

미소한 신뢰도 감소율을 가지는 원샷 시스템의 가부반응 데이터를 이용한 저장 신뢰도 추정방법 개발[§]

장 현 정* · 손 영 갑**†

* 안동대학교 기계공학과, ** 안동대학교 기계자동차공학과

Development of a Storage-Reliability Estimation Method Using Quantal Response Data for One-Shot Systems with Low Reliability-Decreasing Rates

Hyun-Jeung Jang* and Young Kap Son**†

* Dept. of Mechanical Engineering andong Nat'l Univ.,

** Dept. of Mechanical & Automotive Engineering andong Nat'l Univ.

(Received May 17, 2011 ; Revised June 22, 2011 ; Accepted June 28, 2011)

Key Words: Accuracy(정확성), One-Shot System(일회성시스템), Quantal-Response Data(가부반응데이터), SSE(제곱 오차합)

초록: 본 논문은 탄약, 미사일, 우주발사체 등과 같은 일회성(one-shot) 시스템의 가부반응데이터를 이용하여 신뢰도를 추정하는 새로운 방법을 제안한다. 제안한 방법은 모수 추정법을 기반으로 한다. 제안한 방법은 가부반응 데이터의 시간에 따른 고장 비율 감소를 고려하였으며 모수 추정법의 문제점을 극복할 수 있다. 기존 문헌에 공개된 7 가지 추정방법들과 제안한 방법과의 정확성을 비교하여 제안한 방법을 검증하였다. 정확성 비교 시, 다양한 샘플 수 변화를 고려하여 신뢰도 추정결과에 대한 SSE 를 이용하였다. 정확성 비교 결과, 제안한 방법은 다른 방법에 비해 정확성이 높은 신뢰도 추정결과를 제공하였다.

Abstract: This paper proposes a new reliability estimation method for one-shot systems using quantal response data, which is based on a parametric estimation method. The proposed method considers the time-variant failure ratio of the quantal response data and it can overcome the problems in parametric estimation methods. Seven reliability estimation methods in the literature were compared with the proposed method in terms of the accuracy of reliability estimation in order to verify the proposed method. To compare the accuracy of reliability estimation, the SSEs (Sum of Squared Error) of the reliability estimation results for the different estimation methods were evaluated according to the various numbers of samples tested. The proposed method provided more accurate reliability estimation results than any of the other methods from the results of the accuracy comparison.

- 기호설명 -

- θ : 수명분포의 모수
- $R(t, \theta)$: 신뢰도 함수
- $F(t, \theta)$: 누적고장함수
- k : 샘플링 시점 수
- $m(t_i), n(t_i)$: 추출 샘플수와 고장 수
- β, α : 와이블 분포의 형상모수와 척도모수

- t_f : 고장시간
- $f(t)$: 수명분포
- t : 허구의 고장시간
- $r(t_i)$: 고장비율
- t_p : 미관측된 고장시간

1. 서론

원샷 시스템(one-shot system)은 미사일, 탄약, 우주 발사체, 화생방 물자, 의약품 등과 같이 1 회 사용 후 임무를 완료하는 시스템이다.^(1~3) 이러한 시스템은 대기 또는 보관 상태에서 제품 수명의

§ 이 논문은 2011년도 대한기계학회 신뢰성부문 춘계 학술대회(2011. 5. 19.-20., 서울과기대) 발표논문임

† Corresponding Author, ykson@andong.ac.kr

© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

대부분을 보내는 수명주기 특성을 나타낸다. 원샷 시스템은 1 회 동작 후 다시 동작을 할 수 없기 때문에 동작 평가 시, 정상적으로 동작한 샘플의 예상되는 고장 시간을 정확히 알 수 없다. 일반적으로 원샷 시스템의 신뢰도 추정은 임의의 시점에서 시험평가 대상 시료 수에 대한 성공 또는 실패 시료수로 표현되는 가부반응(quantal-response) 데이터를 이용한다. 가부반응 데이터는 통계적으로 좌측절단 데이터와 우측절단 데이터가 모두 포함된 이중절단(doubly censored) 데이터 특성을 나타낸다.⁽⁴⁾

문헌에 공개된 원샷 시스템의 신뢰도 추정방법은 크게 시간에 따른 가부반응 데이터를 이용하는 방법과 시간에 따른 성능 변화를 나타내는 열화(degradation) 데이터를 이용하는 방법으로 구분된다. 본 연구와 관련된 가부반응 데이터를 이용하여 신뢰도를 추정하는 방법은 비모수 추정법(non-parametric estimation method), 모수 추정법(parametric estimation method), 베이저안 방법(Bayesian method)으로 나눌 수 있다.

Guikema⁽¹⁾는 시간에 따른 추정할 참값 신뢰도 프로파일(profile)을 3 가지 경우(시간에 따라 증가, 감소, 일정)로 구분하여 가부반응 데이터를 모사하였으며 2 가지 비모수 추정법과 3 가지의 베이저안법을 적용하여 신뢰도를 추정하였다. 손영갑 등⁽⁵⁾은 가속수명시험을 수행하여 모사한 가부반응 데이터를 이용하여 다양한 신뢰도 추정방법들의 정확성을 비교하였다. 백승준 등⁽⁶⁾은 실제 원샷 시스템에 대한 가속수명시험을 수행하여 확보한 가부반응 데이터에 모수 추정법을 적용하여 필드환경에서의 신뢰도를 추정한 결과를 제시하였다.

