

변동진폭하중 하에서 균열성장예지를 위한 베이지안 모델변수 추정법[§]

임상혁* · 안다운* · 최주호**†

* 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

Bayesian Parameter Estimation for Prognosis of Crack Growth under Variable Amplitude Loading

Sang Hyuck Leem^{*}, Dawn An^{*} and Joo-Ho Choi^{**†}

^{*} School of Aerospace & Mechanical Engineering, Korea Aerospace Univ.

(Received May 18, 2011 ; Revised August 15, 2011 ; Accepted August 16, 2011)

Key Words: Prognostics and Health Management(고장예지 및 관리), Crack Growth Prognosis(균열성장예지), Bayesian Parameter Estimation(베이지안 변수 추정).

초록: 본 연구에서는 측정된 균열 데이터를 토대로 변동하중 하에서의 균열성장모델 변수들을 베이지안 모델변수 추정 방법을 통해서 확률적인 분포로 구하는 방법을 제시하였다. 모델변수의 확률분포를 구하기 위해 Markov Chain Monte Carlo (MCMC) 샘플링 방법을 이용하였다. 변동하중 하에서는 균열성장 모델이 더욱 복잡해 짐에 따라 기존의 MCMC 기법으로는 확률분포를 잘 구하지 못하므로 주변확률밀도분포를 제안함수로 사용하는 MCMC 기법을 새롭게 제안하였다. 모델변수의 추정을 위해 여러 크기의 일정 진폭 하중 하에서 시편시험을 수행하여 얻은 균열성장 데이터를 이용하였다. 추정된 변수들을 사용하여 변동하중 하에서의 시편에 대해 균열성장 예측을 수행하였고, 이를 실제 시험 데이터를 통해서 검증하였다.

Abstract: In this study, crack-growth model parameters subjected to variable amplitude loading are estimated in the form of a probability distribution using the method of Bayesian parameter estimation. Huang's model is employed to describe the retardation and acceleration of the crack growth during the loadings. The Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method is used to obtain samples of the parameters following the probability distribution. As the conventional MCMC method often fails to converge to the equilibrium distribution because of the increased complexity of the model under variable amplitude loading, an improved MCMC method is introduced to overcome this shortcoming, in which a marginal (PDF) is employed as a proposal density function. The model parameters are estimated on the basis of the data from several test specimens subjected to constant amplitude loading. The prediction is then made under variable amplitude loading for the same specimen, and validated by the ground-truth data using the estimated parameters.

1. 서 론

최근 신뢰성 기반 설계 기술이 많이 발전되었지만, 운용 중 예기치 않은 사고의 가능성까지 설계에서 고려할 수는 없기 때문에 한계가 있다. 게다가 비행기 같은 주요 기계 시스템은 설계 수명을 지나서도 운용을 하는 경우가 있다. 이런 상황에서 운용 중

고장 예방을 위해서는 관련 결함검사 및 정비가 필수적이다. 하지만 이를 위한 잦은 예방 정비(Preventive Maintenance)는 특히 노후화 된 비행기에서 운용비용을 증가시킨다. 최근에 이러한 정비를 보다 효율화하는 방안으로 운용 중 발생된 결함을 감지, 관찰하고 이로부터 결함 성장을 예측하는 고장예지 및 관리기술(Prognostics and Health Management, PHM)이 많은 주목을 받고 있다. 이 기술을 이용하면 고장이 임박한 결함에 대해서만 수리를 행하면 되므로 결과적으로 유지보수 횟수를 상당히 감소시키는 상태기반정비(Condition-Based Maintenance)가 가능하게 된다.

[§] 이 논문은 2011년도 대한기계학회 신뢰성부문 춘계 학술대회(2011. 5. 19.-20., 서울과기대) 발표논문임

† Corresponding Author, jhchoi@kau.ac.kr

© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

균열성장 예지는 균열성장을 표현하는 물리적 모델이 비교적 잘 확립되어 있어 PHM 연구 중에서 가장 활발한 연구 분야이다. 이에 관한 많은 연구들이 있었는데, 이들은 주로 측정 및 예지과정에서 발생하는 불확실성 문제를 확률기반 방법을 통해 규명하는 데에 집중하였다. Orchard and Vachtsevanos⁽¹⁾는 UH-60 헬리콥터 부품의 균열성장 문제에 대해 실시간 Particle-filtering 에 기반한 방법론을 제시하였다. 이 연구에서는 균열성장을 Paris 모델로 표현하였고, 모델변수를 미리 알고 있다는 가정 하에 예측을 수행하였다. 그러나 이러한 가정은 실제 조건과 많이 달라 현실성이 떨어지는 문제가 있다. Cross 등⁽²⁾은 Equivalent Initial Flaw Size(EIFS)와 균열성장 속도를 예측하는 베이지안 기반 방법을 제시하였다. 이 연구에서는 일정 진폭하중 하에서 체결부분 구멍의 균열성장 예측을 위해 균열성장 시뮬레이션 코드인 AFGROW 를 이용하였다. Coppe 등⁽³⁾은 측정된 균열 데이터를 기반으로 Paris 모델변수를 예측 및 업데이트 하는 베이지안 기법을 제시하였다. 적용 예제를 위해 모드 I 하중 하의 center-cracked panel 을 이용하였다. An 등⁽⁴⁾은 이들의 연구를 보다 효율적으로 수행하기 위한 방법으로 Markov Chain Monte Carlo (MCMC) 기법을 이용한 변수분포 샘플링 방법을 제시하였다. 또한 이 연구에서는 변수들의 상관관계와 noise 와 bias 오차 때문에 발생하는 여러 가지 불확실성이 변수 추정을 어렵게 하는 문제가 있음을 확인하고, 이를 해결하기 위한 연구를 하였다. 한편 지금까지의 연구들은 연구의 편의를 위해 일정 진폭하중 하에서 주로 사용되는 Paris 모델에 기반한 것으로서 모델변수 개수가 적고 식이 간단한 장점이 있으나 실제 문제에 적용하기에는 한계가 있다.

