ 로 하여 형상해석을 하였다. 형상해석 결과는 <그림 13>와 같다.



<그림 13> EXPO '75 전시장의 형상해석

실제하중을 고려하여 고정하중+풍하중에 대하여 검토하였다. 풍하중의 선정 방법은 건축구조 설계기준에 나타난 방법으로 하였으며, 풍동실험의 외압계수를 일본 막구조협회의 자료<sup>7)</sup>를 통하여 얻어 낼 수

있었다. 총 5개의 풍방향에 대하여 검토 하였으며 설계 풍속 및 설계 속도압을 구하는 방법은 식(2), 식(3)과 같다.

$$V_z = V_0 \cdot K_{zr} \cdot K_{zt} \cdot I_w \quad (2)$$

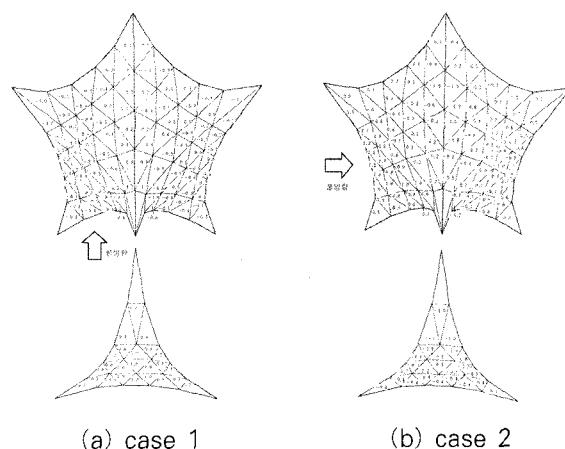
$$q_z = \frac{1}{2} \rho V_z^2 \quad (3)$$

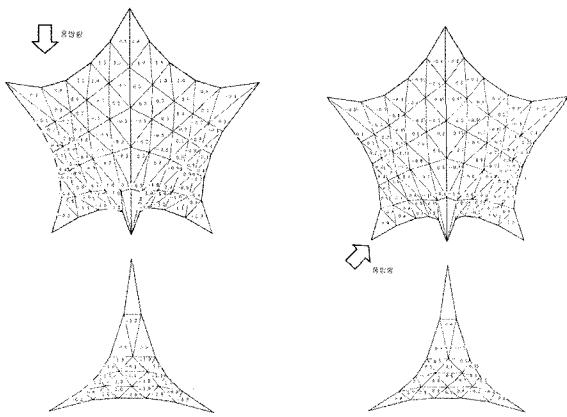
식을 이용하여 <표 2>와 같이 풍하중을 선정 하였다.

<표 2> EXPO '75 전시장의 풍하중

풍하중 설계	계수	풍하중 설계	계수
기본풍속( $V_0$ )	$30\text{m/s}$	지형에 의한 풍속할증계수( $K_{zt}$ )	1
노풍도	C	중요도계수( $I_w$ )	1
풍속의 고도 분포계수( $K_{zr}$ )	1.15	설계 풍속( $V_z$ )	$34.49$
설계속도압( $q_z$ )			$74.35 \text{ kg/m}^2$

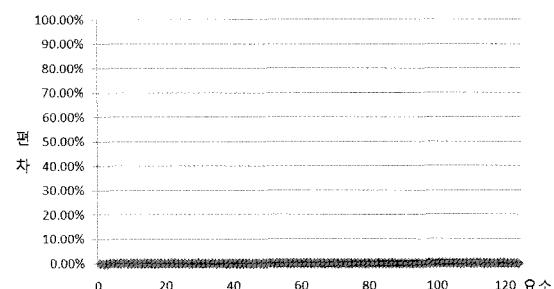
외압계수는 <그림 14>과 같이 일본 막구조협회의 자료<sup>7)</sup>로부터 얻어낼 수 있었다. case(1)~(5)의 5개의 방향의 외압계수에 설계 속도압을 곱하여 풍하중을 선정 하여 응력·변형 해석을 수행 하였다. 이 경우도 주름은 많이 발생되지 않았고, <그림 15~17>과 같이 수치안정화계수도 잘 수렴되고 있음을 알 수 있다.