류장희 등⁽³⁾은 다양한 가부반응 데이터를 이용하여 모수 추정법을 포함한 6 가지 추정방법들에 대한 정확성을 비교한 결과를 제시하였다. 정확성 비교 결과, 모수 추정법이 다른 방법에 비해 정확성이 높은 신뢰도 추정결과를 제공하였다. 그러나 추출 샘플수가 작은 경우 이중절단 데이터 특성을 나타내는 가부반응 데이터에 모수 추정법을 적용할 때, 모수의 함수로 표현되는 우도 함수(likelihood function)를 최적화하는 과정에서 우도 함수의 비선형성으로 인한 최적 해의 수렴성(convergence) 문제가 발생할 수 있다.⁽⁴⁾ 그러므로 수렴성 문제를 극복하고 유일한 최적해를 구하기 위하여 허구의 고장시간(fictitious failure time)과 가부반응 데이터로 표현되는 우도 함수를 사용하였다.⁽⁷⁾

본 연구에서는 모수 추정법의 문제점을 극복하고 향상된 정확성을 제공할 수 있는 모수 추정법

을 기반으로 하는 새로운 추정방법을 제안한다. 또한, 다양한 가부반응 데이터들에 제안한 방법과 문헌에 공개된 7 가지 방법들을 적용하여 추정한 신뢰도 값들에 대한 정확성을 비교함으로써 제안한 방법을 검증한다. 문헌에 공개된 방법들에 대한 설명은 기존 연구들^(1,5,8)에 제시되어 있기 때문에 본 논문에서는 각 방법에 대한 설명을 제외하였다. 문헌에 공개된 7 가지 방법들에 대한 정확성 비교는 기존 연구^(1,3,5)를 확장한 것이다.

2. 개발 방법

2.1 모수 추정법의 문제점

모수 추정법은 수명 분포를 가정하여, 가부반응 데이터로 표현되는 우도 함수를 최대화하는 수명 분포 모수를 구하여 신뢰도를 추정하는 방법이다.⁽²⁾ 고려한 수명분포의 모수가 θ , 신뢰도함수가 $R(t_i, \theta)$ 이고 누적고장함수가 $F(t_i, \theta)$ 인 경우, k 개의 시점에서 시험대상 시료 수 $m(t_i)$, 고장 수 $n(t_i)$ 를 이용하여 θ 를 추정하기 위한 우도 함수는 식 (1)로 표현된다.^(2,9)

$$L(\theta) = \left\{ \prod_{i=1}^k m(t_i) C_{n(t_i)} \{F(t_i, \theta)\}^{n(t_i)} \{R(t_i, \theta)\}^{m(t_i)-n(t_i)} \right\} \quad (1)$$

식 (1)의 우도 함수를 최대로 하는 θ 를 구하여, θ 의 함수로 표현되는 신뢰도를 평가하는 방법이 모수 추정법이다. 예를 들어, 2 모수 와이블분포의 모수가 $\theta = [\alpha, \beta]$ 인 경우, 우도 함수는 식 (2)로 표현된다.

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^k \left[m(t_i) C_{n(t_i)} \times \left\{ 1 - \exp \left\{ 1 - \left(\frac{t}{\alpha} \right)^\beta \right\} \right\}^{n(t_i)} \right. \\ \left. \times \left\{ \exp \left\{ 1 - \left(\frac{t}{\alpha} \right)^\beta \right\} \right\}^{m(t_i)-n(t_i)} \right] \quad (2)$$

식 (1)로 정의되는 우도 함수는 시점 t_i 에서의 추출 샘플수($m(t_i)$)와 샘플링 시점 개수(k)가 크지 않고 시간 증가에 따라 고장 수($n(t_i)$)가 일정하게 증가하지 않는 경우, 우도 함수의 최적화 과정에서 최적해에 수렴되지 못하는 경우가 발생할 수 있다. 따라서 우도 함수 값을 최대로 하는 모수값 θ 가 유일하게 존재하지 않거나, 여러 개의 모수값들이 존재할 수 있다. 또한 가부반응 데이터 특성으로 인하여 시간 증가에 따라 고장 수($n(t_i)$)가 일정하게 증가하지 않는 경우 추정한 모수값에 대한 정확성이 낮아질 수 있다. 이러한 경우를 나타내기 위하여 시점 $t_1 = 10, t_2$

= 15 [year]에서 $m(t_i) = 10$ 이며 고장 수가 각각 $n(t_1) = 7, n(t_2) = 4$ 인 경우, 와이블분포를 가정하여 식 (2)로 정의되는 우도 함수에 자연로그를 취하고 우도 함수의 로그값에 대한 등고선(contour line)을 Fig. 1(a)에 제시하였다. Fig. 1에서 u_1 은 형상모수(β)를, u_2 는 척도모수(α)를 나타낸다. Fig. 1(a)로부터 최대의 우도 값을 가지는 형상 및 척도 모수가 유일하게 존재하지 않거나 여러 개의 해가 존재할 수 있기 때문에 모수 추정법을 적용하여 신뢰도를 추정하는 데 많은 어려움이 존재할 수 있다. 또한 Fig. 1에 나타낸 고장 수 감소에 따른 등고선과 비교하기 위하여 고장 수가 증가하는 경우($n(t_1) = 4, n(t_2) = 7$)에 대한 우도 함수의 자연로그값에 대한 등고선을 Fig. 1 (b)에 나타내었다. Fig. 1(b)로부터 시간 증가에 따라 고장 수가 증가하는 경우 우도 함수를 최대로 하는 모수값들이 유일하게 존재한다.