본 연구에서는 실제로 더 가까운 조건으로서 변동진폭하중 하에서의 균열성장 예측 모델에 대한 연구를 수행하였다. 기본적 방법론은 An 등⁽⁴⁾의 연구와 동일하며 베이지안 모델추정방법을 이용하여 변수를 확률적으로 추정하고, 이를 샘플의 형태로 구하기 위해 MCMC 기법을 적용하였다. 그런데 변동 진폭하중 하에서는 균열모델이 더 복잡해 짐에 따라 기존의 MCMC 기법으로는 확률적 예측이 잘 되지 않음을 알게 되었다. 이를 해결하기 위해 주변확률밀도분포 (Marginal PDF)를 제안 함수로 사용하는 새로운 MCMC 기법을 개발하였다. 개발된 방법을 이용하여 모드 I 하중 하의 center-cracked panel 에 대해 변동 진폭하중 하에서

의 균열성장 및 잔존 유효수명(Residual Useful Life, RUL) 예측을 수행하였다. 이때 모델변수들은 크기를 달리하는 일정 진폭 하중 하의 시험 시편으로부터 얻은 균열성장 데이터를 이용하여 추정하였고 이를 변동진폭 하중 문제(동일한 형상의 시편을 사용)에서 균열성장 예측에 활용하였다.

2. 균열성장 모델

하중이 일정 진폭으로 작용할 때, 균열성장은 다음과 같은 Paris 모델을 통해 표현된다.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \Delta K = \Delta\sigma \cdot \alpha \sqrt{\pi a} \quad (1)$$

여기서 a 는 균열 크기, N 은 반복하중 횟수, ΔK 는 응력확대계수(stress intensity factor, SIF) 범위 그리고 α 는 형상수정계수(geometric correction factor)이다. 변동 진폭 하중의 경우 균열성장은 과하중(overload)에 의한 균열성장 지연(retardation)과 가속(acceleration)으로 인해 Paris 모델과는 다른 특성을 보이는데 이를 위해 여러 가지 모델들이 제시되었다. Eiber,⁽⁵⁾ Willenborg⁽⁶⁾는 소성 변형과 균열 끝 단의 균열 단면 상호 작용을 고려한 crack closure approach model 을 제안하였고, Wheeler⁽⁷⁾는 균열 끝 단의 yield zone size 를 기반으로 한 model 을 제안하였다. 본 논문에서는 과하중(overload)과 저하중(underload)의 영향을 고려하기 위해 Modified Wheeler model 을 기반으로 시험 결과와 비교하여 검증된 Huang 등⁽⁸⁾이 제안한 균열성장 예측 모델을 이용하였다. Huang 모델은 크게 두 부분으로 나누어진다. 첫 번째는 일정 진폭하중 하에서의 균열성장을 조정하는 M_R (Scaling Factor)이고, 두 번째는 변동 진폭하중의 영향을 조정하는 M_p (Correction Factor)이다. Huang 모델 식은 다음과 같다.

$$\frac{da}{dN} = C[(\Delta K_{eq0})^m - (\Delta K_{i0})^m] \quad (2)$$

$$\Delta K_{eq0} = M_R M_p \Delta K \quad (3)$$

$$M_R = \begin{cases} (1-R)^{-\beta} & (-5 \leq R < 0) \\ (1-R)^{-\beta} & (0 \leq R < 0.5) \\ (1.05 - 1.4R + 0.6R^2)^{-\beta} & (0.5 \leq R < 1) \end{cases} \quad (4)$$

여기서 R 은 가해진 하중 최대값과 최소값의 비율이고, ΔK_{eq0} 과 ΔK_{i0} 는 각각 Equivalent SIF,

Threshold SIF range 이다. C, m 은 Paris model 변수이고, β, β_1 은 M_R 에 대한 형상 변수이다. 변수 $C, m, \Delta K_{th}, \beta$ 및 β_1 은 da/dN 과 SIF range ΔK 간의 관계를 나타내는 일정 진폭 하중에 대한 fitting parameter 들이다. M_p 는 다음과 같이 표현된다.