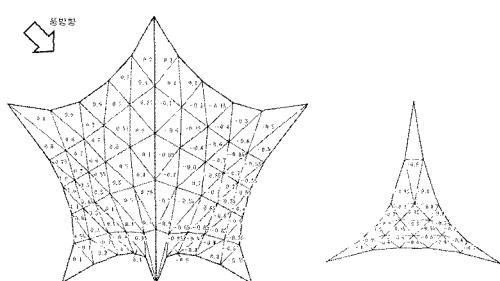
(c) case 3

(d) case 4

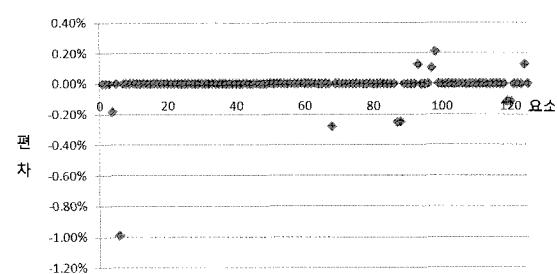


(b) 0.001 의 경우

〈그림 15〉 수치안정화계수와 주응력 편차의  
수렴관계(case 1 경우)



(e) case 5

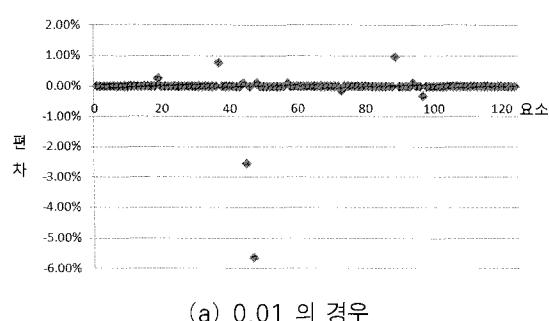


(a) 1.E-8과 0.1

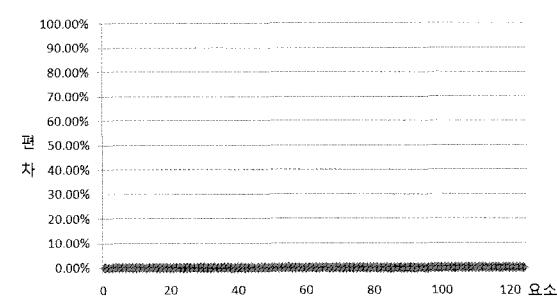
### 〈그림 14〉 EXPO '75 전시장의 외압 계수 및 풍방향 가정<sup>(7)</sup>

### 〈표 3〉 주름발생

풍방향	일축주름	이축주름
case 1	2.4%(3개소)	0
case 2	0.8%(1개소)	0.8%(1개소)
case 3	2.4%(3개소)	0
case 4	1.6%(2개소)	2.4%(3개소)
case 5	1.6%(2개소)	1.6%(2개소)

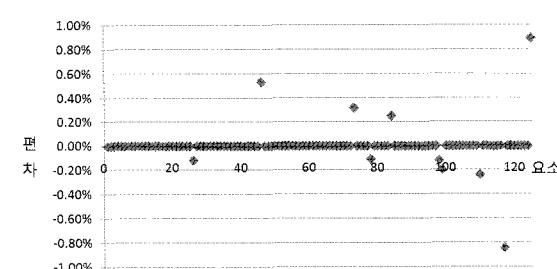


(a) 0.01 의 경우

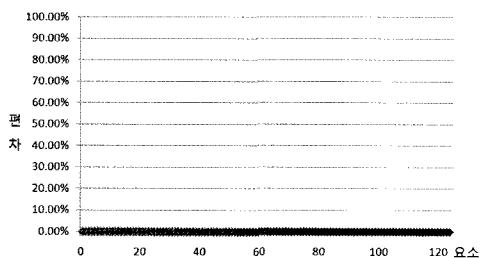


(b) 1.E-8과 0.01

〈그림 16〉 수치안정화계수와 주응력 편차의  
수렵관계(case 3 경우)