원샷 시스템에 대하여 s 개의 정확한 고장시간(t_i)이 주어진 경우, 고려한 수명분포 $f(t)$, 각 시점에서 추출한 이중절단 데이터와 고장시간들을 이용하여 우도 함수를 정의하면 식 (3)으로 표현된다.⁽²⁾

$$L(\theta) = \left\{ \prod_{f=1}^s f(t_f) \right\} \cdot \left\{ \prod_{i=1}^k m(t_i) C_{n(t_i)} \{F(t_i, \theta)\}^{n(t_i)} \{R(t_i, \theta)\}^{m(t_i)-n(t_i)} \right\} \quad (3)$$

동일한 시점에서 확보한 이중절단 데이터에 모수 추정법을 적용하는 경우, 최적화 과정에서의 수렴성 문제를 극복하고 유일한 최적해를 구하기 위하여 Celeux 등⁽⁴⁾은 와이블 수명분포를 가정하고, 좌측절단 데이터를 확보하는 시점들을 이용하여 허구의 고장시간(pseudo failure time)을 정의하였다. ($i-1$)번째 좌측절단 시점(t_{i-1}) 과 (i) 번째 좌측절단 시점(t_i)을 이용하여 허구의 고장시간이 존재할 수 있는 범위를 $[(t_{i-1}+t_i)/2, t_i]$ 로 정의하였다. 또한 허구의 고장시간이 정의된 범위에서 균일분포를 따른다고 가정하여 균일분포로부터 고장시간을 추출하여, 추출한 고장시간을 허구의 고장시간으로 정의하였다. 정의된 허구의 고장시간(\underline{t})을 고려하여 식 (4)에 표현된 우도 함수를 이용하여 모수를 추정하였다.

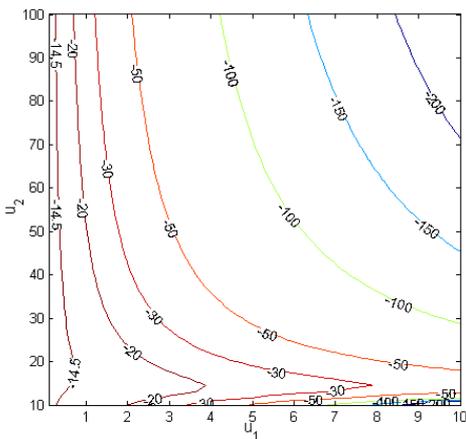
$$L(\theta) = \left\{ \prod_{i=1}^k m(t_i) C_{n(t_i)} \{f(\underline{t}_i)\}^{n(t_i)} \{R(t_i, \theta)\}^{m(t_i)-n(t_i)} \right\} \quad (4)$$

이중절단 데이터와 시간에 따라 감소하는 고장 수에 따른 모수 추정법의 문제점을 극복하기 위해 Hwang 등⁽⁷⁾은 3-모수 와이블분포를 가정하고 일련의 가부반응 데이터 확보시점들 중 추출 샘플수에 대한 고장 수의 비율이 시간에 따라 감소하기 시작하는 시점을 포함한 일련의 3 개의 시점들을 이용하여 3 개의 허구 고장시간들을 추정하였다. 따라서 각 시점에서 확보한 가부반응 데이터와 추정된 허구 고장시간을 이용하여 모수 추정을 위한 우도 함수를 식 (5)로 정의하였다.

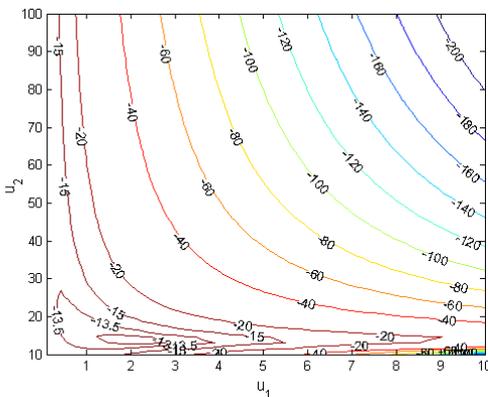
$$L(\theta) = \left\{ \prod_{p=1}^3 f(\underline{t}_p) \right\} \cdot \left\{ \prod_{i=1}^k m(t_i) C_{n(t_i)} \{F(t_i, \theta)\}^{n(t_i)} \{R(t_i, \theta)\}^{m(t_i)-n(t_i)} \right\} \quad (5)$$

식 (5)에서 허구의 고장시간들은 초기시점과 일련의 3 개 시점에서의 각 누적 고장확률값에 대하여 평균값을 제공하는 시간들로 평가하였다.

Celeux 등⁽⁴⁾이 제안한 방법은 좌측절단 데이터의 수에 해당하는 허구 고장시간들의 수를 모두 고려하여 우도 함수를 정의하기 때문에 $m(t_i)$ 가 큰 경우에 누적고장확률이 높게 추정되는 경향을 나타낼 수 있다. 또한 Hwang 등⁽⁷⁾이 제안한 방법은 $m(t_i)$ 에 대한 고장 수($n(t_i)$)의 비율, 즉 $n(t_i)/m(t_i)$ 가 시간에 따라 감소하기 시작하는 시점을 포함한 일련의 3 개의 시점들만을 고려하기 때문에 고려되지 않은 시점에서의 고장 수 변화에 따른 영향



(a) Decreasing number of failure over time



이 고려되지 않았다. 따라서 Hwang 등이 제안한 방법은 신뢰도가 높게 추정되는 경향을 나타낼 수 있다.

2.2 개발 방법

본 연구에서는 문헌에 공개된 허구의 고장시간을 이용한 신뢰도 추정방법의 문제점을 극복하기 위하여 미관측된 고장시간(unobserved lifetime)을 정의하고 식 (1)로 정의되는 우도 함수와 미관측된 고장시간을 포함하는 우도 함수를 동시에 고려하여 모수 추정법의 최적화 과정에서의 수렴성을 높이며, 또한 $n(t_i)/m(t_i)$ 가 시간에 따라 감소하는 모든 시점을 고려할 수 있는 방법론을 개발하여 신뢰도 추정결과의 정확성을 높인다.