$$M_p = \begin{cases} \left(\frac{r_y}{a_{OL} + r_{OL} - a - r_{\Delta}} \right)^n & (a + r_y < a_{OL} + r_{OL} - r_{\Delta}) \\ 1 & (a + r_y \geq a_{OL} + r_{OL} - r_{\Delta}) \end{cases} \quad (5)$$

$$r_y = \alpha \left(\frac{K_{max}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (6)$$

$$r_{OL} = \alpha \left(\frac{K_{max}^{OL}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (7)$$

여기에서 r_y 는 균열 끝 단에서의 plastic zone size 이고, 첨자 OL 으로 표현된 것은 과하중 하에서의 plastic zone size 를 나타낸다. r_{Δ} 는 저하중에 의한 plastic zone size 의 변화량을 나타내고, n 은 변동하중 하에서 얻은 균열성장 데이터에 적합 시킨 형상계수 이다. 식 (6), (7) 에서 α 는 균열 끝 단의 형태와 발생응력, 재료항복강도 및 시편두께에 의해 정해지는 plastic zone size factor 이다.⁽⁸⁾ 각 plastic zone size 는 적용된 최대 SIF K 와 항복강도 σ_y 에 의해서 계산된다. 변동 진폭하중에 대한 균열성장 예측은 각 변동 진폭 하중을 여러 일정 진폭 하중으로 나누어서 균열성장 예측을 수행하면서, 각 하중에서 변동 진폭 하중의 특성을 고려한 M_p 을 통해서 균열성장을 적절히 예측한다. 결과적으로 변수 $C, m, \Delta K_{th}, \beta$ 그리고 β_1 이 본 논문에서 추정할 변수들이다.

3. Markov Chain Monte Carlo 기법을 이용한 모델변수추정

본 연구에서는 모델변수의 불확실성 추정을 위해 베이지 정리 가 사용되었다.⁽⁹⁾

$$p(\theta | y) \propto L(y | \theta) p(\theta) \quad (8)$$

여기에서 $L(y | \theta)$ 는 변수 θ 가 주어졌을 때 측정된 데이터 y 에 대한 우도 함수이고, $p(\theta)$ 는 θ 에 대한 사전 분포이다. $p(\theta | y)$ 는 측정데이터 y 에

기반한 θ 의 사후분포이다. 식 (8)은 측정된 데이터 y 을 토대로 변수 θ 에 대한 믿음의 정도를 확률분포로 표현한 것이다. 일반적으로 사후분포는 매우 복잡한 형태로 표현되기 때문에, 확률분포의 추정이 쉽지 않다. Markov Chain model 을 이용하는 MCMC 는 이를 효율적으로 수행하는 샘플링에 기반한 방법이다. 이 중에서 Metropolis-Hastings 은 가장 대표적 MCMC 알고리즘으로 다음과 같은 절차를 따른다.

1. Initialise $x^{(0)}$
2. For $i = 0$ to $nm - 1$
 - Sample $u \sim U_{[0,1]}$
 - Sample $x^* \sim q(x^* | x^{(i)})$
 - if $u < A(x^{(i)}, x^*) = \min \left\{ 1, \frac{p(x^*)q(x^{(i)} | x^*)}{p(x^{(i)})q(x^* | x^{(i)})} \right\}$ (9)
 - $x^{(i+1)} = x^*$
 - else
 - $x^{(i+1)} = x^{(i)}$

여기에서 $x^{(0)}$ 는 추정될 변수의 초기값이고, nm 은 샘플개수, U 는 균일분포, $p(x)$ 는 사후분포식이다. $q(x^* | x^{(i)})$ 는 현 샘플 $x^{(i)}$ 을 기반으로 새로운 샘플 x^* 가 추출되도록 임의로 선택된 제안밀도 함수(proposal density function)이다. 현재 가장 일반적으로 사용하는 제안함수는 균일 분포와 가우스 분포로서 MCMC 샘플링의 성공여부는 바로 이 제안 함수를 어떻게 정의하느냐에 달려있다. 다음의 예제를 통해서 이를 확인할 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$p(x) \propto 0.3 \exp(-0.2x^2) + 0.7 \exp(-0.2(x-10)^2) \quad (10)$$

식 (10)는 변수 x 의 사후확률분포이고, 이를 만족하는 샘플을 구하기 위한 제안 함수로서 표준편차가 $\sigma=1, \sigma=10, \sigma=100$ 인 정규 분포가 시도되었다. 각 제안 함수의 형태는 0(a)에 보였다. 각각의 제안 함수를 사용하여, MCMC sampling 을 수행한 결과는 0(b~d) 그래프에 나타내었고 $\sigma=10$ 인 제안 함수 만이 적절한 결과를 도출함을 알 수 있었다. 그러나 이것은 간단한 1 변수의 사례이며 본 논문과 같이 변수가 많고 복잡한 상관관계가 존재할 경우 적절한 제안함수를 찾는 것은 매우 어려운 일이 된다.