(a)  $1 \times 10^{-8}$ 과 0.01



(b) 1.E-8과 0.001

〈그림 17〉 수치안정화계수와 주응력 편차의 수렴관계(case 4 경우)

이 장에서는 기존구조물에서 주름의 발생여부를 알아보기 위해 2가지 모델을 선정하였고, 실제 설계 시 주어지는 하중들과 가까운 고정하중과 적설하중, 풍하중을 작용시켜 해석하였다. 그 결과는 〈표 4〉과 같다.

〈표 4〉 주름이 발생하는 실제구조물의 결과

해석모델	하중	일축주름 (개소)	이축주름 (개소)
수원야외음 악당	D.L+S,L	1.6%(2개소)	6.4%(8개소)
	D.L+W.L(1)	2.4%(3개소)	0
	D.L+W.L(2)	0.8%(1개소)	0.8%(1개소)
	D.L+W.L(3)	2.4%(3개소)	0
	D.L+W.L(4)	1.6%(2개소)	2.4%(3개소)
	D.L+W.L(5)	1.6%(2개소)	1.6%(2개소)

#### 4. 결론

막구조물의 단축응력 발생에 대해 기술하였으며, 안장형 예제구조물과 기존에 건설된 실제구조물에서의 주름발생 여부를 점검하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 안장형 막구조의 경우 변위하중을 가했을 경우에만  $\alpha$  값이 0.001에서 0.5% 이내로 들어와 비교적 수렴이 잘되고 있음을 알 수 있다.

(2) 기존 구조물에서는 주름의 발생량이 아주 적었고, 그에 따라 수치안정화계수  $\alpha$  값의 쓰임이 크게 작용하지 않았다. 이것은 형상해석상 완벽한 등장력곡면을 이룬 상태의 구조물을 선택한 이유라고 판단된다.

(3) 주응력 편차가 0.5%이하로 수렴하는 범위에서의  $\alpha$  값은 0.01~0.001까지이며, 주름이 1개소 발생한 경우(case2)에는 최대 주응력 편차가 0.12%로  $\alpha$  값의 영향은 거의 존재하지 않음을 발견하였다.

(4) 본 연구에 의하여 제안된 해석방법은 실제구조물의 구조물에도 적용이 가능하다라는 것을 보여주고 있으며, 향후 막구조물의 유지관리에 도움이 되리라 판단된다.

#### - 참고문헌 -

1. Seokwoo Kang and Seyoung Im, Finite Element Analysis of Dynamic Response of Wrinkling Membranes, Comput. Methods Appl. Mech. Eng. Vol.173, pp. 227–240, 1999
2. 서삼열, 막 구조물의 해석기법 및 설계, 전산구조학회, Vol. 10 No. 1, 1997
3. Fujikake Masahisa, Kojima Osamu, Fukushima Seiichiro, "Analysis of Fabric Tension Structures", Computer & Structure Vol.32, No. 5, pp. 537–547, 1989.
4. 김재열, "인장막구조물에 발생하는 주름 해석 방법", 대한건축학회논문집, 제26권 3호, pp.45~52, 2010. 3
5. 막구조물의 해석에 도입되는 수치안정화계수 범위결정", 대한건축학회논문집, 제26권 11호, pp.39~46, 2010. 11, 대한건축학회논문집
6. 건축구조설계 기준 및 해설, 대한건축학회, 2006
7. 막구조 건축물 구조설계의 입문 및 설계 예제집, 일본 막구조협회, 1989

8. Hongli Ding, "Modeling and Analysis of Wrinkled Membranes", International Journal For Numerical Methods In Engineering, Volume. 58, pp. 1785-801, 2003
9. 일본막구조협회, 막구조 건축물 구조설계의 입문 및 설계 예제집, 1989

(접수일자 : 2011년4월29일)

(심사완료일자 : 2011년6월20일)

(개재확정일자 : 2011년6월30일)