각 시점에서 이중절단 데이터 특성을 나타내는 가부반응 데이터는 시험대상 시료 수에 대한 고장수의 비율에 따라 Table 1 에 나타낸 것처럼 크게 3 가지로 구분할 수 있다. Table 1 에서 $r(t_i)$ 는 시간에 따른 고장 비율(failure ratio, $n(t_i)/m(t_i)$)을 나타낸다.

Case 1 인 경우, 고장 비율이 시간 증가에 따라 증가하기 때문에 식 (1)로 정의되는 우도 함수를 이용하여 모수를 추정할 때, 최적해에 대한 수렴성이 좋다. Case 2 인 경우, $r(t_{i-1}) > r(t_i)$ 이지만 $r(t_i) < r(t_{i+1})$ 이므로 일련의 3 개 시점에서의 고장 비율이 감소하는 경향을 나타낸다고 평가할 수 없기 때문에 식 (1)로 정의되는 우도 함수를 이용하여 모수를 추정할 때, 최적해에 대한 수렴성이 좋다고 평가할 수 있다. 그러나 Case 3 인 경우, 고장 비율이 시간 증가에 따라 감소하는 경향을 나타내기 때문에 최적해에 대한 수렴성이 높지 않을 수 있으며, 모수 추정의 정확도가 감소할 수 있다. 따라서 Case 3 의 경우, 모수 추정 및 신뢰도 추정결과의 정확성 향상을 위해 식 (5)로 표현되는 우도 함수를 확장하여 식 (6)의 우도 함수를 정의한다.

$$L(\theta) = \left\{ \prod_{p=1}^s f(t_p) \right\} \left\{ \prod_{i=1}^k C_{n(t_i)} \{F(t_i, \theta)\}^{n(t_i)} \{R(t_i, \theta)\}^{m(t_i)-n(t_i)} \right\} \quad (6)$$

여기서 s 는 k 개의 시점에서 Case 3 을 만족하는 시점의 수를 나타내며, t_p 는 각 시점에서의 미관측된 고장시간을 나타낸다.

Case 3 을 만족하는 임의의 시점 T 에 대한 미관측된 고장시간을 구하는 방법은 다음과 같다. 추정할 모수 θ 의 함수인 수명분포함수를 $f(t)$ 라 두면, 구간 $(0, T)$ 에 미관측된 고장시간이 존재하기 때문에, 미관측된 고장시간(t_p)은 고장시간 t 의 조건부

확률에 대한 기대값으로 식 (7)로 추정할 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$t_p = E[t : t \in (0, T)] = \frac{\int_0^T tf(t)dt}{\int_0^T f(t)dt} \quad (7)$$

식 (7)로 정의되는 t_p 는 모수 θ 를 포함하고 있으므로 일반적인 수명분포함수에 대하여 식 (7)의 분자항에 대한 적분을 쉽게 구할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 식 (7)의 적분값을 근사화하여 미관측된 고장시간을 구한다.

적분 근사화를 위해 $[0, T]$ 을 L 개로 나누어 $h = T/L$ 이라 두면 $t_L = T$ 이다. h 가 작은 경우 누적고장 확률($F(t)$) 과 수명분포함수의 관계는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F(t_i; \theta) - F(t_i - h; \theta) \cong f(t_i; \theta)h \quad (8)$$

따라서 식 (8)로부터 식 (7)의 분모와 분자를 근사화하면 분자 항은 식 (9)로, 분모 항은 식 (10)으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_0^T f(t)dt &\cong \sum_{i=1}^L t_i f(t_i; \theta)h \\ &= \sum_{i=1}^L t_i \{F(t_i; \theta) - F(t_{i-1}; \theta)\} \\ &= t_L F(t_L; \theta) - \left(\sum_{i=1}^{L-1} F(t_i; \theta) \right) h - t_1 F(t_0; \theta) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \int_0^T f(t)dt &\cong \sum_{i=1}^L f(t_i; \theta)h \\ &= \sum_{i=1}^L \{F(t_i; \theta) - F(t_{i-1}; \theta)\} \\ &= F(t_L; \theta) - F(t_0; \theta) \end{aligned} \quad (10)$$

따라서 $t_0 = 0$ 라 두고 식 (9)와 (10)을 이용하여 식 (7)의 미관측된 고장시간을 정의하면 다음과 같다.

$$t_p \cong \frac{t_L F(t_L; \theta) - \left(\sum_{i=0}^{L-1} F(t_i; \theta) \right) h - t_1 F(t_0; \theta)}{F(t_L; \theta) - F(t_0; \theta)} \quad (11)$$

Table 1 Classification of failure ratio over time

Type of failure ratio	Classification
$r(t_{i-1}) \square r(t_i) \square r(t_{i+1})$	Case 1
$r(t_{i-1}) > r(t_i) < r(t_{i+1})$	Case 2
$r(t_{i-1}) > r(t_i) \square r(t_{i+1})$	Case 3