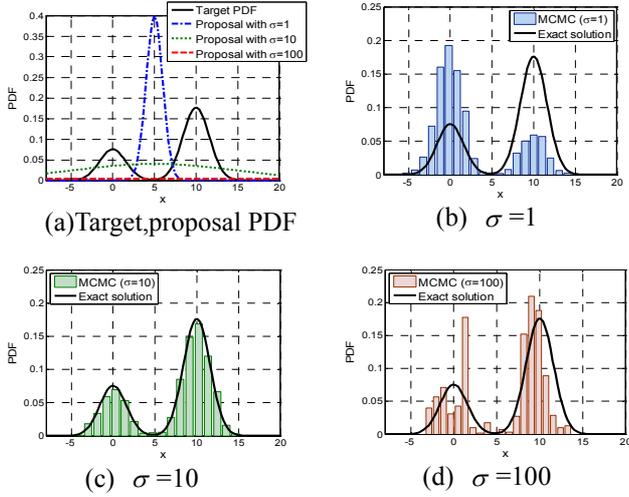


Fig. 1 MCMC sampling for each proposal distribution⁽⁴⁾

본 연구에서는 주변확률밀도분포(marginal PDF)를 제안함수로 사용하는 새로운 MCMC 기법을 적용하였다.

1. Initialise $x^{(0)} = mean(q(x))$
2. For $i = 0$ to $nm - 1$
 - Sample $u \sim U_{[0,c]}$
 - Sample $x^* \sim q(x)$
 - if $u < A(x^{(i)}, x^*) = \min \left\{ 1, \frac{p(x^*)}{p(x^{(i)})} \right\}$ (11)
 - $x^{(i+1)} = x^*, i = i + 1$
 - else
 - $i = i$

여기에서 $q(x)$ 는 다음과 같이 정의되는 x 의 주변 확률밀도함수이다.

$$q(x_i) = \int \dots \int \int \dots \int p(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_{np}) dx_1 \dots dx_{i-1} dx_{i+1} \dots dx_{np} \quad (12)$$

일반적으로 주변확률밀도함수를 계산하려면, 식에서 보는 바와 같이 많은 적분 점 연산을 요구한다. 그러나 본 논문에서는 주변확률밀도함수를 제안함수로만 활용하기 때문에 정확할 필요가 없으며, 따라서 Latin Hypercube Sampling (LHS)을 사용하여, 근사적으로 계산하였다.

한편 새로운 MCMC 알고리즘에서는 기존의 기법과 다르게 새로운 샘플 x^* 가 거절될 경우, $i+1$ 번째 샘플로 현 샘플 $x^{(i)}$ 이 정해지는 것이 아니라, MH criteria를 만족할 때까지 알고리즘을 반복 수

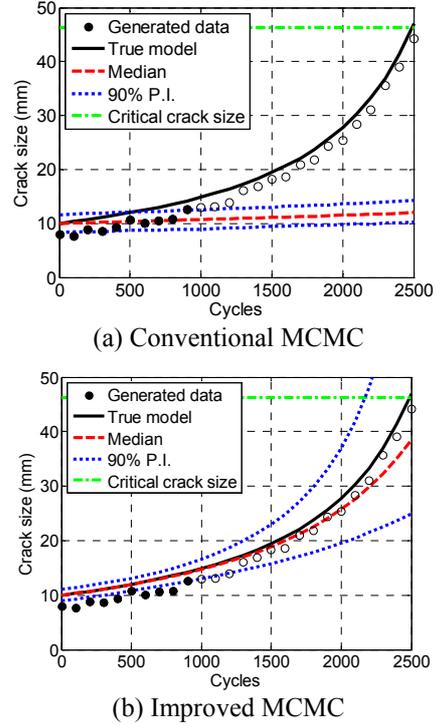


Fig. 2 Prediction of the crack growth⁽⁴⁾

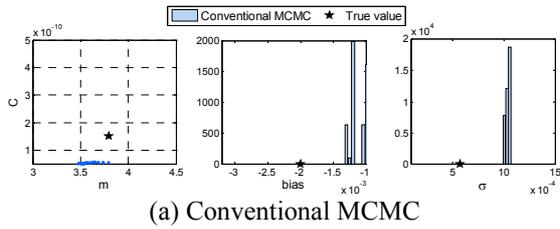
행하는데 이 때문에 계산 시간이 약간 증가하게 된다. 또한 기존의 MCMC 기법에서는 u 을 $U_{[0,1]}$ 에서 샘플을 추출하는 반면 본 방법에서는 $U_{[0,c]}$ ($0 < c < 1$)에서 함으로서 계산시간을 대폭 감소시켰다.

4. 일정진폭하중 하에서의 균열성장

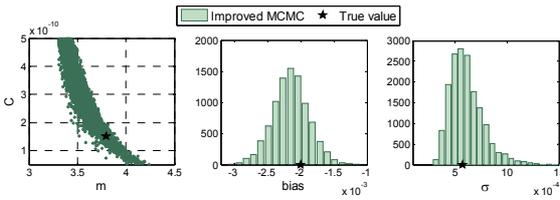
새로운 MCMC 기법의 효용성을 보이기 위해서, 일정 진폭 하중 하에서 모드 I 하중 하의 center-cracked panel에 대해 Paris model을 사용하여 균열 성장을 예측하는 문제를 고려하였다.

$$a(N) = \left[NC \left(1 - \frac{m}{2} \right) (\Delta\sigma\sqrt{\pi})^m + a_i^{1-\frac{m}{2}} \right]^{\frac{2}{2-m}} \quad (13)$$

여기에서 C, m 은 Paris 모델변수이고, a_i 는 초기 균열크기, $\Delta\sigma$ 는 가해진 응력 범위이다. 본 문제에서는 실제 균열시험 대신 가상으로 균열을 생성하였다. 이를 위해 $m_{true} = 3.8$ 와 $C_{true} = 1.5e-10$ 을 식 (13)에 적용하여 사이클 증가에 따른 균열 크기를 구하고, 여기에 bias $b = -2(\text{mm})$ 와 정규분포 $N(0, \sigma = 1.33)$ 을 따르는 noise를 더하여 가상의



(a) Conventional MCMC



(b) Improved MCMC

Fig. 3 Posterior PDFs of four parameters in the crack growth problem⁽⁴⁾

측정데이터를 생성하였다. 여기서 추정해야 할 대상변수들 m, C, b, σ 는 다음과 같은 사후분포함수로 주어진다.

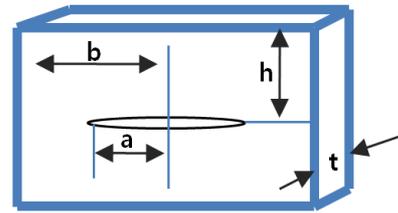
$$p(m, C, b, \sigma) \propto \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^{10} f \cdot p(m) \cdot p(C) \quad (14)$$

여기에서 f 는 우도 함수, $p(m), p(C)$ 는 변수 m, C 의 사전분포로서 각각 다음과 같다.

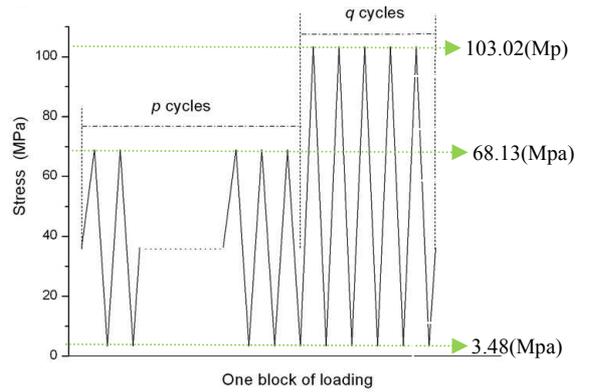
$$f = \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^{10} (a_{meas_k} - a(N_k) - b)^2 \right] \quad (15)$$

$$p(m) = U_{[3.3, 4.3]}, \quad p(C) = U_{[\log(5 \times 10^{-11}), \log(5 \times 10^{-10})]}$$

실제 균열성장커브와 여기에 오차를 발생시켜 100 사이클 간격으로 가상 생성한 데이터 26 개를 실선과 원모양 점으로 0에 각각 나타내고, 생성된 26 개 데이터 중에서 추정에 사용된 10 개 데이터는 색깔이 채워진 원점으로 나타내었다. 미지의 변수 m, C, b, σ 를 추정하기 위해 측정된 데이터 10 개를 기반으로 MCMC 기법을 이용하고 5 천개의 샘플을 생성하고자 한다. 그 결과 기존의 MCMC 기법에서는 여러 차례 시도하여도 적절한 샘플 결과를 얻을 수 없었고, 그 중 한 예로 0(a)에 보였다. 반면에 새로운 MCMC 기법을 이용한 경우 적절한 샘플이 얻어졌고 0(b)에 보였다. 첫째 그림은 m 과 C 의 결합확률 분포로서 둘이 서로 상관(correlation)되어 있음을 잘 나타내며, 참값을 알고 있으므로 이를 함께 표시하였다. 둘째와 셋째 그림은 bias 와 σ 의 확률분포 확률분포로 참값이 이들 분포 속에 잘 표시되어 있다.



(a) Geometry $t=4.1, b=152.5, a=6, h=457.5$ (mm)



(b) Loading type⁽⁸⁾

Fig. 4 Specimen geometry and loading type

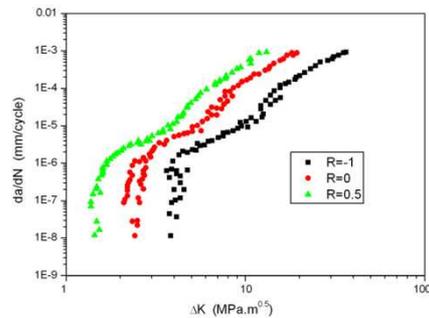


Fig. 5 Fatigue crack growth data under constant amplitude loading for Al 7075-T6⁽⁸⁾

추정된 변수 샘플을 이용하여 균열성장예측을 5 천회 수행하고 이로부터 median 및 90% 신뢰구간을 구한 결과가 0에 나타나있다. 0에서 검은 실선은 참값 균열성장 커브이고, 붉은색 및 파란색 점선은 추정된 균열성장커브의 중앙값 및 90% 신뢰구간이다. 앞서 설명한 바와 같이, 기존의 MCMC 기법은 샘플링이 제대로 되지 않는 바람에 균열성장 예측에 실패한 반면, 새로운 MCMC 기법은 90% 신뢰구간 내에 예측하고자 하는 균열 성장 추세를 포함하고 있다. 따라서 새로운 MCMC 기법이 균열 성장 예측에는 더욱 효과적이다.