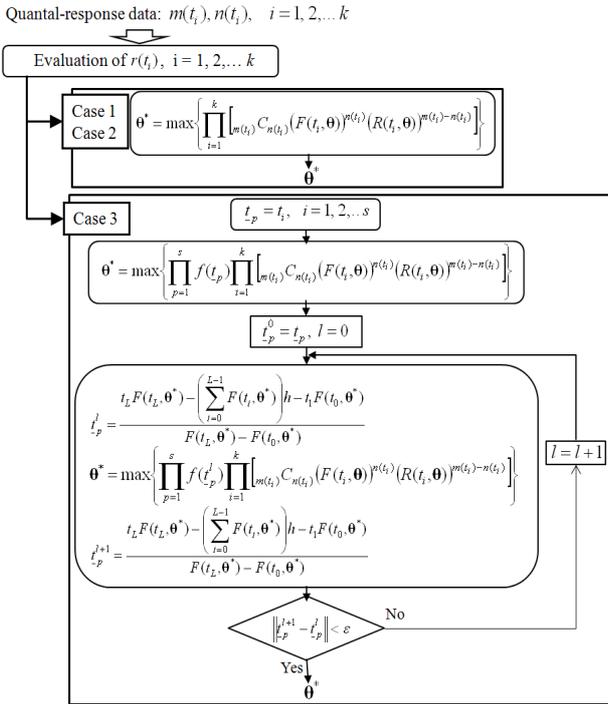


Fig. 2 Flowchart of the developed method

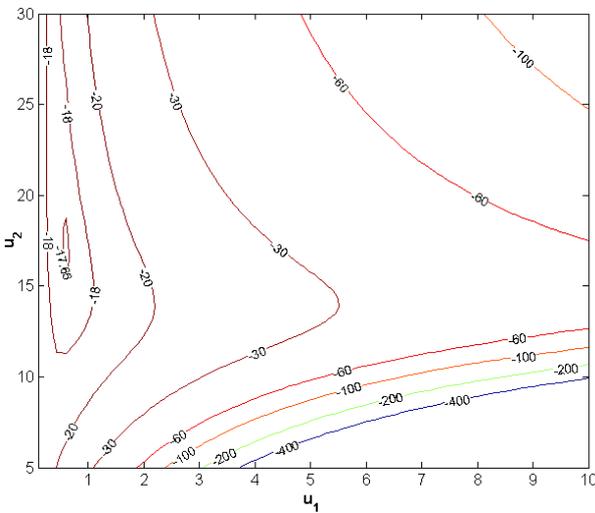


Fig. 3 Contour lines of $\log_e(L(\theta))$

본 연구에서 개발한 신뢰도 추정방법은 모수 추정법에 기반을 둔 방법이며 개발 방법에 대한 순서도를 Fig. 2에 제시하였다. 개발 방법은 일련의 시점에서 확보한 $m(t_i)$ 와 $n(t_i)$ 를 이용하여 고장비율, $r(t_i)$ 를 평가한다. 모든 시점에서 $r(t_i)$ 가 Case 1 또는 2를 만족시키는 경우에는 식 (1)로 정의되는 우도 함수를 이용하여, 우도 함수를 최대화하는 모수를 구하여 신뢰도를 추정한다. 그러나 $r(t_i)$ 가 Case 3을 만족시키는 경우, Case 3을 만족시키는 시점을 초기 미관측된 고장시간인 t_p^0 로 정의하고 모수를

추정한다. 추정된 모수를 이용하여 식 (7)로부터 미관측된 고장시간(t_p^l)을 정의하며 식 (6)의 우도 함수를 최대화하는 모수를 추정하고 미관측된 고장시간(t_p^{l+1})을 정의한다. t_p^l 과 t_p^{l+1} 과의 차이가 고려한 오차범위(ϵ)를 만족시키지 못하면 t_p^l 을 계속적으로 갱신하며, t_p^l 과 t_p^{l+1} 과의 차이가 오차범위(ϵ) 내에 존재하는 경우 미관측된 고장시간을 이용하여 최종적으로 모수를 추정한다.

기존 모수 추정법과 개발 방법을 비교하기 위하여 2개의 시점 $t_1 = 10$ 과 $t_2 = 15$ [year]에서 시험대상 시료 수가 10일 때, $n(t_1) = 7$, $n(t_2) = 4$ 라 가정하였다. 1개의 미관측된 고장시간이 구간 (0, 10)에서 존재할 때, $T = 10$ 그리고 $h = 1$ 로 두고 Fig. 2에 제시된 순서도로부터 고려한 오차범위 내에 존재하는 미관측된 고장시간을 구하고 식 (6)으로 정의되는 우도 함수의 자연로그값에 대한 등고선을 Fig. 3에 제시하였다. Fig. 1(a)에 나타난 등고선과 비교할 때, Fig. 3에 제시된 등고선을 나타내는 우도 함수는 우도 함수값을 최대로 하는 모수값이 유일하게 존재하며 최적해에 대한 수렴성이 높다고 평가할 수 있다. 또한 Fig. 3으로부터 식 (6)으로 정의되는 미관측된 고장시간을 포함하는 우도 함수값은 형상모수와 척도모수가 각각 0.584, 17.1634 일 때 최대값을 가지며, 미관측된 고장시간은 4.40이다.

3. 개발 방법과 기존 방법 비교

3.1 일련의 가부반응 데이터를 이용한 비교

저장 신뢰도는 시간에 따라 감소하며, 긴 시간 동안의 신뢰도 변화율이 미소한 경향을 나타낸다. 따라서 시간에 따라 감소하며 신뢰도 변화율이 미소한 참값 신뢰도에 대해 일련의 가부반응 데이터를 모사하였으며 이를 이용하여 모수 추정법을 기반으로 하는 개발 방법과 문헌에 공개된 7가지 방법들을 적용하여 신뢰도 추정 정확성을 비교하였다. 가부반응 데이터는 Guikema⁽¹⁾이 제시한 방법을 이용하여 Table 2와 3에 T로 표기된 참값 신뢰도로부터 모사하였으며, 시험평가 대상 시료 수 $m(t_i)$ 가 각각 4, 10인 경우에 대해 비교하였다. Table 2와 3에서 동일한 참값 신뢰도를 이용하여 가부반응 데이터를 모사하였지만 $m(t_i)$ 에 따라 가부반응 데이터는 차이가 있기 때문에 Table 2와 3을 통해 $m(t_i)$ 가 달라짐에 따른 신뢰도 추정방법의 정확도를 비교하였다.