5. 변동진폭하중 하에서의 균열성장

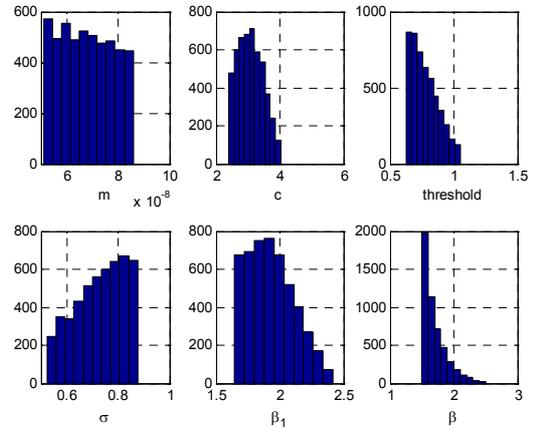
변동진폭하중 하에서의 균열성장 예측에서는 미지의 모델변수가 $C, m, \Delta K_{th0}, \beta$ 및 β_1 이며 이들을 측정 데이터를 토대로 추정하고자 한다. 본 논문에서는 Huang 등⁽⁸⁾의 연구에서 여러 크기의 일정 진폭하중 하에서 시험 시편에 대해 얻은 균열성장 데이터가 변수 추정에 사용되었다. AI 7075-T6 시험 시편의 형태와 적용된 하중은 0에 나타내었다. 시편에 대해 하중 비 $R=0, 0.5, 1$ 조건 하에서 각각 균열을 성장시킨 데이터가 0에 주어졌다.

균열 측정치와 추정치 간의 오차를 가우스 분포 $N(0, \sigma)$ 로 가정하면, 변수들의 결합확률분포는 식 (8)과 같이 주어진다. θ 는 추정될 불확실 변수 $C, m, \beta, \beta_1, \Delta K_{th0}, \sigma$ 이고, y 는 측정된 균열성장 데이터, 그리고 L 은 우도 함수로서 다음과 같이 주어진다.

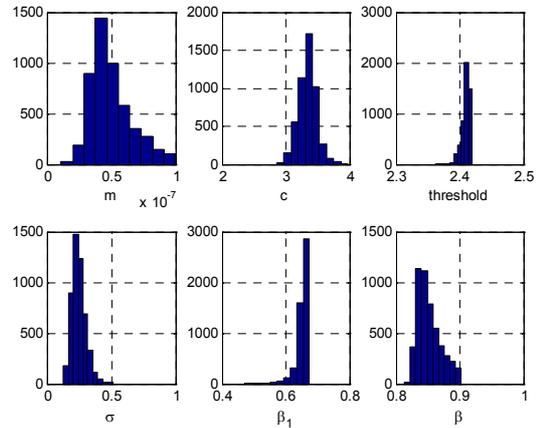
$$L(y|C, m, \beta, \beta_1, \Delta K_{th0}, \sigma) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^k \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^k (y_{estimation}^i - y_{test}^i)^2\right] \quad (16)$$

추정변수에 대해 식 (16)으로 주어지는 확률분포를 만족하는 샘플을 추출하기 위해서 MCMC 기법을 이용하였다. 본 문제는 앞의 경우 보다 변수개수가 2 개 증가된 6 개이다. 이로 인해 기존의 MCMC 는 적절한 샘플링이 아예 불가능하였다. 또한 새로운 MCMC 기법을 이용하여도 0(a)와 같은 부적절한 결과를 보였다. 이는 모델 변수들의 특징 때문인데 식 (2)~(4)에서 보듯이 β, β_1 은 $R \neq 0$ 조건에서만 존재하기 때문이다. 이를 무시하고 일반적인 방법 대로 모든 데이터를 우도 함수에 포함하고 이로부터 변수들의 주변확률밀도함수를 구하면 문제가 발생하는 것이다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위해, 먼저 변수들 중에서 예측 모델의 기본 변수가 되는 $C, m, \Delta K_{th0}$ 에 대해 $R=0$ 조건의 데이터 만을 가지고 주변확률밀도함수를 구하고 이로부터 적절한 범위를 정한 후, 나머지 변수 β, β_1 에 대해 $R \neq 0$ 조건의 데이터를 이용하여 주변확률밀도함수를 정하면, 위와 같은 문제를 해결 할 수 있다. 이를 위해서 다음의 4 가지 절차에 따라 주변확률밀도함수를 만들고 이를 기반으로 새로운 MCMC 를 적용하였다.

(1) $C, m, \Delta K_{th0}$ 의 주변밀도함수를 $R=0$ 데이터로부터 추정한다. (이 과정에서 $R=0$ 가 M_R 을



(a) Sample data from direct application of improved MCMC



(b) Sample data after taking the four step process in the improved MCMC

Fig. 6 Histogram of samples for the parameters generated by the improved MCMC method

β, β_1 과 독립적인 관계로 만들기 때문에, β, β_1 이 필요하지 않다.)

(2) $C, m, \Delta K_{th0}$ 의 범위를 주변밀도함수의 백분위수를 통해서 정한다.

(3) β, β_1 의 주변밀도함수를 과정 2 에서 정해진 범위를 기반으로 $R=-1, R=0.5$ 데이터로부터 각각 구한다.

(4) 이렇게 구해진 $C, m, \Delta K_{th0}, \beta, \beta_1$ 의 주변밀도함수를 제안함수로 이용하여 MCMC simulation 을 수행한다.

결과적으로 0(b)에서와 같이 변수 θ 에 대한 적절한 형태의 샘플들이 추출되었다. 이렇게 추출된 변수 샘플들을 이용하여 변동진폭 하중하의 문제에 대해 균열성장 예측 및 잔존유효수명(Residual Useful Life, RUL)을 예측하였다. 대상 문제는 변수

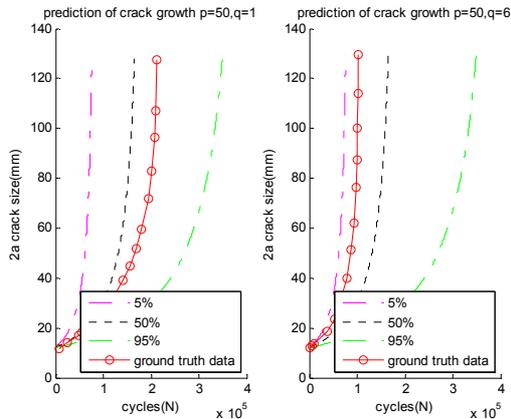


Fig. 7 Confidence bounds of crack growth simulation under variable amplitude loading

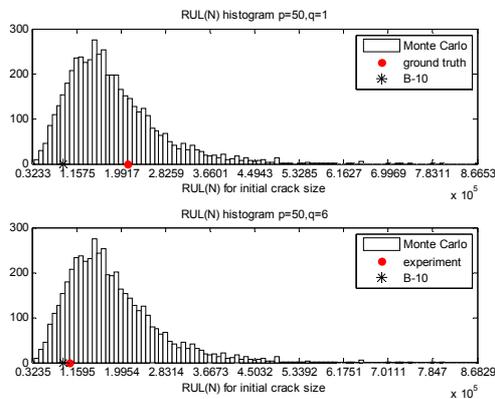


Fig. 8 RUL distribution and its 10% percentile value

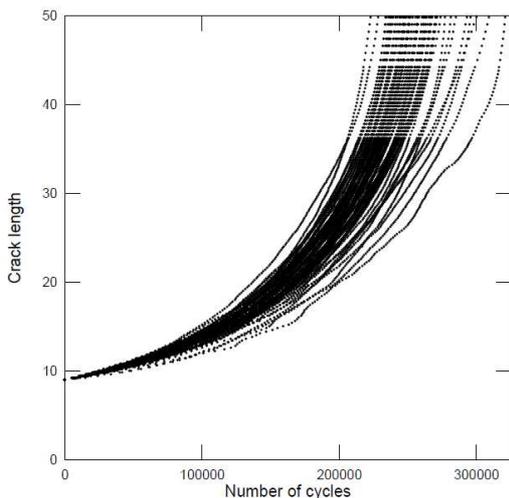


Fig. 9 Crack growth tests for constant amplitude loading⁽¹¹⁾

추정을 위해 사용했던 것과 동일한 시편으로 하였고 여기에 변동진폭 하중을 가하였다. 변동진폭하중의 형태는 0에 나타나 있다. 하중은 진폭이 3.48~68.13 MPa 인 p cycle 일반하중부분과 진폭이