Table 2와 3에서 N은 비모수 추정법의 비누적

법, C 는 비모수 추정법의 누적법, P 는 모수 추정법, D 는 개발 방법, O 는 비모수 추정법의 정렬화된 MLE 법, B 는 베타분포를 사전분포로 하는 베이지안법, NB 는 정규분포를 사전분포로 하는 베이지안법, SB 는 결측균일분포를 사전분포로 하는 베이지안법을 나타낸다.

$m(t_i)$ 가 4 일 때 실패 수 $n(t_i) = [1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0]$ 이며 각 방법을 적용하여 추정한 신뢰도 값들을 Table 2 에 제시하였다. 또한 $m(t_i)$ 가 10 일 때 실패 수 $n(t_i) = [1, 2, 1, 3, 1, 1, 1, 2, 0, 0]$ 이며 각 방법을 적용하여 추정한 신뢰도 값들을 Table 3 에 제시하였다. Table 2 와 3 으로부터 개발 방법이 다른 방법들에 비해 시점에 따른 신뢰도 추정값이 참값 신뢰도에 근접한 결과를 제공한다고 평가할 수 있다.

3.2 다양한 가부반응 데이터를 이용한 비교

시험평가 대상 시료 수(sample size, $m(t_i)$)에 따라 실패 수가 변화하기 때문에 가부반응 데이터를 이용하여 신뢰도를 추정하는 경우, 추정한 신뢰도 값이 변화한다. 따라서 시험평가 대상 시료 수 변화에 대한 각 방법들의 정확성을 비교하였다. 또한 다양한 가부반응 데이터를 고려하기 위하여 반복수를 1000 으로 설정하여 1000 set 의 가부반응

데이터를 모사하였다.

본 연구에서는 [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20] [year]를 가부반응 데이터 확보 시점으로, 그리고 $m(t_i)$ 를 [2, 4, 8, 10, 20, 40, 80, 100, 200]로 고려하였다. 또한 각 시점에서의 참값 신뢰도를 [0.90, 0.86, 0.82, 0.78, 0.74, 0.70, 0.66, 0.62, 0.58, 0.54]로 정의하였다.

각 방법들을 정확성 측면에서 비교하기 위하여 Guikema 이 제시하였던 방법을 이용하여 시간에 따른 신뢰도 참값과 추정된 신뢰도 값들의 차의 제곱합인 SSE 크기를 이용하여 정확성을 비교하였다.^(1,2)

$$SSE = \sum_{i=1}^T (R(t_i) - \hat{R}(t_i))^2 \tag{12}$$

또한 추정방법들의 SSE 에 대한 크기 비교를 수행하기 위하여 신뢰수준 90% 수준에서 식 (13)으로 정의되는 SSE 차이에 대하여 t-test 를 수행하였다.

$$Z_i = SSE_{1i} - SSE_{2i} \tag{13}$$

여기서 i 는 반복수를, Z_i 는 고려한 두 방법에 대한 SSE 차이를 나타낸다. 고려한 신뢰수준에서 t-통계량이 0 을 포함하면 두 방법의 SSE 는 차이가 없기 때문에 정확성이 동일하다고 판단하였다.

각 추정방법들을 적용하여 추정한 신뢰도 값들과 식 (12)를 이용하여 평가한 SSE 를 Fig. 4 에 제시하였다. SSE 비교 결과 샘플 수가 작은 경우 SB 의 SSE 가 가장 크며 D 의 SSE 가 가장 작다. 또한 샘플 수가 커짐에 따라 NB 를 제외한 각 방법 별 SSE 의 크기가 감소하였다. 고려한 모든 시험평가 대상 시료 수에 대하여 D 가 가장 적은 SSE 크기를 제공하였다. SSE 크기를 이용하여 8 가지 추정 방법 사이에 정확성 차이가 있는지를 알아보기 위해 t-test 를 수행하였다. 각각의 시험평가 대상 시료 수에 대하여 신뢰수준 90%에서 평가한 신뢰구간을 Table 4 에 나타내었다. Table 4 에서 N-C 는 N 과 C 방법을 고려한 경우를 나타낸다.

t-test 결과, 신뢰구간에 0 을 포함하면 고려한 2 가지 방법에는 차이가 없음을 의미하며, 신뢰구간이 모두 양 또는 음의 값을 가지면 고려한 2 가지 방법은 정확성에 차이가 있다. 따라서 Table 4 의 신뢰구간을 이용하여 각 방법에 대한 SSE 크기를 비교하여 도출한 정확성 순서를 Table 5 에 제시하였다. Table 5 로부터 고려한 모든 시험평가 대상 시료 수에 대하여 개발 방법이 정확성이 가장 우수한 신뢰도 추정결과를 제시한다고 평가할 수 있다.