3.48~103.02 MPa 인 q cycle 과하중부분으로 구성 되어있다. p 부분과 q 부분이 합쳐져 하나의 큰 cycle 을 구성하며, 이 cycle 을 반복적으로 적용하여 변동하중을 가하였다. $p=50$, $q=1$ 인 경우와 $p=50$, $q=6$ 인 두 경우에 대해서 시험과 예측을 각각 수행하였다. 각 변수 샘플을 이용하여 5000 개의 균열성장을 예측한다. 0은 앞의 결과에 대한 백분위수 계산 결과, 즉 중앙값 및 90% 신뢰구간이다. 0의 잔존유효수명은 5 천개의 예측 곡선으로부터 초기 균열이 임계 균열 크기 (129mm)로 성장할 때까지의 하중 사이클 수를 계산하여 이를 도수분포로 표현하였고, 10% 백분위수를 노란색 점으로, 실제 도달 시까지 측정된 잔존수명을 붉은 점으로 함께 표시하였다. 이들 결과에서 예측 범위가 매우 넓은 것으로 나타났는데 이는 정의된 시편 형태와 하중 형태에 대한 전반의 수명을 예측한 것이기 때문이다. 0가 전반의 수명 특성을 잘 나타내고 있다. 동일한 시편 형태와 하중 형태에 대해서 여러 시편의 시험결과인데, 그 균열 성장 선도 분포 범위가 본 연구에서 예측한 수명 분포와 같이 매우 넓은 것을 알 수 있다. 이것은 각 시편 고유의 불확실성이 서로 다르기 때문에, 발생한다. 또한 본 연구에서 일정 진폭 하중 데이터로부터 추정된 모델 변수 분포는 AI 7075-T6 의 고유의 특성을 반영하고 있다는 과정 하에서 변동 진폭 하중에 대한 예측을 수행하였다. 따라서 위의 요인들에 의하여 본 연구에서 예측된 수명의 범위가 넓게 예측된 것으로 생각한다.

6. 결론

본 논문에서는 변동하중 하에서의 균열성장문제에서 불확실한 변수를 추정하기 위해서 베이지안 기법이 사용되었다. 변동하중 하에서의 균열성장 특성인 지연, 가속현상을 표현하기 위해서는 Huang 의 모델이 사용 되었다. 기존의 MCMC 기법은 변수 개수가 증가함에 따라 적절한 예측을 못하여서, 주변밀도함수를 제안함수로 사용하는 새로운 MCMC 기법을 제안하였다. 새로운 MCMC 기법은 일정 진폭하중과 변동 진폭 하중 하에서의 균열성장 예측 문제를 통해 유효성을 검증하였다. 변동하중에서의 균열성장 문제에서는 모델변수를 여러 일정 변동하중에서의 균열성장 데이터를 통해 추정하고, 이를 기반으로 동일한 시편에 대해 변동하중에서의 균열성장 예측을 수행하였다. 그리고 그 결과는 실제 측정된 데이터를 통해서 검

증하였다. 본 연구에서는 별도의 시편들을 준비하여 일정 진폭하중 하에서 생성한 균열 데이터를 이용하여 미지변수를 추정 한 후에 이것을 이용하여 변동하중을 받는 새로운 시편의 거동예측에 활용하였다. 이 방법은 변수추정을 위해 사용된 시편과 거동예측에 사용된 시편이 서로 다름에 따라 이로 인한 불확실성 문제가 존재하는 문제가 있다. 더욱 바람직한 예측은 변동하중 하의 시편으로부터 얻은 균열성장 데이터를 가지고 미지 변수도 추정하고, 균열성장도 예측하는 것이다. 이것에 대한 연구는 앞으로의 연구에서 수행 될 것이다.

후 기

이 논문은 2009 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.2009-0081438)

참고문헌

- (1) Orchard, M. and Vachtsevanos, G., 2007, "Particle Filtering Approach for On-Line Failure Prognosis in a Planetary Carrier Plate," *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, Vol. 7, No. 4, pp. 221~227.
- (2) Cross, R. J., Makeev, A. and Armanios, E., 2006, "A Comparison of Predictions from Probabilistic Crack Growth Models Inferred from Virkler's Data," *Journal of ASTM International*, Vol. 3, No 10.
- (3) Coppe, A., Haftka, R. T. and Kim, N. H., 2010, "Least Squares-Filtered Bayesian Updating for Remaining Useful Life Estimation," *12th AIAA Non-Deterministic Approaches Conference*, Orlando, FL.
- (4) An, D. W., Choi, J. H. and Kim, N. H. 2011, "Statistical Characterization of Damage Growth Parameters and Remaining Useful Life Prediction Using Bayesian Inference," *13th AIAA Non-Deterministic Approaches Conference*, Denver, Co.
- (5) Eiber, W., 1971, "The Significance of Fatigue Crack Closure in Fatigue," *ASTM STP*, Vol. 486, pp. 230~242.
- (6) Willenborg, J., Engle, R.M. and Wood, H. A., 1971, "A Crack Growth Retardation Model Using Effective Stress Concept," *AFDL-TM-71-1-FBR January*.
- (7) Wheeler, OE., 1972, "Spectrum Loading and Crack Growth," *Journal of Basic Engineering*, Vol. 94. pp. 181~186.
- (8) Huang, X., Torgeir, M. and Cui, W., 2007, "An Engineering Model of Fatigue Crack Growth Under Variable Amplitude Loading," *International Journal of Fatigue*, Vol. 30. pp. 1~10.
- (9) Bayes, T., 1763, "An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 53, pp. 370~418.
- (10) Andrieu, C., Freitas, N. D., Doucet, A. and Jordan, M., 2003, "An Introduction to MCMC for Machine Learning," *Machine Learning*, Vol. 50, No 1, pp. 5~43.
- (11) Virkler, D. A., Hillberry, B. M. and Goel, P. K., 1979, "The Statistical Nature of Fatigue Crack Propagation," *Transactions of the ASME - Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 101, No. 2, pp. 148~153.