Table 2 Estimated reliability with true reliability ($m(t_i) = 4$)

t_i	Reliability estimation methods								
	T	N	C	P	D	O	B	NB	SB
11	0.90	0.75	0.75	0.93	0.90	0.75	0.67	0.79	0.67
12	0.89	0.75	0.75	0.92	0.89	0.75	0.70	0.78	0.51
13	0.88	1.00	0.83	0.91	0.88	0.83	0.79	0.78	0.42
14	0.87	1.00	0.88	0.91	0.87	0.88	0.83	0.80	0.35
15	0.86	1.00	0.90	0.90	0.86	0.90	0.86	0.81	0.29
16	0.85	1.00	0.92	0.89	0.85	0.92	0.88	0.83	0.24
17	0.84	0.75	0.89	0.88	0.84	0.75	0.87	0.82	0.19
18	0.83	0.75	0.88	0.88	0.83	0.75	0.85	0.82	0.15
19	0.82	1.00	0.89	0.87	0.82	0.83	0.87	0.83	0.13
20	0.81	1.00	0.90	0.86	0.81	0.88	0.88	0.84	0.11

Table 3 Estimated reliability with true reliability ($m(t_i) = 10$)

t_i	Reliability estimation methods								
	T	N	C	P	D	O	B	NB	SB
11	0.90	0.90	0.90	0.91	0.90	0.90	0.83	0.88	0.83
12	0.89	0.80	0.85	0.90	0.89	0.80	0.82	0.86	0.70
13	0.88	0.90	0.87	0.89	0.88	0.85	0.84	0.85	0.63
14	0.87	0.70	0.83	0.89	0.87	0.70	0.81	0.83	0.53
15	0.86	0.90	0.84	0.88	0.87	0.80	0.83	0.83	0.47
16	0.85	0.90	0.85	0.87	0.86	0.83	0.84	0.84	0.43
17	0.84	0.90	0.86	0.86	0.85	0.85	0.85	0.84	0.39
18	0.83	0.80	0.85	0.85	0.84	0.80	0.84	0.84	0.34
19	0.82	1.00	0.87	0.85	0.83	0.86	0.86	0.85	0.31
20	0.81	1.00	0.88	0.84	0.82	0.88	0.87	0.86	0.29

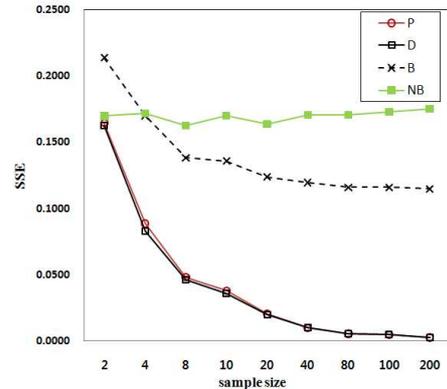
Table 4 Reliability intervals in t-test over sample sizes

pairs	Sample size									
	2	8	20	80	200					
N-C	0.643	0.714	0.074	0.097	-0.042	-0.031	-0.097	-0.092	-0.108	-0.105
N-P	0.766	0.827	0.185	0.200	0.071	0.077	0.017	0.019	0.007	0.007
N-B	0.715	0.779	0.091	0.113	-0.034	-0.024	-0.095	-0.090	-0.107	-0.104
N-NB	0.758	0.825	0.067	0.088	-0.075	-0.063	-0.151	-0.144	-0.168	-0.163
N-SB	-1.718	-1.658	-0.853	-0.812	-0.266	-0.247	-0.015	-0.012	0.001	0.001
N-O	0.193	0.225	0.056	0.066	0.023	0.027	0.004	0.005	0.001	0.001
N-D	0.769	0.828	0.186	0.202	0.072	0.078	0.017	0.019	0.007	0.007
C-P	0.101	0.134	0.100	0.114	0.106	0.115	0.110	0.115	0.112	0.114
C-B	0.061	0.076	0.015	0.019	0.007	0.008	0.002	0.002	0.001	0.001
C-NB	0.098	0.126	-0.012	-0.003	-0.036	-0.030	-0.055	-0.051	-0.061	-0.058
C-SB	-2.402	-2.332	-0.946	-0.891	-0.234	-0.206	0.077	0.084	0.106	0.109
C-O	-0.510	-0.430	-0.037	-0.012	0.055	0.067	0.097	0.102	0.106	0.109
C-D	0.100	0.139	0.101	0.116	0.107	0.116	0.110	0.115	0.112	0.114
P-B	-0.063	-0.035	-0.097	-0.084	-0.108	-0.099	-0.113	-0.108	-0.114	-0.111
P-NB	-0.019	0.008	-0.121	-0.108	-0.149	-0.138	-0.169	-0.162	-0.175	-0.170
P-SB	-2.519	-2.450	-1.048	-1.002	-0.341	-0.321	-0.033	-0.030	-0.006	-0.005
P-O	-0.621	-0.554	-0.139	-0.124	-0.052	-0.047	-0.014	-0.013	-0.006	-0.005
P-D	-0.004	0.008	0.001	0.003	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
B-NB	0.033	0.055	-0.029	-0.020	-0.043	-0.037	-0.057	-0.053	-0.062	-0.059
B-SB	-2.465	-2.406	-0.961	-0.909	-0.241	-0.214	0.075	0.082	0.105	0.108
B-O	-0.576	-0.501	-0.053	-0.029	0.048	0.060	0.095	0.099	0.105	0.108
B-D	0.035	0.068	0.085	0.099	0.100	0.108	0.108	0.113	0.111	0.114
NB-SB	-2.514	-2.444	-0.937	-0.884	-0.202	-0.173	0.129	0.138	0.164	0.169
NB-O	-0.621	-0.544	-0.028	-0.006	0.088	0.100	0.149	0.156	0.165	0.170
NB-D	-0.008	0.023	0.110	0.123	0.139	0.149	0.162	0.169	0.170	0.175
SB-O	1.862	1.932	0.875	0.913	0.273	0.290	0.017	0.020	0.000	0.001
SB-D	2.453	2.520	1.004	1.050	0.321	0.342	0.030	0.033	0.005	0.006
O-D	0.560	0.620	0.126	0.141	0.048	0.053	0.013	0.014	0.005	0.006

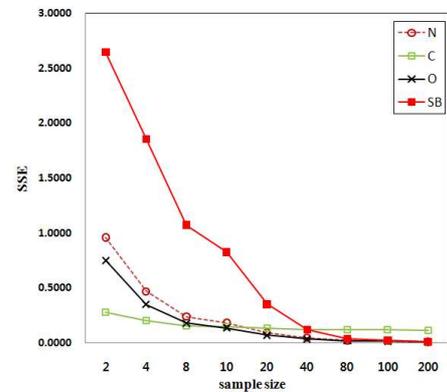
Table 5 Accuracy comparison results

Sample size	Rank
2	SB < N < O < C < B < NB = P = D
4	SB < N < O < C < NB = B < P < D
8	SB < N < O < NB < C < B < P < D
10	SB < N < NB < C < B = O < P < D
20	SB < NB < C < B < N < O < P < D
40	NB < C = B = SB < N < O < P = D
80	NB < C < B < SB < N < O < P = D
100	NB < C < B < SB < N < O < P = D
200	NB < C < B < N < SB < O < P = D

Fig. 4 와 Table 5 를 통해 개발 방법의 정확성이 가장 높다고 평가할 수 있으나 샘플 수가 큰 경우 P 와 D 의 차이는 크지 않다. 모수 추정법은 샘플 수가 작은 경우 정확성이 낮으며, 샘플 수가 큰 경우 정확성이 높다. 따라서 Fig.4 와 Table 5 로 부터 샘플 수가 작은 경우 개발 방법의 정확성이 모수 추정법 보다 높지만 샘플 수가 커질수록 개발 방법과 모수 추정법의 차이는 작아진다.



(a)



(b)

Fig. 4 SSE for each method over sample sizes

4. 결론

본 논문에서는 시간에 따른 신뢰도 변화율이 미소한 원샷 시스템의 가부반응 데이터를 이용하여 저장 신뢰도를 추정하는 방법을 개발하였다. 개발한 방법은 모수 추정법을 기반으로 하는 방법이며, 시간에 따른 실패 수가 감소하는 경우 모수 추정법의 문제점을 극복할 수 있는 방법이다. 개발한 방법을 검증하기 위해 샘플 수 변화에 따른 다양한 가부반응 데이터에 개발한 방법과 문헌에 공개된 7 가지 방법들을 적용하여 추정된 신뢰도 값들을 이용하여 신뢰도 추정방법들의 정확성을 비교하였다. 정확성을 비교한 결과, 개발 방법의 SSE 크기가 고려한 모든 샘플 수에 대하여 가장 작은 결과를 제공하며 샘플 수가 클수록 모수 추정법과의 차이는 작아진다. 따라서 샘플 수가 20 개 이하인 경우 개발 방법이 다른 방법에 비해 정확성이 가장 높다. 그러나 샘플 수가 40 개 이상인 경우 모수 추정법과 개발 방법의 정확성은 동일한 수준이며 다른 방법에 비해 정확성이 가장 높다. 그러므로 개발 방법은 샘플 수가 적은 경우 정확성이

가장 높다고 평가할 수 있다.

신뢰도 추정결과의 정확성은 시험평가 대상 시료 수를 포함하여 가부반응 데이터를 확보하는 시점 수와 신뢰도 변화율에 따라 변화할 수 있다. 따라서 다양한 시점 수 및 신뢰도 변화율을 고려하여 개발한 방법과 기존 방법들을 정확성 측면에서 향후에 비교할 예정이다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(N0. 2010-0015544).

참고문헌

- (1) Guikema, S.D., 2005, "A Comparison of Reliability Estimation Methods for Binary Systems," *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 87, pp. 365~376
- (2) Nelson, W. B., 1982, *Applied Life Data Analysis*, Wiley.
- (3) Ryu, J.-H., Back, S.-J. and Son, Y. K., 2010, "Comparison of Reliability Estimation Methods for Ammunition Systems with Quantal-Response Data," *Journal of the Korean Institute of Military Science and Technology*, Vol. 13, No. 6, pp. 1~8
- (4) Celeux, G., Lavergne, C. and Vernaz, Y., 2000, "Assessing Material Aging from Doubly Censored Data: Weibull Distribution vs. Poisson Process," Institut National De Recherche En Informatique Et En Automatique.
- (5) Son, Y. K. and Jang H. J., 2010, "Comparison of Reliability Estimation Methods for One-Shot Systems Using Accelerated Life Tests," *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, Vol. 36, No. 4, pp. 212~218
- (6) Back, S.-J., Chang, I.-H., Park, B.-C., Jung, E.-J., and Son, Y. K., 2009, "Storage Lifetime Improvement of K1 Delay Systems Through Implementing Double-Base Delay Columns," *Proceedings of The Korean Institute of Military Science and Technology conference*.
- (7) Hwang, C.-P. and Ke, H.-Y., 1993, "A Reliability Analysis Technique for Quantal-Response Data," *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 41, pp. 365~376.
- (8) Son, Y. K., 2008, "Storage Reliability Estimation of One-Shot System," *Proceedings of the Kyungbuk Branch of the KSME*, pp. 19~23.
- (9) Zheng, B., Cai F. and Xu J., 2004, "Evaluation of System Storage Reliability," *International Journal of System & Cybernetics*, Vol. 33, No. 2, pp. 438~445.
- (10) Kim, S., 2009, Imputation Based on Local Likelihood Density Estimation for Interval Censored Survival Data with Application to Tree Mortality in British Columbia, Master Thesis, Simon Fraser Univ.